

CED에 의한 계면굴절균열의 진전거동

An Extension Behavior of an Interface Kinked Crack by CED

권 오 현*

O. H. Kwon

ABSTRACT

The characteristics on the extension of the CED(Crack energy density) concept to the interface kinked crack problems in a dissimilar material are examined. Each mode contributions of CED are found by symmetric and antisymmetric components and domain independent integrals. Finite element calculation is carried out to simulate the interface kinked crack growth on bimaterial. The focus is the establishment of fracture criterion with CED and finding the orientation of crack extension. From the results, a prediction about the extension behavior of an interface kinked crack can be done. And we show that CED can be a parameter to indicate fracture criterion at an interface kinked crack.

1. 서 론

최근 복합재료가 여러 산업현장에 실제적으로 널리 사용되게 됨에 따라, 복합재료의 강도평가는 점점 더 중요시 되고 있으며, 이러한 복합재료에 가장 밀접하게 관계되는 것으로 여겨지는 계면균열에 대한 많은 연구가 활발히 이루어지고 있다^{1~4)}. 계면균열은 탄성문제에서 응력특이성이 발생되며, 모드 I 하중조건에서도 파괴가 본질적으로 혼합모드가 된다. 이러한 현상들이 문제를 취급함에 있어서 복잡성을 띄게 하고 계면균열의 파라미터가 확립되기 어려운 이유이다. 계면상에 존재하는 균열은 계면을 따라 성장하거나 또는 계면에서

벗어나 재질 속으로 성장한다. 따라서 계면 균열에 대한 판정기준이 균질재의 균열에 대한 판정 기준과 다르다는 것을 알 수 있다. Malyshev와 Salgnik⁵⁾는 처음으로 접합부분에 파괴역학의 개념을 적용하는 시도를 하여, 계면을 따라 진전하는 균열에 대한 파괴파라미터로서 에너지 해방율을 제의했다. He 와 Hutchinson⁶⁾은 굴절 균열의 에너지 해방률이 최대가 되는 방향으로 계면균열이 계면에서 벗어날 것으로 생각했다. Simonov⁷⁾은 계면에서의 임의 균열발생에 대한 이론적 표현을 제시하고, S판정기준의 제한범위를 지적하였다. 또한 Miller⁸⁾는 이방성재에서 계면균열의 굴절문제에 대하여 응력확대계수를 수치적으로 구하였다.

* 부산공업대학교 안전공학과

본 연구에서는 균질재에서 균열의 일생을 통하여 어떠한 구성칙의 제약조건없이 정의될 수 있는 균질재의 균열파라미터로서 제안되어 그 유효성이 실증된 CED⁹⁾를 이용하여 임의의 방향으로 성장하는 균열의 거동에 대하여 조사하였다. 탄성문제에 대한 CED의 계면균열의 결과¹⁰⁾를 기초로 하여, 계면굴절균열에 대한 CED의 정의 및 영역적분으로 각각의 모우드의 평가방법을 제시하였다. 또한 CED에 의한 파괴판정기준을 확립하여, 그 파괴판정기준을 사용하여 균열의 진전방향을 도출하였다. 균열의 진전수법은 CED 파괴판정기준이 일정치가 되는 방향으로 균열이 진전하는 것으로 하고, 비연속면에서의 균열선단 절점력 해방에 의해 실현하였다¹¹⁾.

이러한 평가에 의하여 계면굴절균열의 진전거동을 예측하고 CED파괴기준의 타당성을 검토하였다.

2. 계면굴절균열의 CED 및 변형모드분리

Fig. 1과 같은 계면에서 ω 만큼 굴절된 미소길이 c 의 노치균열을 생각하여 그 노치반경 ρ 를 영으로 한 극한으로서 균열을 생각하였다. 이때 ω 면에서의 CED는 식(1)로 정의된다.

$$\epsilon_\omega = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{\Gamma_1} \int_0^t \sigma_{ij} d \epsilon_{ij} dx_s^t, \quad (i, j=1, 2) \dots \dots \dots (1)$$

여기서 Γ_1 는 극한에서 균열단의 한점이 되는 노치단경로이다.

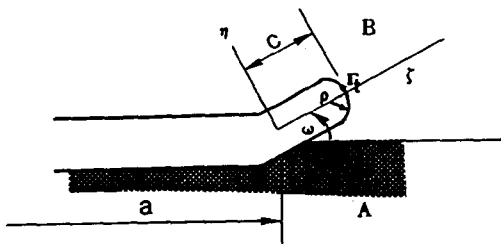


Fig. 1 The geometry of a kinked notch crack in an interface

이와 같이 정의된 CED는 파괴판정기준치를 정하기 위하여 각각의 변형모드의 분리가 필요하게 된다. 각 변형모드분리법은 균질재에서 그 유효성이 입증된¹²⁾ 대칭 및 역대칭성분이용법을 적용하

였다. 즉 Fig. 2에서 보여주는 것처럼 균열노치단 근방에서 ω 면을 중심으로 대칭성분을 모드 I, 역대칭성분을 모드 II에 각각 작용하는 것으로 하여 응력 및 변형율을 식(2)와 같이 구할 수 있다. 이때 γ 는 굴절균열단에서의 균열진전방향이다.

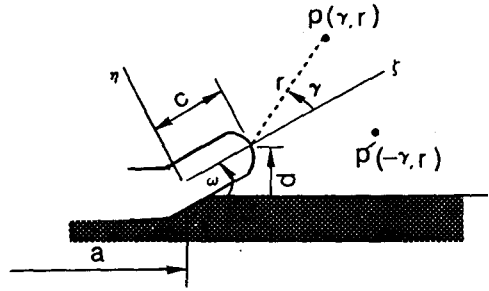


Fig. 2 The mode separation with symmetric and antisymmetric components

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^M(\gamma, r) &= (\sigma_{ij}(\gamma, r) + M(ij) \delta(ij) \sigma_{ij}(-\gamma, r)) / 2 \\ \epsilon_{ij}^M(\gamma, r) &= (\epsilon_{ij}(\gamma, r) + M(ij) \delta(ij) \epsilon_{ij}(-\gamma, r)) / 2 \\ u_{ij}^M(\gamma, r) &= (u_{ij}(\gamma, r) + M(ij) \delta(ij) u_{ij}(-\gamma, r)) / 2 \\ T_i^M(\gamma, r) &= (\sigma_{ij}(\gamma, r) \cdot n_j) \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

여기서 $i, j=1, 2$ 이며, M 은 모드 I, II를 나타내고 u_{ij}, T_i, n_j 는 각각 변위, 대칭점을 통과하는 임의의 경로상의 표면력 및 방향여현이다. 또한 식(2)는 다음식(3)을 만족한다.

$$M(ij) = \begin{bmatrix} 1; M=I \\ -1; M=II \end{bmatrix}, \quad \delta(ij) = \begin{bmatrix} 1; i=j \\ -1; i \neq j \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

이와 같이 대칭, 역대칭성분을 정의하여 변형율 에너지밀도를 구하면 식(4)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} W(\gamma, r) &= \int_0^t \{ \sigma_{ij}^I(\gamma, r) + \sigma_{ij}^{II} \} \cdot \\ &\quad d \{ \epsilon_{ij}^I(\gamma, r) + \epsilon_{ij}^{II}(\gamma, r) \} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

따라서 식(2)를 고려하여 식(4)을 정리하면 식(5)와 같이 각 변형모드 I, II로 분리할 수 있다.

$$\epsilon_\omega = \lim_{\rho \rightarrow 0} \epsilon_\omega^I(\rho) + \lim_{\rho \rightarrow 0} \epsilon_\omega^{II}(\rho) \dots \dots \dots (5)$$

또한 굴절된 균열의 길이가 비교적 미소한 범위에서 생각할 때 식(2)의 응력장은 Hutchinson¹³⁾이 제안한 다음식을 이용하였다.

$$\sigma_{22} + i \sigma_{12} = (K_I + i K_{II}) (2\pi x_s^t)^{-1/2} \dots \dots \dots (6)$$

여기서 K_I, K_{II} 는 균절재에서의 응력확대계수이다.

굴절길이 c 가 계면주균열과 비교하여 매우 작은 범위에서 해석하므로 굴절균열과 주균열사이에 식(7)과 같은 관계를 사용한다.

$$K_I + iK_{II} = qe^{i\Phi} d^\epsilon K \dots\dots\dots (7)$$

여기서 K 는 계면균열에서의 복소응력확대계수 $K_I + iK_{II}$ 이고, q, Φ, ϵ 는 다음과 같다.

$$q = \left(\frac{1 - \beta^2}{1 + \alpha} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

$$\Phi = 0.158\alpha + 0.63\beta \dots\dots\dots (9)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right) \dots\dots\dots (10)$$

$$\alpha = \frac{G_1(1 - \nu_2) - G_2(1 - \nu_1)}{G_1(1 - \nu_2) + G_2(1 - \nu_1)} \dots\dots\dots (11)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{G_1(1 - 2\nu_2) - G_2(1 - 2\nu_1)}{G_1(1 - \nu_2) + G_2(1 - \nu_1)} \dots\dots\dots (11)$$

α, β 는 Dundurs의 상수이고, d 는 $c \sin \omega \approx c\omega$ 로 주어질 수 있다. 따라서 식(7)은 식(12)와 같이 된다.

$$K_I + iK_{II} = qe^{i(\Phi + \epsilon \ln \omega)} c^\epsilon K \dots\dots\dots (12)$$

$$K_I = q |K| \cos[\psi + \Phi + \epsilon \ln(c\omega/a)] \dots\dots\dots (13)$$

$$K_{II} = q |K| \sin[\psi + \Phi + \epsilon \ln(c\omega/a)] \dots\dots\dots (13)$$

$$\psi = \tan^{-1} \left\{ \frac{K_{II}}{K_I} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ψ 는 위상각을 나타낸다.

만일 굴절균열단의 반경을 충분히 작게하여 $\sigma_{ij} = \partial W / \partial \epsilon_{ij}$ 가 성립할 때 에너지해방율과의 관계를 고려하면 평면변형률상태에서 ϵ_ω 는 다음식으로 표현된다.

$$\epsilon_\omega = [(1 - \nu_2) / (2G_2)] (K_I^2 + K_{II}^2) \dots\dots\dots (15)$$

식(13)을 대입하면 식(16)을 얻을 수 있다.

$$\epsilon_\omega = \frac{(1 - \nu_2)}{2G_2} \frac{1 - \beta^2}{1 + \alpha} |K|^2 \dots\dots\dots (16)$$

3. 균열진전수법 및 평가법

균열진전은 먼저 노치균열의 전방으로 예상진전 방향에 Fig. 3과 같이, 변형할때 변위의 비연속성을 고려한 비연속면¹¹⁾을 삽입하여 생각하였다. 유한요소법을 이용할 때 비연속면의 절점은 이중화하여 진전 시에는 다른 절점으로 간주하여 해석한다. CED과괴판정치가 일정기준치에 도달하면 그

비연속면을 절개하여 절개면에서의 절점력을 5단계로 나누어 해방시킴으로써 자유표면을 생성시켜 균열이 진전된 것으로 간주하였다. Fig. 4에서 보여지는 것처럼 비연속면에서의 CED평가는 균절재에서의 결과¹¹⁾를 이용하여 다음식을 적용시켰다.

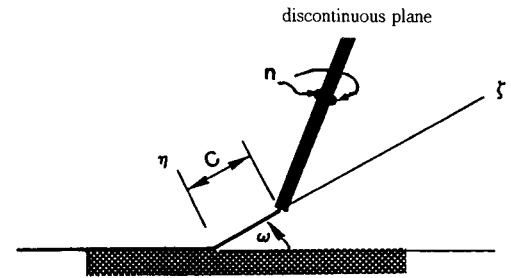


Fig. 3 A model with a discontinuous plane to a crack extension

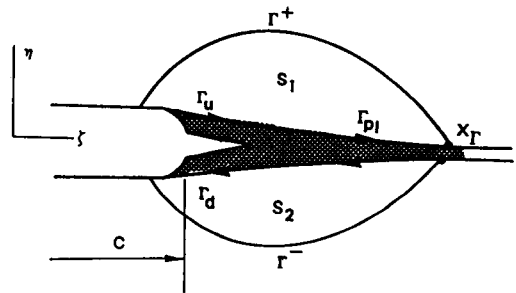


Fig. 4 CED evaluation by a domain independent integral at the discontinuous plane

$$\begin{aligned} \epsilon_\omega = & \int_{\Gamma^- + \Gamma^+} (Wn_1 - T_i u_{i,1}) d\Gamma + W_{plane}(X_\Gamma) \\ & - \int_{\Gamma_u + \Gamma_d} T_i u_{i,1} d\Gamma \\ & - \int_{A_1 + A_2} \int_0^t (\sigma_{ij,1} d\epsilon_{ij} - d\sigma_{ij} \epsilon_{ij,1}) dA \\ & - \int_{\Gamma_{pl}} \int_0^t ({}^L\sigma_n^J, {}_1) d\delta_n \\ & - d({}^L\sigma_n^J, {}_1) d\Gamma \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

여기서 W 는 변형율에너지밀도, $\{\delta_n\}, {}^L\sigma_n^J$ 는 각각 비연속면에서의 면의상당변위와 응력을 나타내며, 변형율상당량 ${}^L\epsilon_n^J$ 은 무차원길이변수 ${}^Lh_n^J$ 을 도입하여 ${}^L\delta_n/h_n^J$ 를 사용하였다.

이와 같이 구한 식(17)을 식(2), (5)등을 이용하여 모드 I, II의 표현 $\epsilon_\omega^I, \epsilon_\omega^{II}$ 을 구할 수 있다.

혼합 모드상태에서는 모드 I형 파괴 및 모드 II형 파괴의 형태중 하나로 파괴가 일어나므로 파괴판정기준치를 어느 것으로 정할 것인가가 문제시 될 수 있다. 그러나 일반적으로 모드 I의 형태로 발생되며 宇都宮¹²⁾의 결과에 의하면 CED의 모드 I 성분이 최대치가 되는 $\gamma | \max$ 의 방향으로 파괴가 발생함으로, 계면굴절균열의 경우에도 $\epsilon_{\omega}^I(\gamma | \max) = \epsilon_{IC}$ 가 만족할때 γ 의 방향으로 균열이 진전하는 것으로 예상된다.

4. 수치해석결과

4.1 해석모델

해석에 사용된 모델은 Fig. 5와 같다. A재와 B재로 구성된 3점굽힘이종재로시험편을 상정하여 평면변형을상태를 가정하였다. 요소는 삼각형정변형을요소와 면요소¹²⁾를 채택하였다. 요소수와 절점수는 각각 979-1029, 570-591이다. 계면굴절균열은 노치모델을 생각하여 노치반경이 $\rho/W=0.005, 0.003, 0.0015$ 의 3가지 종류로 하였다. 또한 굴절각 ω 는 15°, 30°, 45°, 60°의 4경우를 택하였다. 비연속면의 계산에 사용되는 무차원길이변수 h_n 은 0.1, 0.5의 두가지로 사용하였다. 해석에 사용된 미소굴절길이 c 는 0.02, 0.15, 0.75로 모균열길이 a 와의 비 $c/a=0.013, 0.1, 0.5$ 이다. A재와

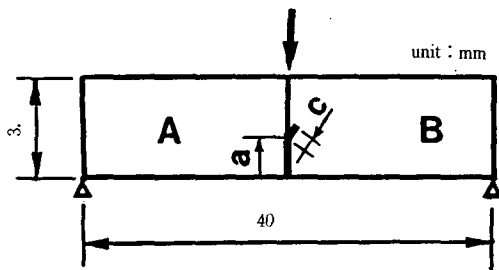


Fig. 5 The model for numerical analysis

Table 1 Some material constants

E_2/E_1	α	β	Φ	ϵ
0.936	0.032581	0.000931	0.005748	-0.009633
0.728	0.157303	0.044943	0.027753	-0.014316
0.485	0.346405	0.098973	0.061116	-0.031613
0.243	0.609375	0.17420	0.107511	-0.055992
0.0243	0.952606	0.27173	0.168067	-0.088872

B재의 재료상수비 및 Dundurs상수는 Table 1에 나타난다.

해석의 편리성을 얻기 위하여 A, B 이종재계면상의 지역을 노치 직경정도의 폭을 가진 박막으로 간주하여 Fig. 6과 같이 그 박막부분을 재료상수가 연속적인 n다층재질로 이루어져 있다고 가정할 때 의사경사기능재질¹⁴⁾로 볼 수 있으며, 이종재계면에 발생하는 재료의 불연속성이 완화된다고 볼 수 있다. 이때 계면 다층재질의 재료상수는 다음(18)식과 같이 사용했다.

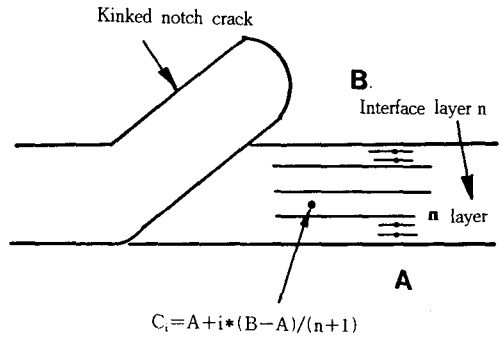


Fig. 6 A multi layer to compensate an interfacial material discontinuity

$$C_i = A + i*(B-A)/(n+1) \quad i=1, n; B>A \dots (18)$$

여기에서는 $n=4$ 로 하여 해석하였다.

4.2 해석결과 및 평가

Fig. 7은 노치균열반경 ρ 의 크기에 따른 $\epsilon_{\omega}^I, \epsilon_{\omega}^{II}$ 의 변화를 나타낸다. 현재의 ρ 의 범위내에서 균열이 진전하기 전에는 주어진 ρ/W 의 크기에 따라 약간의 차이가 있어 $\epsilon_{\omega}^I, \epsilon_{\omega}^{II}$ 의 ρ 에 대한 의존성을 나타낸다. 그러나 진전이 일어난 직후의 결과인 Fig. 8을 보면 $\epsilon_{\omega}^I, \epsilon_{\omega}^{II}$ 의 ρ 에 대한 의존성은 거의 사라지고 있음을 알 수 있다. 이곳에서의 해석은 소규모항복상태에서 이루어지고 있으나 소성영역의 형성이 ρ 의존성 상실을 야기한다고 생각할 수 있다. 따라서 $\epsilon_{\omega}^I, \epsilon_{\omega}^{II}$ 도 균열파라미터로서 계면굴절균열의 파괴기준판정치로서의 사용가능성을 보여준다.

Fig. 9는 CED의 비연속면무차원길이상수 h 에 대한 변화를 나타낸다. 현재의 계산에 사용된 값에서는 h 의 영향은 공학적으로 거의 무시할 수 있는 정도로 작다고 생각되어진다. 따라서 계면굴절

균열의 진전방향에는 아무런 영향도 미치지 않아 균열진전방향으로 비연속면을 삽입하여 계산하는 것은 타당하다고 생각된다.

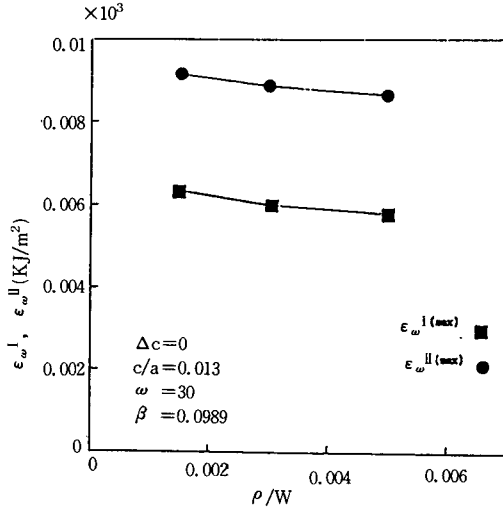


Fig. 7 The dependence of CED for a notch radius

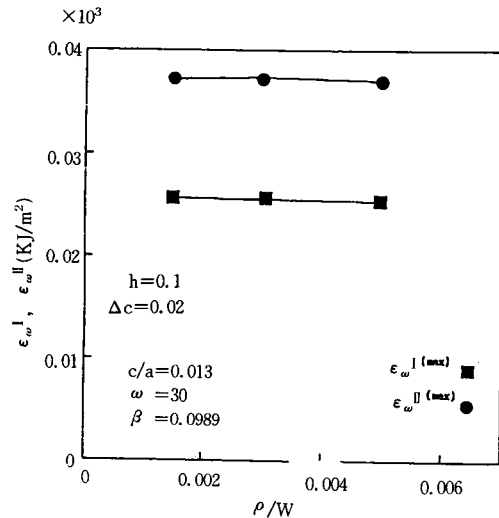


Fig. 8 The weakend dependence of CED for a notch radius according to a crack extension

Fig. 10은 굴절길이에 대한 주균열길이의 비 a/c 의 함수로서 ϵ_{ω}^I , ϵ_{ω}^{II} 의 변화를 나타내고 있다. 굴절각 ω 가 60° 의 경우에는 $\epsilon_{\omega}^I(\max)$, $\epsilon_{\omega}^{II}(\max)$ 가 일정치에 가깝게 나타나고 있으나 15° 의 경우에는 증가 및 감소하고 있음을 알 수 있다. 이것은 15° 의 경우는 계면균열의 해석에 가까우나 60° 의 경우

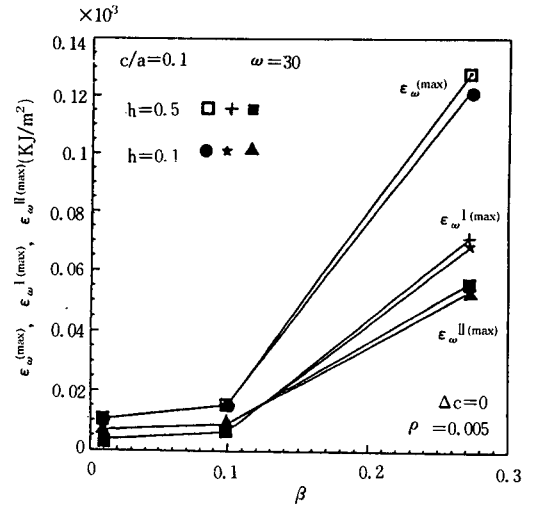


Fig. 9 The effect of h about CED

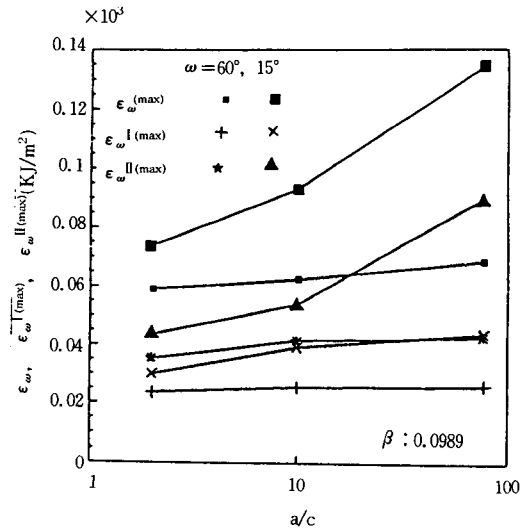


Fig. 10 CED versus a/c for ω $\Delta c=0$

에는 균질재의 성질을 나타냄을 의미한다.

Fig. 11은 a/c 의 함수로서 균열진전방향과의 관계를 나타낸다. 굴절길이가 짧을수록 진전각도는 작아지고 있으며, 또한 β 가 증가함에 따라 진전각도가 증가함을 나타내고 있다. Fig. 12는 균열진전에 따른 $\epsilon_{\omega}(\max)$, $\epsilon_{\omega}^I(\max)$, $\epsilon_{\omega}^{II}(\max)$ 의 변화를 나타내고 있다. 균열진전에 따른 변화는 그다지 보이지 않고 있으며, 따라서 균열파괴판정기준으로서 CED의 각각의 모드성분을 사용하여 균열진전수법에 적용한 것은 타당한 것으로 생각된다. 더

육이 대규모 항복조건에서도 $\epsilon_{\omega}^{I(max)}$ 또는 $\epsilon_{\omega}^{II(max)}$ 가 최대가 되는 방향으로 균열진전방향을 예측할 수 있으며, 계면굴절균열의 파괴를 나타낼 수 있는 파라미터로서 유용하다고 생각되어진다.

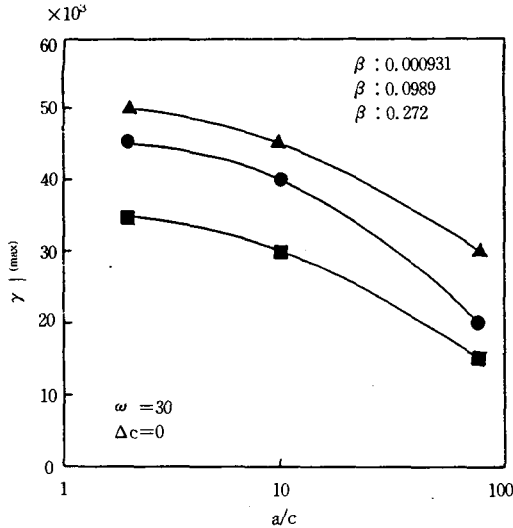


Fig. 11 The relation of a crack extension orientation with a/c

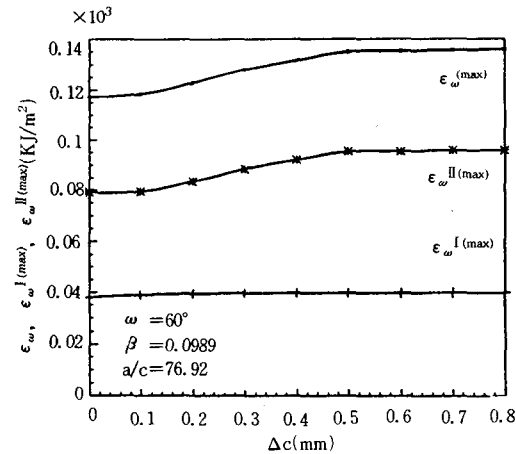


Fig. 12 The variation of CED with a crack extension

5. 결 론

계면굴절균열이 임의 방향으로 성장할 때 CED의 파괴판정기준의 타당성을 조사하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 계면굴절균열에 대하여도 $\epsilon_{\omega}^{(max)}$, $\epsilon_{\omega}^{I(max)}$,

$\epsilon_{\omega}^{II(max)}$ 의 정의가 가능하고 각 모드에 대한 평가가 가능하다.

- 2) 주어진 $\rho/W=0.005$ 이하의 범위에서, 균열이 성장을 하면 $\epsilon_{\omega}^{(max)}$, $\epsilon_{\omega}^{I(max)}$, $\epsilon_{\omega}^{II(max)}$ 의 ρ 에 대한 의존성이 사라진다.
- 3) 비연속면을 진전방향으로 개재한 후 절점력해 방법을 사용하는 균열진전수법은 타당하다.
- 4) a/c와 ω 의 크기는 $\epsilon_{\omega}^{(max)}$, $\epsilon_{\omega}^{I(max)}$, $\epsilon_{\omega}^{II(max)}$ 의 변화에 영향을 미친다.
- 5) $\epsilon_{\omega}^{I(max)}$ 를 평가함에 의하여 계면굴절균열의 진전방향이 예측가능하여 CED파괴기준으로서 유용하다.

본 논문은 1995년도 한국과학재단 핵심전문연구과제의 지원을 받아 수행된 연구결과중 일부이며, 관계제위께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 1) M.L. Williams, The stresses around a fault or crack in dissimilar media, Bull. Seismological Soc. Am., Vol. 49, pp. 199~204, 1959.
- 2) J.R. Rice, Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks, J. of App. Mechanics, Vol. 55, pp. 98~103, 1988.
- 3) C.F. Shih and R.J. Asaro, Elastic-plastic Analysis of Cracks on Bimaterial Interface, J. of App. Mechanics, Vol. 56, pp. 763~779, 1989.
- 4) R. Yuuki and J.Q. Xu, Fracture Tests and Evaluation of Interface Cracks under Mixed Mode Condition, APCFS '93, pp. 457~462, 1993.
- 5) B.M. Malyshev and R.L. Salganik, The Strength of Adhesive Joints using the Theory of Cracks, Int. J. Fracture Mechanics, Vol. 1, pp. 114~127, 1965.
- 6) M.Y. He and J.W. Hutchison, Kinking of a Crack Out of an Interface, J. of App. Mechanics, Vol. 56, pp. 270~278, 1989.
- 7) I.V. Simonov, Prediction of arbitrary crack growth from the interface between two dis-

- similar elastic materials, *Int. Jour. of Fracture*, Vol. 57, pp. 349~363, 1992.
- 8) G.R. Miller and W.L. Stock, Analysis of Branched Interface Cracks Between Dissimilar Anisotropic Media, *Jour. of Applied Mechanics*, Vol. 56, pp. 844~849, 1989.
- 9) K. Watanabe, New Proposal of Crack Energy Density Concept as a Fundamental Fracture Mechanics, *Bull. JSME*, Vol. 24, No. 198, pp. 2059~2066, 1981.
- 10) O.H. Kwon, T. Utsunomiya and K. Watanabe, CED for an Interface Crack, *JSME Int. J. Ser. A*, Vol. 37, No. 3, pp. 224~230, 1994.
- 11) O.H. Kwon and K. Watanabe, The Evaluation of the Behavior of a Stably Growing Crack by CTED-Based Application Phase Simulation, *Trans., JSME, A*, Vol. 58, No. 545, pp. 53~58, 1992.
- 12) 宇都宮, 渡邊勝彦, 任意方向き裂エネルギー密度の評価と混合モード破壊基準としての可能性に関する基礎的検討, *JSME*, Vol. 55, No. 516, pp. 1832~1840, 1989.
- 13) J.W. Hutchinson, M.E. Mear, J.R. Rice, Crack Paralleling an Interface Between Dissimilar Materials, *Jour. of Applied Mechanics*, Vol. 54, pp. 828~832, 1987.
- 14) 渡邊義見, 福井泰好, 遠心力を利用した傾斜機能材料の組成制御, *JSME*, Vol. 58, No. 556, pp. 2472~2477, 1992.