

무엇 때문에 수학의 역사를 교육하는가?

Topkil Heiede
아주대학교 수학과 방승진 옮김

오직 개인적인 대답만이 가능한 질문들이 있다. 이 글의 제목도 그런 질문에 속한다. 그리고 또 한가지, 이런 질문과 복잡하게 연관된 것이 있다. 그것은 ‘왜 수학을 교육하는가’이다.

앞으로 이 글의 내용을 통하여 이 두 가지 질문에 대한 내 개인적인 대답을 보게 될 것이다. 한 가지 혹은 양쪽 질문에 대한 다른 사람들의 대답을 모아놓은 것도 참고문헌으로 나열하였다. 훨씬 더 많이 나열할 수도, 영어 아닌 다른 언어로 논문을 냈었다면 더 길게 나열했을 수도 있었을 것이다. 여러분도 아시다시피, 여기에는 현세기에 살았던 세계 여러 나라의 다른 시대에 씌여진 논문들을 나열한 것이다. 여러 가지 이유로 많은 사람들은 누군가가 정말로 수학의 역사를 가르쳐야 한다는 것에는 동의하나 되풀이하여 강조하여야 한다는 것은 등한시하는 것 같다.

두 가지 질문 중 두 번째 질문에 대해 먼저 대답해보자. 우리는 수학을 가르친다 - 초등학교에서 대학교까지 교육의 모든 단계를 염두에 둔다. - 다른 과목을 가르치는 이유도 마찬가지이다. 그것이 거기에 있기 때문이다.

그것은 일반적인 유산의 일부이고 새(차)세대에게 전해져야만 한다. 나는 이 세상을 구원하거나 인류를 발전시키거나, 혹은 더 훌륭한 전기기사를 만들어내거나, 사람들로 하여금 일상생활을 잘 이끌어나가게 하여 이들을 즐겁게 하거나 다른 과목들이 가지는 일반적인 목적에 이르기 위하여 수학을 가르치는 것은 아니다. 단지 수학은 계속 나아가야만 하고 나 자신이 그런 일을 하는게 좋아졌기 때문이다.

나에게 있어 수학 선생이란 수학으로 넘쳐 흘러 이 과목에 능통하여 다른 사람들에게 수학에 대해 말해주고야마는 사람이다. 이것은 수학을 가르치는 데 있어 필요한 어떤 것이다. - 그리고 물론 그 이후에 나머지 많은 것들도 하게 되겠지만 (아마도 세상을 구원하는 것만 제외하고) 결코 이 순서가 반대로 되지는 않는다.

물론, 여기에는 대답되어져야하는 적절하고, 어려운 - 그러나 부수적인 - 질문들이 많이 있다. 이것은 수학이 배워야 할 것이 무엇이며 누구에게, 누구에 의하여, 얼마나, 언제, 어떤 순서로, 어떤 방법으로 등등 -이 모든 것들은 수학의 본보기를 이루며, 훌륭히 수학을 가르치기 위해서는 이런 대답들이 필요하지만, 결코 충분하지 못하다.

역사는 어떻게 여기에 이르는가? 역사가 다른 여러 곳에 이르는 방법과 같다. 인간은 역

사적 동물이다. 이것이 사람과 지상의 다른 동물들 사이의 차이를 나게하는 점이다. 독수리와 생쥐는 아무런 역사를 없고 혹시 있다 해도 한 마리의 독수리나 생쥐조차 이것을 알 수 없을 뿐더러 인간에 의해 주어진 것이기에 - 마치 인간이 (아마도 좀 더 실제적인 방법으로) 말에게 역사를 주어준 것도 이와 마찬가지이다. 모든 남자와 여자도 개인적인 역사를 가지며 또한 가족간의 역사는 물론이다. -그리고 누군가의 부모, 조부모, 증조부모와 그보다 가능한 이전의 역사를 모른다면 슬픈 일이다. 한 국가도 그 과거- 선한 일과 악한 일들, 특히 국가의 이름으로 행하여진 선한 행위와 악한 행위들, 그리고 결국 전 인류에게 있어 똑같은 방법으로 행하여졌다 -를 암으로써 비로소 한 나라로 탄생하는 것이다. 인간은 역사를 가지고 있다. -그것은 기억을 한다는 것의 또 다른 명칭일 뿐이다. 물론 이런 기억에 특별한 관심을 가지는 사람들을 보는데, 이들 역사학자들(historians)은 과거를 캐내어 생각해보고 논의하며 이에 대해 저술하는 등의 일을 한다. 그러나 우리 모두도 과거에 대해 알고 있어야만 한다.- 만약 그렇지 않으면, 역사는 더 이상 존재하지 않으며, 따라서 아마도 보다 심원한 의미로는 우리도 존재하기를 멈추는 것과 다름없는 것이다. 그렇지만 역사적인 피조물이라면 그 안에 과거가 살아 숨쉬지 않을 때 살아있는 것이 아니다.

인간과 접촉하는 모든 것이 역사를 가지고 있다. -나무, 연장, 집, 도시, 건축물, 모든 상행위, 모든 예술, 모든 믿음(종교), 모든 과목(심지어 역사 자체도), 그리고 수학도 역시 그러하다. 만약 당신이 수학을 가르친다면, 수학의 역사를 가르쳐야 한다. 왜냐하면 어떤 과목의 역사란 그 과목의 일부이기 때문이다. 만약 당신이 수학이 역사가 있다는 사실을 알지 못한다면, 수학을 배우지 못한 것과 다름없다. - 왜냐하면, 수학에 있어 필수불가결한 부분에 대해 그럭저럭 넘어가 버린 셈이기 때문이다. 물론 연구하고 생각하고 토론하며 저술활동을 하는 수학 역사학자라 불리는 전문가들이 있다. 그렇지만 수학을 가르칠 때 그 역사를 가르치지 않는다면 진정한 수학교사는 되지 못하는 것이다.

한 예로, 여러분들이 네이피어(Napier)에 대해 들어보지 않고는 대수에 관해 배우지 못한 것과 마찬가지이다.

큰 수의 곱셈, 나눗셈, 제곱과 세제곱의 근호 벗기기를 하는 일은 시간을 많이 들여야 함에도 불구하고, 귀찮고 방해가 되는 것일 뿐 아니라, 수학연습을 하기에는 제일 골치 아픈 것임을 알게 되었다. 따라서 나는 이런 장애물들을 극복할 확실하고 재빠른 기술을 생각해내게 되었다.

이십년간 그는 마음속에 그 방법을 생각하여 유명한 대수학을 탄생시켰다. 아니 그 이상이었다. 여러분들은 Prosthaphaeresis와 티코 브라헤 - 그는 최초로 이 방법을 발견해 내진 못했으나 많은 나라의 수많은 사람들이 코펜하겐 근처의 해협의 히븐섬(Hiven)(그 당시에는 덴마아크의)에 있던 우라니엔 보오그(Uranienborg)와 스티여네보오그(Stjerneborg)라는 네이피어의 관측소에서 이 대수 사용법을 배웠던 것이다. 한 번에 두 가지 인수 이상을, 심지어는 거듭제곱과 근(根)을 가지는, 문자 분모에 많은 인수를 가지는 분수들 다루는 것보다 더 편리하기 때문에 대수는 Prosthaphaeresis보다 더 훌륭하다는 것을 생각해내었다. 그리고 어떻게 3세기 이상 대수학이 계산술에 있어 확실하게 중요한 수단이 되어왔으며, 그러나 지금 이런 의미를 상실하고 무척 다른 이유 때문에 미적분학이라 불리는 수학 분야에 또 다른 그

리고 훨씬 심도있는 이론적 중요성을 가지게 되었는지를 생각하였다. 그리고 어떻게 이 중요성은 상실되어지지 않았고 앞으로 상실되어지지도 않을 것인지를 생각했었다. 그런 와중에 요즘은 대수학이 학교에서 요즘 예전과는 다르게 나오는데 그 이유는 이것이 더 기본적인 단계에서는 더 이상 필요치 않게 된 것도 재미있는 일이다. -이것은 평상적인 일들과는 반대되는 것이다.

간단히 말해서, 대수가 피할 수 없는 운명을 가짐을 알지 못했다면 여러분들은 대수를 배우지 않은 것과 같다.

아마도 나는 철저하게 수학으로 가득차 있는 사람인 것 같다. 그래서 더 재미있고 쉽게 하려거나, 보다 인간적으로 (심지어 만약 누가 수학은 쓰디 쓴 것이니 알약에 설탕을 치듯이 설탕을 쳐야된다고 한다면 그는 절대 수학 교사는 되지 못할 것이다.) 만들기 위해 수학의 역사를 가르치려는 사람들의 생각에 동의하지는 않는다고 확실하게 말하고 싶다. 다시 말해 만약 여러분이 수학의 일부로서 수학의 역사를 가르쳐야 한다면 이 모든 것을 따라주기 바란다. 이 모든 것을 따른다면(최소한 나에게는) 수학 교사들은 -처음 교육(양성, 훈련)받을 때부터 이들이 다른 과목에서 수학의 다른 부분에 대해 혹시 받았을지도 모르는 것과 똑같이, 이들이 연구해 온 수학의 일부분으로, 혹은 되도록 수학 역사에 있어 특별한 과정으로서 수학의 역사를 배웠어야 한다. 물론 현대의 교원 대학이나 4년제 대학, 혹은 불완전한 세상의 여러 나라에서 교육받을 미래의 교사들에게 이런 교육이 이루어지지 않고 있으나, 변화를 가져오는 것도 그 자체 내에서는 주요한 의무이기도 하다. 이미 교사가 된 사람들도 해 나가야 할 매우 크나큰 임무이기도 하다. 이들 교사들 중 대부분이 학창시절이나 미래의 수학 교사로 교육받을 당시에 수학의 역사에 대해서는 들어보지도 못했었다. 초등학교나 중학교 저학년을 맡는 많은 선생님들에 대해서는 특별히 큰 문제이다. 왜냐하면 오늘 날 어린이들은 갖게되는 수학이란 무엇인지에 대한 처음 인상과 혹은 영원히 가질 인상을 이 선생님들로부터 받는다고 생각되기 때문이다. 대다수의 이런 선생님들은 수학에 관해 그리 많이 배우지도 못했고 흔히 수학의 역사에 대해서는 더더욱 배우지 못했다. 이들을 위해 해야 할 일은 무엇이며, 무엇이 가능한 것인가?

이런 질문은 본인에게는 덴마아크 황실교육학교 연구소에서 일한 이래로 전문적이고 개인적인 것이라 할 수 있는데, 이 연구소의 주요한 목적이 교육도 있지만 더 나아가 교사들을 교육시키는 것이다. 매해, 수백 명의 수학교사들은 코펜하겐에 있는 왕실학교 지부의 수학과에서 단기, 혹은 장기적인 강의에 출석하게 된다. 보다 작은 범주에서는, 수학 교육 석사 자격을 주는 부분적 연구가 이루어지기도 한다. 그리고 매해 교사 연수를 담당하는 단과 대학에서는 수학 교사들을 위한 일주일짜리 강의 코스도 있다. 지금 말한 것만 가지고는 수학의 역사가 어느 정도 형태를 나타내는지 정확히 묘사하는 것은 불가능하다. 코펜하겐 (지국의) 지부에서 일한 최근 몇 년간에 들었던 강의중 하나만 짧게 이야기 하면서 예를 들어보자. 50명의 교사들이 「7(학년)부터 10까지의 수학수업(Math-in classes 7 to 10)」이라는 과목을 듣기 위해 33주간 동안 오전 9시부터 오후 3시까지 매주 화요일에 만난다. 이들은 두 반으로 나뉘어 대부분의 수업시간 동안 다섯 내지 여섯 명의 각각 다른 강사들의 지도 아래 각각의 수학 주제를 놓고 공부하게 된다. 대개는 이러한 주제들 중 얼마나 많은 역사 내용이 나오느냐의 정도에 달려있다. 1월과 2월의 화요일에는 50명의 교사들이 9시부터 정오까지의 시간에는 셋 내지 넷의 작은 그룹으로 나뉘어 참가자 자신들이 미리 선택해 놓은 주제에 몰

두 한다. 매해 이 주제 중 하나는 수학의 역사가 있어 왔다. 7일간의 아침시간에는 이집트 미적분학과 바빌로니아 방정식에서부터 그리스 기하학과 아라비아의 대수학을 망라하여 수학이 그 영역을 새로운 방식으로 다시 한번 정의한 비유클리드적 기하학의 출현에 이르기까지를 공부한다.

물론, 우리가 그렇게 짧은 시간 동안에 일정한 깊이의 수학의 역사 모두를 알기란 힘들지만, 오히려 목적은 관심을 가지고 돌아가야 할, 그리고 함께 하면서 계속해야 할 무엇이 있음을 알려주려는 것이다. 물론, 며칠을 정신없이 교육받은 것만 가지고 생소하나마 참가자들에게 깊숙이 파고들어 갔을 수 있었다고는 의도하지 않는다. 그러나 그들이 돌아간 교실에서 진행되는 수업에 색깔을 주고 더 발전시키를 바랄 뿐이다.

지난해 참가했던 사람들 중 많은 수는 이런 강의의 역사적인 부분이 무척 중요하다는 것을 깨닫고 미래의 강의에서는 수학의 역사가 모든 학생들에게 반드시 교육되어야 하며 단지 선택적으로 교육되어지지 않아야 한다고 생각하게 되었다. 운 좋게도, 전적으로 수학 역사를 가르치는 몇몇 강의가 있기도 하다. 결론적으로 본인은 수학의 역사와 관계가 있는 또 다른 것을 언급하고자 한다. 시간의 정신이 그것이다. 우리 모두는 시간이라는 음악에 맞추어 완벽한 리듬과 조화이건 불협화음이건 각자의 춤을 추고 있는 것이다. 그렇지만 공기를 알아채지 못한다 - 항상 공기로 숨쉬고 있기 때문인 것처럼 뉴욕 시 대학의 하워드 레비교수는 은퇴하기 최근 몇 년전부터 역사안에서 시시각각 변하는 순간마다 이렇게 변화하는 어떤 기운을 느끼고, 동시에 제자들이 인생의 이런 국면을 깨닫게 하려 나름대로 노력해 왔다. 그는 한 강좌를 열어 수학을 전공하지 않아도 수학내용이나 수학에 관한 어떤 것들을 배우는 데 관심 있는 학생들에게 강의하였다. 그는 이들이 각자의 역사적 배경을 가지고서 수학적 주제를 선택하라고 하여 문학이든, 정치학이든, 생물학이든 그 무슨 전공과목에서 문제로 삼은 수학적 주제와 어떤 식으로든 같은 성향을 지닌 동시대 혹은 비슷한 시기로부터 어떤 것을 찾아낼 수 있겠느냐고 물었다. 그는 수학이 특정한 과목에 영향을 미쳤다든가 혹은 반대의 경우인지를 묻는 것이 아니라 다만 그 한 시절의 철학, 정치, 과학, 문학 등에서 역사 자신이 그랬을 법한 견해에서 그 분위기를 알아내기를 원한 것 뿐이다. 그 자신이 보여준 예 중 하나도 1776년 미국 독립 선언문과 연관이 있는데, 누구나 알다시피 그 두 번째 단락은 다음과 같이 시작된다. “우리는 이런 진실들이 자명하다고 믿는다…” 만약 이 글이 50년 혹은 60년 후에 쓰여졌다면 비유클리드 방식으로 쓰여지진 않았을까? “우리는 우리 사회가 다음에 나오는 원리 위에 세우기 원한다”라고. 이런 강좌를 통하여 매우 확실하게 실현되는 것이 있는 것은 아니지만, 하워드 레버 박사와 그 제자들 모두에게 흥미스러운 강좌이다. 그리고 물론 우리가 어떻게 시간의 정신을 정의하며 어떻게 감지하는가, 그리고 그 변화를 어떻게 인식-과거와 현재에서-하게 되는가 하는 물음에 확실한 답을 할 수는 없다. 그러나 그런 질문들을 던지는 것이 이에 대답하는 것보다는 더 중요한 일이며, 역사와의 연계성과 수학의 역사의 연관성에 있어 어떤 역할을 하고 있음에 틀림없다.

대답 없는 또 다른 질문이 있다. 수학이란 무엇인가? 그리고 수학도 지금과는 꼭 같이 존재해 오지는 않았을 것이고 미래에는 수학도 약간 달라질 수 있다는 것, 다시 말하자면 수학도 역사를 가진다는 것을 깨달을 때만 이 질문에 진정으로 앞을 내다볼 수 있는 답을 줄 것이다. 그러나 그것은 아마도 다른 이야기가 아닐까.

참고문헌

1. Abraham Arcavi, "History of Mathematics and Mathematics Education" A Selected Bibliography. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik 17 (1985) pp. 26-29. Also in Ivor Grattan-Guiness (ed), History in Mathematics Education: Proceedings of a Workshop held at the University of Toronto, Canada 1983, Cahier d'histoire et de philosophie des sciences No. 21 (1987) pp. 197-203.
2. Abraham Arcavi, Maxim Bruckheimer and Ruth Ben-Zwi, "Maybe a Mathematics Teacher can Profit from the Study of the History of Mathematics". For the learning of mathematics 3 (1982) 1 pp. 30-37.
3. M. Barwell, "The Advisability of Including some Instruction in the School Course on the History of Mathematics". The Mathematical Gazette 7 (1913) pp. 72-79.
4. Paulo Boero, "Semantic Fields Suggested by History: Their Function in the Acquisition of Mathematical Concepts". Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik 21 (1989) pp. 128-133.
5. George Booker, International Study Group on the Relations Between History and Pedagogy of Mathematics (HPM) (Report of meetings held in conjunction with the International Congress on Mathematical Education 5). Historia Mathematica 13 (1986) pp. 184-190.
6. Victor Byers, "Why Study the History of Mathematics?". International Journal Mathematical Education in Science and Technology 13 (1982) pp. 59-66.
7. F. Cajori, Introduction, in: F. Cajori, A History of Mathematics. Macmillan, New York 1919, pp. 6-8.
8. "The Development and Nature of Mathematics". Part 3 of: Mathematics in General Education: A Report of the Committee on the Function of Mathematics in General Education for Commission on Secondary School Curriculum Appleton-Century-Crofts, New York 1940, pp. 241-266.
9. John Fauvel (interviewed), "Is the History of Mathematics Suitable for Classrooms?" Namaren 16 (1989) pp. 13-15.
10. Graham Flegg, "Some Questions on the Teaching of the History of Mathematics," Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik 10 (1978) pp. 67-69.
11. Richard L. Francis, "History of Mathematics in the Training Program for Elementary Teachers". The Arithmetic Teacher 23 (1976) pp. 248-250.
12. Herta T. Freitag and Arthur H. Freitag, "Using the History of Mathematics on Secondary School Level". Mathematics Teacher 50 (1957) pp. 220-224.
13. Hans Freudenthal, "The Implicit Philosophy of Mathematics History and Education" Plenary Address at the International Congress of Mathematicians 1982, Warszawa

1983.

14. Hans Freudenthal, "Should a Mathematics Teacher Know Something about the History of Mathematics?". *For the learning of mathematics* 2 (1981) pp. 30-33.
15. Jean-Pierre Friedelmeyer, "Teaching Sixth Form Mathematics with a Historical Perspective", in John Fauvel(ed), *History in the Mathematics Classroom*. The Mathematical Association, Leicester 1990, pp. 1-16.
16. M.A. Golberg and H. Bowman, "Mathematics History: A Unifying Device in the Teaching of Mathematics," *American Mathematical Monthly* 83 (1976) pp. 651-653.
17. Judith V. Grabiner, "The Centrality of Mathematics in the History of Western Thought". *Mathematics Magazine* 61 (1988) pp. 220-230.
18. Ivor Grattan-Guiness, "Not from Nowhere: History and Philosophy behind Mathematical Education". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 4 (1973) pp. 421-453.
19. Ivor Grattan-Guiness, "On the Relevance of the History of Mathematics to Mathematical Education". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 9 (1978) pp. 275-285.
20. D. R. Green, "History in the Mathematics Teaching: Before the Advent of Modern Mathematics, and: Modern Times". *Mathematics in School* 5 (1976) 3, pp. 15-17 and 4, pp. 5-9.
21. "The History of Mathematics and its Bearing on Teaching". Chapter 9 in *Teaching Mathematics in Secondary Schools*, Ministry of Education Pamphlet No. 36, Her Majesty's Stationery Office 1958, pp. 134-154
22. Lucia Grugnetti, "The Role of the History of Mathematics in an Interdisciplinary Approach to Mathematics Teaching". *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik* 21 (1989) pp. 133- 138.
23. Rod Haggerty, "The Place of the History of Mathematics in the Undergraduate Curriculum", *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 22 (1991) pp. 65-68.
24. Eon Harper, "Ghosts of Diophantus". *Educational Studies in Mathematics* 18 (1987) pp. 75-90.
25. F. Hickman and R. Kapaida, "A History of Mathematics Course for Teachers". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 14 (1983) pp. 753-761.
26. Phillip S. Jones, "The History of Mathematics as a Teaching Tool", in Anhur E. Hallerberg (ed), *Historical Topics for the Mathematics Classroom*. National Council of Teachers of Mathematics, Washington, D.C. 1969, 2nd ed. Reston, Virginia 1989, pp. 1-17.
27. Victor J. Katz, "Using History in Teaching Mathematics". *For the learning of mathematics* 6 (1986) 3, pp. 13-19.

28. M. M. Kazim, "The Use of History of Mathematics in the Teaching of Mathematics in Secondary Education", in M. Zweng et al (eds), Proceedings of the 4th International Congress on Mathematical Education, Birkhauser. Boston 1983. pp. 402-401.
29. Israel Kleiner, "Famous Problems in Mathematics: An Outline of a Course", For the learning of mathematics 6 (1986) 1, pp. 31-38.
30. Xavier Lefort. "History of Mathematics in Adult Continuing Education", in John Fauvel(ed). History in the Mathematics Classroom. The Mathematical Association, Leicester 1990, pp. 85-96.
31. Robert L. Long. "Remarks on the History and Philosophy of Mathematics". American Mathematical Monthly 93 (1986) pp. 609-619.
32. Michael R. Matthews, "History, Philosophy, and Science Teaching: A Brief Review, and a Bibliography". Synthese 80 (1989) pp. 1-7 and 185-196.
33. Bruce E. Meserve. "The History of Mathematics as a Pedagogical Tool", in M. Zweng et al (eds), Proceedings of the 4th International Congress on Mathematical Education, Birkhauser, Boston 1983 pp. 398-400.
34. Ryosuke Nagaoka, On the Role that History of Mathematics plays in Mathematics Education. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik 11 (1989) pp. 176- 179.
35. David Pimm, "Why the History and Philosophy of Mathematics should not be Rated X". For the learning of mathematics 3 (1982) 1, pp. 12-15.
36. Cecil B. Read, "The Use of the History of Mathematics as a Teaching Tool". School Science and Mathematics 65 (1965) pp. 211-218.
37. Leo F. Rogers, "The Philosophy of Mathematics and the Methodology of Mathematics Teaching". Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik 10 (1978) pp. 63-67.
38. Leo F. Rogers, "Teaching the History of Mathematics - Purpose and Methodology". Newsletter of the International Study Group on the relations Between History and Pedagogy of Mathematics 1980 pp. 4-7.
39. Fung-Kit Siu and Man-Keung Siu, "History of Mathematics and its Relation to Mathematical Education". International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 10 (1979) pp. 561-567.
40. Man-Keung Siu, "Mathematics for Math-Haters". International Journal of Mathematical Education in Science and Technology 8 (1977) pp. 17-21.
41. Dirk J. Struik, "Why Study the History of Mathematics?" The Journal of Undergraduate Mathematics and its Applications 1 (1980) pp. 3-28.
42. Frank J. Swetz, "Seeking Relevance? Try the History of Mathematics". Mathematics Teacher 77 (1984) pp. 54-62 and 47.
43. Frank J. Swetz, "Some Thoughts on Teaching the History of Mathematics", Pennsylvania Council of Teachers of Mathematics Journal 6 (1981) pp. 9-15. Also in: Journal of Science and Mathematics Education in S.E. Asia 4 (1981) pp. 34-39.

44. Frank J. Swetz, "What Ever Happened to the History of Mathematics?" American Mathematical Monthly 89 (1982) pp. 695-697.
45. Frank J. Swetz, "Using Problems from the History of Mathematics in Classroom Instruction" Mathematics Teacher 82 (1989) pp. 370-377.
46. Dick Tahta. "In Caalyosi's Arms". For the learning of mathematics 6 (1986) 1, pp. 17-23.
47. André Weil, "History of Mathematics: Why and How", in: Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Helsinki 1978, pp. 227-236.
48. R. L. Wilder, "History in the Mathematics Curriculum: Its Status, Quality, and Function". American Mathematical Monthly 79 (1972) pp. 479-494.

무엇이 미적분학 발전의 원인이 되었는지, 어떻게 미적분학이 뉴튼과 다른 사람들에 의해 사용되었는지를 이해하지 않고 미적분학을 배우는 것은 어떤 악보도 보지 못한 채 피아노 음계를 치는 것을 배우는 것과 같다.

— F. J. 스월츠

수학의 목적과 구조, 수학의 경이로움과 창의성에 대한 생각이 아이들의 마음에 일으켜지려면 수학교육에 역사를 도입시키는 것이 필수적이다.

— F. J. 스월츠

보통 학교에서 역사는 젊은이들을 사회에 입문시키기 위하여 가르친다 - 그들에게 전통을 알게 하고 소속감을 주고 진행중인 발전이나 제도에 참여하고 있다는 느낌을 주기 위해서이다.

수학사를 가르치는 것도 비슷한 목적을 가지고 있다고 할 수 있다.

— F. J. 스월츠