

大韓造船學會論文集
 第 33 卷 第 1 號 1996年 2月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 33, No. 1, February 1996

응답면 기법을 이용한 구조 신뢰성 해석

양영순*, 이재욱**, 김관영**

Structural Reliability Analysis via Response Surface Method

by

Y. S. Yang*, J. O. Lee** and P. Y. Kim**

요 약

일반 구조물의 신뢰성 해석에서는 한계상태 방정식이 implicit한 이유로 추출법이나 확률 유한 요소법이 주로 이용되나, 이들 방법은 여러번의 구조해석 결과가 필요하므로 시간과 노력이 크게 소요된다. 반면 응답면 기법은 적은 횟수의 구조해석 결과를 이용하여 implicit한 응답면을 관심 있는 영역에서 근사하는 방법으로 일반 구조물의 신뢰성 해석에 효율적으로 이용할 수 있다.

본 논문에서는 응답면 기법으로서 중심합성 계획법, Bucher-Bourgund법, 그리고 인공신경망에 의한 근사법을 이용하여 일반 구조물의 신뢰성 해석에 적용하고, 각 방법의 장단점을 비교하였다.

Abstract

In the reliability analysis of general structures, the limit state equations are implicit and cannot be described in closed form. Thus, sampling methods such as the Crude Monte-Carlo simulation, and probabilistic FEM are often used, but these methods are not so effective in view of computational cost, because a number of structural analysis are required and the derivatives must be calculated for probabilistic FEM.

Alternatively the response surface approach, which approximates the limit state surface by using several results of structural analysis in the region adjacent to MPPF, could be applied effectively. In this paper, the central composite design, Bucher -Bourgund method and the

발 표 : 1995년도 대한조선학회 춘계연구발표회('95. 4. 21)

접수일자 : 1995년 5월 30일, 재접수일자 : 1995년 11월 15일

* 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

** 학생회원, 서울대학교 조선해양공학과

approximation method using artificial neural network are studied for the calculation of probability of failure by the response surface method. Through the example comparisons, it is found that Bucher -Bourgund method is very effective and Neural network method for the reliability analysis is comparable with other methods. Specially, the central composite design method is found to be rational and useful in terms of mathematical consistency and accuracy.

1. 서 론

최근 사회적으로 안전에 대한 인식수준이 높아짐에 따라 대형 구조물을 중심으로 기존의 경험적으로 얻어진 안전 계수를 이용하는 방법과는 달리 구조물의 응답을 결정하는 여러 인자의 불확실성을 변동량으로 고려하여 정량적으로 취급하고자 하는 노력이 경주되고 있으며, 실제 신뢰성 공학에서는 Level 방법을 이용하여, 한계상태 방정식을 아는 문제에 대하여 확률변수의 통계적 특성을 이용하여 파괴확률과 신뢰도 지수를 산출하는 연구가 주종을 이루어 왔다. 그러나, 대부분의 이러한 연구들은 문제의 한계상태 방정식이 확률변수의 함수로 explicit하게 구성되는 경우에만 이용 가능한 방법으로 실제의 대형 구조물과 같은 복잡한 계에 대하여 한계상태 방정식이 확률변수의 수학 함수 형태로 표현되지 못하는 경우에는 추출법이나 확률 유한요소법, 응답면 기법을 이용한 접근이 주를 이루어왔다.

추출법 중 대표적인 Crude Monte-Carlo 추출법은 각 확률변수의 통계적 분포 특성을 반영하여 충분히 많은 횟수의 구조해석을 수행하고 파괴가 발생한 횟수를 전체 수행횟수로 나눈 값을 파괴확률로 취하는 방법으로, 구조해석의 수행에 많은 시간과 노력이 소요되어 주로 수치적 검증을 위한 경우에 사용된다. 확률 유한요소법은 비교적 적은 횟수의 구조해석을 수행하고 그로부터 각 확률변수의 미분 계수를 산정하여 이용하는 방법으로, 추출법보다는 시간과 노력이 절감되나 구조물이 비탄성 거동을 하게 되면 미분 계수의 산정이 어려운 난점이 있다. 한편 응답면 기법은 적은 횟수의 구조해석 결과를 이용하여 파괴가 일어나기

쉬운 영역에 대하여 한계상태 방정식을 근사시키고 근사된 한계상태 방정식을 이용하여 기존의 Level 방법으로 신뢰성 해석을 수행하는 방법으로, 근사의 정도만 보장된다면 구조해석에 소요되는 시간과 노력을 절감할 수 있으면서도 기존의 신뢰성 해석법을 무리없이 적용할 수 있다.

본 논문에서는 통계학의 회귀분석법에 기반을 둔 중심합성 계획법(Central Composite Design), Bucher와 Bourgund에 의해 제안된 Bucher- Bourgund 법의 다항식 근사법과 함께, 인간의 학습능력을 모사한 인공신경망을 이용한 근사법의 세 가지 방법을 응답면 기법으로 이용하여 구조물의 신뢰성 해석 예를 보이고 각 방법을 비교, 검토하였다.

2. 응답면 기법 (RSM : Response Surface Method)

응답면 기법은 관심있는 영역에서 몇 개의 표본점을 선정하여 선정된 표본점에서의 구조해석 결과를 이용하여 implicit한 한계상태 방정식을 근사하는 방법으로, 그 적용에 있어서 중요한 사항으로는 근사의 정도, 근사를 위해 필요한 구조해석의 횟수, 그리고 구조해석을 수행하여야 할 표본점의 선정 등이 있다. 이 중 표본점의 선정은 각 확률변수의 확률분포함수로부터 결정하는 방법과 중심점을 정하여 그 주변으로 일정 거리만큼 떨어져 있는 점을 취하는 방법이 제안되었다[1]. 확률변수의 갯수가 적고 각 확률변수가 응답에 미치는 역할이 확연한 경우에는 확률분포함수를 이용하는 것이 유리하나, 일반적으로 응답에 대한 각 확률변수의 역할이 명확하지 못 하므로 본 논문에서는 표본점 선정법으로 후자를 이용하였다.

또한 각 확률변수 X_i 는 계산의 안정성과 불변성(invariance)[2] 확보를 위하여 평균 μ_i 와 표준편차 σ_i 를 이용하여 식 (1)과 같이 x_i 로 표준화시켜 취급하여 본 논문에서 다루는 모든 확률변수는 평균이 0 이고 표준편차가 1 인 특성을 갖도록 하였다.

$$x_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \quad (1)$$

근사된 한계상태 방정식을 이용하여 신뢰성 해석을 수행할 때 대부분의 Level 방법에서는 한계상태 방정식의 일계 미분값만을 이용하는 것이 일반적이므로 다항식 근사의 경우 그 차수를 2차로 설정하였는데, 2차의 근사된 한계상태 방정식은 2 차라는 차수가 갖는 특성상 원점으로부터 최소 거리에 있는 한계상태 방정식상의 점인 MPFP(Most Probable Failure Point)를 찾는 문제로 귀결되는 신뢰성 해석에 가장 적합한 형태로 기능하게 된다.

신뢰성 해석에 있어서 가장 관심있는 영역은 파괴가 발생하기 쉬운 영역으로 표준화된 확률변수의 공간에서 MPFP 근처이며 신뢰도 지수 β 는 원점에서 MPFP 까지의 거리로 정의되므로, 응답면 기법에 의해 근사된 한계상태 방정식은 이 영역에서 그 정도가 만족스러울 것이 요구된다. 따라서 응답면 기법법에 의한 근사를 수행함에 있어 식 (2)의 선형보간을 이용하여 근사영역의 중심점을 MPFP 쪽으로 이동시킨 다음 재근사 시킴으로써 MPFP 부근에서 높은 정도를 보장하도록 하였다[3].

$$x_{i0}^{new} = x_{i0}^{old} + (x_i^{MPFP} - x_{i0}^{old}) \frac{F(x_{i0}^{old})}{F(x_{i0}^{old}) - F(x^{MPFP})} \quad (2)$$

식 (2)에서 x_{i0}^{new} 는 새로운 중심점을 의미하고, x_{i0}^{old} 는 근사시 이용된 중심점, x^{MPFP} 는 근사식을 이용하여 구한 MPFP를 의미하며, $F(\)$ 는 구조해석에 의한 응답값을 의미한다. 또한 식 (3)을

이용하여 어느 기준 이상의 정도가 보장될 때까지 근사를 반복하도록 할 수 있는데, 대개의 경우 2 번 내지는 3번의 근사로 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다.

$$F_{approx.}(x^{MPFP}) - F(x^{MPFP}) < \epsilon \quad (3)$$

2.1 중심합성 계획법 (CCD : Central Composite Design)

중심합성 계획법은 통계학에서 중회귀분석법을 이용하여 일정한 통계적 특성을 보장하는 응답면 근사식을 얻기 위한 표본점 선정법의 하나로, 근사식의 형태는 식 (4)와 같이 연성항을 포함하는 2차 다항식이며 각 미정계수들은 최소 자승법에 의한 중회귀 분석에 의하여 구하여진다.

$$F_{approx.} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n b_{ij} x_i x_j$$

$$\{b\} = ([X]^T [X])^{-1} [X]^T \{y\} \quad (4)$$

식 (4)의 형태로 근사된 회귀방정식은 직교성(orthogonality), 회전성(rotatability), 정도의 균일성(uniform precision)과 같은 통계적 성질을 갖게 된다. 직교성이란 b_i 의 공분산 행렬 $[X]^T [X]$ 이 대각 행렬로 구성되어질 때 얻어지는 성질로, 이 경우 b_i 들은 서로 통계적으로 독립이 유지된다. 회전성은 근사된 파단 방정식 $F_{approx.}$ 의 분산이 중심점으로부터의 거리에만 의존하는 성질로, 표본점이 동일원 상에 5개 이상 균등하게 배치되어 있고 중심점에서의 중복 관측횟수(n_0)가 1개 이상이면 보장된다. 정도의 균일성은 중심점으로부터 일정한 거리 이하의 영역에서 $F_{approx.}$ 가 일정한 정도를 유지하는 성질이다.

앞에서 언급한 수학적 성질을 보장하기 위해 중심합성 계획법에서 요구하는 표본점[4]은 확률변수의 갯수가 n 일 때 중심점 외에 $F(= 2^n)$ 개

의 Factorial Point와 $2n$ 개의 축점(star point)이 선정되어 표본점의 갯수는 모두 $n_0 + 2n + 2^n$ 개가 되고, 따라서 1회 근사시 필요한 구조해석의 횟수는 $1 + 2n + 2^n$ 번이다.

Fig. 1에 확률변수가 2개인 경우 표준화된 확률 변수의 공간에서 선정된 표본점의 위치를 보였다. Fig. 1에서 축점의 위치 k 는 식 (5)에 의해 결정되며 근사된 한계상태 방정식의 회전성을 보장하게 된다[4].

$$k = F^{1/4} \quad (5)$$

중심합성 계획법에 의한 중회귀분석은 근사식의 오차 분석을 할 수 있고 식 (4)에서의 각 미정계수 값의 중요도를 정량적으로 다룰 수 있는 정보를 산정할 수 있는 분산분석표(ANOVA : ANalysis Of VAriance table)를 작성할 수 있는 잇점이 있으나, 확률변수의 갯수가 많아지게 되면 Factorial Point의 수가 급증하여 필요한 구조해석의 횟수가 커지는 단점이 있다. 2^{-m} th Fractional Factorial Design[4]은 앞에서 언급한 회귀방정식의 세 가지 수학적 특성을 유지하면서도 Factorial Point의 수를 2^{n-m} 개로 줄일 수 있는 계획법으로, 본 논문에 게재한 계산예에서는 2^{-1} th Fractional Factorial Design을 이용하여 구조해석의 횟수를 $1 + 2n + 2^{n-1}$ 개로 줄이도록 하였다.

2.2 Bucher - Bourgund 법

Bucher-Bourgund법[3]은 중심합성 계획법에 의해 근사된 한계상태 방정식이 갖는 통계적 성질을 포기하는 대신 표본점의 수를 줄여 근사에 필요한 구조해석의 횟수를 줄일 목적으로 제안된 방법으로 근사식의 형태는 식 (6)과 같이 연성항이 없는 이차 다항식이다.

$$F_{approx.} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 \quad (6)$$

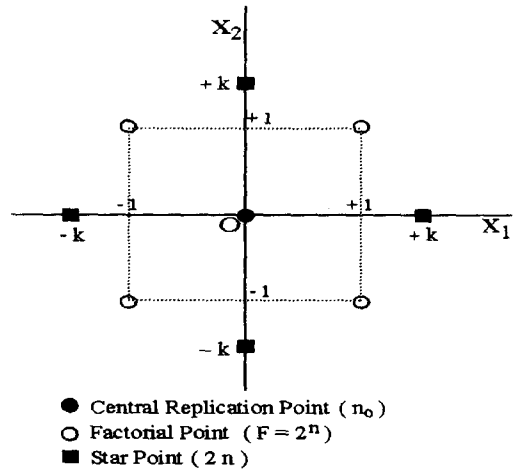


Fig. 1 Sampling Points in Central Composite Design

식 (6)에서 알 수 있듯이 확률변수의 갯수가 n 일 때 Bucher와 Bourgund는 Fig. 2와 같이 Factorial Point를 제외하고 중심점과 그 중심점으로부터 각각 $\pm k$ 만큼의 거리에 있는 축점만을 표본점으로 이용하도록 하였다.

이 때 축점의 위치를 결정하는 k 값은 특별한 제안은 없으나 경험상 2 내지는 3의 값을 이용할 경우 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다.

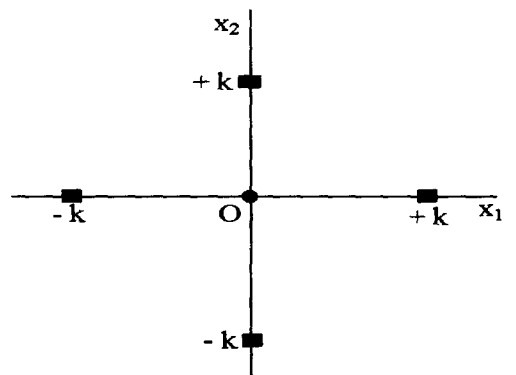


Fig. 2 Sampling Points in Bucher-Bourgund Method

2.3 인공신경망(Artificial Neural Network)을 이용한 근사법

신경망 이론은 사람의 뇌에 대한 연구결과를 토대로 인공적으로 지능을 개발하고자 하는 노력의 일환으로 뇌의 신경세포와 그것들의 연결관계를 모방한 인공신경세포들의 망을 구성하여 인공지능을 구현하려는 이론이다. 즉 사람의 뇌는 뉴런이라는 수많은 신경세포들의 집합체인데, Fig. 3에서와 같이 이들 각각의 신경세포들은 짧은 수상돌기로 자극을 받아들이고 긴 축색돌기로 이웃한 신경세포에 그 반응을 전달하며 수상돌기와 축색돌기 사이에는 시냅스라는 연결물질이 정보교환의 역할을 수행한다. 이들 신경세포들은 외부 반응에 대하여 적절한 연결선은 강화되고 부적절한 연결선은 약화되어 비슷한 외부 자극에 대하여 학습된 적절한 반응을 보이게 된다.

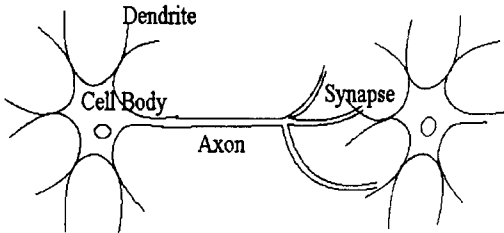


Fig. 3 Biological Neuron

이와 같은 신경세포의 학습기능을 모방한 인공신경망은 Fig. 4와 같이 입출력 (X_i, y) 단자와 정보처리 부분으로서 연결강도 (w_i), 가중합 (Σ), 그리고 Sigmoid 함수 (f), 기억 장소를 가진 매우 간단한 구조로 이루어진 인공신경세포를 수평, 수직적으로 연결하여 Fig. 5와 같이 계층을 이루도록 구성한 것으로 각 신경세포 사이의 연결강도를 조절함으로써 학습을 수행하게 된다. 이 때 수평적으로 동일선상에 늘어선 무리의 신경세포들을 층이라고 부르며, 같은 층 내의 신경세포들은 기능적으로 같은 작업을 수행하여 동시동작과 병렬동작의 기본단위가 된다. 신경망을 구성하는 각 층들은 그 기능에 따라, 신경망의 외부로부터 입력을 받아들이는 입력층(input layer), 신

경망의 외부로 출력을 내보내는 출력층(output layer), 그리고 입력층과 출력층 사이의 은닉층(hidden layer)으로 구분된다.

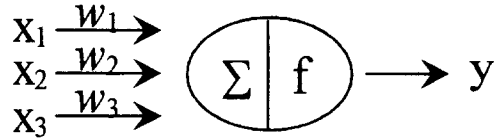


Fig. 4 Artificial Neuron

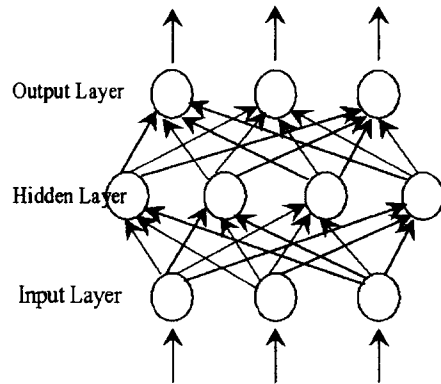


Fig. 5 Neural Network

각 인공신경세포들의 출력값은 연결강도가 곱하여져 상층의 각 인공신경세포에 전달되며, 인공신경세포에서는 입력된 신호의 가중합을 자신의 특성에 따른 활성화함수에 대입하여 그 결과를 출력값으로 다시 전달한다. 따라서 신경망을 학습시킨다는 것은 각 신경세포 사이의 연결강도 w_{ij} 의 값을 결정해주는 것을 의미한다.

본 논문에서는 학습방법으로 역전파 알고리즘을 사용하였다. 역전파 학습방법은 출력층에서의 값과 학습되어야 할 값사이의 오차를 계산하고 그 오차를 뒷쪽 은닉층에 전파시켜, 오차를 줄이는 방향으로 신경세포사이의 연결강도를 조정하는 방법이다. 학습을 종료하는 조건은 오차들의 제곱합이 정해진 기준이하가 되는 것으로, 기준은 임의로 결정되어질 수 있다. 단계별 역전파 알고리즘은 다음과 같다.

단계 1 : 학습을 위한 자료를 준비하고 신경망의 구조를 결정한다.

단계 2 : 준비된 학습자료를 입력층을 통하여 다음의 은닉층에 전달한다.

단계 3 : 은닉층을 구성하는 각 신경세포는 입력된 신호의 가중합을 계산하여 활성화함수에 대입한 결과를 다음의 은닉층에 전달하는 과정을 연속적으로 수행하여 최종 결과를 출력층에 전달한다. 이 때 활성화함수로는 Fig. 6과 같은 Sigmoid 함수를 사용하였다.

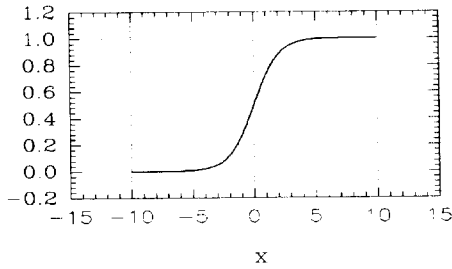


Fig. 6 Sigmoid Function

단계 4 : 출력층에서는 식 (7)에 따라 오차 e_j 와 연결강도의 수정계수 δ_j 를 계산하고, 수정계수 δ_j 에 연결강도를 곱하여 아래층의 은닉층으로 역전파시킨다.

$$e_j = t_j - a_j \tag{7}$$

$$\delta_j = f'(a_j) e_j = a_j (1 - a_j) e_j$$

식 (7)에서 t_j 와 a_j 는 각각 학습자료로 이용된 응답값과 신경망에 의한 출력값을 의미하며, $f'(a_j)$ 는 a_j 에서의 활성화함수의 미분계수로 Sigmoid 함수의 경우 $a_j(1 - a_j)$ 와 같다.

단계 5 : 은닉층을 이루는 각 신경세포는 식 (8)에 의하여 오차 e_i 와 수정계수 δ_i 가 계산되고 아래층으로 역전파 된다. 은닉층의 모든 신경세포의 수정계수가 결정되면 식 (9)에 의해 연결강도를 변경시킨다. 이 때 식 (9)에서 a 는 학습률로서 0.5~0.9의 값을 갖는 상수이다.

$$e_i = \sum_{k=1}^n w_{ik} \delta_k \tag{8}$$

$$\delta_i = f'(a_i) e_i$$

$$w_{ij}^{new} = w_{ij}^{old} + a \delta_j a_i \tag{9}$$

단계 6 : 준비된 모든 자료에 대하여 단계 2에서 단계 5까지를 반복한 다음, 출력층에서의 오차 제곱의 합을 계산한다.

단계 7 : 단계 6에서 계산된 오차 제곱의 합의 허용치(ϵ) 보다 작을 때까지 다시 준비된 모든 학습자료에 대하여 단계 2에서 단계 6까지의 과정을 반복한다.

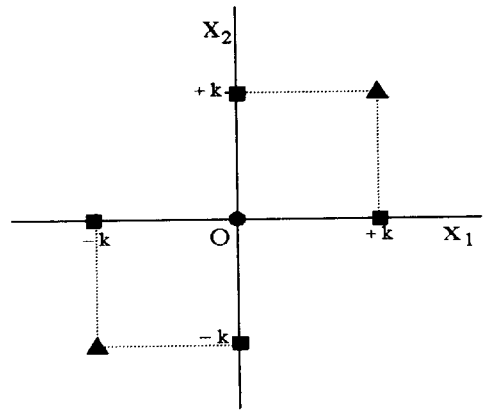


Fig. 7 Sampling Points in Neural Network

학습자료의 준비를 위한 표본점의 선정은 Fig. 7과 같이 중심점과 축점, 그리고 두 개의 모서리 점을 포함하여 한 번의 근사를 위해 확률변수의 개수가 n 일 때 $2n + 3$ 번의 구조해석이 필요하도록 선정하였다. 표본점 중 ▲로 표시된 두 개의 모서리점은 한계상태 방정식을 근사함에 있어서 응답값으로 음수가 되는 학습자료가 포함될 경우 근사의 정도가 향상되는 점을 고려하여 선정하였다. 축점과 모서리점의 위치를 결정하는 k 의 값은 첫 근사에서는 5 정도로 하고, 근사를 반복하여 MPFP 근처로 중심점이 옮겨온 다음부터는 2 내지 3의 값을 사용하였다.

3. 계산에

응답면 기법으로 2장에서 기술한 중심합성 계획법, Bucher-Bourgund법과 신경망을 이용한 근사법을 이용하여 Truss와 Frame 문제, 그리고 적층판과 1자유도 비선형 동적계 문제에 대하여 신뢰성 해석을 수행하고 유용성을 검토하고 1자유도 비선형 동적계 문제에서는 추출법과 각 응답면 기법을 이용할 때 소요되는 시간을 비교하여 응답면 기법의 효율성도 검토하였다.

모든 확률변수는 정규분포를 따른다고 가정하였고, 근사된 한계상태 방정식을 이용한 신뢰성 해석을 위하여는 다항식 근사법에서는 Hasofer-Lind 법[2]을 이용하고, 신경망을 이용한 근사법에서는 Simulated Annealing법[5]을 이용하였다. 그리고, 중심합성 계획법에서는 Factorial Point의 갯수를 줄이기 위하여 $2^{-1}th$ Fractional Factorial Design을 이용하였으며, 신경망을 이용한 방법에서 신경망의 구조를 단층 신경망으로 입력층의 세포 수는 확률변수의 수와 같고, 출력층의 세포 수는 1개로, 그리고 은닉층은 학습시간을 고려하여 단층으로 하고 그 세포 수는 입력층과 출력층의 신경세포 수의 합과 동일하게 하고, 오차 제곱의 합은 10^{-5} 이내로 하였다.

3.1 Three Bar Truss 문제

Fig. 8과 같은 트러스 구조물[6]에 대하여 각 확률변수의 통계적 특성이 Table 1과 같을 때, 식 (10)과 같이 용력과 변위를 각각 한계상태 방정식으로 선정하여 신뢰성 해석을 수행하였다. 그리고, 응답면 기법을 이용한 신뢰성 해석의 타당성 검토를 위한 엄밀해로 추출횟수를 100,000번으로 하는 Crude Monte-Carlo 추출법에 의한 파괴확률을 이용하였다.

$$F_1 = \sigma_y - \sigma_1 \tag{10}$$

$$F_2 = v_{Max} - v_4$$

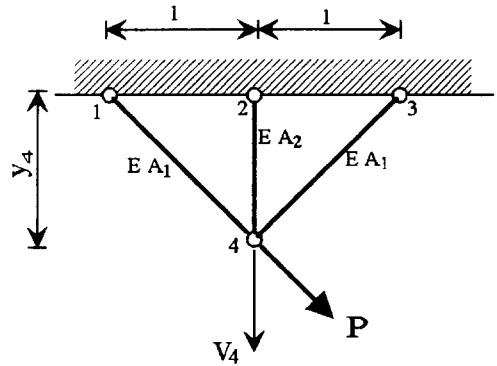


Fig. 8 Schematic View of Three Bar Truss

Table 1 Statistical Property for Three Bar Truss Problem

Var.	E	A ₁	A ₂	y ₄	F	v _{Max}	σ _y
mean	1.0e7	1.0	1.0	1.0	20000	0.001	20000
cov	0.03	0.02	0.02	0.05	0.1	0.05	0.05

추출법과 세 가지의 응답면 기법을 이용한 신뢰성 해석 결과를 Table 2에 보였는데, 근사시키고자 하는 한계상태 방정식의 성격에 무관하게 세 가지 방법이 모두 만족스러운 결과를 주고 있음을 확인할 수 있다.

Table 2 Comparison of Results for Three Bar Truss Problem

Method		CMC	B-B	CCD	NN
F ₁	β	3.31270	3.30297	3.3084	3.34960
	P _i	4.62e-4	4.78e-4	4.69e-4	4.05e-4
F ₂	β	1.57724	1.56509	1.56741	1.70027
	P _i	5.74e-2	5.88e-2	5.85e-2	4.45e-2

3.2 Portal Frame 문제

Fig. 9와 같은 Portal Frame 구조물[7]에 대하여 각 확률변수가 Table 3의 통계적 특성을 갖을 때 응답면 기법으로서의 각 방법의 유용성을 검토하였다. 엄밀해로는 Crude Monte-Carlo 추출법을 이용하여 100,000번의 추출을 수행하였고, 중심합성 계획법으로는 한 번의 근사를, Bucher-Burgund법과 신경망을 이용한 근사법으로는 두 번의 근사를 수행하였다

$$F = \sigma_y - \sigma_{Max} \tag{11}$$

$$\sigma_{Max} = \left| \frac{P_{axial}}{A} \right| + \left| \frac{M \cdot y_{Max}}{I} \right|$$

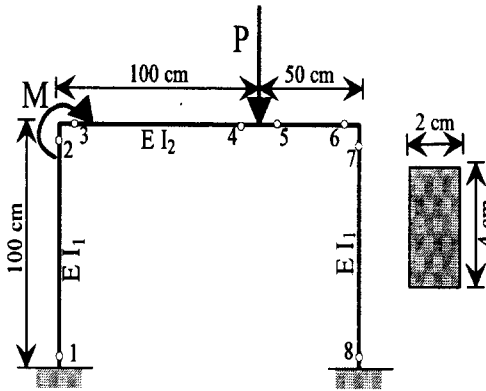


Fig. 9 Schematic View of Portal Frame Structure

한계 상태 방정식으로는 각 check point에서 인장력과 굽힘 모멘트에 의해 유발되는 최대 응력값을 식 (11)에 의하여 산정되도록 하였다.

Table 3 Statistical Property for Portal Frame Problem

Var.	M	F	E	I ₁	I ₂	σ _y
mean	90	4.9	2.1e4	13.33	10.67	24
cov	0.4	0.2	0.1	0.1	0.1	0.05

(in [kN] for Force and in [cm] for Length)

절점 2, 4, 6 번의 응력에 대한 한계상태 방정식의 근사를 각 방법에 의해 수행한 결과를 Table 4에 보였다.

Table 4 Comparison of Results for Portal Frame Problem

check point	CMC	B-B	CCD	NN	
2	β	2.08138	2.08556	2.08681	2.08006
	P _j	1.870e-2	1.851e-2	1.845e-2	1.876e-2
4	β	1.40306	1.37980	1.39647	1.38995
	P _j	8.030e-2	8.383e-2	8.1296e-2	8.227e-2
6	β	1.33047	1.32154	1.31311	1.32909
	P _j	9.168e-2	9.316e-2	9.457e-2	9.191e-2

3.3 대칭 적층판의 구조 강도 신뢰성 해석

[±60° / 0°]_s의 적층순서를 갖는 횡방향 등방성의 Graphite/Epoxy(T300/934) 3축 대칭 적층판[9]이 주변 단순 지지로 횡하중을 받는 경우에 대하여 구조 강도 신뢰성 해석을 수행하였다. 범용 구조해석 패키지인 ANSYS[8]의 shell99 요소를 이용하여 Fig. 10에서와 같이 모델링하여 구조 해석을 수행하였으며, 한계상태 방정식으로는 Tsai-Wu 파단 방정식을 이용하여 평균점에서 강도여유가 가장 작은 25번 요소에 대하여 근사를 수행하였다. 각 층의 두께는 동일하다고 가정하였으며, 신뢰성 해석에 이용된 각 확률변수의 통계적 특성은 Table 5에 보인 바와 같다.

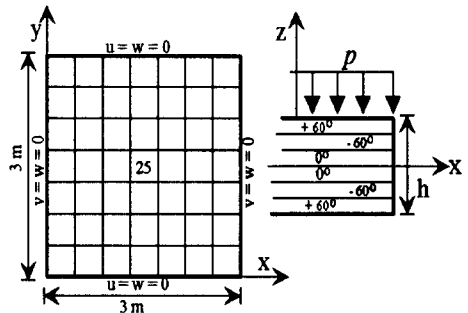


Fig. 10 FEM Modelling by SHELL99 Element

Table 5 Statistical Property of Composite Laminate

Var.	X_t	X_c	Y_t	Y_c	R	h	p
mean	1393	1447.9	44.8	172.4	62.1	24	10
cov	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.083	0.3

(in [GPa] for Strength, in [mm] for Thickness and in [MPa] for Pressure)

Table 6에 각 방법을 이용한 신뢰성 해석의 결과를 보였는데, 복합재 적층판과 같이 거동의 예측이 복잡한 계에 대하여도 비교적 적은 수의 구조해석으로부터 만족스러운 신뢰성 해석 결과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

Table 6 Comparison of Results for Composite Laminates Problem

Method	B-B	CCD	NN
β	2.67779	2.82931	2.67986
P_f	3.70550e-3	2.33242e-3	3.68265e-3
F at MPFF	-0.0007	-0.0510	0.06977

3.4 비선형 1자유도 동적계 문제

Fig. 10에서와 같이 변위가 임계값 r 보다 크면 강성이 줄어들며 드는 비선형성을 갖는 1자유도계[10]에 대하여 각 확률변수의 통계적 특성이 Table 7과 같으며 식 (12)와 같은 한계상태 방정식을 이용하여 동적 구조 신뢰성 해석을 수행하였다. 응답은 시간간격 Δt 가 10^{-4} 로 평균 가속도가정하의 Newmark 방법을 이용하여 구하였으며 엄밀해로는 추출횟수 10,000번의 Crude Monte-Carlo 추출법의 결과를 이용하였다.

$$F = 3r - |x_{Max}| \quad (12)$$

식 (3)의 근사 종료기준 ϵ 을 10^{-4} 으로 한 결과 중심합성 계획법과 Bucher-Bourgund법은 두 번의 근사로 종료되었으나, 신경망에 의한 근사의

Table 7 Statistical Property for Non-linear SDOF Dynamic Problem

Var.	m	k_1	k_2	r	F_1	t_1
mean	1.00	1.00	0.10	0.50	1.00	1.00
cov	0.05	0.10	0.01	0.05	0.20	0.20

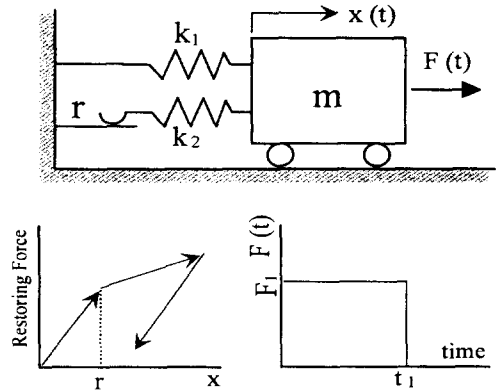


Fig. 11 Nonlinear SDOF Oscillator

경우 4번의 근사에 의해 $\epsilon = 10^{-2}$ 에서 종료하였는데 이는 Fig. 7에서 선정된 표본점의 수가 부족하여 MPFF 부근에서의 근사 정도가 충분하지 않기 때문으로 생각된다. Table 8에 각 방법에 의한 결과와 Bucher-Bourgund법에 소요된 시간을 1로 보았을 때 각 방법에서 소요된 시간을 함께 보였다.

Table 8 Comparison of Results for Nonlinear SDOF Dynamic Problem

Method	CMC	B-B	CCD	NN
β	1.72348	1.68413	1.68404	1.69114
P_f	4.24e-2	4.61e-2	4.61e-2	4.54e-2
time	302.56	1.00	3.06	6.52

4. 각 방법의 비교

3장의 계산예에서 응답면 기법으로 사용된 세 방법 모두가 Crude Monte-Carlo 추출법에 의한

결과와 유사한 결과를 보이므로 일반적인 구조물과 같이 한계상태 방정식을 확률변수의 함수로 표현할 수 없는 경우의 신뢰성 해석을 위해 응답면 기법이 유용하게 이용될 수 있음을 확인할 수 있다. 특히 비선형 1자유도 동적계 문제에서 보인 계산에 소요된 시간에서 알 수 있듯이 응답면 기법은 추출법을 이용하는 경우에 비해 계산 시간면에서 큰 이득을 기대할 수 있다.

Table 9는 몇 가지 확률변수의 개수에 대하여 각 방법에서 한 번의 근사를 위해 필요한 구조해석의 횟수를 서로 비교한 것인데, 확률변수의 수를 n 이라고 할 때, 중심합성 계획법은 2^{-m} th Fractional Factorial Design을 이용하는 경우 $1 + 2n + 2^{n-m}$ 개, Bucher-Bourgund법은 $1 + 2n$ 개, 인공신경망을 이용하는 경우는 $3 + 2n$ 개가 필요하다. 따라서 표본점의 갯수만큼의 구조해석이 요구된다는 점을 고려하면 세 방법 중 Bucher-Bourgund법이 시간과 노력의 절감 측면에서는 가장 유리하다.

Table 9 Number of Structural Analysis (* : 2^{-1} th Fractional Factorial Design)

n	2	3	4	5	6	7
B-B	11	15	19	23	27	31
CCD	9	15	25	*27	*45	*79
NN	13	17	21	25	29	33

중심합성 계획법과 Bucher-Bourgund법은 다항식 근사법으로 별다른 차이가 없이 다만 중심합성 계획법을 이용할 경우 보장되는 근사식의 통계적 성질을 포기하는 대신 Factorial Point수만큼의 구조해석 횟수를 줄이려는 노력으로 Bucher-Bourgund법이 제안되었다고 할 수 있다. 일반적으로 확률변수의 갯수가 적은 경우는 두 방법이 시간면에서 크게 차이가 나지 않으므로 근사 오차의 정량적 해석을 위한 분산분석표의 작성이 가능한 중심합성 계획법을 이용하는 것이 유리하나, 확률변수의

갯수가 많은 경우는 Factorial Point의 수가 급증하여 표본점에서의 응답을 구하기 위한 구조해석에 소요되는 시간이 과도하게 소요되므로 Bucher-Bourgund법을 추천할 수 있다.

신경망을 이용한 근사법은 학습자료를 위해 표본점에서 구조해석을 하는데 소요되는 시간외에도 마련된 학습자료로 신경망을 학습시키는 데 소요되는 시간도 고려할 필요가 있는데, 확률변수의 수가 많을수록 학습자료의 준비와 학습에 소요되는 시간이 증가하므로 다항식 근사에 비해 시간면에서 경쟁력을 상실하게 된다. 그리고, 신경망에 의한 근사에서 근사의 정도와 학습에 소요되는 시간 모두에 영향을 주는 요소로는 학습자료의 수 외에도 은닉층의 수와 은닉층을 구성하는 신경세포의 수 등 신경망의 구조가 있는데, 은닉층을 하나로 하고 은닉층의 세포수로는 입력층과 출력층을 구성하는 세포수의 합으로 구성하는 것이 일반적이다. 특히 표본점에서 응답이 0 미만인 학습자료가 반드시 포함되어야 의미있는 근사가 가능하므로 표본점의 선정에 특히 유의하여야 한다.

근사의 정도 측면에서 보면 다항식 근사에서는 불가능하나 신경망을 이용한 근사법은 오차의 한계를 직접 제어할 수 있으며, 다항식 근사가 이전 단계의 근사시 이용한 학습자료를 이후 단계에서는 전혀 이용할 수 없는데 비해 신경망을 이용한 근사는 이전 단계의 근사에 이용된 모든 학습자료를 다시 이후 단계의 근사를 위해 이용할 수 있는 장점이 있다. 그러나, 경험상 Fig. 7보다는 더 많은 표본점이 필요한 것으로 사료된다.

그러나, 신경망에 의한 근사는 implicit한 한계상태 방정식이 각 신경세포 사이의 학습된 연결강도에 의한 역시 implicit한 형식으로 남아 있게 되어 다항식 근사의 경우처럼 근사된 다항식으로부터 문제의 계에 대한 이해가 불가능하며, 같은 이유로 미분계수를 이용하는 대부분의 기존의 Level 방법과의 연결이 용이하지 않아 본 논문에서는 SA법을 이용하였으나 이 경우 비정규분포를 하는 확률변수의 취급이 불가능하므로 중요도 추출법

(Importance Sampling)과 같은 파괴확률 산정법을 연결하는 것이 바람직하다고 생각된다.

5. 결 론

이상에서 중심합성 계획법과 Bucher-Bourgund 법, 그리고 신경망을 이용한 근사법은 모두 적은 노력으로도 만족스러운 신뢰성 해석을 할 수 있는 효과적인 응답면 기법임을 확인하였다. 특히 Bucher-Bourgund법은 수학적 배경은 부족하나 한계상태 방정식의 근사에 가장 효과적인 방법이라 할 수 있다. 그리고, 유사한 다항식 근사법으로 중심합성 계획법은 상대적으로 많은 노력이 필요하나 비교적 정도 높은 근사와 근사식으로부터 확률변수로 고려한 인자가 구조물의 응답에 미치는 영향에 대한 이해를 도모하고자 할 때 유리하다. 신경망을 이용한 근사법은 학습자료 이용의 효율성과 근사 오차의 제어 등 응답면 기법으로의 이용 가능성을 확인할 수 있었으나 표본점의 선정, 신경망 구조의 결정 등에 대한 좀더 체계적인 연구가 필요하다고 판단된다.

후 기

본 논문은 한국 과학재단의 '93년도 목적기초 연구수행 과제'의 세부과제로 수행되었으며, 차체에 관계자 여러분께 감사를 포함합니다.

참 고 문 헌

[1] M. R. Rajashekhar & B. R. Ellingwood, "A New Look at the Response Surface Approach for Reliability Analysis," Structural Safety, vol.12, 1993, pp.205-220

[2] A. M. Hasofer & N. C. Lind, "Exact and Invariant Second-Moment Code Format," Journal of the Engineering Mechanics, EMI, Feb. 1974

[3] C. G. Bucher & U. Bourgund, "A Fast and Efficient Response Surface Approach for Structural Reliability Problem," Structural Safety, vol.7, 1990, pp.57-66

[4] A. I. Khuri & J. A. Cornell, Response Surfaces, Marcel Dekker, Inc., 1987

[5] 양영순, 김기화, "전체 최적화를 위한 확률론적 탐색 기법," 전산 구조 공학회, 제 5권, 제 2호, 1992

[6] Y. W. Lin & F. Moses, "A Sequential Response Surface Method and Its Application in the Reliability Analysis of Aircraft Structural Systems," Structural Safety, vol.16, 1994, pp.39-46

[7] 양영순, 서용석, "Response Surface Method 에 의한 구조 신뢰성 해석," 제 3차 유도 무기 기체/발사대 분야 학술 대회 논문집, 국방과학연구소, 1991년 9월 16일

[8] ANSYS, ANSYS User's manual for Revision 5.0, Vol. III, IV, V, Swanson Analysis System, Inc., 1994

[9] 이재욱, 복합재 적층판의 구조 강도 신뢰성 해석, 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 1995

[10] C. G. Bucher, Y. M. Chen & G. I. Schueller, "Time Variant Reliability Analysis Utilizing Response Surface Approach," Reliability & Optimization of Structural Systems '88, Springer, Berlin, 1989

[11] 김관영, 인공신경망을 이용한 신뢰성 해석, 서울대학교 대학원 석사학위 논문, 1995