수산경영론집, Vol. XXVII, No. 1(1996. 6)

증식률을 고려한 양식어류의 적정 물류재고모델의 연구*

황 흥 석**

A Study on an Inventory Model for Fish Culture Items with Weibull Ameliorating

Hwang, Heung - Suk

目 次

Ⅰ. 서 론

본 연구는 증식되는 제품의 물류재고모델에 관한 연구이다. 증식되는 제품의 물류재고는 증식 활동에 의하여 시간에 따라 수량 및 효용가치가 증식되는 제품의 물류재고이다. 여기서 "증식되는 물류재고(ameliorating inventory)"는 표준 학술용어가 아니고 본 연구에서 처음 사용하는 용어이다. 기존의 물류재고 모델들은 대부분 이상적인 조건에서 모형화된 것이라고 볼 수 있다. 즉 물류재고 품목이 시간에 따라 그 효용가치 및 수량이 일정하게 유지된다고 가정하고 있다. 일부 연구가 이러한 가정에서 감소(deteriorating)되는 경우의 물류재고 정책의 연구를 다루었다(Hwang(1982)). 제품의 증식률이 사용률보다 적을 경우. 기존의 물류재고 모델인 EOQ모델을 일반적인 확률분포로 증식되는 제품의 EOQ모델로 확장 개발하였으며 증식률(ameliorating rate)이 사용률(demand rate)보다 클 경우 증식으로 인하여 누적되는 물류재고의 최적출하량을 결정하는 PSQ(partial selling quantity) 모델을 개발하였다. 일반적인 물류재고 정책에 관한 많은 연구가 되어왔으나 진부(deteriorating)화 및 증식(ameliorating)되는 제품의 물류재고모델은 새로운 분야이다. 특히 증식되는 제품의 물류(ameliorating inventory)용어는 표준용어가 아니며 본 연구에서 처음 사용하는 용어이다. 본 연구의

* 본 연구는 1996년도 동의대학교 교내연구비에 의하여 연구되었음.
** 동의대학교 산업공학과 교수

결과로 기존의 물류재고 시스템을 다음과 같이 3가지로 분류할 수 있다.

- 기존의 물류재고 시스템(non - decaying inventory system)
- 진부화 물류재고 시스템(deteriorating inventory system)
- 증식되는 물류재고 시스템(ameliorating inventory system)

본 연구에서 사용된 제품의 증식률(ameliorating rate)은 와이블(Weibull) 분포로부터 다음과 같이 주어진다.

$$A(t) = \alpha\beta t^{\beta-1}$$

이는 일정 기간에 증식되는 양이 제품의 특성에 따라 증가 또는 감소할 수 있는 양특성을 가지고 있다.

Ⅱ. 모델의 개발

1. 경제적 주문량결정모델(EOQ)

본 연구에서 사용되는 기호들을 아래와 같이 가정하였다.

R : 사용률(units/time)

α, β : 와이블 분포함수의 파라메터

$f(t) = \alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\alpha t^{\beta}}$

t : Time to ameliorating

Co : 주문비용(₩/unit)

C_a : 증식비용(₩/unit)

C_p : 획득비용(₩/unit)

Ps : 판매가(₩/unit)

C_h : 재고유지비용(₩/unit/time)

C_s : 부족비용(₩/unit)

Q : 부분주문량

S : 부문출고량

A(t) : 순간증식률

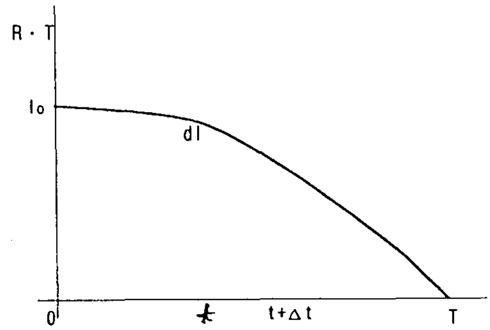
$$A(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \alpha\beta t^{\beta-1}$$

여기서 $\alpha, \beta > 0$,

TC : 단위 기간동안의 총비용

증식률 A(t)가 수요율 R보다 적을 경우에는 물류사이클동안에 일부재고량으로 충당되고 나머지 일부는 증식되는 량으로 충당되며 일정시점에서는 재고수준이 0이 된다. <그림 Ⅱ - 1>에서 보면 시점 t에서의 재고수준 It는 다음과 같이 미분방정식으로 표시될 수 있다.

$$dI = It \cdot A(t)dt - Rdt \qquad (1)$$



<그림 Ⅱ - 1> 증식되는 제품의 **EOQ model**

이를 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{dI}{dt} - I_t(\alpha\beta t^{\beta-1}) = -R \qquad (2)$$

여기서 $0 \le t \le T$

이를 초기조건 $t = 0$, $I_t = I_0$를 고려하여 해를 구하면 다음과 같다.

$$I_0 = R \int_0^{o} e^{-\alpha t^{\beta}} dt + k \qquad (3)$$

$$I_t = e^{\alpha t^{\beta}} [-R \int_0^{T} e^{-\alpha t^{\beta}} dt + I_0] \qquad (4)$$

비용함수를 구하기 위하여 증식비용, 재고비용 및 발주비용 등을 고려하였으며 단위시간당 총비용 TC를 다음과 같이 구하였다.

$$TC(T) = I_0\left(\frac{C_p - C_a}{T} + \frac{C_h}{2}\right) + RC_a + \frac{C_0}{T} \qquad (5)$$

$$= R(C_p - C_a)\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k T^{k\beta}}{(k\beta+1)k!} + \frac{C_h}{2} R\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k T^{k\beta+1}}{(k\beta+1)k!} + RC_a + \frac{C_0}{T} \qquad (6)$$

또한 사이클기간의 평균재고량 I_A/T를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{I_A}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T I_t dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_0^T e^{\alpha t^{\beta}}\left[-R\int_0^T e^{-\alpha x^{\beta}} dx + I_0\right]dt$$

$$= \frac{R}{T}\left[\left(\frac{\sum_{k>0}^{\infty}\alpha^k T^{k\beta+1}}{(k\beta+1)k!}\right)^2\right] - \int_0^T\left(\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\alpha^i T^{ik}}{i!}\cdot\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k t^{k\beta+1}}{(k\beta+1)k!}\right)dt$$

$$= \frac{R}{T}\left[Z^2 - \sum_i\sum_k \cdot \frac{\alpha^{i+k}(-1)^k}{i!k!(k\beta+1)}\cdot\frac{T^{(k+i)\beta+1}}{k\beta+i\beta+2}\right]$$

최적사이클타임 T^*을 구하기 위하여 위의 총비용 식을 T에 관해서 미분하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\frac{dTC}{dT}=(C_p-C_a)R\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k\cdot k\beta\cdot T^{k\beta+1}}{(k\beta+1)}+\frac{C_h}{2}R\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^{(k\beta+1)}T^{k\beta}}{k!}-\frac{C_0}{T^2} \tag{7}$$

여기서 $\frac{dTC}{dT}=0$에서 최적발주기간 T^*을 구할 수 있으나 위의 수식이 복잡하여 간단한 결과로 표시할 수 없으므로 다음과 같이 변형하여 컴퓨터를 이용한 Graphic 방법으로 해를 구하였다.

$$T=\frac{1}{C_0}R\sum_{k=0}^{\infty}\left\{\frac{(-k)^kT^{k\beta-3}}{k!}\left[(C_p-C_a)\frac{k\beta T}{k\beta+1}+\frac{C_h}{2}\right]\right\} \tag{8}$$

최적발주량 T^*를 구하기 위한 Graphical 방법의 계산과정을 요약하면 다음과 같다 :

(1) T의 값을 일정간격으로 변형하면서 위 식의 우측 값을 β 및 α값의 변형에 따라 산정한다.(이를 위한 전산프로그램 개발)

(2) 이를 <그림 Ⅱ -2>와 같이 도표상에 표시한다.

(3) 여기서 Z=F(Z)와 교차되는 점이 주어진 α 및 β값에 대한 최적발주기간이 된다.

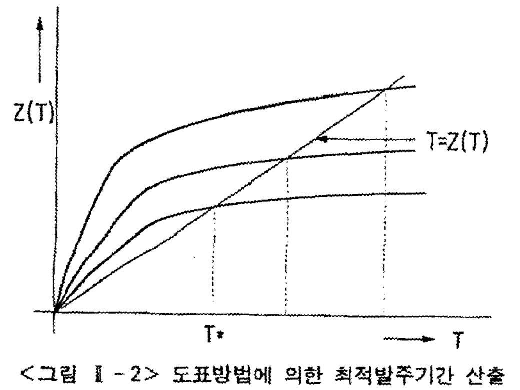
여기서 $\beta=1$인 경우 본 모델은 증식율이 일정한 값을 갖게 되고 초기재고수준 I_0은 다음과 같이 주어진다.

$$I_0=\frac{R}{\alpha}(1-e^{-\alpha T}),$$

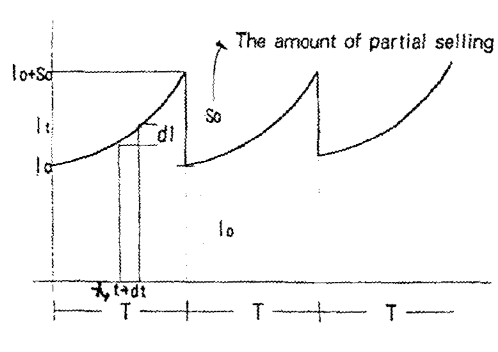
$$\text{그리고, }\frac{R}{\alpha}I_t=(1-e^{\alpha(t-T)})$$

2. PSQ 모델

제품의 순간증식률이 수요율보다 큰 경우에는 제품의 출고 이후 계속 물류재고수준이 증가되며, 재고유지비용, 증식비용 등 각종 비용이 재고의 증가에 따라 증가하게 될 것이다. 이 경우 적정 시점 T에



<그림 Ⅱ -2> 도표방법에 의한 최적발주기간 산출



<그림 Ⅱ -3> PSQ 모델의 재고사이클

서 적정량 S_o를 출하하여야 할 것이다. 출고직후의 재고수준은 I_o로 될 것이며, 이 I_o로부터 다시 증식이 계속되어 재고수준은 계속 증가하게 된다. 이러한 물류재고사이클을 표시하면 <그림 Ⅱ -3>과 같다.

초기재고수준 I_o과 적정판매량 S_o은 위에서 구한 수식으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$I_o + S_o = e^{\alpha T^{\beta}}\left[-R\int_0^T e^{-\alpha t^{\beta}} dt + I_o\right] \tag{9}$$

$$I_o = \frac{1}{e^{\alpha T^{\beta}} - 1}\left[Re^{\alpha t^{\beta}}\int_0^T -e^{\alpha t^{\beta}} dt + S_o\right] \tag{10}$$

$$S_o = e^{\alpha T^{\beta}}\left[-R\int_0^T -e^{\alpha t^{\beta}} dt\right] + I_o(e^{\alpha T^{\beta}} - 1) \tag{11}$$

PSQ 모델의 경우 총비용함수를 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$TC = (P_s - C_a)R + \left[\frac{P_s - C_a}{T} - \frac{C_h}{2}\right]\left[I_0(e^{\alpha T^{\beta}} - 1) - Re^{\alpha T^{\beta}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k T^{k\beta+1}}{(k\beta+1)k!}\right] - C_h I_0 - \frac{C_0}{T} \tag{12}$$

이를 T에 관해서 미분하고 $\frac{dTC}{dT}=0$으로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} T = Z(T) = &\frac{(P_s - C_a)}{C_0} TI_0(e^{\alpha T^{\beta}} - 1) - \frac{1}{C_0}\left((P_s - C_a) - \frac{C_k}{2}T\right) I_0 \alpha\beta T^{\beta+3} e^{\alpha T^{\beta}} \\ &+ \alpha\beta e^{\alpha T^{\beta}}\frac{(P_s - C_a)}{C_0} R \cdot T^3 \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k T^{(k+1)\beta-1}}{(k\beta+1)k!} \\ &- \frac{1}{2}\alpha \cdot \beta\frac{C_h}{C_o} \cdot R \cdot T^3 \cdot e^{\alpha T^{\beta}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k T^{(k+1)\beta-1}}{(k\beta+1)k!} \\ &+ \frac{P_s - C_a}{C_o} RT^3 \cdot e^{\alpha T^{\beta}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k k\beta T^{k\beta-1}}{(k\beta+1)k!} - \frac{1}{2}\frac{C_h}{C_o} R\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-\alpha)^k T^{k\beta}}{k!} \end{aligned} \tag{13}$$

위의 식으로부터 최적 판매기간 T^*을 구하기 위하여 전산프로그램을 개발하였으며 이를 이용하여 해를 구할 수 있다. 다음 예제에서 전산 출력결과를 보였다.

Ⅲ. 모델의 응용

본 연구에서는 2개의 응용사례를 제시하였다. 첫번째 응용예는 어류양식장의 경제적 주문량을 산출하는 확장된 EOQ의 모델의 예로서 증식률 A(t)가 수요율 R보다 적은 경우이고, 다른 한 예는 증식률이 수요율보다 큰 경우의 PSQ 모델의 예이다. 본 증식되는 물류재고 모델은 어류양식업의 적정물류정책의 수립에 매우 적절한 모델이다. 어류양식업의 경우 일정량의 기본량으로 부터 시작하여 양식활동(비용)에 따라 증식되며 이때에 증식률은 양식어의 량과 특성 및 시간에 따라 다르며 사용률이 증식률보다 적을경우에는 재고가 점차 적어지게 되고, 이 경우 적정량의 양식어를 외부로주터 발주하는 EOQ모델을 증식되는 경우를 고려하여 확장 개발하여 적용하였으며, 증식률이 사용률보다 클 경우에는 수요량을 충족한 후에도 잉여재고로 인하여 재고가 증가하게 되어, 사료 및 유지비가 증대

되므로 적정기본량(I_0)을 두고 적정량을 판매하는 것이 일반적으로 이익이 될 것이다. 이 경우 본 연구에서 개발된 PSQ(partial selling quantity)모델을 응용하는 예를 보였다.

1) 증식되는 제품의 EOQ모델의 응용

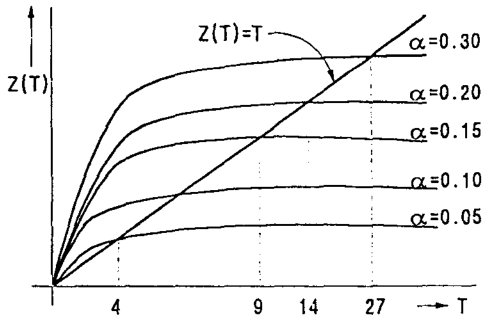
어류양식어업을 하는 회사의 평균 판매수요량이 1000kg/day이고 양식장의 재고가 거의 없을 경우에 일정량을 주문하여 양식장에서 증식시키면서 판매를 하고 있다. 여기서 어류의 증식은 와이블 증식(Weibull Ameliorating)을 따르고 증식률이 사용률보다 적을 경우이다. 여기서 1회 발주비용이 약 300,000원 정도 소요된다고 한다. 본 예제에 필요한 각종 비용자료는 다음과 같다.

Ca : 4,000₩/unit, Ch : 400₩/kg/day

Cp : 10,000₩/kg, α : 0.05~0.3

Ps : 20,000₩/kg, β : 0.0.5~0.3

이를 본 연구에서 개발된 확장된 EOQ모델을 사용하여 해를 구한 결과를 <그림 Ⅲ-1> 및 <표 Ⅲ-1>에서와 같이 요약하였다.

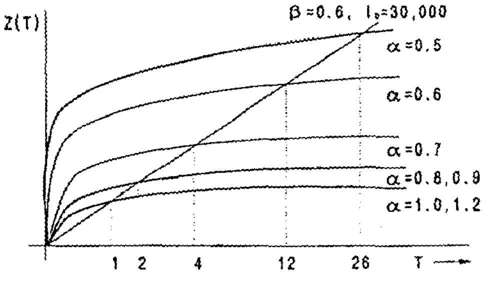


<그림 Ⅲ-1> 예제 1의 결과

<그림 Ⅲ-1>에서 보면 위의 조건에서 양식어류의 증식률이 0.05일 경우 경제적 발주기간이 4일이나, 증식률이 0.30일 경우는 경제적발주량은 27일로 증가한다. 이는 증식률이 클수록 수조에서 증식되는 량이 많으므로 예상되는 결과이다. <표 Ⅲ-1>에서와 같이 Weibull분포의 파라메타 β 및 α값에 따라 최적 발주기간 T^*, 최

<표 Ⅲ-1> 예제 1의 전산출력

구 분	β=0.05	β=0.1	β=0.2	β=0.3	β=0.4
α=0.05	3 2852.83 9948303.	3 2851.65 9945891.	3 2848.41 9939250.	4 3773.94 9924690.	4 3767.03 9913907.
α=0.10	3 2579.84 9661438	4 3420.48 964625	4 3584.23 9630564	6 5262.66 9575801	8 6868.91 9532634
α=0.15	3 2579.84 9388672.	4 3420.48 9376753.	6 5019.88 9320881.	9 7211.60 9201653.	13 9926.00 9100634.
α=0.20	3 2453.32 9129316.	4 3246.75 9107472	7 5478.88 9012989	14 10003.92 8809016	21 13758.32 8633150
α=0.30	4 2945.28 8640190	6 4331.91 8598514	11 7363.61 8411970	27 14689.99 8010052	30 17655 7243463



<그림 Ⅲ-2> 예제 2의 결과 도표(PSQ Model)

<표 Ⅲ-2> 예제 2의 출력 결과

구 분	T*	So*	TC*
$\alpha=0.5$	26	845832	6.40×10^{6}
$\alpha=0.6$	12	359444	7.61×10^{6}
$\alpha=0.7$	4	80794	2.01×10^{7}
$\alpha=0.8$	2	67551	5.65×10^{7}
$\alpha=0.9$	2	83818	1.28×10^{8}
$\alpha=1.0$	1	50043	2.03×10^{8}
$\alpha=1.2$	1	67956	3.64×10^{8}

적 발주량 I_o 및 이 경우의 총비용을 산정하였다. 위의 자료는 증식되는 어류양식업의 경우 물류정책 수립의 중요한 기준으로 활용될 수 있을 것으로 본다.

2) PSQ모델의 응용

본 예제는 양식어류의 증식률이 사용률보다 큰 경우로서 PSQ(partial selling model)을 적용한 예이다. 아래와 같은 사용률 및 비용자료로부터 본 연구에서 개발한 PSQ 전산프로그램의 출력결과를 <표 Ⅲ-2>에서와 같이 요약하였으며 이를 <그림 Ⅲ-2>에서와 같이 최적 물류재고정책을 구하기 위한 도표로 표시하였다.

R=1,000unit/day,	Co : 8,000₩/unit,
α : 0.5 ~ 1.2,	Cp : 8,000₩/unit,
β : 0.5 ~ 1.2,	Ps : 10,000₩/unit,
Ca : 1,000₩/kg,	Ch : 100₩/unit/time

예를 들면 $\alpha=0.6$이고 $\beta=0.6$일 경우, 최적 출고량 및 사이클당 비용은 다음과 같다.

S_o*=35.944, Tc*=7.61×106, T*=12 및 Io=30,000이다. 예제 1 및 2의 결과는 위의 2가지의 증식제품의 물류재고모델을 적용한 경우이며, 모두 본 연구에서 개발된 전산프로그램을 사용하여 구한 결과를 표시하였다. 일반적으로 증식되는 제품의 물류정책은 증식률과 사용률 및 증식되는 제품의 특성에 따라 다르게 되어야 할 것이다. 증식률이 사용률보다 클 경우에는 매 기간 사용후의 재고수준이 증가하게 되며 이 경우에는 PSQ 모델을 적용하였으며, 증식률이 사용률보다 적을 경우에는 확장된 EOQ모델을 적용하였다.

Ⅳ. 결 론

본 연구는 지금까지의 제한된 경우의 물류재고 모델로부터 와이블분포에 따라 증식되는 경우의 물류재고모델로 확장개발한 2가지 모델을 제시하였다. 먼저 제품의 증식률이 사용률 보다 적을 경우 기존의 경제적주문량 모델(EOQ)을 확장 개발하였으며, 제품의 증식률이 사용률보다 클 경우는 기간 중 사용후의 재고가 계속 증가하게 될 것이며 이 경우 적정량의 출고정책이 필요할 것이며 이를 위하여 PSQ을 개발하였다. 본 연구에서는 이들 모델을 위한 수식들을 전개하고, 총 비용을 최소화하는

물류재고정책을 구하기 위하여 전산프로그램들을 개발하여 사용하였다. 이를 2가지 예제를 통하여 응용한 결과를 보였다. 본 연구에서 제안한 증식되는 제품의 물류재고정책은 기존의 물류재고정책을 한 차원 높인 결과로 볼 수 있으며, 보완 연구될 경우 증식되는 제품의 물류재고관리에 매우 유용하게 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

Gupta N. K., "Effect of Lead Time on Inventory - A working Result", J. Opl. Res., Vol. 30, No. 5, pp. 477 - 481, 1991.

Eldin, H., F. Raafat, "An inventory Model for Deteriorating Items", Int. J. Comp. and Industrial Eng., Vol. 20, No. 1, pp. 89 - 94, 1991.

Heng Kheng Joo and Linn R. J., "An Order - Level Lot - Size inventory Model for Deteriorating Items with Finite Replenishment Rate", Int. J. Comp. and Industrial Eng., Vol. 20, No. 2, pp. 187 - 197, 1991.

Hwang H. and Hwang H. S., "Optimal Issuing Policy in Production Lot Size System for Items with Weibull Deterioration", Int. J. Prod. Res., Vol. 20, No. 1, pp. 87 - 94, 1982.

Hwang H. S., "Analysis of Some Decaying Inventory Systems with a Class of Issuing Policies", KAIST, Ph. D. Dissertation, 1982.

증식률을 고려한 양식어류의 적정 물류재고모델의 연구

A Study on an Inventory Model for Fish Culture Items with Weibull Ameliorating

Hwang, Heung - Suk

Abstract

This paper is concerned with the development of ameliorating inventory models. The ameliorating inventory is the inventory of goods whose utility increases over the time by ameliorating activation. The term ameliorating inventory is used in this paper at least, since the terminology is not standard well known. This study is performed according to areas; one is an economic order quantity(EOQ) model for the items whose utility is ameliorating in accordance with Weibull distribution, and the other is a partial selling quantity(PSQ) model developed for selling the surplus inventory accumulated by ameliorating activation. The proposed models cannot be solved directly in a closed form, thus we used a computer program and a graphical solution method to obtain the optimal ordering and selling quantity in this paper. Numerical examples to illustrate the effect of ameliorating rate on inventory polices are shown at the end of this paper.

Keyword : Ameliorating Inventory, System Modeling, Inventory Theory