

정상 평면충격파에 대한 Navier-Stokes 방정식의 적용한계에 관한 열역학적 연구

吳 美 基

배재대학교 화학과

(1996. 3. 6 접수)

Thermodynamic Study on the Limit of Applicability of Navier-Stokes Equation to Stationary Plane Shock-Waves

Young Gie Ohr

Department of Chemistry, Paichai University, Taejon 302-735, Korea

(Received March 6, 1996)

요 약. 선형 비평형 열역학의 최소 엔트로피 생성원리를 사용하여 정상 평면충격파 현상에 대한 Navier-Stokes 유체방정식의 적용한계를 연구하였다. 해석적 결과를 얻기 위하여 평형상태에 가까운 하류 위치에서 방정식을 선형화 하였다. 하류 극한의 경계조건을 충족하는 Navier-Stokes 방정식의 해를 충격파 진행속도의 마하수 $M=1$ 근처에서 급수전개하였을 때, 일차항까지는 열역학의 요구조건과 부합하였다.

ABSTRACT. The limit of applicability of Navier-Stokes equation to stationary plane shock-waves is examined by using the principle of minimum entropy production of linear irreversible thermodynamics. In order to obtain analytic results, the equation is linearized near the equilibrium of downstream. Results show that the solution of Navier-Stokes equation which fits the boundary condition of far downstream flow is consistent with the thermodynamic requirement within the first order when the solution is expanded around the $M=1$, where M is the Mach number of upstream speed.

서 론

제가 평형에서 크게 벗어나지 않은 상태에 대한 비평형 열역학 이론은 이미 완성되어 여러 현상에 대한 해석과 예측이 가능하게 되었다.^{1,2} 다만 계의 상태가 평형에 가까워야 한다는 제약이 따른다. 여기서 평형에 가까운 상태라 함은, 예컨대 기체계에서 분자의 속도분포함수가 Maxwell 분포함수를 기준으로 섭동론을 적용할 때 일차 섭동항만을 사용하여도 실험결과를 정량적으로 예측할 수 있는 상태를 뜻한다. 이러한 선형 비평형 열역학 이론의 핵심부분은 Onsager의 가역원리(principle of reciprocal relation)와 Prigogine의 최소 엔트로피 생성원리(principle of minimum entropy production)로 요약할 수 있다.

일반으로 비평형 현상을 해석하기 위해서는 만드

시 열역학 이론을 적용하여야 하는 것은 아니다. 화학반응속도론은 열역학 이론과는 무관하게 정립되어 있으며, 유체현상에 대해서도 고유의 방정식에 의존하여 실험결과를 해석할 수 있다. 열역학 이론은 이러한 현상론이 주장하는 가설의 타당성을 검증하거나 현상론의 적용한계에 대한 기준을 제시한다. 본 연구에서는 Navier-Stokes 유체방정식을 사용하여 충격파 현상을 해석할 때, 충격파 세기에 대한 방정식의 적용한계를 고찰하고자 한다.

Navier-Stokes 유체방정식을 충격파 현상에 적용하면 충격파의 세기가 약한 경우에 한하여 계산값이 실험치 혹은 전산 모의실험 결과와 근접하다는 것은 이미 잘 알려져 있다.^{3,4}

이 유체방정식이 Boltzmann 방정식의 일차 섭동 해로부터 도출할 수 있음을 상기하면 당연한 결과

이다.

충격파의 세기에 대한 척도는 충격파 진행속도를 마하(Mach)수로 표시하여 사용한다. 마하수가 1보다 큰 경우에 충격파가 성립되므로, Navier-Stokes 방정식은 마하 1 근방에서의 실험치를 예측하는 이론이다. 본 연구에서는 최소 엔트로피 생성원리를 사용하여 Navier-Stokes 유체방정식의 적용한계가 마하 1 근방임을 입증하고자 한다.

충격파 이론

문제를 간단히 하기 위하여 $-x$ 방향으로 등속 진행하는 일차원 평면충격파를 고려한다. 이러한 정상 평면충격파(stationary plan shock-wave) 문제는 경계조건을 다루기가 편리하여, 분자운동론의 초기 발전단계에서 관심을 모았던 하나의 고전적 문제이다.⁵ 충격파와 같은 속도로 진행하는 좌표계에서는 충격파는 정지되어 있으며, 충격파 전후의 기체가 $+x$ 방향의 유속을 갖는다. 그리고 좌표계의 원점은 임의로 정할 수 있다. $x \rightarrow -\infty$ 에서는 아직 충격파가 도달하지 않은 흐름(상류)이라면, $x \rightarrow +\infty$ 에서는 이미 충격파가 지나간 후의 흐름(하류)일 것이다. 상류의 유속이 충격파의 진행속도와 크기가 같음은 자명하다.

상-하류간의 질량, 운동량 및 에너지 보존법칙에 의하여 다음과 같은 Rankine-Hugoniot 조건이 성립한다.⁵

$$\rho^i u^i = \rho^f u^f \quad (1a)$$

$$\rho^i k_B T^i / m + \rho^i (u^i)^2 = \rho^f k_B T^f / m + \rho^f (u^f)^2 \quad (1b)$$

$$5\rho^i u^i k_B T^i / m + \rho^i (u^i)^3 = 5\rho^f u^f k_B T^f / m + \rho^f (u^f)^3 \quad (1c)$$

여기서 윗첨자 i 와 f 는 각각 상류와 하류에서의 값을 뜻하며, ρ 는 질량밀도, u 는 유속, T 는 온도, k_B 는 Boltzmann 상수, m 은 분자질량 등을 뜻한다. 충격파에서의 이들의 국소값을 윗첨자 없이 쓰고, 위의 세 보존법칙을 적용하면 충격파 구조(shock profile)에 대한 방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다.⁵

$$\rho^i u^i = \rho u \quad (2a)$$

$$\rho^i k_B T^i / m + \rho^i (u^i)^2 = S_{xx} + \rho k_B T / m + \rho u^2 \quad (2b)$$

$$5\rho^i u^i k_B T^i / m + \rho^i (u^i)^3 = 2u(S_{xx} + \rho k_B T / m) + 2Q_x + 3\rho u k_B T / m + \rho u^3 \quad (2c)$$

여기서, S_{xx} 와 Q_x 는 각각 stress tensor의 xx 성분과 heat flux의 x 성분이다.

수식을 간단히 쓰기 위하여 다음과 같은 무차원 값을 도입한다.

$$\tilde{\rho}_0 = \rho^i / \rho^f, \quad \tilde{u}_0 = u^i / u^f, \quad \tilde{T}_0 = T^i / T^f \quad (3)$$

$$\tilde{\rho} = \rho / \rho^f, \quad \tilde{u} = u / u^f, \quad \tilde{T} = T / T^f \quad (4)$$

$$\tilde{S} = S_{xx} / [\rho^i (u^i)^2], \quad \tilde{Q} = Q_x / [\rho^i (u^i)^3] \quad (5)$$

충격파의 세기를 나타내는 척도로서 상류쪽에서의 유속에 대한 충격파 진행속도의 마하수 M 을 도입하고

$$M = u^i (5k_B T^i / 3m)^{-1/2} \quad (6)$$

마하수와 연관된 파라미터 B 를 다음과 같이 정의하면

$$B = (3/5) M^{-2} \quad (7)$$

식 (1a-c)와 (2a-c)는 다음과 같이 비교적 단순한 꼴로 쓰여진다.

$$\tilde{\rho}_0 \tilde{u}_0 = 1 \quad (8a)$$

$$\tilde{u}_0 + B \tilde{\rho}_0 \tilde{T}_0 = 1 + B \quad (8b)$$

$$\tilde{u}_0^2 + 5B \tilde{T}_0 = 1 + 5B \quad (8c)$$

$$\tilde{\rho} \tilde{u} = 1 \quad (9a)$$

$$\tilde{S} + \tilde{u} + B \tilde{\rho} \tilde{T} = 1 + B \quad (9b)$$

$$2\tilde{u} \tilde{S} + 2\tilde{Q} + \tilde{u}^2 + 5B \tilde{T} = 1 + 5B \quad (9c)$$

식 (8a-c)는 충격파의 경계치를 나타내고 있으며, 이들을 연립으로 풀어보면 아래와 같이 두 조의 해를 얻을 수 있는데,

$$\tilde{\rho}_0^i = 1, \quad \tilde{u}_0^i = 1, \quad \tilde{T}_0^i = 1 \quad (10)$$

$$\tilde{\rho}_0^f = \frac{4}{1+5B}, \quad \tilde{u}_0^f = \frac{1+5B}{4}, \quad \tilde{T}_0^f = \frac{(3-B)(1+5B)}{16B} \quad (11)$$

각각 상류 및 하류에서의 경계치에 해당한다.

식 (9a-c)는 충격파의 구조를 기술하고 있지만 미지수 다섯에 대하여 방정식이 셋이므로 두 개의 방정식이 더 필요하다. 다루고 있는 계가 평형에 가까우면 Newton의 점성법칙과 Fourier의 열전도 법칙을 적용하여 필요한 두 개의 미분방정식을 얻을 수 있으며, 이에 관해서는 다음 절에서 다룬다. 만일 \tilde{u} 와 \tilde{T} 를 미분방정식에 의존하여 해를 찾았다면 $\tilde{\rho}$,

\bar{S} , \bar{Q} 등은 식 (9a-c)를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{\rho} = 1/\bar{u} \quad (12)$$

$$\bar{S} = 1 + B - u - B\bar{T}/\bar{u} \quad (13)$$

$$\bar{Q} = \frac{1}{2}(1 + 5B - 3B\bar{T} - 2\bar{u} - 2B\bar{u} + \bar{u}^2) \quad (14)$$

다음으로 고려할 사항은 좌표계의 원점에 관한 것이다. 충격파가 정지되어 있는 좌표계에서의 원점은 임의의 위치에 둘 수 있으나, 수식의 복잡성을 피하기 위하여 하류($x \rightarrow +\infty$)에 가까운 어느 곳에 원점을 잡는다. 즉, 물리량을 하류에서의 경계치인 식 (11)의 값을 기준으로 급수전개하였을 때 원점에서는 일차항만으로 충분하도록 원점의 위치를 정하여, 원점에서의 무차원 유속과 온도를 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\bar{u}[0] = \bar{u}_0 + \bar{u}_1[0] + \dots \quad (15)$$

$$\bar{T}[0] = \bar{T}_0 + \bar{T}_1[0] + \dots \quad (16)$$

이러한 원점의 위치는 $|\bar{u}_1[0]| \gg (\bar{u}_1[0])^2$ 및 $|\bar{T}_1[0]| \gg (\bar{T}_1[0])^2$ 의 조건이 성립하는 임의의 위치이며, 따라서 $\bar{u}_1[0]$ 이나 $\bar{T}_1[0]$ 중에서 한 값은 이러한 조건을 충족하는 임의의 값을 선택할 수 있다. 다만 $1 < M < \infty$ 의 모든 마하 범위에 대하여 $0 < B < 0.6$ 임을 주목한다면 하류에서의 경계치는 \bar{u} 의 하한치이고 \bar{T} 의 상한치임이 분명하므로, $\bar{u}_1[0] > 0$ 및 $\bar{T}_1[0] < 0$ 인 값이어야 할 것이다. 식 (13), (14)과 (15), (16)을 사용하면 \bar{S} 와 \bar{Q} 의 극소값은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{S}[0] = \frac{2(1-3B)}{1+5B} \bar{u}_1[0] - \frac{4B}{1+5B} \bar{T}_1[0] \quad (17)$$

$$\bar{Q}[0] = -\frac{1}{4}(3-B) \bar{u}_1[0] - \frac{3}{2} B \bar{T}_1[0] \quad (18)$$

Navier-Stokes 방정식

제가 평형에 가까운 경우에는 stress tensor와 strain rate간에는 Newton의 점성법칙이, heat flux와 온도구배 사이에는 Fourier의 열전도법칙이 성립하며 일차원 문제에 대한 표현식은 다음과 같다.^{5,6}

$$S_{xx} = -\frac{4}{3} \eta \frac{du_x}{dx} \quad (19)$$

$$Q_x = -\chi \frac{dT}{dx} \quad (20)$$

여기서 η 는 점도, χ 는 열전도계수이며, 1-원자 분자이면 이들 사이에는

$$\chi = \eta(15k_B)/(4m) \quad (21)$$

의 관계가 있다.⁶ 본 연구에서는 편의상 1-원자 분자의 경우만 다루겠다.

식 (19), (20)을 무차원의 양에 대한 관계식으로 바꾸면

$$\bar{S} = -\frac{4}{3} \bar{\eta} B^{1/2} \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} \quad (22)$$

$$\bar{Q} = -\frac{15}{4} \bar{\eta} B^{3/2} \frac{d\bar{T}}{d\bar{x}} \quad (23)$$

여기서 \bar{x} 는 x 값을 분자의 평균자유행로(l) 값으로 환산한 x/l 에 해당하며, $\bar{\eta}$ 는 다음과 같이 정의된 무차원 점도이다.

$$\bar{\eta} = \frac{\eta}{\rho l} \left(\frac{m}{k_B T} \right)^{1/2} \quad (24)$$

식 (22), (23)을 식 (13), (14)에 대입하면 다음과 같은 비선형 미분방정식을 얻는다.

$$-\frac{4}{3} \bar{\eta} B^{1/2} \frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} = 1 + B - \bar{u} - B\bar{T}/\bar{u} \quad (25)$$

$$-\frac{15}{4} \bar{\eta} B^{3/2} \frac{d\bar{T}}{d\bar{x}} = \frac{1}{2}(1 + 5B - 3B\bar{T} - 2\bar{u} - 2B\bar{u} + \bar{u}^2) \quad (26)$$

식 (25), (26)를 정상 평면충격파에 대한 Navier-Stokes 방정식이라 부르며, 상-하류의 경계치를 충족하는 방정식의 해로부터 $-\infty < \bar{x} < +\infty$ 의 전 영역에 대한 충격파 구조를 예측할 수 있다. 여기서 $0 \leq \bar{x} < +\infty$ 의 영역에 대한 구조에 관심을 둔다면 방정식을 다음과 같이 선형화시킬 수 있다.

$$\frac{d}{d\bar{x}} \bar{u}_1[\bar{x}] = C_{11} \bar{u}_1[\bar{x}] + C_{12} \bar{T}_1[\bar{x}] \quad (27)$$

$$\frac{d}{d\tilde{x}} \tilde{T}_1[\tilde{x}] = C_{21}\tilde{u}_1[\tilde{x}] + C_{22}\tilde{T}_1[\tilde{x}] \quad (28)$$

여기서 계수 행렬요소 C_{ij} 는 다음과 같이 정의된 값들이며

$$C_{11} = -\frac{3(1-3B)}{2(1+5B)B^{1/2}} \frac{1}{\tilde{\eta}}, \quad C_{12} = \frac{3B^{1/2}}{1+5B} \frac{1}{\tilde{\eta}} \quad (29)$$

$$C_{21} = \frac{3-B}{15B^{3/2}} \frac{1}{\tilde{\eta}}, \quad C_{22} = \frac{2}{5B^{1/2}} \frac{1}{\tilde{\eta}} \quad (30)$$

$\tilde{\eta}$ 는 하류 경계 온도 \tilde{T}_0' 에서의 무차원 점도이다.

최소 엔트로피 생성

선형 열역학 이론에 의하면 계가 평형에 가까운 경우에는 엔트로피 생성의 국소값은 flux-force의 관계로 주어진다.¹² 본 논문에서 다루고 있는 일차원 충격파의 경우, $\tilde{x} \geq 0$ 영역에서는 비록 강한 충격파 일지라도 평형에 가깝다고 간주할 수 있으므로 선형 열역학 이론을 적용할 수 있을 것이며, $\tilde{x} = 0$ 에서의 국소 엔트로피 생성 $\sigma[0]$ 을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma[0] = -\frac{1}{T[0]} \left(S_a[0] \frac{du_x[0]}{dx} + \frac{1}{T[0]} Q_r[0] \frac{dT[0]}{dx} \right) \quad (31)$$

무차원의 양을 사용하여 식 (31)을 다시 쓰면

$$\tilde{\sigma}[0] = -\frac{1}{\tilde{T}[0]B^{3/2}} \left(\tilde{S}[0] \frac{d\tilde{u}[0]}{d\tilde{x}} + \frac{1}{\tilde{T}[0]} \tilde{Q}[0] \frac{d\tilde{T}[0]}{d\tilde{x}} \right) \quad (32)$$

이며, $\tilde{\sigma}[0]$ 은 다음과 같이 환산된 양이다.

$$\tilde{\sigma}[0] = \frac{m\sigma[0]}{k_B} \frac{l}{\rho} \left(\frac{m}{k_B T} \right)^{1/2} \quad (33)$$

여기서 식 (17), (18)과 식 (27), (28)을 적용하면

$$\tilde{S}[0] \frac{d\tilde{u}[0]}{d\tilde{x}} = -\frac{4}{3} \tilde{\eta} B^{1/2} (C_{11}\tilde{u}_1[0] + C_{12}\tilde{T}_1[0])^2 \quad (34)$$

$$\tilde{Q}[0] \frac{d\tilde{T}[0]}{d\tilde{x}} = -\frac{15}{4} \tilde{\eta} B^{3/2} (C_{21}\tilde{u}_1[0] + C_{22}\tilde{T}_1[0])^2 \quad (35)$$

이므로, $|\tilde{u}_1[0]| \gg |\tilde{u}_1[0]|^2$ 및 $|\tilde{T}_1[0]| \gg |\tilde{T}_1[0]|^2$ 을 활용하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{T}_0'}{\tilde{\eta}} \tilde{\sigma}[0] &= \frac{4}{3B} (C_{11}\tilde{u}_1[0] + C_{12}\tilde{T}_1[0])^2 \\ &+ \frac{15}{4\tilde{T}_0'} (C_{21}\tilde{u}_1[0] + C_{22}\tilde{T}_1[0])^2 \quad (36) \end{aligned}$$

앞 절에서도 논하였듯이, $\tilde{u}_1[0]$ 와 $\tilde{T}_1[0]$ 둘 중에서 한 양은 임의의 작은 값을 선택할 수 있지만 다른 한 양의 값은 엄격히 물리법칙을 적용하여 찾아야 한다. 유체의 경계조건을 이용하면 이러한 양의 값을 찾을 수 있으며, 이에 관해서는 다음 절에서 다룬다. 본 절에서는 최소 엔트로피 생성원리를 사용하여 미정의 값을 결정하고자 한다.

예컨데 $\tilde{T}_1[0]$ 을 어떤 작은 음수값으로 선택하여 원점의 위치를 정하였다면 $\tilde{u}_1[0]$ 의 값은 미정이다. 정상계(stationary system)에서의 최소 엔트로피 생성원리는 $\tilde{u}_1[0]$ 값의 임의의 변위에 대하여 $\tilde{\sigma}[0]$ 가 최소가 되어야 함을 뜻한다. 이러한 최소점에서는

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}[0]}{\partial \tilde{u}_1[0]} = 0 \quad (37)$$

이므로, 식 (36)을 사용하면 최소점에서 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\frac{\tilde{u}_1[0]}{\tilde{T}_1[0]} = \frac{6B(11-65B)}{57-214B+385B^2} \quad (38)$$

다시 말하면, 정상 평면충격파의 하류 국소점에서 엔트로피 생성이 최소가 되기 위해서는 \tilde{u}_1 와 \tilde{T}_1 의 국소값의 비가 식 (38)과 같아야 한다. 이러한 열역학적 고찰은 방정식의 경계조건과는 무관하며, 방정식의 해가 물리적 의미를 갖기 위하여 충족하여야 할 하나의 요구조건으로 간주할 수 있다.

Navier-Stokes 방정식의 적용한계

방정식의 해가 충족하여야 하는 경계조건으로부터 미정의 $\tilde{T}_1[0]$ 값을 찾을 수도 있다. 다만 그 결과가 열역학적 고찰에 의한 결과와 일치하여야 할 것이다. 선형 미분방정식 (27), (28)을 적용할 수 있는 $0 \leq \tilde{x} < \infty$ 영역에서의 방정식의 해는 다음과 같이 얻는다.

우선 방정식 (27), (28)의 계수행렬 $[C_{ij}]$ 의 고유치 λ 를 계산한다.

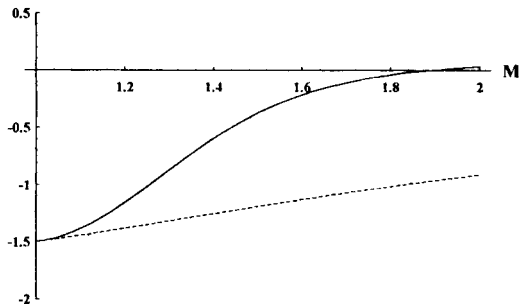


Fig. 1. Comparison of calculated values of $\tilde{u}_1[0]/\tilde{T}_1[0]$ by using the principle of thermodynamics (—) and using the boundary condition (---) vs. Mach numbers.

$$\lambda^2 - (C_{11} + C_{22})\lambda + C_{11}C_{22} - C_{12}C_{21} = 0 \quad (39)$$

$0 < B < 0.6$ 의 범위에서 λ 는 부호가 반대인 두 실근을 가지며 이들을 각각 λ_1 및 $-\lambda_2$ 라 하면, 미분방정식 (27), (28)의 해는 다음과 같은 꼴로 쓸 수 있다.

$$\tilde{u}_1[\tilde{x}] = I_u \exp(\lambda_1 \tilde{x}) + J_u \exp(-\lambda_2 \tilde{x}) \quad (40)$$

$$\tilde{T}_1[\tilde{x}] = I_T \exp(\lambda_1 \tilde{x}) + J_T \exp(-\lambda_2 \tilde{x}) \quad (41)$$

이들이 충족하여야 하는 경계조건

$$\tilde{u}_1[+\infty] = \tilde{u}[+\infty] - \tilde{u}_0' = 0 \quad (42)$$

$$\tilde{T}_1[+\infty] = \tilde{T}[+\infty] - \tilde{T}_0' = 0 \quad (43)$$

에 의하여 $I_u = 0$ 및 $I_T = 0$ 이며, 미분방정식의 해는 결국 다음과 같이 쓰여진다.

$$\tilde{u}_1[\tilde{x}] = \tilde{u}_1[0] \exp(-\lambda_2 \tilde{x}) \quad (44)$$

$$\tilde{T}_1[\tilde{x}] = \tilde{T}_1[0] \exp(-\lambda_2 \tilde{x}) \quad (45)$$

해를 방정식 (27), (28)의 어느 하나에 대입하면 $\tilde{u}_1[0]$ 와 $\tilde{T}_1[0]$ 의 비를 구할 수 있다. 예컨대 식 (44), (45)를 식 (27)에 대입하면

$$-\lambda_2 \tilde{u}_1[\tilde{x}] = C_{11} \tilde{u}_1[\tilde{x}] + C_{12} \tilde{T}_1[\tilde{x}] \quad (46)$$

다음을 얻는다.

$$\frac{\tilde{u}_1[0]}{\tilde{T}_1[0]} = -C_{12}/(C_{11} + \lambda_2) \quad (47)$$

$$= \frac{60B}{19 - 25B - (601 + 170B + 225B^2)^{1/2}} \quad (48)$$

열역학적 고찰에 의한 식 (38)과 경계조건으로부터

구한 식 (48)을 비교하면 두 결과가 서로 일치하지 않음을 알 수 있다. 이들의 차이를 Fig. 1에 도시한다. 그림에서 실선은 최소 엔트로피 생성원리로부터 얻은 식 (38)의 계산값이고, 점선은 경계조건에 의한 식 (48)의 값이다. 마하수가 1에 근접하면 두 곡선이 서로 일치함을 알 수 있으며, 이것은 충격파의 세기가 약한 경우에 해당한다. 식 (38)과 (48)을 마하수 1 근방에서 급수전개하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{\tilde{u}_1[0]}{\tilde{T}_1[0]}\right)_{\text{열역학}} = -\frac{3}{2} + \frac{15}{28}(M-1) + \frac{1095}{196}(M-1)^2 \dots \quad (49)$$

$$\left(\frac{\tilde{u}_1[0]}{\tilde{T}_1[0]}\right)_{\text{경계조건}} = -\frac{3}{2} + \frac{15}{28}(M-1) + \frac{465}{1372}(M-1)^2 \dots \quad (50)$$

이러한 전개꼴은 방정식의 해를 마하수 1을 기준으로 급수전개하였을 때 일차항까지는 열역학의 요구조건을 충족하지만 이차항부터는 불일치가 나타남을 뜻한다.

결 론

지금까지의 논의는 충격파 하류의 국소점에서의 고찰이었으며 국소점의 위치를 평형에 가까운 지점에 두어서 해석적으로 문제를 다룰 수 있었다. 경계조건을 충족하는 Navier-Stokes 유체방정식의 해를 충격파에 적용하는 경우에는, 해를 마하수 1 근방에서 급수 전개하였을 때 일차항까지는 열역학의 요구조건인 최소 엔트로피 생성원리와 일치하지만, 이차항부터는 불일치가 나타난다. 따라서 이러한 유체방정식은 마하수 1 근방의 약한 충격파에 한하여 적용할 수 있는 이론이다.

문헌에 의하면, Navier-Stokes 방정식의 계산값은 마하수 1.55에서 실험치와 현격한 차이를 보이고 있으며,³ 마하수 1.2에서는 전산 모의실험과 비교적 근접한 결과를 주고 있는데,⁴ 이것은 본 논문의 열역학적 고찰과 부합한다.

만일 국소점의 위치를 물리량의 공간적 변화가 큰 충격파에 두었다면 문제를 해석적으로 다룰 수는 없으며, 수치계산에 의존하여야 할 것이다. 그리고 충격파 영역에서의 선형열역학 이론 자체의 적용한

제에 대한 연구가 선행되어야 할 것이다.

본 연구는 1995년도 배재대학교 교내연구비 지원에 의한 결과임.

인 용 문 헌

1. de Groot, S. R.; Mazur, P. *Nonequilibrium Thermodynamics*; North-Holland Pub. Co.: Amsterdam, Netherlands, 1969.
2. Eu, B. C. *Kinetic Theory and Irreversible Thermodynamics*; Wiley: New York, U. S. A., 1992.
3. Alsmeyer, H. J. *Fluid Mech.* **1976**, *74*, 497.
4. Yen, S. M.; Ng, W. J. *Fluid Mech.* **1974**, *65*, 127.
5. Wang Chang, C. S. In *Studies in Statistical Mechanics*; de Boer, J.; Uhlenbeck, G. E., Ed.; North-Holland Pub. Co.: Amsterdam, Netherlands, 1970; Vol. 5, p 27.
6. Chapman, S.; Cowling, T. G. *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*; Cambridge Univ. Press: U. K., 1970.