Journal of Korean Society of
Coastal and Ocean Engineers
Vol. 8, No. 2, pp. 174～184, June 1996

港灣 共振에 대한 複合要素 數値模型의 敏感度 分析
Sensitivity Analysis on Hybrid Element Model for Harbor Oscillation

鄭遠武* · 朴佑善*
Weon Mu Jeong* and Woo Sun Park*

요　　지:本 硏究에서는 完全開放된 直四角形 港灣을 대상으로 港灣 副振動 解析에 많이 사용되는 複合要素 數値模型의 실제 적용시에 관계되는 主要因子에 대한 敏感度 解析을 수행하였다. 그 결과 有限要素 領域은 水深 變化가 크지 않은 곳까지 擴張하는 것이 바람직한 것으로 나타났으며, 解析解 領域의 水深은 두 영역의 境界面을 따른 平均水深을 사용하는 것이 적절한 것으로 나타났다. 解析解의 Fourier 成分數는 一定水深의 단순한 항만에서는 큰 의미가 없으나 복잡한 형상의 變動水深의 港灣에서는 그 중요성이 증가할 것으로 예상된다. 入射波向은 第1 共振 모드에는 큰 영향을 주지 않으나 水深 傾斜가 커질수록 그 영향이 增大되며, 특히 高次 모드는 큰 영향을 받게 되는 것으로 나타났다.

Abstract□ In the present study, for fully-open rectangular harbors, sensitivity analyses are made for the major parameters which are relevant to the practical application of a hybrid element model widely used for the analysis of harbor oscillation. The results show that it is desirable to extend the finite element region to the area in which depth change is not large and that it is appropriate to take the depth of the outer region for analytic solution as the average along the boundary between the two regions. It is expected that the number of Fourier components of the analytic solution may not be important for a constant-depth simple-shaped harbor but its significance may increase for harbors of varying depth and complex geometry. It is found that the effect of incident wave direction is not significant for the first resonance mode but its effect becomes important as the bottom slope increases, especially for the higher resonance modes.

1. 緖　　論

港內副振動 現象은 수십년전부터 해안공학자들의 지대한 관심하에 지속적인 연구가 수행되어 왔으며 이에 대한 문헌 연구로는 Lee(1969), Miles(1979), Bruun(1989) 등을 들 수 있다. 현재 港內副振動에 대한 연구는 크게 解析的 硏究, 數値模型實驗 및 現場觀測의 3가지로 구분되어 수행되고 있다. 이 중 解析的인 연구는 주로 長週期波의 발생원인 파악과 斷面의 急縮小·急擴大 및 海底面 摩擦로 인한 에너지 손실의 파악에 관심이 집중되고 있다(Unluata와 Mei, 1975; Mei와 Agnon, 1989). 수치모형실험은 有限差分模型이 이용되는 경우(Russell, 1978; 高山과 平石, 1988)도 있으나 대부분은 境界要素模型 또는 有限要素模型이 사용되고 있다. Lee(1969)를 필두로 많은 연구자가 사용한 바 있는 경계요소모형은 水深 變化를 반영하기 어려운 반면 有限要素模型(Chen 과 Mei, 1974; Chen, 1986)은 要素網의 작성에 약간 번거로운 점은 있으나 수심 변화 및 固體 境界面을 따른 反射의 영향을 보다 적절히 손쉽게 고려할 수 있어 자주 이용되고 있다. 또다른 단점인 기억용량과 계산시간은 최근의 컴퓨터의 급속한 발전으로 상당히 약화되어 현재는 수 만개의 要素를 사용하는 유한요소모형의 樹立 및 適用도 시도되고 있다(鄭 等, 1995b).

港灣 副振動 解析을 위한 유한요소모형으로는 放射境界條件의 模型化 方法에 따라 크게 3가지로 분류할

*韓國海洋硏究所 沿岸工學硏究部 (Coastal Engineering Division, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, 425-600, Korea)

수 있는데, 첫째는 경계 damper를 이용하는 방법(鄭과 朴, 1993), 둘째는 無限要素로 모형화하는 방법(Park 등, 1994), 그리고 본 연구에서 대상으로 하는 解析解를 이용하는 複合要素法(Chen과 Mei, 1974; Chen, 1986) 등이다. 각 방법간에는 長短點이 존재하여 어느 방법이 우수하다고 단적으로 말하기는 어렵고, 현재까지는 복합요소법이 적용된 사례가 가장 많다.

複合要素模型에서는 外海域의 속도 포텐셜을 수심이 일정하고 港外側 海岸線이 一直線을 이룬다는 假定하에 未定係數를 포함한 固有函數 級數解로 나타내고, 유한요소영역과의 整合條件을 사용하여 해를 결정하게 된다. 그러나, 실제 경우의 水深은 外海로 갈수록 깊어지는 것이 일반적이며, 항외측의 해안선도 일직선으로 보기에는 어려운 경우도 많다. 따라서, 複合要素模型을 실제의 경우에 적용하기 위해서는 사전에 이러한 假定의 영향을 충분히 검토해야만 한다. 특히, 解析解 領域의 水深은 적절히 선택하여야 한다. 일반적으로 수심을 圓弧境界上의 최대수심보다 깊게 설정할 경우에는 과대한 增幅比를 얻게 되며, 원호경계상의 최소수심보다 얕게 설정할 경우에는 과소평가된 결과를 얻게 된다. 이에 관련된 연구로는 Liu(1986)의 결과를 들 수 있는 데 그는 整合漸近展開法을 사용하여 完全開放 直四角形 港灣의 항외 영역에서 수심이 급격하게 얕아질 때의 港入口 및 港內의 공진 특성을 조사하고 入射波가 수심 급변지역에서 捕捉되어 港入口 부근에서 커다란 共振이 유발됨을 보였다.

本 硏究에서는 Ippen과 Goda(1963)가 水理模型實驗을 실시한 完全開放 直四角形 模型港灣을 대상으로 복합요소 수치모형의 실제 문제에의 適用性 및 主要 因子의 변화에 따른 敏感度 分析을 실시하였다. 水深 條件은 港內 및 外海가 一定水深인 경우와 실제와 보다 가깝게 항외의 수심이 一定 傾斜로 변하는 경우 등 두 조건을 고려하였다. 민감도 분석은 먼저 有限要素 領域과 解析解 領域의 圓弧境界의 半徑 r_A의 변화 및 解析解 領域의 解析解의 Fourier 級數項의 변화에 따른 해석을 수행하였다. 또한, 港外의 유한요소 영역이 일정수심 및 一定傾斜水深을 가질 때 유한요소 영역의 반경의 크기와 接合面에서의 수심의 不連續性이 共振周波數와 增幅比에 미치는 영향도 검토하였다. 마지막으로 港灣의 공진 특성에 관계되는 入射波向의 변화 및 港幅의 變化에 따른 공진주파수 및 증폭비의 변화 특성을 검토하였다.

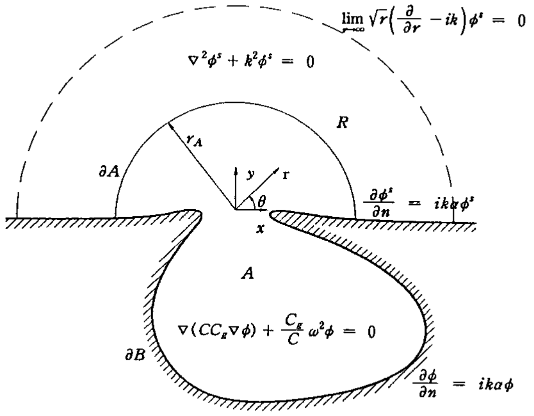


Fig. 1. Definition sketch of a boundary value problem of an arbitrary-shaped harbor.

2. 複合要素 數值模型

2.1 境界值 問題의 數式化

複合要素法에서는 Fig. 1에 보인 바와 같은 境界值 問題를 효율적으로 數式化하기 위하여 대상 영역을 港內를 포함하는 有限要素領域 A와 解析的 函數로 표시되는 解析解 領域 R로 분리한다. 영역 A에서의 波動場은 경사가 완만한 海底面의 영향이 고려된 다음과 같은 Berkhoff (1972)의 緩傾斜方程式을 만족하는 속도 포텐셜 ϕ로 표시된다.

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla\phi) + \frac{C_g}{C}\omega^2\phi = 0 \tag{1}$$

여기서, $\nabla=(\partial/\partial x)\,\hat{i} + (\partial/\partial y)\,\hat{j}$, $\hat{i}$, $\hat{j}$, 는 x, y 方向 單位벡터, C_g는 群速度, C는 波速, ω는 角周波數를 나타낸다.

解析解 領域 R에서의 波動場은 좌우 양측 海岸線이 一直線을 이루고 수심이 일정하다는 假定下에 항이 없을 때의 속도포텐셜 ϕ^I와 港의 存在로 인한 散亂波의 속도포텐셜 ϕ^S의 線形合으로 나타내진다. 즉, 입사파가 θ^I로 一直線 海岸으로 진입할 때 ϕ^I는 圓筒型 座標系에서 다음과 같이 級數解로 주어지며,

$$\phi^I = -\frac{iga_0}{\omega}\,[\,(1+K_r)\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\, i^n J_n(kr)\,(\cos n\theta^I \cos n\theta) + (1-K_r)\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_n\, i^n J_n(kr)\,(\sin n\theta^I \sin n\theta)\,] \tag{2}$$

散亂波 포텐셜 ϕ^S은 無限遠方에서의 放射 境界條件과 양측 해안선에서의 完全反射條件을 만족하는 다음과

같은 級數解로 표시한다.

$$\phi^S = -\frac{iga_0}{\omega}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{H_n(kr)}{H_n(kr_A)}\alpha_n \cos n\theta \tag{3}$$

式 (2)에서, a_0는 入射波의 振幅, $J_n(\cdot)$은 제1종 n차 Bessel 함수, ϕ^I는 入射波向, K_r은 양측 해안선의 反射率, k는 入射波의 波數, ε_n은 Newman 係數로서 n=0인 경우에는 1이며 그 외에는 2가 된다. 식 (3)에서, $H_n(\cdot)$은 제1종 n차 Hankel 함수, α_n은 決定해야 할 未知係數들이며, r_A는 두 영역 A와 R의 圓弧 境界面 ∂A의 半徑이다.

固體 境界面 ∂B를 따라서는 防波構造物, 海岸 境界等에서는 波 에너지의 消散을 고려하기 위하여 다음과 같은 部分吸收 境界條件이 도입된다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = ik\alpha\phi \tag{4}$$

여기서

$$\alpha = \frac{1-K_r}{1+K_r} \tag{5}$$

K_r은 固體 境界面의 反射率을 의미한다.

2.2 有限要素 近似

變分原理를 適用하면 上記의 境界值 問題는 다음과 같은 凡函數를 最小化하는 문제로 歸着된다(Chen과 Mei, 1974).

$$\begin{aligned} F(\phi) = & \int\int_A \frac{1}{2}[CC_g(\nabla\phi)^2 - \frac{C_g}{C}\omega^2\phi^2] \\ & + \int_{\partial A}\frac{1}{2}CC_g\phi^S\frac{\partial\phi^S}{\partial n_B} - ik\alpha\int_{\partial B}\frac{1}{2}CC_g\phi^2 \\ & - \int_{\partial A}CC_g\phi\frac{\partial\phi^S}{\partial n_A} - \int_{\partial A}CC_g\phi\frac{\partial\phi^I}{\partial n_A} \\ & + \int_{\partial A}CC_g\phi^I\frac{\partial\phi^S}{\partial n_A} - \int_{\partial A}CC_g\phi^I\frac{\partial\phi^I}{\partial n_A} \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, 우변 제1항은 支配方程式에 관련된 項, 제3항은 境界面에서의 에너지 吸收를 나타내는 항이며, 기타 項들은 近海域 A와 遠海域 R의 境界面 ∂A에서의 整合條件에 관계되는 項이다.

流體領域 A를 적당한 形態의 有限要素로 分割하고 各 要素內의 速度포텐셜 ϕ를 다음과 같이 各 要素의 節點포텐셜 $\{\phi^e\}$와 形象函數 $\{N^e\}$로 線形 補間하여 나타낸다. 즉,

$$\phi = \{N^e\}^T\{\phi^e\} \tag{7}$$

이를 式 (6)의 凡函數에 代入하고, 이를 各 節點포텐셜 ϕ_i^e와 遠海域의 散亂波에 대한 解析解[식 (3) 참조]에 포함되어 있는 未知의 係數 α_n에 대해 最小化하면 다음과 같은 線形 代數方程式을 얻을 수 있다.

$$[K]\{\psi\} = \{Q\} \tag{8}$$

여기서, $[K]$는 凡函數를 나타내는 式 (6)의 우변에서 첫 번째에서 네 번째까지의 積分에 관련되며, $\{Q\}$는 다섯 번째와 여섯 번째 적분에 관련된다. $\{\psi\}$는 節點포텐셜 ϕ_i^e와 遠海域 散亂波의 未知係數 α_n이 포함된 벡터이다. 上記 式을 푸는 데는 통상적으로 Gauss 消去法이 이용된다.

3. 敏感度 分析

3.1 對象港灣

Fig. 2에 제시된 바와 같은 直四角形 港灣을 대상으로 上記 複合要素 數値模型의 실제 문제에의 適用性과 主要 因子의 변화에 따른 敏感度를 검토하였다. 이 직사각형 모형항만은 水理實驗 結果(Ippen과 Goda, 1963; Lee, 1969) 뿐만 아니라 解析解(Ippen과 Goda, 1963)가 존재하여 수치모델의 檢證時 자주 사용되는 항만이다. 水深條件은 港內 및 外海가 일정수심인 경우와 실제와 보다 가깝게 항외의 수심이 一定 傾斜로 변하는 경우 등 두 조건을 사용하였다.

敏感度 分析은 다음의 다섯 가지 項目에 대해서 실시하였다.

- 有限要素 領域과 해석해 영역의 圓弧境界의 半徑 r_A의 변화
- 外部領域 解析解의 Fourier 級數項의 변화
- 解析解 領域의 수심조건의 변화
- 入射波向의 변화
- 港幅의 변화

이 중에서 처음 세 가지는 複合要素 數値模型의 특성과 관계되며, 나머지 두 항목은 港灣의 共振特性에 관계되는 항목이다.

3.2 一定水深 港灣에서 半徑 r_A에 따른 변화

有限要素 領域과 해석해 영역의 원호경계의 반경 r_A[식 (3) 참조]의 크기는 數値解析上의 效率性이나 結果의 정확도와 밀접한 관계에 있다. 즉, r_A를 크게(즉, 有限要素 領域을 넓게) 설정하는 경우에는 결과의 信賴性은 증가된다고 볼 수 있으나 당연히 계산시간이 많이 소요되는 문제가 있으므로 이의 적절한 선택이 중요하다. 특히, 水深이 변하고 港의 형상이 복잡한 실제 문제에의 적용시 더욱 중요하게 된다.

따라서, 本 硏究에서는 港의 半幅 b가 0.030226 m, 길이 L이 0.31115 m이고 수심 h가 0.2572512 m로 일정한 Ippen과 Goda(1963)의 直四角形 模型港灣을 대상으로 半徑 r_A를 1.68b, 3b, 6b 및 9b로 변화시키며 無次元 周波數 kL=0.025~8.0에 대해 0.025 간격으로 數値計算을 실시하였다. 계산 결과를 Ippen과 Goda (1963)가 제시한 解析解(附錄 參照)와 비교하여 Fig. 3과 Table 1에 나타내었다. Fig. 3은 港의 가장 內側 中央點(Fig. 2의 a지점)에서의 振幅을 港外의 重複波 振幅으로 나눈 無次元化된 增幅比를 나타낸다. 비교한 세 개의 공진 모드에 대해서 理論的 解와 수치계산의 결과가 비교적 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 특히, 첫 번째 공진 모드는 해석한 모든 결과가 kL=1.325로 정확히 일치하고 있다. 제2 및 제3 공진 모드에서 數値計算의 結果들과 解析解가 서로 共振周波數 및 增幅比 面에서 미소하게 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 수치계산 결과가 半徑 r_A의 변화에 따라 뚜렷한 경향을 보이지 않고 있는 것은 各 有限要素 格子網間의 不均一性에 기인된 것으로 판단되며, 解析解와의 차이는 이의 영향과 해석해를 구할 때 사용한 港入口에서의 流速이 일정하다는 假定에 관계되는 것으로 사료된다.

이상의 결과는 水深이 일정한 理想的인 港에 대한 결과이고, 실제의 경우는 外海쪽으로 나갈수록 수심이 깊어지게 되므로 이와는 다른 현상이 나타날 것으로 판단된다. 즉, 수심이 깊어짐에 따라 共振周波數는 큰

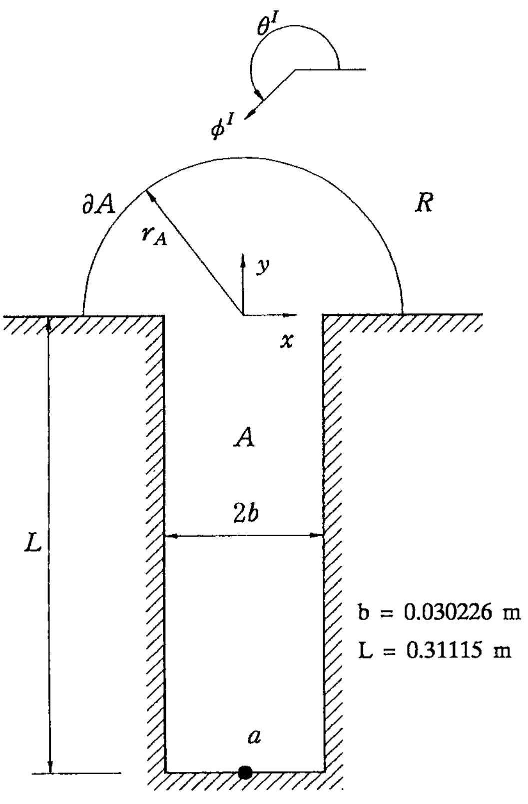


Fig. 2. A fully-open rectangular harbor of Ippen and Goda (1963).

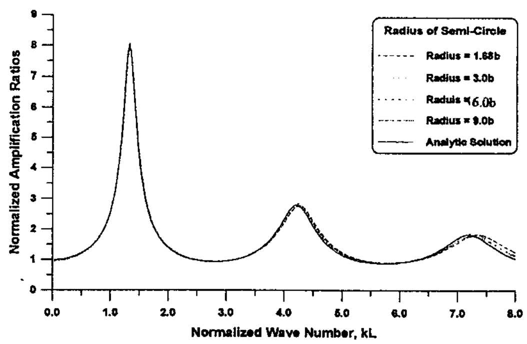


Fig. 3. Computed response curves by analytic method and HEM for four different r_A.

Table 1. Normalized amplification ratios at three resonant modes for four different radii, r_A.

Solution method / Resonant mode	Analytic solution	Numerical results by HEM			
		r_A=1.68b	r_A=3b	r_A=6b	r_A=9b
First	8.015 (1.325)	7.943 (1.325)	8.109 (1.325)	7.970 (1.325)	7.925 (1.325)
Second	2.797 (4.200)	2.777 (4.250)	2.738 (4.225)	2.774 (4.250)	2.836 (4.225)
Third	1.828 (7.175)	1.835 (7.350)	1.801 (7.250)	1.869 (7.250)	1.778 (7.225)

*Numerals in parenthesis denote normalized wave number, kL.

영향을 받지 않을 것으로 생각되나 增幅比는 대체적으로 증가될 것으로 판단된다(Figs. 7~9의 결과로부터 類推가 가능함).

3.3 Fourier 級數項의 변화

式 (3)에 보인 바와 같이 複合要素 數値模型에서는 外海의 散亂波 포텐셜을 Helmholtz 方程式의 해석해를 사용하므로 Fourier 成分數[식 (3)의 n]를 적절하게 선택해야 하는 과정이 요구된다. 따라서, 前節의 水深이 일정한 Ippen과 Goda(1963)의 直四角形 模型港灣에 대하여 반경 r_A=1.68b의 有限要素網圖를 사용하여 Fourier 級數項의 수를 변화시키면서 공진주파수와 증폭비의 변화 특성을 조사하였다. Table 2에 수치계산 결과를 제1~제3 共振周波數의 再現 및 同 周波數에서의 增幅比로 제시하였다. 이 표에서 알 수 있는 바와 같이 Fourier 급수항을 2개(n=1)로 설정한 경우도 공진주파수와 증폭비를 상당히 타당하게 예측하고 있다. 이는 港으로부터 散亂된 波浪은 同心圓을 그리면서 외해쪽으로 傳播되는 성분이 주가 되고 있음을 의미하는 것이다. 港의 入口가 넓은 경우, 특히 港外의 형상이 非對稱性을 유지하고 있을 경우에는 다른 성분의 영향이 상대적으로 증대될 것으로 판단된다. 이 Fourier 급수항은 數値解析上 計算時間面에서나 기억용량면에서도 그다지 큰 영향을 주지 않기 때문에 가능하면 많은 수를 포함시키는 것이 좋다. 本 硏究에서는 n을 7로 설정하여 해석을 수행하였다.

3.4 解析解 領域의 水深이 변화하는 경우

실제의 港灣들은 港入口와 港內에 船舶의 航行水路가 존재하며 港外에서도 해안선 부근의 淺水深에서 외해로 갈수록 상당히 깊은 수심으로 변화된다. 이러한 실제의 수심조건을 外海의 水深條件을 일정하게 假定하는 복합요소 모형을 사용하여 모형화할 경우 세심한 주의를 기울여야 한다. Liu(1986)는 港外 領域에서 수심이 급격하게 변화하면 入射波가 수심이 급변하는 지역에서 포착되어 港入口 附近에서 追加的인 共振이 유발되며 放射 減衰가 감소되어 증폭비도 일정 수심의 경우에 비해 增加됨을 보고하였다. 따라서, 좋은 결과를 얻기 위해서는 해석해 영역의 수심조건을 적절히 선택하여야 한다. 참고로 鄭 等(1995a)은 墨湖港의 副振動 解析時 해석해 영역의 수심으로 港外 觀測定點의 水深을 사용한 바 있다.·

이러한 수심 변화의 영향을 살펴보기 위하여 直四角形 模型港灣(L/b=10.3)의 유한요소 영역중 港外 領域의 수심이 一定水深 및 一定傾斜水深인 두 가지 수심조건에 대해서 해석을 수행하였다. 각 경우에서 港內 水深은 0.001 m로 일정하며 유한요소 영역중 港外 水深은 前者의 경우 0.001 m로 고정되며 後者의 경우 Fig. 2에서 y=0의 0.001 m에서 y가 증가함에 따라 海底傾斜 0.0034로 수심이 增加(r_A=9b의 最深部에서 0.006 m)한다. 上記 港內水深과 항외 영역의 海底傾斜는 墨湖港의 수심 대 항의 길이 비를 반영하여 設定하였다.

3.4.1 有限要素 領域의 水深이 일정한 경우

Figs. 4~6에는 直四角形 港灣에서 有限要素 領域內 수심을 0.001 m로 고정한 경우 r_A=3b, 6b 및 9b인 要素網圖를 사용하여 無次元 周波數 kL=0.025~8.0까지 계산한 無次元 增幅比[각 그림의 (a)]와 港入口가 막힌 상태(항이 없는 直線 海岸과 동일)의 港入口 地點에서의 증폭비[각 그림의 (b)]를 圖示하였다. 각 그림에는 解析解 領域의 수심으로 0.00025, 0.00075, 0.001, 0.00125, 0.002, 0.003 및 0.006 m의 7가지를 사용한 결과가 도시되었다. 각 그림의 (a)에 나타낸 港內의 增幅比를 살펴보면, 解析解 領域의 수심이 有限要素 領域의 水深보다 낮은 경우에는 증폭비가 감소하며, 깊은 경우에는 증가함을 볼 수 있다. 이러한 현상은 수심이 깊은 쪽에서 낮은 쪽으로의 波浪의 傳播는 잘 이루어지는 반면 반대의 경우는 전달이 잘 안되는 점에서 기인한다(Dean과 Dalrymple, 1984). 다시 말하면 外部 水

Table 2. Normalized amplification ratios at three resonant modes for six different Fourier components (r_A=1.68b).

Resonant mode	Fourier component, n					
	n=0	n=1	n=2	n=3	n=5	n=7
First	20.994 (1.775)	7.957 (1.325)	7.944 (1.325)	7.944 (1.325)	7.943 (1.325)	7.943 (1.325)
Second	3.131 (4.575)	2.784 (4.250)	2.778 (4.250)	2.777 (4.250)	2.777 (4.250)	2.777 (4.250)
Third	1.486 (7.100)	1.842 (7.350)	1.835 (7.350)	1.835 (7.350)	1.835 (7.350)	1.835 (7.350)

*Numerals in parenthesis denote normalized wave number, kL.

深이 낮은 경우는 港內로 진입하는 파랑의 에너지가 상대적으로 적고 또 항으로부터 散亂된 波浪은 외부로 잘 방출되어 增幅比가 작게 되며, 그 반대의 경우는 많은 에너지가 港內로 들어오게 되고 또 들어온 에너지는 外部로 잘 放出되지 않아서 증폭비가 더욱 커진다고 할 수 있다.

共振 모드와 周波數의 移動의 側面에서 해석 결과를 살펴보면, 水深差가 없는 경우에는 존재하지 않았던 새로운 공진 모드가 출현하고 있으며, 共振周波數帶도 이동하고 있음을 볼 수 있다. 이와 같은 새로운 공진 모드의 출현과 周波數帶의 移動은 入射波浪의 波長과 r_A에 직접적으로 관계된다. 즉, 각 그림의 (b)에 제시된 港入口가 막힌 상태의 항입구 지점에서의 增幅比 變化를 살펴보면 追加的인 共振과 共振周波數帶의 移動 現象을 명확하게 알 수 있다. 이와 같은 현상은 Liu (1986)도 언급한 바 있다.

이 결과로부터, 解析解 領域의 수심을 실제보다 깊게 設定한다면 港內의 增幅比가 과대하게 되며 그 반대의 경우는 과소 평가하게 된다는 것을 알 수 있다. 따라서, 수심이 변하는 實際 問題에 적용할 때는 解析解 領域의 水深을 주의 깊게 선정해야 할 것으로 판단된다.

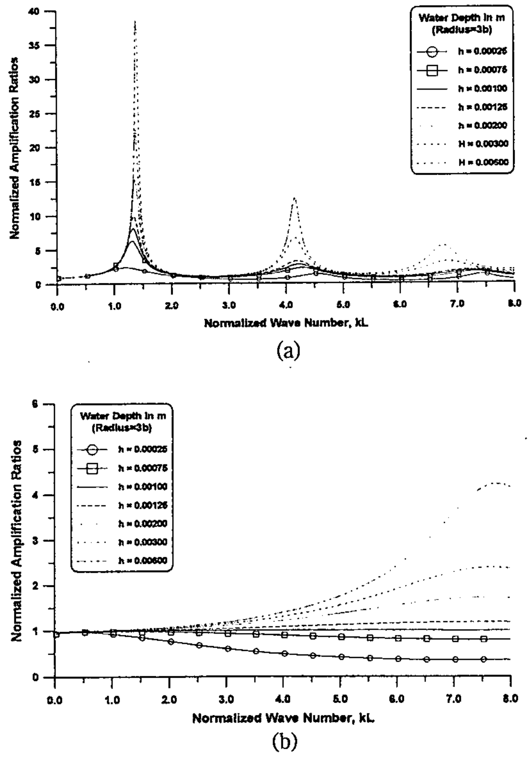


Fig. 4. Computed response curves for seven different depth conditions in analytic region: constant depth in FEM region of r_A=3b. (a) with harbor, (b) without harbor.

3.4.2 港內를 제외한 有限要素 領域이 一定傾斜水深을 가지는 경우

實際의 水深條件과 보다 유사한 조건을 갖는 直四角形 港灣, 즉, 港內 水深을 0.001 m로 고정시키고 港入口에서 가장 外海 地點(y=9*b*)까지 海底面 傾斜 0.0034를 가진 一定傾斜水深을 가정한 직사각형 모형항만에 대해 數値實驗을 실시하였다.

Figs. 7~9에는 解析解 領域內 水深을 0.00025 m에서 0.006 m로 증가시키면서 r_A=3b, 6b 및 9b인 要素網圖를 사용하여 無次元 周波數 kL=0.025~8.0에 대해 계산한 무차원 증폭비[각 그림의 (a)]와 港入口가 막힌 상태의 港入口 地點에서의 增幅比[각 그림의 (b)]를 도시하였다. 각 그림의 (a)에 나타낸 港內의 增幅比를 살펴보면, 前節에서 보인 결과와 유사한 경향을 보임을 알 수 있다. 그러나, 一定水深의 경우에서 나타난 追加的인 共振 現象[Fig. 5(a) 및 Fig. 6(a) 참조]은 그다지 두

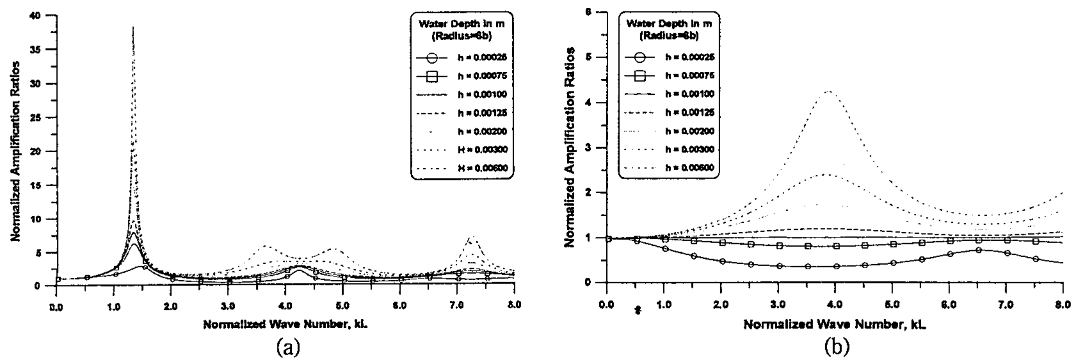


Fig. 5. Computed response curves for seven different depth conditions in analytic region: constant depth in FEM region of r_A =6b. (a) with harbor, (b) without harbor.

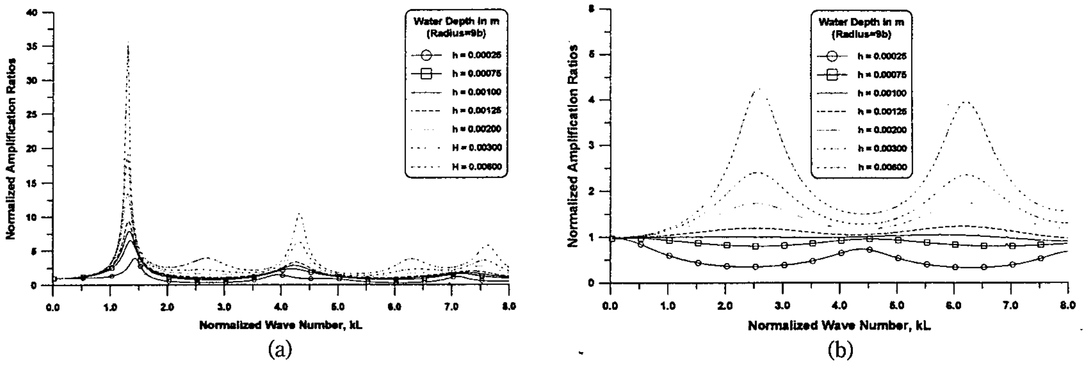


Fig. 6. Computed response curves for seven different depth conditions in analytic region: constant depth in FEM region of r_A=9b. (a) with harbor, (b) without harbor.

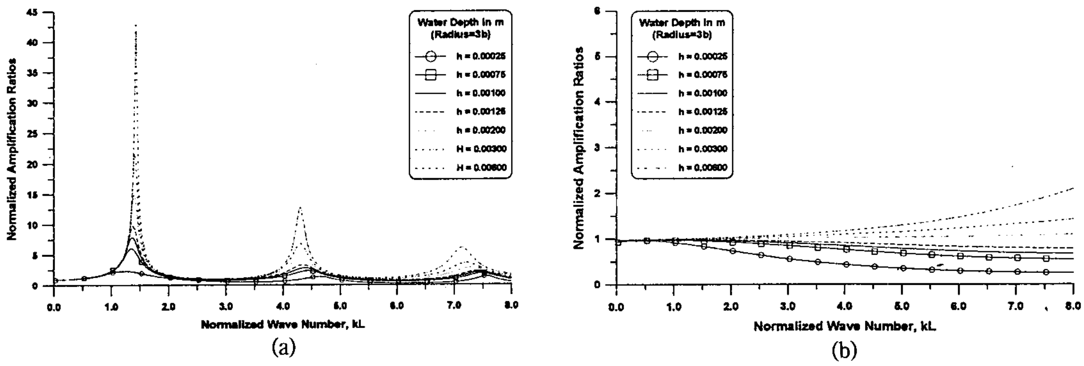
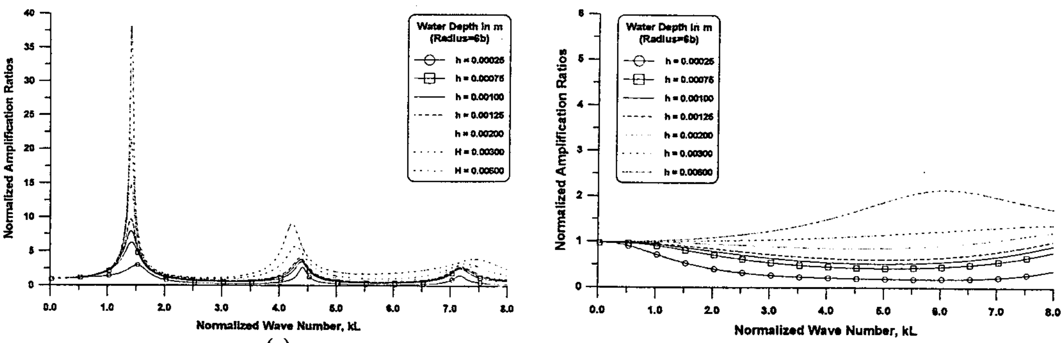


Fig. 7. Computed response curves for seven different depth conditions in analytic region: linearly varying water depth in FEM region of r_A=3b. (a) with harbor, (b) without harbor.

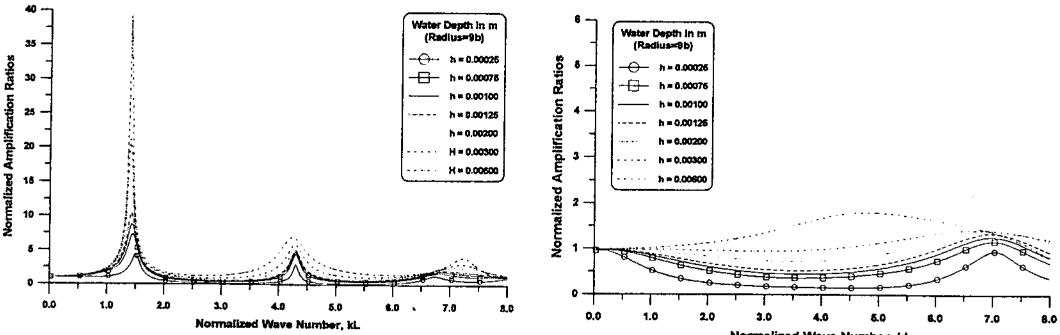
드러지게 나타나지 않음을 볼 수 있다. 이러한 現象은 解析解 領域과 유한요소 영역의 水深差가 상대적으로 작다는 것에 기인한 것으로, 그림 (b)에 보인 바와 같이 수심차에 의한 追加的인 共振 現象은 前節의 경우와 같이 뚜렷하게 나타나지 않는다. 다만 共振周波數帶가 圓弧 境界面을 따라 내부와 외부 영역의 급격한 수심차에 기인하여 長週期 또는 短週期쪽으로 이동함을 볼 수 있다.

以上의 결과로부터, 앞에서도 언급한 바 있지만 解析解 領域 水深의 변화가 港內의 增幅比에 큰 영향을 미칠 수 있으므로 보다 타당한 결과를 얻기 위해서는 해석해 영역의 수심을 적절히 선택해야 함을 알 수 있다. 즉, 有限要素 領域과 解析解 領域의 圓弧 境界面을 따른 水深中 가장 깊은 것을 사용하거나 가장 낮은 것을 사용한다면 증폭비를 과대 또는 과소 평가하게 되므로 이 사이의 水深을 사용해야 할 것으로 판단된다. 한 가지 방법으로 境界面을 따른 水深의 平均値를 사용하는 것을 생각할 수 있다. r_A가 3b인 경우인 Fig. 7(b)를 보면, 해석해 영역의 수심을 平均水深에 가까운 0.002 m를 사용하였을 경우, 水深差에 따른 추가적인 공진 현상이 거의 나타나고 있지 않음을 알 수 있다. 또, 이에 대응하는 增幅比 Fig. 7(a)를 보면 第1 共振의 경우 약 15, 제2 및 제3 공진이 각각 약 5 및 3 정도로 타당하게 여겨지는 값을 나타낸다. r_A가 6b인 경우(平均水深이 약 0.003 m)도 증폭비가 약간 증가되기는 하였으나 Fig. 8(a)에 보인 바와 같이 비교적 타당한 것으로 판단되며, r_A가 9b인 결과에서도 유사한 경향을 찾아 볼 수 있다[Fig. 9(a) 참조]. 이와 같이 有限要素 領域의 半徑 r_A가 증가될 수록 增幅比가 증가되는 것은 주로 수심 변화에 따른 淺水效果 및 入射波의 에너지 플럭스(energy flux)의 差異에 기인한 것으로 판단해 볼 때 平均水深을 사용하는



(a) (b)

Fig. 8. Computed response curves for seven different depth conditions in analytic region: linearly varying water depth in FEM region of r_A=6b. (a) with harbor, (b) without harbor.



(a) (b)

Fig. 9. Computed response curves for seven different depth conditions in analytic region: linearly varying water depth in FEM region of r_A=9b. (a) with harbor, (b) without harbor.

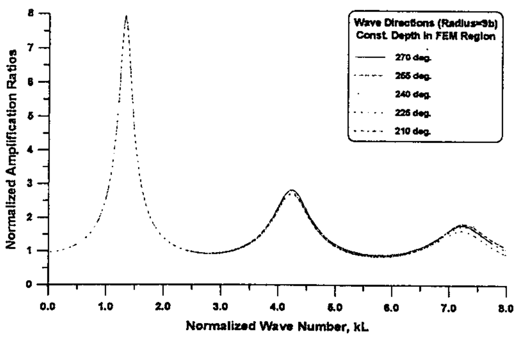


Fig. 10. Computed response curves for five different incident wave directions: constant depth in FEM region of r_A=9b.

방안이 비교적 합리적인 결과를 제시할 것으로 판단된다.

3.5 入射波向 變化에 따른 검토

일반적으로 長週期波에 의한 共振은 入射波向이 변화하여도 共振周波數나 增幅比에 큰 변화가 없는 것으로 보고되고 있다(鄭 等, 1991). 그러나, 실제 항만에 적용하는 경우나 共振 週期가 비교적 짧은 경우에는 入射角의 變化에 따라 증폭비도 비교적 크게 변화하는 것으로 제시되었다(鄭 等, 1995a). 따라서, 이의 영향을 조사하기 위하여 前節에서 사용한 두 가지 수심조건, 즉 一定水深과 一定傾斜水深의 경우에 대하여 해석을 수행하였다. 解析解 領域의 水深으로는 평균수심 0.004183 m를 사용하였다.

3.5.1 一定水深의 경우

Fig. 10에 나타낸 결과를 살펴보면 第1 共振은 入射波向에 관계없이 거의 동일한 共振周波數와 增幅比를 나타내나 제2 및 제3 공진의 경우 入射角이 비스듬해짐에 따라 변화가 발생하고 있다. 제2 공진의 경우 공진주파수는 kL=4.225로 동일하나 증폭비는 入射角이 비스듬해질수록 약간씩 감소한다. 共振週期가 비교적 짧은 第3 共振의 경우 입사각의 변화에 따라 공진주파

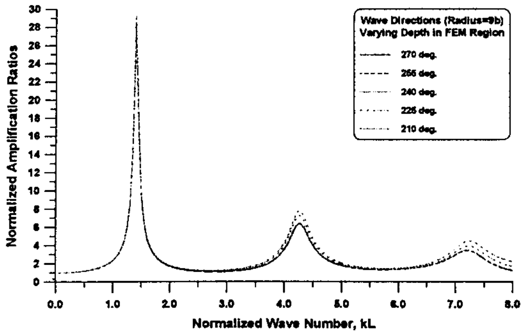


Fig. 11. Computed response curves for five different incident wave directions: linearly varying water depth in FEM region of r_A=9b.

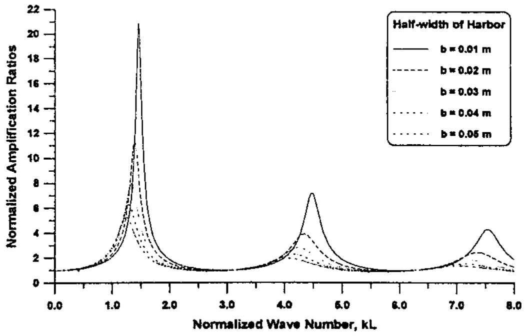


Fig. 12. Computed response curves for five different harbor widths: constant depth in FEM region of r_A=9b.

Table 3. Normalized resonant modes calculated by analytic method and finite element model using five different values of harbor width.

Resonant mode	Calculation Method	Results				
		b=0.05 m	b=0.04 m	b=0.03 m	b=0.02 m	b=0.01 m
First	Analytic Method	1.225	1.275	1.325	1.375	1.450
	FEM Model	1.250	1.275	1.325	1.375	1.450
	Difference (%)	(+2.04)	(0.00)	(0.00)	(0.00)	(0.00)
Second	Analytic Method	4.050	4.125	4.200	4.300	4.450
	FEM Model	4.075	4.150	4.225	4.325	4.475
	Difference (%)	(+0.62)	(+0.61)	(+0.60)	(+0.58)	(+0.56)
Third	Analytic Method	7.000	7.075	7.200	7.325	7.500
	FEM Model	7.075	7.150	7.200	7.350	7.550
	Difference (%)	(+1.07)	(+1.06)	(0.00)	(+0.34)	(+0.67)

Table 4. Normalized resonant modes calculated by analytic method and finite element model using five different values of harbor width.

Resonant mode	Calculation Method	Results				
		b=0.05 m	b=0.04 m	b=0.03 m	b=0.02 m	b=0.01 m
First	Analytic Method	5.306	6.352	8.070	11.473	21.569
	FEM Model	5.245	6.287	7.992	11.265	20.862
	Difference (%)	(-1.15)	(-1.02)	(-0.97)	(-1.81)	(-3.28)
Second	Analytic Method	1.921	2.256	2.813	3.923	7.251
	FEM Model	1.924	2.255	2.806	3.908	7.208
	Difference (%)	(+0.02)	(-0.04)	(-0.25)	(-0.38)	(-0.59)
Third	Analytic Method	1.332	1.517	1.837	2.491	4.459
	FEM Model	1.357	1.527	1.834	2.445	4.306
	Difference (%)	(+1.88)	(+0.66)	(-0.16)	(-1.85)	(-3.43)

수와 증폭비가 입사각 240°까지는 증가하다가 이 보다 작아지면 다시 감소하는 경향을 보인다.

3.5.2 一定傾斜水深의 경우

Fig. 11의 결과를 살펴보면 共振周波數는 거의 동일한 위치에서 출현하고 있으나 增幅比는 入射角이 비스듬해질수록 커짐을 볼 수 있다. 이와 같은 현상은 一定水深의 경우와는 다른 경향으로 入射波가 港內로 진입할 때 또는 反射되어 外海로 진행할 때 水深 變化를 느끼는 정도에 기인한 것으로 판단된다. 즉, 入射角이 비스듬해질수록 解析解 領域의 수심 0.004183 m에 비하

여 圓弧 境界面의 入射波 方向으로의 投影 水深이 0.001 m에 가깝게 되어 앞에서도 언급한 바와 같이 入射波 에너지의 港內 進入이 보다 원활해지며, 反射波의 累積 現象이 증가되는 것으로 판단된다.

3.6 港幅의 變化에 따른 共振 特性

港幅이 커지면 일반적으로 增幅比는 감소하고 共振週期는 長週期쪽으로 이동하게 된다(Miles와 Munk, 1961; Ippen과 Goda, 1963). 港의 길이에 대한 港幅의 크기의 영향을 살펴보기 위하여 港의 半幅 b를 변화시키면서 數値解析을 수행하였다. 港 길이 L 및 水深 h는 Ippen과 Goda(1963)의 직사각형 모형항만의 경우와 같이 設定하였다.

港의 半幅 b가 0.01, 0.02, 0.03, 0.04 및 0.05 m인 模型港灣을 설정하고 無次元 周波數 kL을 0.025에서 8.0까지 0.025씩 증가시키면서 數値計算을 실시한 結果를 Fig. 12에 제시하였다. 한편, Ippen과 Goda(1963)가 제시한 解析解(附錄 參照)와 비교한 결과들은 Table 3과 4에 제시하였다. 이 결과들을 살펴보면 第1~第3 共振 모드 모두에서 b가 작아질수록 共振週期들은 짧아지고 無次元 增幅比는 커짐을 알 수 있다.

Table 3에는 解析解와 複合要素模型에 의한 共振周波數를 보다 상세하게 비교하였다. 먼저, 제1 공진주파수를 살펴보면 b가 0.05 m으로 넓은 경우 有限要素模型에 의한 결과가 解析解의 결과보다 작으나 港幅이 감소함에 따라 兩者는 일치하고 있다. 제2 및 제3 공진의 경우에는 全般的으로 本 複合要素模型에 의한 공진주파수가 약간 크게 나타났다. Table 4에는 無次元 增幅比를 비교하였는데 이를 살펴보면 港幅이 좁아질수록 複合要素模型에 의해 구해진 증폭비가 해석해에 의한 증폭비보다 작아지고 있다. 解析的 方法의 基本 假定이 폭이 좁은 항만임을 고려하면 上記 差異는 유한요소망의 非對稱性 및 非均一性에 기인된 것으로 판단된다.

4. 結論 및 討議

本 論文에서는 港灣副振動 解析時 많이 사용되고 있는 複合要素模型에 대해 敏感度 解析을 수행하였다. 數値解析 結果의 비교·검토를 통하여 추출된 결론을 정리하면 다음과 같다.

○有限要素 領域과 解析解 領域의 圓弧 境界의 半徑 r_A의 변화 영향 : 수심이 일정한 理想的인 港인 경우에는 r_A를 작게 설정하여도 큰 무리가 없으나, 실제의 경우에 있어서는 外海로 갈수록 水深이 상당히 변화하기 때문에 가능하면 크게 설정하는 것이 좋다.

○解析解 領域內의 Fourier 級數項 : 完全開放 直四角形 模型港灣의 경우 해석해의 Fourier 級數項을 2개 이상($n \geq 1$)으로 설정하면 충분한 결과를 얻을 수 있으나, 복잡한 형상의 變動水深을 가진 항만에 적용하는 경우에는 그 이상으로 設定하는 것이 타당할 것으로 사료된다. 本 硏究에서는 8개(n=7)를 사용하였다.

○解析解 領域內 水深條件의 변화 : 유한요소 영역과 해석해 영역의 境界面에서 급격한 水深 變化가 존재하면 港內의 共振 現象은 큰 영향을 받는다. 즉, 해석해 영역의 수심이 깊은 경우에는 港內 增幅比가 과장되며, 반대의 경우는 과소 평가하게 된다. 따라서, 이를 적절히 선정하여야 타당한 결과를 얻을 수 있다. 數値解析 結果로 생각해 볼 때, 解析解 領域의 水深을 圓弧 境界面을 연한 水深의 平均을 사용하는 것이 바람직한 것으로 판단된다.

○入射波向의 變化 : 入射波向의 영향은 水深이 일정한 直四角形 港灣의 경우에는 그다지 크지 않으나, 수심이 변하는 경우에는 高次 共振 모드로 갈수록 영향을 많이 받게 된다. 港 外部의 수심이 一定傾斜를 갖는 경우, 入射角이 보다 비스듬해 질수록 增幅比가 증가하게 되는데 이는 圓弧 境界面上의 內·外部 領域의 水深差가 보다 크게 느껴지게 되는데 기인된 것으로 사료된다.

○港幅의 變化 : 港의 길이에 대한 幅의 比가 증가할수록 港內의 增幅比는 감소하게 되며 共振週期는 장주기쪽으로 이동하게 된다.

參考文獻

朴佑善, 李達秀, 吳榮敏, 鄭遠武, 1991. 鉛直 2次元 回折 및 放射問題 解析을 위한 無限要素, 韓國海岸·海洋工學會誌, **3**(4), 235~243.

鄭遠武, 朴佑善, 1993. 境界 damper를 利用한 港灣 波浪應答. 韓國海岸·海洋工學會誌, **5**(1), 39~44.

鄭遠武, 片宗根, 鄭信澤, 蔡璋源, 1991. 港灣內의 長週期波 應答에 관한 數値解析, 1991년도 정기학술강연회 발표논문 초록집, 韓國海岸·海洋工學會, 11~17.

鄭遠武, 鄭景太, 蔡璋源, 1995a. 墨湖港의 港內 振動, 韓國

海岸 · 海洋工學會誌, 7(1). 46~56.

鄭遠武, 蔡璋源, 鄭景太, 1995b. 浦項新港內 長週期波의 長期觀測 및 分析, 1995년도 학술발표회 논문집(II), 大韓土木學會, 435~438.

Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction. *Proc. 13th Conf. of Coastal Eng.*, ASCE, 471~490.

Bruun, P., 1989. Port engineering. Vol. 1. Harbor planning, breakwaters, and marine terminals. 4th Edition, Gulf Publishing Company.

Chen, H.S. 1986. Effects of bottom friction and boundary absorption on water wave scattering, *Applied Ocean Research*, 8(2). 99~104.

Chen, H.S., and Houston, J.R., 1987. Calculation of water oscillation in coastal harbors: HARBS and HARBD user's manual, *Instruction Report CERC-87-2*, US Army Corps of Engineers, Waterway Experiment Station.

Chen, H.S. and Mei, C.C., 1974. Oscillations and wave forces in an offshore harbor, Ralph M. Parsons Lab., *Report No. 190*, MIT.

Dean, R.G. and Dalrymple, R.A., 1984. Water wave mechanics for engineers and scientists, Prentice-Hall, Inc.

Ippen, A.T. and Goda, Y., 1963. Wave induced oscillations in harbor: The solution for a rectangular harbor connected to open sea, *Report No. 59*, Hydrodynamics Lab., MIT.

Lee, J.J., 1969. Wave induced oscillations in harbors of arbitrary shape, Ph. D. Thesis, California Institute of Technology.

Liu, P.L.-F., 1986. Effects of depth discontinuity on harbor oscillations, *Coastal Engineering*, 10, 395~404.

Mei, C.C. and Agnon, Y., 1989. Long-period oscillations in a harbor induced by incident short waves, *J. Fluid Mechanics*, 208, 595~608.

Miles, J.W., 1974. Harbor seiching, *Annu. Rev. Fluid Mechanics*, 6, 17~35.

Miles, J. and Munk, W., 1961. Harbor paradox, *J. of Waterways and Harbors Div.*, 2888.

Park, W.S., Chun, I.S. and Jeong, W.M., 1994. Infinite element for the analysis of harbor resonance, *J. of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, 6(2), 139~149.

Russel, K.S., 1978. A two-dimensional finite difference numerical model for the investigation of harbor resonance, *CSIR Report SEA IR 7804*, Stellenbosch, South Africa.

Unluata, U. and Mei, C.C., 1975. Effects of entrance loss on harbor oscillations., *J. of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng.*, 101(WW2), 161~180.

高山知司, 平石哲也, 1988. 數値計算と現地觀測による港內副振動特性の檢討, 港灣技硏資料, No. 636.

附錄 : Ippen과 Goda(1963)의 解析解

Ippen과 Goda(1963)는 Fig. 2에 보인 바와 같은 直四角形 港灣의 波浪 應答을 解析的으로 구하였다. 港入口를 통과하는 波浪 運動이 균일하도록 충분히 좁은 (또는 kb ≤ 1, k는 波數, b는 港幅의 1/2) 港入口를 가진 一定水深의 完全開放 直四角形 港灣의 가장 내측 中央部에서의 增幅比를 理論的 解析을 통하여 다음 식과 같이 제시하였다.

$$R = [\frac{1}{2}(1+\alpha^2)(1+\Psi_1^2+\Psi_2^2)+2\alpha\Psi_1 + \frac{1}{2}(1-\alpha^2)\{(1-\Psi_1^2-\Psi_2^2)^2+4\Psi_2^2\}^{1/2}\cos(2kL+\Theta)]^{-1/2} \quad (A.1)$$

여기서,

$$\alpha = \frac{1-K_r}{1+K_r} \quad (A.2)$$

$$\Theta = \tan^{-1}\left[\frac{2\Psi_2}{1-(\Psi_1^2+\Psi_2^2)}\right] \quad (A.3)$$

를 나타내며, K_r은 反射係數, L은 港의 길이, 그리고 Ψ_1과 Ψ_2는 平均海水位에 대한 放出波의 寄與度를 나타내는 函數로서 다음 식으로 제시된다.

$$\Psi_1(kb) = \frac{2}{\pi}kb\int_0^{kb}\frac{\sin^2\tau}{\tau^2\sqrt{(kb)^2-\tau^2}}d\tau \quad (A.4)$$

$$\Psi_2(kb) = \frac{2}{\pi}kb\int_{kb}^{\infty}\frac{\sin^2\tau}{\tau^2\sqrt{\tau^2-(kb)^2}}d\tau \quad (A.5)$$

여기서는 反射率을 고려하는 경우의 增幅比 計算方法만 제시하였으며 기타 상세한 내용은 Ippen과 Goda (1963)에 제시되어 있다.