

## 전자유체의 차원에 따른 임계온도의 변화

朴成薰 · 金美延 · 崔東植 · 金元洙<sup>†</sup>

고려대학교 화학과

<sup>†</sup>홍익대학교 금속공학과

(1996. 2. 12 접수)

## The Dependence of the Critical Temperature on the Dimensions of the Electron Motion

Seong-Hun Park, Miyeon Kim, Tong-Seek Chair, and Wonsoo Kim<sup>†</sup>

Department of Chemistry, Korea University, Seoul 136-701, Korea

<sup>†</sup>Department of Metallurgical Engineering, Hong Ik University, Chochiwon 339-800, Korea

(Received February 12, 1996)

**요 약.** 일반적으로 고온 초전도체들은 2차원적인 구조를 가지고 있으며, 2차원적인 구조가 초전도 물성과 어떠한 관계를 갖는가를 이해하는 것은 매우 중요하다. 본 논문에서는 초전도체 속의 전자기체를 기체분자 운동론을 사용하여 각 차원에서의 상태 방정식을 유도하였으며, 그 기체가 액화될 때의 온도, 임계온도를 구하였다. 그 결과 전자의 자유도를 제한시킴에 따라 임계온도가 상승함을 알 수 있었다. 이것은 2차원적인 구조물질에 1차원적인 전자유통 경로가 있을 경우 여러가지의 임계온도를 가질 수 있음을 의미한다.

**ABSTRACT.** In general, the high temperature superconductors have two-dimensional anisotropic structures. It is important to investigate the dependence of the critical temperature on the dimensions of the electron's motion. The equation of state for electron gas is deduced which describes the electron's motion in superconductors using the kinetic theory of gas. And the critical temperatures of three, two, and one dimensional gases were calculated. According to these equations, restricting the dimension of the electron's motion induces the increase of the critical temperatures. This implies the possibility that the multi-critical temperature of some superconductors is caused by the change of the dimension related to the pathways of the electron.

### 서 론

일반적으로 고온 초전도체는 2차원적인 판상구조를 가지고 있으며, 기존의 임계온도보다 높은 값을 갖게 된다. 따라서 저차원의 물질에 대한 관심이 많게 되었다. 이러한 관심은 유기물 고분자가 매우 높은 임계온도를 가질 것이라고 제안한 Little<sup>1</sup>에 의해서 부터다. Little는 초전도 척도를 BCS 방정식으로 삼았으나 Ferrell<sup>2</sup> 등에 의하면 1차원 초전도체의 기저 진동 모드(low-lying collective mode)의 효과를 확인해 본 결과 에너지 갭 함수의 기대치가 0이고 따라서 초전도체가 아님을 알아내었다. 그 후 많은 학자들이 저마다의 이론<sup>3</sup>으로 차원에 따른 임계온

도를 구하고자 하였으나 성공적으로 설명한 예는 아직 없다 하겠다. 또한 초창기 고온 초전도체 발견할 무렵 많은 시료에서 상온에 가까운 임계온도를 보여주는 예<sup>4</sup>(USO, Unidentified Superconducting Object)들이 있었으나 재현성 없다는 점으로 인하여 그 동안 동안시 되었으나 최근 이 물질의 특성에 대한 연구도 암암리 활발하다.

따라서 본 논문에서는 초전도 현상에 대한 새로운 시각을 제시 하고자 한다. 초전도 현상은 전자 하나하나의 개별 행동으로 기술되어지는 미시적인 것이 아니라 전자 전체의 협동운동에 의한 거시적인 현상(Macroscopic Quantum Phenomena)으로 볼 때

이러한 다체계를 다룸에 있어 거시적인 통계역학적 시각이 필요하다. 이런 통계역학적 시각과 함께 하나의 모델로서 액체론적 접근 방법은 매우 중요하다. 왜냐하면 초전도 현상은 개별적인 운동이 아닌 집단적인 운동을 하기 위한 전자기체의 액화 현상으로 파악될 수 있기 때문이다. 바로 이러한 관점은 이미 1963년 Luttinger liquid 이론<sup>5</sup>이 나온 이후 많은 사람들에게 의해 거론되었으며, 고온 초전도체가 발견된 직후인 1987년 Los Alamos<sup>6</sup>에서 열린 심포지움에서 새롭게 초전도 현상을 전자액체로 파악해야 함을 주장하고 있다. 그러나 이 역시 전자기체의 응축현상을 설명할 수 없는 전자 기체이다.

통계역학적으로 전자는 fermi 입자이므로 Fermi-Dirac의 통계를 따른다. 그러나 상태수가 입자수보다 많아지는 경우에 이들은 모두 볼존(boltzon)으로 취급할 수 있어 Boltzmann 통계<sup>7</sup>로 취급하여도 무방하다. Van der Waals 형태의 상태 방정식은 Boltzmann 통계로부터 유도할 수 있기 때문에 Boltzmann 분포를 따르는 상태의 기체에 적용할 수 있다. 전기를 전도하는 자유전자는 페르미 입자이지만 온도가 높아져 상태수가 입자수보다 많아지면 볼존으로 행동한다고 보는 것은 타당하다. 따라서 자유전자 입자들의 집합체인 전자기체를 일반기체와 같이 생각하여 van der Waals 형태의 기체 상태방정식을 적용하는 것이 가능하며 Joule-Thomson 효과와 같은 일반기체에 응용되는 과정을 전자기체에도 적용<sup>8</sup>할 수 있으리라 생각된다.

본 논문에서 유도한 전자기체 상태방정식은 초전도체 속의 전자들 기체분자 운동론을 사용하여 van der Waals type의 전자기체 상태방정식을 각 차원에 대하여 유도<sup>9</sup>하였다. 또한 전자기체의 각 차원에 따른 응축 온도 즉 임계온도를 구하였다. 그 결과 전자 운동의 자유도를 제한시킴에 따라 임계온도가 증가함을 알 수 있었다. 이것은 하나의 초전도체에서 전자의 자유도에 따라 서로 다른 경로가 있으며, 그 경로에 상응하는 서로 다른 임계온도가 있을 수 있음을 제안할 수 있다.

## 이 론

초창기 이론학자들은 금속의 전도성을 설명하기

위하여 이상기체 상태 방정식<sup>10</sup>을 사용하였다. 그 한 예가 Maxwell-Boltzmann 분포를 사용한 Drude Model과 Fermi-Dirac의 분포를 사용하여 양자효과를 고려한 Sommerfeld Model이다. 그러나 실제로 전자기체는 매우 전자밀도가 크기 때문에 이상기체식의 형태로는 설명할 수 있는 제약점이 있으나 기본적인 현상 이해에는 그리 문제가 되지 않았다. 초전도 현상을 전자기체-액체 전이로 본다면 비록 전이 형태에 있어서 일반 기체의 액화 현상과는 차이가 있으나, 그 전이의 기본적인 성질이나 임계점에서 2차 상전이가 일어난다는 점이 일반 유체에서의 성질<sup>11</sup>과 매우 유사하며 임계점에서의 응축의 감소<sup>12</sup>와 응축의 흡수<sup>13</sup>와 같은 성질들은 임계점에서 전자가 응축하여 액체와 같은 행동을 하게 된다는 사실을 제시하고 있다.

본 논문은 초전도 현상을 전자유체의 상전이, 즉 전자기체의 액화 현상<sup>14</sup>으로 파악하고 기존의 전자기체 모델에 의한 Band Theory를 지양하여 원자 사이에 국부화된 자유전자의 거동을 고려하는 새로운 ISB(Interatomic Superconduction Band)를 포함하여 생각하는 ISB모델 이론<sup>15</sup>을 근거로 한 것이다. ISB 이론은 자유전자의 점성이 전기저항<sup>16</sup>이라는 발견적 해석을 한 후, 초전도 현상은 좁은 공간속의 전자들은 저온에서 각기 자유로운 상태가 아닌 원자간 사이의 국소화된 공간(potential)에 갇혀 주기적인 거시적인 집단진동<sup>17</sup>(Collective Oscillation)을 행함으로써 전자엔트로피를 줄이기 때문에 나타나는 전자액체론적인 특징이 있음을 주장한다. 이러한 국소화된 퍼텐셜에 갇힌 전자들은 연속적인 집단진동을 행하며 한쪽 끝에서 전자가 유입되면 다른쪽으로 밀려 넘쳐가는 한칸 이동이 연쇄적으로 일어난다. 이 때 거시적인 집단운동은 저항없이 전자를 이동시키기 때문에 초전도 현상이 일어나게 된다. ISB 이론의 초전도 상전이현상은 두 단계의 연속적인 과정<sup>18</sup>으로 파악한다. 첫 과정은 자유전자가 원자간 사이의 공간(Interstitial potential)에 갇히는 국소화 단계(Confinement)로, 자유전자(dilute gas)가 절연체층 사이의 전도층에 갇힌 고밀도 기체(dense gas)로 전환되는 상태로 전자가 돌아다닐 수 있는 공간적 제약이 가해지므로 열역학적으로 1차 상전이 현상을 보여준다. 두번째 단계는 구속된 전자가 거시적인

집단진동으로 보존화가 일어나는 전자액화과정(Trapping)이 일어난다. 이 과정에서 전자엔트로피를 줄여주는 효과가 나타나며 열역학적으로 2차 상전이 현상을 보여준다. 이와 같은 두 단계과정은 금속과 같은 등방성 물질에서는 동시에 일어나기도 하지만 고온 초전도체와 같은 이방성 물질에서는 두 단계 전이가 두드러지게 나타난다. 이것은 Butera<sup>19</sup>에 의해서 실험적으로 확인되었다.

최근들어 초전도 현상을 과냉각 상태의 점성과 초전도 현상과의 관계<sup>20</sup>를 고려하는 시도들이 있으며, 금속의 극부화된 전자상태를 기술하고자 하는 양자역학적 계산들도 간단한 metal cluster, 1차원, 2차원 금속 등에 많은 연구<sup>21</sup>가 진행되고 있으나 아직 초전도체와 같은 복잡한 형태에 적용하고 있지는 못한 형편이다.

Van der Waals식은 기체상태와 액체상태를 비교적 좋은 근사로 표현하며 기체의 응축현상을 설명하는데 필요한 최소의 파라미터를 사용하기 때문에 기체와 액체 사이의 상변화를 기술하는데 널리 사용되는 식이다. 일반적으로 전자액체를 설명하는 상태식을 임계온도 이상으로 올리면 자연스럽게 일반 유체와 같이 전자기체에 대한 상태식<sup>22</sup>을 얻을 수 있으며 임계점에서의 임계온도는 초전도 임계상태에 대한 중요한 정보를 줄 것이다.

따라서 본 논문에서는 전자기체의 응축을 설명하는 상태식의 전형으로 van der Waals식을 사용하여 2개의 입자사이의 경질체(hard core) 효과를 포함한 전자반발력과 장거리에 걸친 전자간 인력이 존재하는 상호작용을 파라미터  $a, b$ 로 가정하여  $N$ 개 입자가 채적  $V$ 에 들어 있는 평형상태의 계를 기체분자운동론을 사용하여 취급한다. 그러나 전자간의 정확한 인력구조를 알 수 없기 때문에 거시적인 기체분자운동론을 적용하여 전자사이의 인력구조에 따른 거시적 물리량을 비교하는 것은 방법론을 사용한다. 그 하나의 모델로서 거리에  $n$ 승에 반비례하는 van der Waals type의 인력구조를 사용하여 접근하였다.

또한 van der Waals식은 3차원적으로 움직이는 기체에 대해 기체분자 운동론을 통해 유도될 수 있는 상태식이다. 따라서 기체의 자유도를 2차원으로 한정시키거나 1차원적으로 움직이는 경우에 대한 상

태식을 유도하는 것은 그리 어려운 일은 아니다. 계산 과정을 단순화시키기 위해 모든 외부조건이 동일하다는 가정으로부터 출발하여 기체가 움직이는 차원만을 3차원, 2차원, 1차원으로 바꿔 식을 유도할 수 있다. 기체의 압력은 충돌수와 한번 충돌할 때의 운동량 변화량의 곱으로 표현할 수 있으므로 기체 입자의 자체부피를 고려하여 충돌수를 구하고 기체 입자간의 인력의 효과를 통해 운동량의 변화량을 보정하였다. 또한 3차원 운동에 대한 van der Waals식의 유도과정<sup>23</sup>을 그대로 밟아가면서 압력, mean free path, 충돌수, 상호작용의 적용범위 등을 각 차원에 따라 적절하게 변형시켜 사용하면 나머지 차원에 대한 상태 방정식을 얻을 수 있다.

또한 이렇게 얻어진 방정식에 임계조건을 적용하면 임계온도(critical temperature,  $T_c$ )를 구할 수 있다. 그래서 각 차원에서 구해진 임계온도를 비교해 보고자 한다.

**3차원 기체.** Fig.1에서 보이듯이 1차원 운동을 하는 이상기체에서 단위시간당 충돌수는 다음과 같다

$$f_0 = \frac{u_x}{2l} \quad (1)$$

여기서  $f_0$ 는 충돌수이고,  $u_x$ 는 속도,  $l$ 은 계의 길이로  $2l$ 은 연속충돌 사이의 이동거리가 된다. 그런데 실제 기체는 유한직경( $d$ )를 갖는 경질입자이므로 실제 이동거리는  $2(l-d)$ 이 된다. 이런 입자가  $N$ 개 존재하는 경우 한 입자가 충돌사이에 이동하게 되는 거리는  $2(l-Nd)$ 로 줄어들어 실제기체의 충돌수,  $f_d$ 는

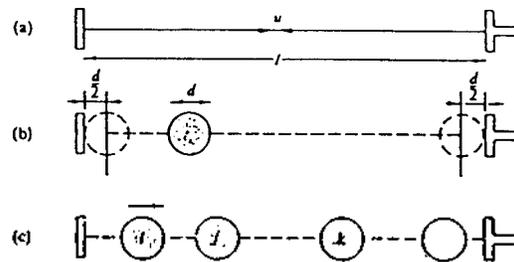


Fig. 1. (a) Show one-dimensional gas. (b) A single atom of diameter  $d$  moves back and forth between the piston and cylinder end (c) An one-dimensional gas containing many atoms of finite size.

다음 식으로 표현된다.

$$f_d = \frac{u_s}{2(l - Nd)} \quad (2)$$

여기서 분모의  $N$ 은 계의 길이  $l$ 을 운동할 때 한 입자가 충돌하는 횟수를 말하며 이 값은  $l/\lambda$ 에 해당된다.  $\lambda$ 는 mean free path이다. 따라서 이상기체의 충돌수에 대한 실제기체의 충돌수 비는 식 (3)이 된다.

$$\frac{f_d}{f_o} = \frac{l}{(l - Nd)} \quad (3)$$

압력은 충돌수에 비례하므로 실제기체 압력은 이상기체의 압력에 식 (3)을 곱한 값이다.

$$P = \frac{1}{3} m N_d u^2 \frac{l}{(l - Nd)} \quad (4)$$

여기서  $m$ 은 입자의 질량이고  $N_d$ 는 수밀도 (number density)이다.

Fig. 2는 3차원 운동을 할 때 충돌이 일어나는 경우를 이해하기 쉽게 도식화한 것이다. 3차원적 운동에서 충돌수는(한 입자가 지나가면서 충돌이 일어날 수 있는 전 부피)×(3차원 수밀도)로 정의되므로 2차원에 대해서는(한 입자가 지나가면서 충돌이 일어날 수 있는 전 면적)×(2차원 수밀도)라 정의할 수 있고, 1차원에 대해서도(한 입자가 지나가면서 충돌이 일어날 수 있는 길이)×(1차원 수밀도)라 할 수 있다. 즉 3차원에서 충돌수는  $\pi d^2 \cdot l \times N_d = l/\lambda_{3D}$ 가 되며, 2차원에서 충돌수는  $2d \cdot l \times N_d = l/\lambda_{2D}$ 이며, 1차원에 대해서 충돌수는  $l \times N_d = l/\lambda_{1D}$ 라고 생각할 수 있다.

또한 각 차원에서의 수밀도(number density)도 3차원, 2차원, 1차원에서 각각  $N/V$ ,  $N/A$ ,  $N/l$ 로 정의할 수 있다. 여기서  $A$ 는 면적,  $l$ 은 길이이다. 그런데 1차원의 충돌수에  $N_d$ 값을 넣으면 충돌수는  $N$ 이 되므로  $N$  대신에 충돌수를 쓸 수 있다. 따라서 식 (3)은 다음과 같다.

$$\frac{f_d}{f_o} = \frac{l}{(l - ld/\lambda)} \quad (5)$$

여기서  $\lambda$ 는 mean free path이다.

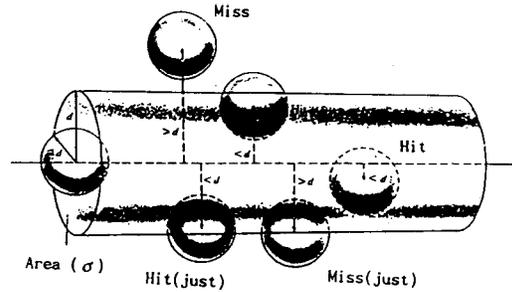


Fig. 2. The collision cross-section ( $\sigma$ ) and the collision tube. A 'hit' is scored when two particles come within a distance equal to their diameter.

따라서 경질입자의 반발력을 고려한 3차원 실제기체 압력은  $\lambda_{3D}$ 는  $1/\pi d^2 N_d$ 이므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P = \frac{1}{3} m N_d u^2 \frac{l}{(l - \pi d^2 l N_d)} \quad (6)$$

$$= \frac{1}{3} m N u^2 \frac{1}{(V - \pi d^3 N)} \quad (7)$$

여기서  $\pi d^3 N$ 를  $b$ 로 놓으면 위 식은 다음과 같이 간단해진다.

$$P(V - b) = \frac{1}{3} m N u^2 \quad (8)$$

여기서  $b$ 는 원자의 배제부피(excluded volume)로 경질입자의 부피,  $v_a = \frac{1}{6} \pi d^3$ 의 6배가 된다.

그러나 Fig. 3(a)에서 처럼 피스톤을 때리는 입자  $i$ 는 가령  $j, k, l$  등과 같은 이웃입자와 상호작용을 하기 때문에, 이 과정에서 이웃원자간의 퍼텐셜 에너지가 증가하게 되고 따라서 입자  $i$ 의 피스톤을 때리는 운동에너지는 감소하게 된다. 즉 속도의 감소가 생겨난다. 이 상황을 기술하기 위해 반경  $D$ 의 반구(hemisphere) 안에 중심이 있는 입자와의 상호작용만을 유효하다고 본다면, 적용범위내의 입자  $i$ 의 원자수는  $\frac{2}{3} \pi D^3 N_d$ 가 되며,  $\Delta E$  정도의 운동에너지를 잃게 된다.

즉 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

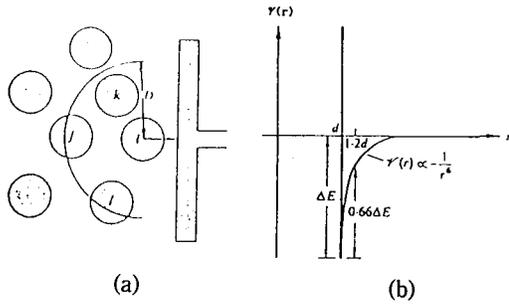


Fig. 3. (a) As atom  $i$  leaves the vicinity of atoms  $j, k, l$  etc. and moves up towards the piston its kinetic energy falls. (b) The interatomic potential energy  $V(r)$  of a pair of hard-sphere atoms with a  $-1/r^6$  van der Waals interaction.

$$\frac{1}{2} m u_g^2 - \frac{1}{2} m u_f^2 = \frac{2}{3} \pi D^3 N_d \Delta E \quad (9)$$

여기서  $u_g$ 는 피스톤으로 날아가는 속도,  $u_f$ 는 피스톤면에 도달하는 속도,  $\Delta E$ 는 atomic pair binding energy이다.

압력을 나타내는 실제 속도가  $u_f$ 이므로 식 (8)의  $u$ 는  $u_f$ 가 된다. 따라서 식 (8)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P(V-b) &= \frac{1}{3} m N u^2 \\ &= \frac{2}{3} N \left( \frac{1}{2} m u_f^2 \right) \\ &= \frac{2}{3} N \left( \frac{1}{2} m u_g^2 \right) - \frac{4}{9} \pi D^3 \frac{N^2}{V} \Delta E \\ &= \frac{2}{3} N \left( \frac{1}{2} m u_g^2 \right) - \frac{a}{V} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $a$ 는  $\frac{4}{9} \pi D^3 N^2 \Delta E$ 라 놓고,  $\frac{1}{2} m u_g^2$ 은  $\frac{3}{2} kT$ 이므로 이 값을 식 (10)에 대입하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} P(V-b) &= NkT - \frac{a}{V} \\ P &= \frac{NkT}{V-b} - \frac{a}{V(V-b)} \end{aligned} \quad (11)$$

$V$ 에 비해  $b$ 가 무시될 만큼 작으므로  $V(V-b)$ 를  $V^2$ 으로 대치하면 다음과 같은 van der Waals식으로

간단히 쓸 수 있다.

$$P = \frac{NkT}{V-b} - \frac{a}{V^2} \quad (12)$$

**2차원 기체.** 각각의 물리량을 2차원에서 적용하여 3차원에서의 유도 과정을 적용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P = \frac{1}{2} m N_d u^2 \frac{l}{(l - Nd)} \quad (13)$$

여기서  $N_d$ 는  $N/A$ 이며,  $N$ =충돌수= $l/\lambda_{2D}$ 이므로 2차원 기체의 압력은 다음과 같다. 여기서  $\lambda_{2D}$ 는  $1/2 dN_d$ 이다.

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} m N_d u^2 \frac{l}{(l - 2dlN_d)} \\ &= \frac{1}{2} m N u^2 \frac{l}{(A - 2d^2N)} \end{aligned} \quad (14)$$

라 쓸 수 있다.  $b' = 2d^2N$ 으로 놓고 3차원에서와 같은 논리로 반경  $D$ 의 반원에 중심이 있는 입자와의 상호작용을 유효하다면,

$$\frac{1}{2} m u_g^2 - \frac{1}{2} m u_f^2 = \frac{\pi}{2} D^2 N_d \Delta E \quad (15)$$

여기서  $\frac{1}{2} m u_g^2$ 은  $kT$ 이므로 식 (14)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P(A-b') &= N \left[ \frac{1}{2} m u_g^2 - \frac{\pi}{2} D^2 N_d \Delta E \right] \\ &= NkT - \frac{\pi}{2} D^2 \frac{N^2}{A} \Delta E \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $a'$ 을  $\frac{\pi}{2} D^2 N^2 \Delta E$ 라 하면

$$P = \frac{NkT}{A-b'} - \frac{a'}{A(A-b')} \quad (17)$$

이 된다. 역시  $b'$ 이  $A$ 에 비해 무시할 정도로 작다면, 식 (17)은 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$P = \frac{NkT}{A-b'} - \frac{a'}{A^2} \quad (18)$$

## 1차원 기체

$$P = mN_d u^2 \frac{l}{(l - Nd)} \quad (19)$$

여기서  $N_d$ 는  $N/l$ 이며,  $N = \text{충돌수} = l/\lambda_{1D}$ 이므로 1차원 압력은 다음과 같다. 여기서  $\lambda_{1D}$ 는  $1/N_d$ 에 해당된다.

$$\begin{aligned} P &= mN_d u^2 \frac{l}{(l - lN_d d)} \\ &= mNu^2 \frac{1}{(l - Nd)} \end{aligned} \quad (20)$$

라 쓸 수 있다.  $b'' = dN$ 으로 놓고 3차원에서와 같은 논리로 거리  $D$ 내에 중심이 있는 입자와의 상호작용을 유효하다면

$$\frac{1}{2} mu_g^2 - \frac{1}{2} mu_f^2 = DN_d \Delta E \quad (21)$$

여기서  $\frac{1}{2} mu_g^2$ 은  $\frac{1}{2} kT$ 이므로 식 (20)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P(l - b'') &= mNu_f^2 \\ &= 2N \left[ \frac{1}{2} mu_g^2 - DN_d \Delta E \right] \\ &= NkT - \frac{2}{l} DN^2 \Delta E \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $a''$ 을  $2DN^2 \Delta E$ 라 하면

$$P = \frac{NkT}{l - b''} - \frac{a''}{l(l - b'')} \quad (23)$$

이 된다. 역시  $b'$ 이  $l$ 에 비해 무시할 정도로 작다면,

Table 1. 1, 2, 3-dim. van der Waals equations and their parameters

3차원	2차원	1차원
$P = \frac{NkT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$	$P = \frac{NkT}{V-b'} - \frac{a'}{V^2}$	$P = \frac{NkT}{l-b''} - \frac{a''}{l^2}$
$a = \frac{4}{9} \pi D^3 N^2 \Delta E$	$a' = \frac{\pi}{2} D^2 N^2 \Delta E$	$a'' = 2DN^2 \Delta E$
$b = \pi d^3 N$	$b' = 2d^2 N$	$b'' = dN$

식 (23)은 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$P = \frac{NkT}{l - b''} - \frac{a''}{l^2} \quad (24)$$

## 고 찰

Table 1에서는 van der Waals 기체의 각 차원에 대한 상태식과 parameter를 비교하여 적어 넣었다. 이상에서 구한 각 차원의 상태방정식을 임계조건을 사용하여 각각의 임계온도를 구할 수 있다. 임계조건은 다음 식으로 간단히 나타낼 수 있다.

$$\left( \frac{\partial P}{\partial X} \right)_{T_c} = \left( \frac{\partial^2 P}{\partial X^2} \right)_{T_c} = 0 \quad (25)$$

여기서 각각 3차원은  $V$ , 2차원은  $A$ , 1차원은  $l$ 이 된다.

임계조건을 사용하여 각 차원에서의 임계온도, 임계부피, 임계압력을 구하면 모두 다음과 같은 형태의 값으로 된다.

$$T_c = \frac{8a}{27Nkb}, \quad V_c = 3b, \quad P_c = \frac{a}{27b^2} \quad (26)$$

여기서  $a, b$ 값은 각 차원에서의  $a, b$  변수가 된다. 이 값을 Table 2에 표시하였다.

각 차원에서의 임계온도를 결정하는 변수를 보면 조건에 관계없이 일정한 값을 갖는 것도 있고 조건에 따라 바뀔 수 있는 것도 있다. 즉  $N, k, d$  등은 일정한 상수인데 반해  $D$ 나  $\Delta E$  등은 조건에 따라 바뀌는 값들이다. 여기서  $D$ 는 입력구조가 미치는 범위에 해당되므로  $\Delta E$ 의 형태가 결정되면 결정할 수 있는 값이다. 그러나 기체가 움직이는 차원만이 달라질

Table 2. Critical properties of 1, 2, 3-dim. van der Waals gases

3차원	2차원	1차원
$V_c = 3\pi d^3 N$	$V_c = 6d^2 N$	$V_c = 3dN$
$T_c = \frac{8}{27k} \cdot \frac{4}{9} \left( \frac{D}{d} \right)^3 \Delta E$	$T_c = \frac{8}{27k} \cdot \frac{\pi}{4} \left( \frac{D}{d} \right)^2 \Delta E$	$T_c = \frac{8}{27k} \cdot 2 \left( \frac{D}{d} \right) \Delta E$
$P_c = \frac{1}{27} \cdot \frac{4}{9\pi} \frac{D^3}{d^6} \Delta E$	$P_c = \frac{1}{27} \cdot \frac{\pi}{8} \frac{D^2}{d^4} \Delta E$	$P_c = \frac{1}{27} \cdot 2 \frac{D^3}{d^2} \Delta E$

뿐 외부조건이 동일하다는 전제로부터 시작했으므로 이런 값들이 각 차원에서 그렇게 큰 차이없이 거의 일정하다고 볼 수 있다. 만약 그림 3(b)에서처럼 Van der Waals 형태의 인력 즉 거리  $r$ 에 6승에 반비례 한다면  $D$ 는 대략  $d$ 값과 같아지는 값이되며 따라서 같은 값을 갖는 공통 인수를 소거해 보면 각 차원에 대한 임계온도의 비를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$3차원 : 2차원 : 1차원 = 1 : 1.767 : 4.5$$

$$2차원 : 1차원 = 1 : 2.546$$

이러한 결과는 Hill<sup>24</sup>이 쓴 "Introduction to Statistical Thermodynamics"의  $T_c(3 \text{ dim})/T_c(2 \text{ dim})=2$ 라는 결과와 상반된다. 그러나 이 결과의 계산과정을 살펴보면, 3차원과 2차원에서 갖게 되는 potential의 차이가 각 차원에서의 배위수 차이에만 의존하여 얻어진다는 것을 알 수 있다. 즉 최대조밀 배치를 하는 경우 3차원에서는 대개 12배위, 2차원에서는 6배위를 가지므로 3차원의 경우가 더 깊은 potential을 갖게됨으로 높은 임계온도를 갖는다. 그러나 우리의 전자기체의 경우 전자의 배위에 있어서 차원에 따라 크게 달라지지 않으리라 생각됨으로 본 논문의 결과가 타당하리라 여겨진다. 또한 1970년대 초 소련에서 열지 않고 풀지 않은 채 액체로 존재하는 온도범위가 큰 Polywater라는 것이 있다고 떠들석한 적이 있다. 실제로 이것은 가는 모세관속의 물이 일차원적인 환경 속에 있는 것으로 판정되었다. 이것은 본 논문결과를 반영하는 실험적인 한 예가 되겠다. 물론 이 결과를 전자기체의 경우 정확한 값을 구할 수는 없지만 퍼텐셜 에너지의 지수  $n$ 이 6보다 작아지면 보다 넓은 범위에 인력이 작용하므로  $D$  값이 보다 커지게 되며, 전자의 배재부피 또한 드 브로이 열적파장을 고려하여 위에서 기술한  $b$ 값보다 커지는 양상으로 달라지게 될 것이다. 또한 임계압력을 비교하면 van der Waals식의 파라미터  $a$ 의 차원이 압력의 차원과 같지 않은 문제가 있지만 차원에 따라 임계압력 또한 증가함을 알 수 있다. 이것은 차원이 낮아짐에 따라 더 큰 압력이 되어야 비로소 응축될 수 있다는 것을 보여주며 따라서 임계온도의 증가가 일어남을 알 수 있다.

이 결과는 초창기 90 K 정도의 임계온도를 갖는 2차원적인 고온 초전도체에서 상온에 가까운 높은 임계온도를 나타내는 이유는 2차원이 아닌 1차원적

인 전자경로가 존재함을 예측할 수 있게 해준다. 물론 본 논문의 계산결과는 아주 단순화시킨 모델에 의한 것이므로 임계온도의 절대값을 알아내기 보다는 운동차원의 변화에 따른 임계온도 값의 경향성을 알아보는 데에 초점을 맞추어야 한다.

## 결 론

앞에서 van der Waals 기체가 차원 감소에 따라 임계온도가 상승하는 경향성을 보았듯이 전자기체도 액화할 때 각 차원에 따라 임계온도가 크게 달라지며 차원이 감소함에 따라 높은 임계온도를 갖게 됨을 알 수 있다. 물론 이 결과는 임계온도를 결정하는 변수들이 각 차원에서 동일하다고 가정하여 얻어진 것이므로 이 변수들을 차원에 따라 달라질 수 있는 가능성을 고려하여 보다 정량적인 접근이 앞으로 행해져야 할 것으로 생각된다.

또한 전자의 차원의 감소에 따른 임계온도의 증가는 대개 90~100 K 정도의 임계온도를 갖는 층상 초전도체가 상온 근처에서 초전도 현상을 보여주는 USO(Unidentified Superconducting Object)에 대한 새로운 생각을 가능케 한다. 바로 이들 물질의 결정구조를 볼 때, 2차원적인 전도층 뿐만 아니라 1차원의 channel이 존재함을 알 수 있다. 1차원적인 channel속의 전자는 1차원적인 운동으로 인하여 방향성이 있으므로 전자가 1차원적인 전자경로로 전류가 흐를 때만 초전도성이 보이는 것이다. 따라서 기존 초전도체의 1차원 경로의 전자를 삽입화학(intercalation chemistry)을 통해 안정화시킨다면 좋은 결과 얻어지리라 여겨진다.

본 연구는 1995년 교육부 기초과학연구소 학술 연구조성비의 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 인 용 문 헌

1. Little, W. A. *Phys. Rev.* **1964**, *134*, A1416.
2. Ferrell, R. A. *Phys. Rev. Lett.* **1964**, *13*, 330.
3. (a) Rice, T. M. *J. Math. Phys.* **1967**, *8*, 1581. (b) Tasutami, Y. *J. Phys. Soc. Jpn.* **1978**, *45*, 786.
4. Poole, Jr. C. P.; Datta, T.; Farach, H. A. *Copper Oxide Superconductors*; Wiley: New York, U. S.

- A., 1988; p 29.
5. (a) Luttinger, J. M. *J. Math. Phys.* **1963**, *4*, 1154.  
 (b) Luther, A.; Peschel, I. *Phys. Rev. Lett.* **1974**, *32*, 992. (c) Haldane, F. D. M. *Phys. Rev. Lett.* **1981**, *47*, 1840. (d) Kane, C. L.; Fisher, M. P. A. *Phys. Rev. B* **1992**, *46*, 15233. (e) Levi, B. G. *Physics Today* **1994**, June, 21.
  6. Lynn, J. W. *High Temperature Superconductivity*; Springer-Verlag: New York, U. S. A., 1990.
  7. Stowe, K. *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics and Thermodynamics*; John Wiley & Sons: New York, U. S. A., 1984; p 141.
  8. 박성훈, 민병진, 최동식, 김원수. 대한화학회지 투고 준비중.
  9. 김미연. 석사학위논문, 전자유체의 차원에 따른 임계온도의 변화, 1993, 고려대학교.
  10. Burns, G. *Solid State Physics*; Academic Press: Orlando, U. S. A., 1985; p 189.
  11. Hirshfelder, J. O.; Curtiss, C. F.; Bird, R. B. *Molecular Theory of Gases and Liquids*; John Wiley & Sons: New York, U. S. A., 1954; p 371.
  12. Bishop, D. J.; Gammel, P. L.; Ramirez, A. P.; Cava, R. J.; Batlogg, B.; Rietman, E. A. *Phys. Rev. B* **1987**, *35*, 8788.
  13. Bishop, D. J.; Ramirez, A. P.; Gammel, P. L.; Batlogg, B.; Rietman, E. A.; Cava, R. J.; Mills, A. J. *Phys. Rev. B* **1987**, *36*, 2408.
  14. 최동식. 이학론집, 1992, 33, 33.
  15. 박성훈. 석사학위논문, *Theoretical foundation of Interatomic Superconduction Band (ISB) Model for Superconductivity*, 1994, 고려대학교.
  16. Steinberg, M. S. *Phys. Rev.* **1958**, *109*, 1486.
  17. (a) Bohm, D.; Pines, D. *Phys. Rev.* **1951**, *82*, 625.  
 (b) Bohm, D.; Pines, D. *Phys. Rev.* **1952**, *85*, 338.  
 (c) Bohm, D.; Pines, D. *Phys. Rev.* **1953**, *92*, 609.  
 (d) Bohm, D.; Pines, D. *Phys. Rev.* **1953**, *92*, 626.
  18. 박성훈, 최동식. 대한화학회지 논문 투고 준비중.
  19. Butera, R. A. *Phys. Rev. B* **1988**, *37*, 5909.
  20. Mohanty, U.; Oppenheim, I.; Taubes C. H. *Science* **1994**, *266*, 425.
  21. (a) McAdon, M. H.; Goddard, III, W. A. *Phys. Rev. Lett.* **1985**, *55*, 2563. (b) *J. Phys. Chem.* **1987**, *91*, 2607. (c) Boustani, I.; Pewestorf, W.; Fantucci, P.; Koutecky, V.; Koutecky, J. *Phys. Rev. B* **1987**, *35*, 9437. (d) Lepetit, M. B.; Malrieu, J.; Spiegelmann, F. *Phys. Rev. B* **1990**, *41*, 8093. (e) Lepetit, M. B.; Apra, E.; Malrieu, J. P.; Dovesi, R. *Phys. Rev. B* **1992**, *46*, 12974. (f) Baraille, I.; Lepetit, M. B. *J. Phys. Chem.* **1996**, *100*, 4224.
  22. 조순탁. 새물리 **1965**, *5*, 4.
  23. Walton, A. J. *Three Phases of Matter*, 2nd Ed.; Clarendon Press: Oxford, UK, 1983; p 177.
  24. Hill, T. L. *An Introduction to Statistical Thermodynamics*; Addison-Wesley: Massachusetts, U. S. A., 1960; p 300