Journal of Historia Mathematatica Vol. 9. No. 1, (1996), 32 - 39.

수학사의 오류

광운대학교 수학과 **허 민**[1)]

머리말

수학은 논리 정연하고 체계적이며 어떠한 오류도 용납하지 않는다. 겉으로 나타난 수학은 평화롭다. 그러나 수학의 이면에는 많은 다툼이 있고 격렬한 논쟁이 있다. 그리고 수학사에서 우리는 새로운 사실을 누가 먼저 발견했는지에 대한 하찮은 싸움도 발견할 수 있다. 뉴턴과 라이프니츠 중 누가 먼저 미적분학을 발견했는지에 대한 영국 수학자들과 유럽 대륙 수학자들 사이의 논쟁은 유명하다.

그런데 수학적 사실을 실제로 발견한 사람과 그런 사실을 부를 때 사용되는 사람의 이름이 다른 경우가 있다. 그래서 실제로 발견한 사람은 역사 속에 묻혀버리고 엉뚱한 사람이 명예를 얻는 경우가 종종 발생한다. 예를 들면, 기원전 250년경에 쓰여진 것으로 추정되는 **구장산술**(九章算術)에서는 행렬에 열 작용을 시행해서 연립 방정식을 풀고 있다[1, p.219]. 이것은 가우스(C. F. Gauss, 1777-1855)가 태어나기 거의 이천 년 전에 이미 중국 사람들이 이른바 '가우스 소거법'을 알고 있었음을 의미한다. 또, 주세걸(朱世傑, 1280-1303)이 1303년경에 쓴 책 **사원옥람**(四元玉鑑)에는 $(a+b)^n$을 전개할 때의 계수를 나타낸 그림이 있다[7, p.83]. 현재 이것을 파스칼(B. Pascal, 1623-1662)의 이름을 따서 통상 '파스칼의 삼각형'이라 부르고 있다.

위의 두 가지 예는 중국과 서양 수학이 거의 독립적으로 발달했으며, 현재 우리의 수학이 서양의 전통을 따르고 있기 때문에 나타난 현상일 것이다. 그러나 서양 수학 내부에도 그리고 근대 수학에도 이와 같이 잘못 붙여진 이름이 존재한다. 본 글에서는 플라톤의 입체, 카르다노의 공식, 이항 정리와 뉴턴의 방법, 로피탈의 정리, 매클로린 급수, 심프슨의 공식 등을 중심으로 역사의 오류를 집어보기로 하겠다.

1. 플라톤의 입체

다면체 중 모든 면이 서로 합동인 정다각형이고 그것의 다면각들이 모두 합동인 다면체를

광운대학교 기초과학연구소 연구원

정다면체라고 부른다. 모든 차수의 정다각형이 있지만, 정다면체는 정확하게 다섯 종류만이 존재한다. 정다면체는 면의 개수에 따라 이름이 붙여지는데, 네 개의 삼각형 면을 갖는 정사면체, 여섯 개의 정사각형 면을 갖는 정육면체, 여덟 개의 삼각형 면을 갖는 정팔면체, 열두 개의 오각형 면을 갖는 정십이면체, 스무 개의 삼각형 면을 갖는 정이십면체 등이 있다.

정다면체에 대한 초기의 역사는 과거의 어둠 속에 묻혀 있다. 그런데 다섯 가지 모든 정다면체에 관한 설명이 플라톤(기원전 427-347)의 **티마이오스**(Timaeus)에 실려 있다. 이 책에는 삼각형, 사각형, 오각형 등을 서로 조합해서 면들을 구성함으로써 공간 도형을 만드는 방법이 설명되어 있다. 그래서 다섯 가지 정다면체는 '플라톤의 입체'라는 이름을 갖게 되었으며, 오늘날에도 일부 책에서 이와 같은 표현을 찾아볼 수 있다. 아마도, 서구 세계에서 가장 존경받는 철학자로서의 플라톤의 명성 때문에 이런 표현이 존속되고 있는 것으로 믿어진다.

그렇지만 정다면체는 플라톤의 발견이 아니다[2, pp.42-43]. 이것들에 대한 최초의 수학적인 취급을 유클리드의 **원론** 제XIII권에서 찾아볼 수 있다. (분명히, 게미누스(Geminus)에 의해 나중에 첨부되었을 것으로 생각되는) 이 책의 최초의 각주에는 다음과 같은 말이 있다. "이 책은 이른바 플라톤의 입체들을 다루는데, 이것들의 이름은 부정확하게 붙여졌다. 왜냐하면 정사면체, 정육면체, 정십이면체 등 세 가지는 피타고라스에 의한 것이고, 정팔면체와 정이십면체는 테아이테토스(Theaetetus)에 의한 것이기 때문이다." 이 지적이 정확한 사실일 것이다.

2. 카르다노의 공식

일차 방정식과 이차 방정식은 이미 고대 문명 사회에서 기하학적인 방법과 대수적인 방법으로 풀렸었다. 특히, 기원전 2000년경의 바빌로니아 사람들은 완전 제곱에 의한 방법과 일반적인 근의 공식을 사용해서 대수적으로 이차 방정식을 푸는 방법을 알고 있었다. 또, 바빌로니아 사람들은 자연수 n에 $n^3 + n^2$의 값을 계산해 놓은 수표를 이용해서 특수한 형태의 삼차 방정식을 풀었다. 그렇지만 일반적인 삼차 방정식의 해법은 쉽게 발견되지 않았다. 11세기에 이르러서야 페르시아 수학자 오마르 카얌(Omar Khayyam, 1040-1123)은 삼차 방정식을 기하학적으로 풀 수 있었고[5, pp. 172-179], 그 뒤 거의 500년이 지난 16세기에 이탈리아의 수학자들이 마침내 삼차 방정식을 대수적으로 풀 수 있었다.

카르다노(Girolamo Cardano, 1501-1576)는 1545년에 대수학 책 **위대한 계산법**(Ars magna)을 출판했는데, 이 책에 삼차 방정식 $x^3+mx=n$의 근에 대한 다음과 같은 공식이 실려있다.

$$x=\sqrt[3]{\frac{n}{2}+\sqrt{\left(\frac{n}{2}\right)^2+\left(\frac{m}{3}\right)^3}}-\sqrt[3]{-\left(\frac{n}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{n}{2}\right)^2+\left(\frac{m}{3}\right)^3}} \qquad (1)$$

그래서 식 (1)을 '카르다노의 공식'이라 부르고 있다. 일반적인 삼차 방정식 $ax^3+bx^2+cx+d=0$은 치환 $x=z-b/3a$에 의해 $z^3+mz=n$ 꼴의 삼차 방정식으로 변환되므로, 이것은 모든 삼차 방정식에 대한 근의 공식이다.

그렇지만 이것은 카르다노의 발견이 아니다. 삼차 방정식의 대수적 해법에 관한 일화를 간략하게 소개하면 다음과 같다[5, pp. 201-202]. 1515년경 볼로냐(Bologna) 대학교의 수학 교수였던 페로(Scipione del Ferro, 1465-1526)는 이차항이 없는 $x^3+mx=n$ 꼴의 삼차 방정식을 대수적으로 풀었다. 그는 이 결과를 발표하지 않고 그의 제자 피오르(Antonio Fior)에게 알려 주었다. 그런데 1535년경, 어렸을 때의 상처로 인해서 말하는 데 지장을 받아 통상 타르탈리아(Tartaglia, 말더듬이)로 불렸던 폰타나(Nicolo Fontana, 1499?-1557)는 일차항이 없는 $x^3+px^2=n$ 꼴의 삼차 방정식에 대한 대수적 해법을 발견했다고 주장했다. 그 주장이 허세라고 믿은 피오르는 타르탈리아에게 삼차 방정식 풀이에 대한 공개적인 시합을 갖자고 도전했다. 그 시합을 받아들인 타르탈리아는 열심히 노력해서 시합이 있기 단 며칠 전에 삼차 방정식에서 이차항이 없는 경우에 대한 대수적 해법도 발견했다. 피오르는 단 한 가지 형태에 대한 해법만을 알고 있었던 반면에, 삼차 방정식의 두 가지 형태에 관한 해법을 알고 있던 타르탈리아는 완전한 승리를 거두었다. 나중에 밀라노(Milano)에서 수학을 가르치면서 의사로 개업하고 있던 파렴치한 천재인 카르다노는 비밀을 지킬 것을 엄숙히 서약하고, 삼차 방정식에 대한 열쇠를 감언이설로 꾀어 타르탈리아로부터 얻어내었다. 그리고 카르다노는 독일의 뉘른베르크(Nürnberg)에서 위대한 계산법을 출판하면서, 삼차 방정식에 대한 타르탈리아의 해법을 실었다. 이에 따라 '카르다노의 공식'이라는 이름이 붙여졌다. 타르탈리아는 격렬하게 항의했지만, 그 항의는 카르다노의 가장 유능한 제자인 페라리(Lodovico Ferrari, 1522-1565)의 도전을 받게 되었다. 카르다노는 페로로부터 제삼자를 통해서 그 정보를 얻었다고 페라리는 주장했으며, 오히려 타르탈리아를 같은 이유로 표절했다고 고발했다. 뒤이어 신랄한 논쟁이 일어났는데, 타르탈리아로서는 그 논쟁에서 살아남은 것만도 다행이었다.

3. 이항 정리와 뉴턴의 방법

뉴턴(Isaac Newton, 1642-1727)은 수학사에서 가장 뛰어난 3대 수학자 중 한 명으로 꼽힌다. 뉴턴은 서두에서 지적했던 미적분학뿐만 아니라 수학과 물리학에서 많은 공적으로 남겼다. 그런데 와인스톡(Robert Weinstock)은 이런 뉴턴의 공적 중 일부에 대해 의문을 제기하고 있다. 다음은 와인스톡의 글[6] 중에서 이항 정리와 뉴턴의 방법에 관한 내용을 요약한 것이다.

뉴턴은 흑사병으로 케임브리지 대학교가 휴교했던 1665-1666년에 고향에서 머물렀다. 이 때, 그는 이항 급수에 대해 연구했고 이로부터 얻는 결과를 왕립학회의 서기 올덴버그(Henry Oldenburg, 1615-1677)에게 편지를 통해 1676년 6월 13일에 보냈다. 당시에 뉴턴이 얻은 결과는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
(P+PQ)^{m/n} = {} & P^{m/n} + \frac{m}{n} P^{m/n}Q + \frac{m}{n}\left(\frac{m-n}{2n}\right)P^{m/n}Q^2 \\
& + \frac{m}{n}\left(\frac{m-n}{2n}\right)\left(\frac{m-2n}{3n}\right)P^{m/n}Q^3 \\
& + \frac{m}{n}\left(\frac{m-n}{2n}\right)\left(\frac{m-2n}{3n}\right)\left(\frac{m-3n}{4n}\right)P^{m/n}Q^4 + \cdots
\end{aligned}
$$

이것은 잘 알려진 다음과 같은 이항 급수의 즉각적인 결과임을 알 수 있다.

$$
\begin{aligned}
(1+Q)^{\alpha} = {} & 1 + \alpha Q + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}Q^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}Q^3 \\
& + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)(\alpha-3)}{4!}Q^4 + \cdots
\end{aligned}
$$

이 급수는 $|Q|<1$일 때 수렴하고, m/n이 양의 정수이면 Q에 대한 제한 없이 수렴한다. 뉴턴의 1676년 6월 편지에는 이 결과에 대한 어떠한 증명도 없었으며, 이런 결과에 어떻게 도달했는지에 대해서도 일절 언급이 없었다.

m/n이 양의 정수이면, 뉴턴의 급수는 $P^{m/n}$이 곱해진 Q에 관한 m/n차 다항식으로 환원된다. 즉, 이것은 자연수 거듭제곱에 관한 통상적인 이항 정리로 환원되는데, 이것은 이미 적어도 1300년 이전에 알려진 결과이다.

뉴턴은 자연수 지수에 대한 사실도 새롭게 발견했다고 생각했던 것으로 보이는 근거가 있다. 또, 단순히 m을 m/n으로 대체함으로써 $(P+PQ)^{m/n}$에 대한 일반적인 급수를 얻게 되었음을 분명히 알 수 있다.

그런데 뉴턴의 편지보다 6년 전에 올던버그에게 보낸 편지에서 그레고리(James Gregory, 1638-1675)는 이와 똑같은 추측을 역시 증명 없이 제시했었다.

쿨리지(J. L. Coolidge)는 뉴턴의 공헌에 대해 다음과 같이 썼다. "그는 다른 문제에서는 뛰어난 천재성을 발휘했지만, 그가 이항 정리에 대한 이런 공헌으로 터무니없는 명성을 얻을 수 있다고 생각하지 않는다."

이제, '뉴턴의 방법'에 대해 알아보자. $f(x)=0$ 꼴의 방정식의 근에 대한 수치적인 근사값을 얻는 표준적인 알고리즘은 다음과 같은 반복법을 사용한다.

$$
x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots) \tag{2}
$$

이 과정에는 이미 오래 전에 뉴턴의 이름이 붙여졌으며, 현재 '뉴턴의 방법' 또는 '뉴턴-래프슨 방법'이라고 부르고 있다. 래프슨은 래프슨(Joseph Raphson, 1648-1715)의 이름을 딴 것이다.

그렇지만 뉴턴이나 래프슨이 이 방법을 알고 있었다는 어떠한 증거도 없다. 캐조리의 책

에는 뉴턴이 다항식의 영점에 근사시키는 약간 서투른 반복 방법을 고안했다는 사실이 적혀 있을 뿐이다. 래프슨이 도입한 방법도 다항 방정식에만 사용할 수 있는 것이다. 즉, $f(x)$가 다항식일 때 (2)로 정의된 알고리즘은 래프슨의 과정으로 환원된다.

콜러스트롬(Nick Kollerstrom)의 최근의 연구를 통해, $f(x)$를 다항식으로 제한하지 않고 (2)을 사용하는 방법을 최초로 발견하고 (1740년에) 발표한 사람은 '심프슨의 공식'에서 알아볼 심프슨(Thomas Simpson, 1710-1761)이라는 사실이 밝혀졌다. 이것은 뉴턴과 래프슨이 모두 사망하고 상당한 시간이 지난 뒤의 일이다.

4. 로피탈의 정리

로피탈에 관한 다음과 같은 흥미로운 이야기가 있다[3, pp.20-22].

$f(a)=g(a)=0$, $g'(a)\neq 0$일 때 관계

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f'(a)}{g'(a)}$$

가 성립한다는 이른바 '로피탈의 정리'는 프랑스 수학자 로피탈(G. F. A. de l'Hôpital, 1661-1704)이 그의 책 **무한소 해석학**(Analyse des infiniment petits, 1696)에서 처음으로 발표했다. 로피탈 후작은 아마추어 수학자였는데, 라이프니츠가 1684년과 1686년에 미적분학에 관해 쓴 두 편의 짧은 논문에 깊은 감명을 받게 되었다. 로피탈이 새롭고 흥미로운 수학의 이 분야를 스스로 숙달했는지는 확인할 수 없지만, 그는 1691-92년 사이의 몇 달 동안 총명하고 젊은 스위스의 물리학자이자 수학자인 요한 베르누이(Johann Bernoulli, 1667-1748)를 처음에는 파리의 그의 집에서 그리고 나중에는 시골에 있던 그의 대저택에서 고용했었다. 베르누이가 그의 고향인 바젤로 떠난 뒤에도 후작은 그와 계속해서 편지 왕래를 가졌으며, 동시에 자신의 독창적인 발견을 발표했었다. 1696년에 로피탈의 책이 출판되었을 때, 그는 라이프니츠와 베르누이에 대한 사의를 매우 막연하게 표명했다.

로피탈이 베르누이에게 실제로 얼마나 의존했는지에 대한 의문은 풀리지 않은 채로 남아 있었으며, 여러 해 동안 약간 불가사의한 상태에 놓여 있었다. 로피탈로부터 그 책을 받은 베르누이는 그에게 정중하게 사의를 표했고 그 책을 칭찬했다. 그러나 그는 그 뒤 로피탈의 생존 기간 중에 쓴 몇 개의 개인적인 편지에서 **무한소 해석학**의 내용 중 많은 부분은 실제로 자신의 것이라고 주장했다. 로피탈이 죽은 뒤인 1704년에 그는 0/0의 법칙이 포함되어 있는 제163절이 자신의 발견이라고 공개적으로 주장했다. 그런데 베르누이는 수학자로서 매우 탁월했지만, 이와 마찬가지로 그의 비열한 행동도 매우 유명했기 때문에, 그의 주장은 의심을 받게 되었다.

1691-92년으로 추정되는 미분법에 대한 베르누이의 논문이 발표된 1922년에 이르러서야 상당한 정도로 명확해지게 되었다. 베르누이의 논문과 로피탈의 책을 비교하면 거기에는 상당한 정도로 중복되는 부분이 있음을 알게된다. 그래서 베르누이는 로피탈의 많은 발견을 도와준 것으로 여겨진다. 그러나 진실된 상황은 베르누이의 초기의 편지가 발표된 1955년이

되어서야 밝혀지게 되었다. 1694년에 로피탈과 베르누이 사이에는 실제로 거래가 있었는데, 그것은 베르누이가 다음 세 가지 조건에 동의한다면 로피탈은 그에게 해마다 300리브르(옛 프랑스의 통화 단위)를 수당으로 주겠다고 제의한 것이다.

1. 베르누이는 로피탈이 그에게 보낸 모든 수학 문제를 연구한다.
2. 모든 발견을 로피탈에게 알린다.
3. 로피탈에게 보낸 원고는 다른 사람에게 공개하지 않는다.

베르누이가 이 제안을 받아들인 사실은 그 뒤의 서신 왕래로부터 알 수 있다. 그리고 베르누이가 로피탈에게 1694년 7월 22일에 보낸 편지에는 0/0의 법칙이 포함되어 있다. 그 형태는 무한소 해석학에서 발견할 수 있는 것과 매우 유사하다. 베르누이의 보기들도 또한 로피탈이 사용한 것과 거의 같다.

그래서 상황은 명확해졌다. 로피탈의 책이 출간되었을 때 베르누이는 그 책의 어느 부분이 자신에게 속하는지를 발설할 수 없다는 약속을 지켜야했다. 그래서 그는 단지 개인적인 편지를 통해 이를 표현할 수밖에 없었다. 로피탈이 죽은 뒤에 그는 더 이상 조용히 있을 필요를 느끼지 않았고, 또 그 책의 가장 뛰어난 결과인 0/0의 법칙이 자신의 것이라는 사실을 주장하고 싶었다. 그러나 그는 자신의 주장을 증명할 수 없었다. 이제야 그는 명예를 회복하게 되었다.

5. 매클로린 급수

테일러 급수와 매클로린 급수는 미적분학 과정에서 매우 중요하게 다루어지고 있으며, 응용 수학에서 광범위하게 사용되고 있다. 미적분학 발달의 초기에 만들어진 삼각 함수, 로그 함수, 지수 함수 등에 수표는 이런 급수의 도움으로 작성되었으며, 원시 함수를 찾을 수 없는 정적분의 근사값도 이런 급수의 도움으로 구해졌다.

영국의 테일러(Brook Taylor, 1685-1731)는 무한 번 미분 가능한 함수 $f(x)$를 $x-a$에 관한 거듭제곱 급수로 표현할 수 있다면 그 급수의 수렴 구간 내에서

$$f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+\cdots+\frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}(x-a)^{n-1}+\cdot \qquad (3)$$

과 같이 표현된다는 사실을 1715년에 쓴 책 **증분법**(Methodus incrementorum directa et inversa)을 통해 발표했다. 그리고 1755년 오일러(L. Euler, 1707- 1783)가 이것을 $x=a$에 관한 $f(x)$의 '테일러 급수'로 부른 뒤에 이와 같은 이름으로 일반적으로 불리게 되었다. 그런데 식 (3)에서 $a=0$인 경우에 불과한 급수

$$f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\cdots+\frac{f^{(n-1)}(0)}{(n-1)!}x^{n-1}+\cdots$$

를 왜 '매클로린 급수'라고 부르는가? 이것은 역사의 우연에 불과하다. 테일러는 식 (3)에서 $a=0$인 특별한 경우를 그의 책에서 명확하게 서술했고 그보다 2년 뒤에 스털링(James Stirling, 1692-1770)도 이에 대해 언급했다[5, p. 323].

매클로린(Colin Maclaurin, 1698-1746)은 18세기의 뛰어난 수학자로서 기하학, 특히 고차 평면 곡선들의 연구에서 매우 훌륭한 업적을 남겼다. 그리고 그는 고전 기하학을 물리적인 문제들에 적용하는 데 대단한 실력을 발휘했으며, 응용 수학에 대한 논문도 썼다. 특히, 두 권으로 이루어진 그의 유율론(Treatise of Fluxions)은 영향력이 컸다. 매클로린이 바로 이 책에서 테일러와 스털링에 대한 감사의 말과 함께 이 급수를 1742년에 사용한 이후, 이 급수를 '매클로린 급수'로 부르게 되었다.

6. 심프슨의 공식

미적분학을 배우는 학생은 평면 위의 도형의 넓이를 근사적으로 구하는 세련된 방법인 '심프슨의 공식'(Simpson's Rule)과 관련해서 심프슨(Thomas Simpson, 1714-1761)이라는 이름을 접하게 된다 [4, pp. 10-11].

심프슨은 영국의 유명한 수학자였다. 그는 베를 짜는 사람의 아들로서 어렸을 때부터 그의 아버지의 가게에서 일을 했으며, 이에 따라 그는 정규 교육을 거의 받지 못했다. 그런데 그는 1724년에 일식을 목격했고, 뜨내기 상인으로부터 점성술과 산술에 대한 책을 각각 한 권씩 구입하게 되었다. 이 두 사건은 그로 하여금 수학에 대한 흥미를 불러 일으켰다. 이와 같이 새롭게 얻은 지식으로 그는 곧 그 지방에서 성공적인 점쟁이가 되었다. 게다가, 그는 그보다 상당히 나이가 더 많았던 여주인과 결혼함으로써 자신의 재정 상황을 향상시켰다. 그는 1733년에 더비(Derby)에 정착해서, 낮에는 베를 짜고 밤에는 학교에서 가르쳤다. 1736년 그는 런던으로 이주해서, 매우 성공적인 미적분학 교과서를 곧 출판했다. 이제 베를 짜는 일에서 완전히 벗어나게 된 그는 교수와 교과서 집필에 전념해서, 대수학, 기하학, 삼각법 등과 수학의 다른 분야에서 베스트 셀러가 된 교과서들을 연속적으로 출판했다. 이 책들은 여러 번의 재판을 거듭했으며, 여러 가지 외국어로 번역되었다.

그런데 심프슨의 이름이 붙은 '심프슨의 공식'은 심프슨이 발견한 것이 아니었다. 그것은 그 당시에 이미 잘 알려져 있었다.

맺음말

일반 역사와 마찬가지로, 수학사에도 오류가 존재한다. 처음에 잘못 기록된 역사는 그 뒤에 반복 인용되면서 진실로 통용될 수 있다. 그리고 수학사에도 편견이 존재한다. 역사를 기록하는 사람의 개인적인 취향이 반영되지 않을 수 없으며 자신의 국가와 민족에 대한 호의적인 감정이 없을 수 없다. 서양 수학이 주류를 이루고 있는 근대와 현대 수학사를 편견 없이 공정하게 기록하기 위해서는 중국 수학자가 필요하다는 말도 있다.

참고문헌

1. Boyer, Carl B., *A History of Mathematics*, Princeton University Press, 1968.
2. Eves, Howard, *In Mathematical Circles*(상), Prindle, Weber & Schmidt, 1969.
3. Eves, Howard, *In Mathematical Circles*(하), Prindle, Weber & Schmidt, 1969.
4. Eves, Howard, *Return to Mathematical Circles*, Prindle, Weber & Schmidt, 1988.
5. Eves, Howard, 수학의 위대한 순간들(*Great Moments in Mathematics*), 허민 , 오혜영 역, 경문사, 1994.
6. Weinstock, Robert, "Isaac Newton: Credit Where Credit Wont Do," *The College Mathematics Journal*, vol. 25, no. 3 (1994), pp. 179-192.
7. 야부우찌 기요시, 중국의 수학, 박세희 역, 전파과학사, 1976.

유감스럽게도 내가 가장 싫어했던 과목은 수학이었다. 나는 그 이유에 대하여 생각해 보았다. 내 생각에는 그 이유는 수학은 논쟁의 여지가 남아있지 않다는 것이다. 만약 당신이 (수학에서) 실수를 범한다면 그것으로 그냥 끝난다.

— 말콤 X

수학이 연역적인 과학이 아니라는 것은 진부한 이야기 일 것이다. 정리를 증명하려고 할 때 우리는 가정을 단지 늘어 놓고 추론하기 시작하는 것이 아니다. 오히려 시행착오를 겪어가며 실험하고 추측한다.

— P. 할모스