

## 掃流砂量 算定式 Bed Load Transport Equations

유동훈\*  
Dong Hoon Yoo\*

**요 지** : 소류사 이동량 산정에 사용되는 여러 종류의 산정식들을 살펴보았다. 기존 산정식의 수식에 내포된 의미와 수식 전개과정 등을 종합적으로 검토하고 관측자료와의 비교로부터 각 산정식의 문제점을 파악하고자 하였다. 기존 산정식들의 종합적인 검토에 기초하여 개선방법을 제안하였으며, 보다 광범위하게 합리적으로 적용할 수 있는 여러 종류의 소류사량 산정식을 개발하였다. 각 형태의 산정식들을 Brownlie (1985)가 수집한 관측자료와 대비하여 산정식들에 도입된 경험계수들을 조정하여 결정하였으며, 최종적으로 개선된 소류사량 산정식들을 관측자료와 대비하여 불일치률의 범위에 대하여 검토하였다.

**Abstract** Existing equations of bed load transport are reviewed mainly considering the meaning and role of variables used in the equations. The development of several equations and the problems of each equation are investigated by comparing their computed results against field or laboratory data. On the basis of the review remedies of each equation are suggested, and modified forms of existing equations are developed for wider application and improvement in the accuracy. Empirical parameters introduced in each equation are determined by testing them against Brownlie(1985)'s collected data, and discrepancy ranges of the refined equations are shown to see their degrees of accuracy.

### 1. 서 론

흐름으로 인한 토사의 침식과 이동, 퇴적 등의 현상은 수변의 구조물이나 제방의 안전에 큰 영향을 미치며, 항로나 항만을 매몰시켜 항만 이용을 곤란하게 한다. 이러한 문제를 해결하기 위해서 토사이동에 대한 정확한 이해와 토사이동량 산정식의 정밀도가 요구된다. 특히 소류사량 산정식의 신뢰도는 소류사량 산정의 정확도뿐만 아니라 부유사량 산정에도 매우 큰 영향 인자로 작용하고 일방향 흐름에 대한 소류사량 산정식은 파와 해류에 의한 소류사량 산정식 개발에도 이용되기 때문에 거의 모든 양식의 토사이동량 산정에 가장 중요한 근간이 된다.

기존 소류사량 산정식들에 대한 검토는 국내에서도 여러 연구자가 수행하였으며 (Woo 와 Yoo, 1990; Lee 와 Lee, 1992; Yoo, 1995), 최근 토사이동량 산정에 대한 높은 관심으로 국내 하천에도 여러 공식들을

적용하여 비교해 본 바 있다 (한국건설기술원, 1991; Cho 등, 1995). 본고에서는 소류사량 산정에 사용되는 제 관련 물리량, 즉 침강속도와 임계마찰력의 정량화를 기하고 기존 소류사량 산정식의 문제점을 도출하였으며, 새로운 소류사량 산정식의 관련변수를 제시하였다. 침강속도 또는 종말속도를 산정하기 위하여 두 무차원수, 종말 후루드수와 레이놀즈-후루드수를 제시하며, 임계마찰력은 침강속도의 함수인 종말 후루드수와 밀접한 상관관계가 성립함을 밝혔다. 기존 소류사량 산정식으로 Du Boys, Einstein, Kalinske, Engelund-Hansen, van Rijn 등의 접근방법을 검토하였으며, Einstein-Brown 식과 Kalinske 식 등의 결과로부터 새로운 소류사량 산정식에 도입되는 상관계수의 변이를 도출하였다.

또한 기존 산정식들의 종합적인 검토에 기초하여 각각의 기존식에 대한 개선방법을 제안하였으며, 보다 광범위하게 합리적으로 적용할 수 있는 여러 종류의

\*아주대학교 토목공학과 (Department of Civil Engineering, Ajou University, Suwon 442-749, Korea)

소류사량 산정식을 개발하였다. 각 형태의 산정식들을 Brownlie(1985)가 수집한 관측자료와 대비하여 산정식들에 도입된 경험계수들을 조정하여 결정하였으며, 최종적으로 개선된 소류사량 산정식들을 관측자료와 대비하여 불일치률의 범위에 대하여 검토하였다.

## 2. 침강속도와 임계마찰력

토사의 침강속도(settling velocity)는 소류사나 부유사 이동특성에 중요한 요인으로 작용한다. 입자의 조도와 모난 특성때문에 일반적으로 침강속도는 매끈한 구형체 하나가 단일로 침강할 때 평형상태에서 얻어지는 종말속도(terminal velocity) 보다 느린 편이나 모난 정도, 균집특성과 조도의 영향을 일일이 고려하는 것이 매우 어렵기 때문에 대체적으로 이들의 영향을 무시하거나 비례관계로 고려한다. 구형체의 종말속도는 항력과 부력의 합이 중력과 평형을 이룰때 결정되는 입자의 침강속도이며 이는 다음과 같이 산정된다(유, 1995).

$$F^2 = \frac{4}{3C_D} \quad (1)$$

여기서  $C_D$ 는 토사의 항력계수이며  $F$ 는 종말후루드수로써

$$F = \frac{w_t}{\sqrt{(s-1)gd}} \quad (2)$$

이며  $s$ 는 상대밀도로서  $s = \rho_s/\rho$ 이고  $w_t$ 는 종말속도,  $g$ 는 중력가속도,  $d$ 는 구형체의 입경이다. 상기식에서 항력계수  $C_D$ 가 결정되면 종말속도가 바로 산정되나, 항력계수도 종말속도의 함수이므로 일반적으로 반복과정을 거쳐야 정확한 해를 구할 수 있다.

Rubey(1933)는 모래, 자갈 등을 사용한 실험관측자료를 이용하여 레이놀즈-후루드수로부터 종말후루드수를 바로 산정할 수 있는 양해법근사식을 제시하였으며 다음과 같다.

$$F = \frac{1}{N} \left( \sqrt{\frac{2}{3}N^2 + 36} - 6 \right) \quad (3)$$

여기서  $N$ 는 레이놀즈수대 후루드수의 비로서 역시 무차원수이며 R-F Number 라고 칭하고

$$N = \frac{R}{F} = \frac{\sqrt{(s-1)gd^3}}{v} \quad (4)$$

따라서 비중  $s$ , 입경  $d$ , 점성계수가 주어지면 Rubey식 (3)으로부터 종말속도  $w_t$ 를 바로 산정할 수 있다.

Rubey식 (3)은 항력계수를 다음과 같이 가정하면 유도된다.

$$C_D = \frac{24}{R} + a \quad (5)$$

식 (5)를 식 (1)에 대입한 후  $F$ 에 관하여 해를 구하면 다음과 같다 (유, 1995).

$$F = \frac{1}{\alpha N} \left[ \sqrt{\frac{4\alpha}{3}N^2 + 144} - 12 \right] \quad (6)$$

상기 식 (6)에  $a=2$ 를 대입하면 Rubey식 (3)이 유도된다.

Dallavalle(1943)는 매끈한 구형체인 경우  $a=0.4$ 가 된다고 주장하였는데 이를 대입하면

$$F = \frac{1}{N} \left[ \sqrt{\frac{10}{3}N^2 + 900} - 30 \right] \quad (7)$$

이에 반하여 유(1995a)는 매끈한 구형체의 종말속도를 항력계수 분포로부터 유도하여 양해법 근사식을 개발하였으며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F &= 1.826 \tanh X \\ X &= 0.030N \quad N < 3.7 \\ X &= 0.043N^{0.76} \quad 3.7 < N < 33.7 \\ X &= 0.162N^{0.38} \quad 33.7 < N \end{aligned} \quad (8)$$

한편 Watson(1969)은 자신이 실험수조에서 관측한 결과에 기초하여 종말속도 산정식을 개발하였는데 유(1995b)는 본고에 제시된 바와 같은 무차원수를 도입하여 Watson식을 다음과 같이 표기하였다.

$$F = \frac{1}{N} \left[ \sqrt{1.26N^2 + 49.6} - 7.06 \right] \quad (9)$$

Gibbs 등(1971)은 입경의 수치를 조정하여 그들의 관측자료와 일치하는 산정식을 개발하였는데, Gibbs식도 Rubey식에 기초하여 개발한 것으로 판단되며 무차원수를 도입하면 다음과 같은 형태로 표기하여 차원의 일치를 기할 수 있다.

$$F = \frac{1}{(\alpha N + \beta)} \left[ \sqrt{\frac{2}{3}N^{4/3}(\alpha N + \beta)^{2/3} + 36} - 6 \right] \quad (10)$$

상기식에서 경험계수  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 수치조정으로 구할 수

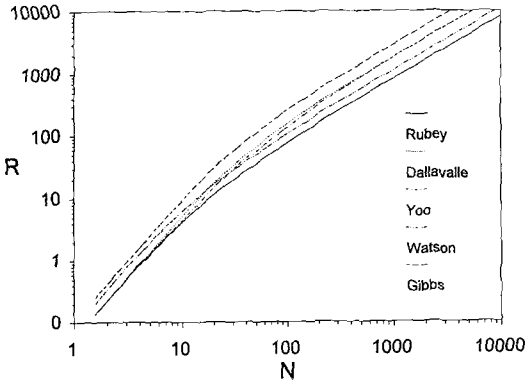


Fig. 1. Terminal or settling Reynolds Number (R) against Reynolds-Froude Number (N).

있으며,  $\alpha = 0.15$ ,  $\beta = 0.023$ 일 때 Gibbs식과 거의 일치하는 산정치를 구한다.

Fig. 1에는 Rubey식 (3), Dallavalle식 (7), Yoo식 (8), Watson식 (9), Gibbs식 (10) 등으로 산정된 레이놀즈수 R가 비교되어 있는데, R-F Number (N) 약 10 까지 식 (3), (7)과 (8)의 산정결과는 유사하나 이후 일반 모래에 대한 Rubey식의 산정결과는 매끈한 구형체에 대한 유(1995a)의 산정 결과와 상당한 차이를 보이고 있다 (유, 1995; 유, 1995b). 이러한 차이는 일반 토사의 거칠음 정도와 Rubey의 토사 침강속도는 최종 종말속도를 계측한 것이 아니라 종말속도 이전의 침강속도를 계측하였기 때문인 것으로 판단된다. 유(1995a)의 산정식 (8)의 80%를 취하거나  $a = 0.8$ 로 가정하면 Watson(1969)의 관측결과 또는 Watson식 (9)의 산정치와 유사한 해를 구하는데 이는 최종 종말속도가 아니라 관측조건에서 구하여진 침강속도이다. 또한 식 (10)의 산정치는 다른 산정식의 해보다 거의 모든 범위에서 크게 나타났는데 이는 Gibbs 등(1971)의 관측에서 토사의 균집효과로 침강속도가 크게 나타나기 때문인 것으로 판단된다. 그밖에 Dallavalle가 제시한  $a = 0.4$ 를 도입하여 개발한 식 (7)은 유(1995a)가 항력계수로부터 유도한 종말속도 산정식 (8)과 거의 일치함을 알 수 있다.

이상과 같이 무차원수를 도입하여 수식을 개발하면 차원을 일치시킬 수 있고 일반성을 확보할 수 있다. 그러나 여러 관측자의 실험조건이 동일하지 않고 침강속도는 종말속도와 달리 기준지점이나 기준시각의 정의가 불분명하여 관측자마다 다른 수치를 제공할 것으로 판단된다. 따라서 정의가 불분명한 침강속도 보다 종

말속도를 기준치로 정하여 소류사량 산정식에 이용하는 것이 바람직할 것이다.

임계마찰력은 양력과 부력을 제외한 자중이 평형을 이룰 때 구해지며, 두 힘의 평형은 다음과 같이 표기될 수 있다.

$$\frac{1}{2}\rho C_L \frac{\pi}{4} d^2 (\alpha u_{*c})^2 = \frac{\pi}{6} (s-1) \rho g d^3 \mu_s \quad (11)$$

상기 평형관계식에서 좌변은 양력을 나타내며, 우변은 부력을 제외한 입자의 자중을 나타낸다.  $\mu_s = \tan\theta$ ,  $\theta$ 는 토사의 휴식각,  $\alpha u_{*c}$ 는 입자위 경계층상 어느 일점의 유속이며 항력에 직접적으로 영향을 주는 유속이다. 양력계수  $C_L$ 과 항력계수  $C_D$ 간에 비례관계가 성립할 때, 즉

$$C_L = \zeta C_D \quad (12)$$

의 관계가 성립할 때 다음과 같이 단순한 관계식을 얻는다.

$$F_{*c} = \beta F \quad (13)$$

여기서  $\beta$ 는 임계마찰 계수라 칭하며

$$\beta = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{\mu_s}{\zeta}} \quad (14)$$

$F_{*c}$ 는 임계마찰 후루드수이고

$$F_{*c} = \frac{u_{*c}}{\sqrt{(s-1)gd}} \quad (15)$$

Shields Number  $\psi = F_{*c}^2$ 이다.

Van Rijn(1985)은 R-F Number로부터 Shields Number를 바로 구할 수 있는 양해법 산정식을 개발하였으며 임계마찰 후루드수를 사용하면 다음과 같다.

$$F_{*c} = 0.49N^{-1/3} \quad N < 8 \quad (16a)$$

$$F_{*c} = 0.37N^{-1/5} \quad 8 < N < 40 \quad (16b)$$

$$F_{*c} = 0.20N^{-1/30} \quad 40 < N < 90 \quad (16c)$$

$$F_{*c} = 0.11N^{+1/10} \quad 90 < N < 1980 \quad (16d)$$

$$F_{*c} = 0.235 \quad 1980 < N \quad (16e)$$

또한 이를 하나의 약산식으로 표기하면 다음과 같다.

$$F_{*c} = \exp \left[ -2.83 + 0.17 \ln N + \frac{5.3}{2.5 + 0.22N} \right] \quad (17)$$

Fig. 2에 도시된 바와 같이 식 (17)은 식 (16)과 비교

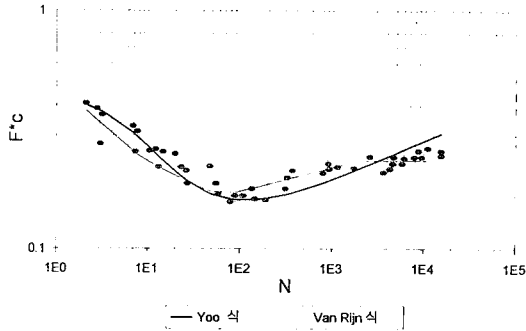


Fig. 2. Critical frictional Froude number ( $F_*^c$ ) against Reynolds-Froude Number ( $N$ ).

하여  $N$  수 6000까지 10% 내외의 오차가 있으나 관측 자료와 비교하여서는 심각한 오차를 유발한다고 볼 수 없다. 따라서 조건에 따라 여러 식중 하나를 선택하여야 되는 식 (16)을 사용하기보다 단일식 (17)을 사용하는 것이 편리할 것이다.

Yoo(1995)의 종말속도 산정식 (8)과 임계마찰력 산정식 (16) 또는 (17)을 사용하면 식 (13)으로부터 임계마찰계수  $\beta$ 를 구할 수 있다. 이상의 계산된 결과는 Fig. 3에 제시되어 있으며, 다음과 같은 약산식으로 간단히 산정할 수도 있다.

$$\beta = 8.945N^{-0.43} \quad N < 3.7 \quad (18a)$$

$$\beta = \exp(6.689N^{-0.663} - 2.364) \quad 3.7 < N < 100 \quad (18b)$$

$$\beta = 0.129 \quad 100 < N \quad (18c)$$

Fig. 3에 도시된 바와 같이 레이놀즈-후루드수가 작을 때, 즉 입자 크기가 작을 때 임계마찰계수  $\beta$ 는 매우 큰데, 이는 항력계수 대 양력계수의 비  $\zeta$ 가 아주 작기 때문인 것으로 판단된다. 이상과 같이 종말후루드수에 대한 임계마찰력의 비, 즉 임계마찰계수  $\beta$ 는 최대 10000배 이상의 변이를 보이고 있으며 이는 주로 항력계수의 대 양력계수의 비  $\zeta$ 의 변이가 크기 때문인 것으로 사료된다. 따라서 소류사량 산정식에서  $\beta$ 가 존재하면 경험계수의 변화폭이 매우 클 것으로 예상된다.

### 3. 기존소류사량 산정식의 검토

Du Boys의 소류사량 산정식은  $n$  개층의 토사가 선형비례로 이동한다는 가정하에 유도되었으며 다음과 같이 최종식이 도출되었다.

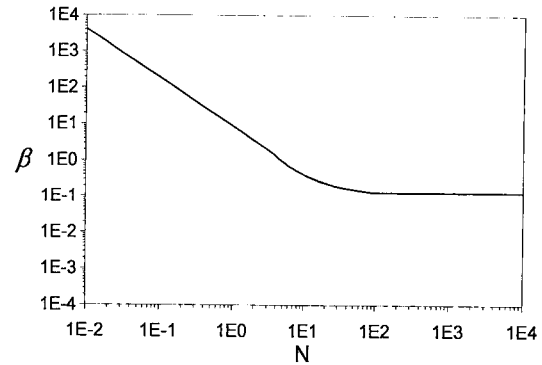


Fig. 3. Critical friction factor ( $\beta$ ) against Reynolds-Froude Number ( $N$ ).

$$q = \delta\tau(\tau - \tau_c) \quad (19)$$

여기서  $q$ 는 단위폭당 소류사 이동중량,  $\tau$ 는 저면마찰력,  $\tau_c$ 는 임계마찰력이며  $\delta$ 는 비례상수이나 무차원수는 아니다. 여러 연구자들이 비례상수  $\delta$ 의 관계식을 도출하고자 노력하였으나 일반성을 확보하는데는 성공치 못한 것으로 판단된다.

Einstein(1942)은 토사입경  $d$  대 이동거리  $L$ 의 비가 일정한 상수이며, 즉  $L/d = \lambda$ , 토사가 세굴되어 상향이동할 때 상향이동속도  $w_L$ 가 침강속도  $w_f$ 에 비례한다, 즉  $w_L \sim w_f$ 는 가정하에 다음과 같은 무차원수를 도출하였다.

$$\Phi_E = \frac{q}{\rho_s g w_f d} \quad (20)$$

마찰후루드수가 작을 때 Einstein은 다음과 같은 상관관계가 성립함을 발견하였다.

$$\Phi_E = \exp(0.766 - 0.391 F_*^{-2}) \quad (21)$$

또한 Brown은 실험관측결과로부터 식 (21)보다 간단한 형태이지만 보다 광범위한 조건에서 적합한 다음과 같은 상관식을 도출하였다.

$$\Phi_E = 40F_*^6 \quad (22)$$

상기 식을 Einstein-Brown 식이라 칭한다.

이에 반하여 Kalinske(1947)는 상향이동속도가 마찰속도  $u_*$ 에 비례한다, 즉  $w_L \sim u_*$ 고 가정하였으며 다음과 같은 무차원수를 도출하였고

$$\Phi_K = \frac{q}{\rho_s g u_* d} \quad (23)$$

실험자료로부터

$$\Phi_K = 10F_*^4 \quad (24)$$

를 유도하였으며 보다 광범위한 조건에 대하여 Einstein식과 유사한 형태로 다음과 같은 식이 제시되었으며, 이를 Kalinske-Frijlink식이라 칭한다.

$$\Phi_K = \exp(1.61 - 0.27 F_*^{-2}) \quad (25)$$

Einstein식이나 Kalinske식은 무차원수를 도입하여 수식 이용에 편의성과 일반성을 제공하였으나 1차적인 모순은 두 식 모두 임계마찰력에 관계없이 토사 이동량이 산정된다는 점이다. 즉, 저면마찰력이 임계마찰력 보다 작더라도 식 (22) 또는 식 (25)는 소류사 이동량을 산정한다. 더욱이 마찰력이 작을수록 소류사량을 크게 산정하는 경향이 있다. 이는 물론 식 (22) 또는 (25)를 적용하기 전에 식 (16) 또는 (17)을 사용하여 마찰력이 임계마찰력을 초과하는지 여부를 판단하여 이러한 단점을 극복할 수 있으나 모순된 관계식으로부터 도출된 관련수치가 일반성을 유지할 수 있을 지 많은 의문점이 대두된다. 이에 반하여 Du Boys식은 비례상수가 무차원수가 아닌 단점은 있으나 토사이동의 임계점 즉 임계마찰력이 뚜렷이 수식에 포함되어 있기 때문에 보다 일반성을 유지할 수 있으리라 판단된다.

Einstein식과 Kalinske식이 내포하고 있는 모순의 근본원인은 여러 가정중 두가지 가정에서 발견된다. 하나는 토사이동거리  $L$ 이 입경  $d$ 에 단순비례한다는 가정이며, 다른 하나는 상향이동속도  $w_L$ 이 침강속도  $w_f$  또는 마찰속도  $u_c$ 에 비례한다는 가정이다. 상기 모순의 개선책으로 다음과 같은 관계식이 성립한다고 가정할 수 있다.

$$\frac{L}{d} = \gamma_1 (Z - 1)^{1-x} \quad (26)$$

$$w_L = \gamma_2 (u_* - u_{*c}) \quad (27)$$

여기서

$$Z = \frac{u_*}{u_{*c}} = \frac{F_*}{F_{*c}} \quad (28)$$

이며, 활동지수(mobility ratio)라 칭한다. van Rijn(1984)은  $Z^2 - 1 = T$ 라 명하고 이동단계지수(transport stage parameter)라 칭하였다.  $\gamma_1$ 과  $\gamma_2$ 는 비례상수이다. 이상의 가정을 이용하면 다음과 같은 무차원수가 도입된다.

$$\Phi = \frac{q}{\rho_s g (u_* - u_{*c}) d} = \epsilon (Z - 1)^{x-1} f(F_* \text{ or } N) \quad (29)$$

함수  $f$ 는 실험자료와의 비교로서 여러 형태의 관계식을 도출할 수 있다.

식 (29)의 양변에  $(u_* - u_{*c})/w_L$ 를 곱해주고 식 (13)을 이용하면

$$\Phi_E = \frac{q}{\rho_s g w_L d} = \beta \epsilon (Z - 1)^x f(N) \quad (30)$$

식 (30)은 Einstein식과 동일한 무차원수를 사용하나 활동지수  $Z$ 를 도입하여 임계마찰력의 효과를 분명히 보여주고 있다.

마찬가지로 식 (29)의 양변에  $(u_* - u_{*c})/u_c$ 를 곱해주면

$$\Phi_K = \frac{q}{\rho_s g u_* d} = \epsilon (Z - 1)^x Z^{-1} f(N) \quad (31)$$

식 (31)은 Kalinske의 무차원수를 구하는 형태로 나타나나 식 (30)과 달리 임계마찰계수가 도입되지 않는다. 식 (18)과 Fig. 2에 제시된 바와 같이 임계마찰계수  $\beta$ 는 변이폭이 크기 때문에 식 (30) 보다 식 (31)이 유리할 것으로 판단된다. 반면에  $Z$ 의 역수가 포함되기 때문에 불리할 가능성도 있다.

또한 식 (28)의 양변에  $(u_* - u_{*c})/u_{*c}$ 를 곱하면

$$\Phi_Y = \frac{q}{\rho_s g u_{*c} d} = \epsilon (Z - 1)^x f(N) \quad (32)$$

로 표현된다.

상기 식 (30), (31), (32)에 도입된 무차원수에서  $w_L$ ,  $u_*$ ,  $u_{*c}$  등은 명확히 결정되지 못하는 수치이다. 이들 변수 대신에 후루드수를 도입하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\Phi_M = F_* \Phi_E = F_* \Phi_K = F_{*c} \Phi_Y \quad (33)$$

즉, 임계마찰속도 대신에 식 (15)로 표현되는 임계마찰 후루드수  $F_{*c}$ 를 도입하면 다음과 같이 Meyer-Peter 와 Muller(1948)가 도입한 무차원수가 된다.

$$\Phi_M = \frac{q}{\sqrt{(s-1)gd^3}} = \epsilon (Z - 1)^x F_{*c} f(N) \quad (34)$$

Meyer-Peter 와 Muller(1948)가 제시한 산정식은 다음과 같다.

$$\Phi_M = 8(F_*^2 - 0.047)^{1.5} \quad (35)$$

그들은 임계마찰후루드수의 제곱을 0.047로 고정하였 으며, 이를 식 (34)와 유사한 형태로 고치면

$$\Phi_M = 8(Z^2 - 1)^{1.5} F_c^3 \quad (36)$$

Engelund와 Hansen(1967)은 전유사량 산정식으로 다 음과 같은 형태의 식을 제시하였다.

$$q = \frac{0.05 V^5}{(s-1)^2 g^{0.5} d C_h^3} \quad (37)$$

여기서  $V$ 는 단면평균유속,  $C_h$ 는 Chezy 마찰계수,  $d$ 는 수심이다. 그들의 산정식도 Meyer-Peter 와 Muller (1948)의 무차원수를 도입하면 다음과 같이 간단히 표 기된다.

$$\Phi_M = 0.05 F_c^3 F^2 \quad (38)$$

타 산정식들과 달리 Engelund-Hansen 식은 부유사일 때 영향이 크게 미칠 것으로 판단되는 평균유속  $V$  가 포함되어 있는 점이 특기할만하다.

Van Rijn(1984)은 소류사 이동량을 이동속도, 이동 높이와 평균농도의 곱으로 구할 것을 제시하고 각각의 관계식을 실험결과로부터 도출하여 다음과 같은 소류 사량 산정식을 개발하였다.

$$\Phi_M = 0.053N^{-0.2}(Z^2 - 1)^{2.1} \quad (39)$$

van Rijn은 상기 산정의 적용범위를  $0.2 \text{ mm} < d < 2 \text{ mm}$ 로 제한하였는데 이러한 제한의 주원인이 토사이 동속도 관계식의 부정확성 때문인 것으로 판단된다.

#### 4. 기존소류사량 산정식의 개선

Van Rijn (1984)은 이론적인 해석으로 토사이동속도 관계식을 도출하였는데, Yoo(1995)는 van Rijn이 제시 한 토사이동속도 관계식이 실험결과와 상당한 차이점 이 있음을 인식하고 관측자료를 이용하여 보다 정확한 토사이동관계식을 개발하였으며, 다음과 같은 소류사 량 산정식을 제시하였다.

$$\Phi_M = 1.2N^{-0.2}(Z - 1)^{2.6}F_c \quad (40)$$

즉, van Rijn은 토사이동속도 산정에 활동지수  $Z$ 만을 고려하였는데, Yoo는  $Z$ 와 함께 마찰속도가 포함된  $F_c$  를 고려하였다.

이상의 검토된 산정식들을 모두 Meyer-Peter와

Muller(1948)의 무차원수  $\Phi_M$ 로 정리하여 표 1에 제시 하였다. 표 1에 제시된 것중 기존식으로 표기된 수식 들이 바로 이상의 검토된 산정식들이다. 본고에 제시 된 무차원수로 통일하여 표기하였는데, 대부분  $F_c$ 가 주요 관련변수이며, Einstein-Brown 식은 종말 Fr-oude 수를 주요 비례변수로, Kalinske 식은  $F_c$ 만을 주 요 비례변수로, Engelund-Hansen 식은  $F_c$ 와 함께  $F$ 를 주요 비례변수로 이용하고 있다. 그러나 이들 산정식 들은 임계마찰속도가 산정식에 포함되어 있지 않다. 반면에 Meyer-Peter 와 Muller 식은 임계마찰속도를 토사의 입경에 관계없이 일정한 수치로 대치한 형태 로 보이며, van Rijn 식은  $N^{0.2}$ 로 표현되는 토사입경 의 영향과 임계마찰속도를  $(Z-1)$ 로 고려하였으나 토사 이동의 주요 인자로 판단되는 마찰속도 또는 마찰속 도가 포함된  $F_c$ 의 영향이 충분히 고려되지 않은 것으 로 사료된다.

이상의 산정식들을 Brownlie(1980)가 수집하여 제시 한 관측자료에 적용하여 정밀도를 검토하였다. van Rijn은 마찰속도가 침강속도보다 작을 때 토사는 주로 소류사양식으로 이동한다고 가정하였다. 본 연구에서 도 수집된 자료중 소류사량 산정식의 검증에 이용된 자료는 van Rijn의 경계조건을 이용하여 선택하였다. 제 변수의 산정에 있어 산정결과의 불확실성을 제거하 고자 가장 정밀하다고 판단되는 산정식을 택하였으며, 종말속도는 식 (8)로, 임계마찰속도는 식 (16)으로 계 산하였다. 그러나 실제 소류사량 산정에 있어서는 각 각에 대하여 보다 단순한 형태의 산정식인 식 (7)과 식 (17)을 사용하여도 큰 오차를 유발하지는 않는다. 저면 마찰력은 관측수로를 등류라 가정하고 동수반경과 수 로 또는 수면경사에 비례하는 것으로 계산하였다. 즉,

$$\tau = \rho gHS \quad (41)$$

여기서  $H$ 는 동수반경이며,  $S$ 는 수로경사이다. 등류 인 경우 상기식은 단면평균마찰력을 구하는 가장 확실 한 산정식이나, 토사이동에 직접적으로 작용하는 저면 마찰력과는 차이가 있을 수 있다. 그러나 저면마찰력 을 정확히 산정할 수 있는 방법이 확립되지도 않았을 뿐만 아니라 이동토사인 경우 등가조고를 정확히 추정 하는 것도 매우 지난한 문제이기 때문에 저면마찰력이 식 (41)로 산정되는 단면평균마찰력과 거의 같거나 비 례관계가 성립한다는 가정이 가장 안전한 접근방법으 로 사료된다.

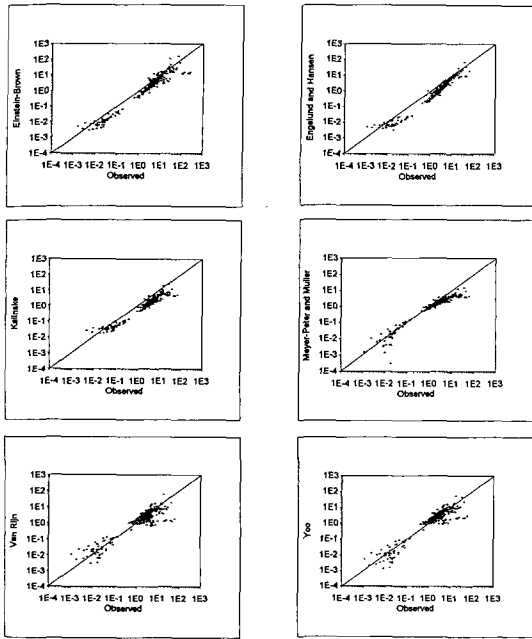


Fig. 4. Bed load transport computed by existing formulas against Brownlie's data.

Engelund와 Hansen 공식은 다른 유사량공식에 비해 상당한 정밀성을 가지고 있음이 알려져 있으며, 표 1에 제시된 바와 같이 본 연구에서도 이를 확인하였다. 이는 Engelund-Hansen 식이 다른 기존의 공식과 달리 평균유속을 사용하고 있으며, Brownlie의 관측자료에 부유사량이 상당 부분 포함되고 있기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 4에 도시된 바와 같이 토사이동량이 작을 때 또는 마찰 Froude 수가 작을 때 (F.F.)나 (Z-1)을 고려치 않은 산정식들은 상당한 오차를 보이고 있는데, 임계마찰속도와의 차이를 고려하면 마찰 Froude 수가 작은 구간에서의 오차를 줄일 수 있다. 이러한 점에 착안하여 우선 기존 공식들의 기본형태를 유지하고 임계마찰속도와의 차 또는 (F.F.)를 주요 비례변수로 택하였다. Brownlie data를 이용한 회귀분석 방법을 적용하여 각각의 기존식에 대한 회귀분석식을 개발하였으며, 표 1에 함께 제시하였다. 임계마찰속도와의 차이를 고려한 후 회귀분석하여 개발한 산정식들은 기존산정식들에 비하여 파격적인 향상을 보이고 있다. 특히 F와 F를 함께 고려한 Engelund-Hansen식의 정밀도가 가장 높다.

비교적 우수한 공식으로 알려진 van Rijn 공식의 이

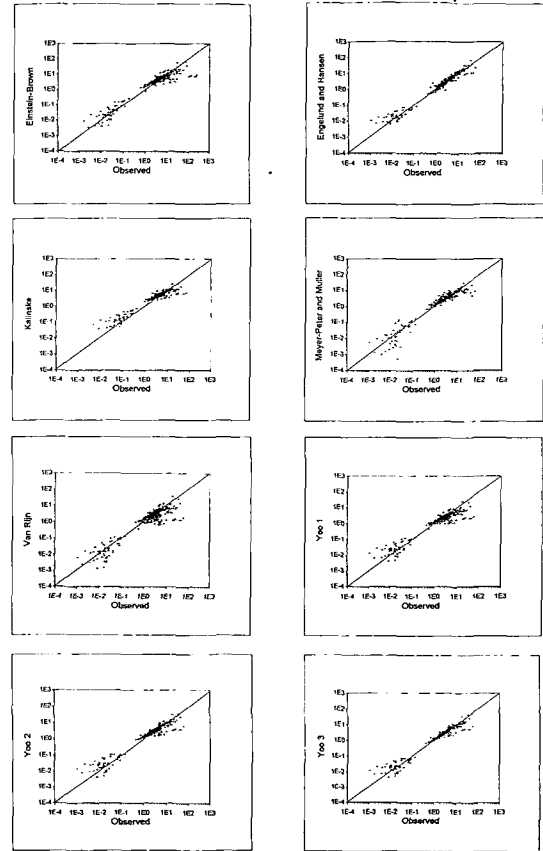


Fig. 5. Bed load transport computed by refined formulas against Brownlie's data.

론을 기본이론으로 하고 van Rijn 공식의 문제점을 개선하여 Yoo-1식 (40)을 개발하였는데, 식 (40)에 기초하여 Engelund-Hansen 식 (38)과 같이 단면평균유속이 포함된 F 또는 FF를 도입한 후 Brownlie 자료에 적용하여 Yoo-2, Yoo-3의 회귀분석식을 구하였다. 표 1에 제시된 바와 같이 이상의 회귀분석식들은 기존식에 비하여 상당한 정밀도 향상을 보이고 있다.

회귀분석으로 구한 식들의 지수나 비례상수들은 토사이동량 산정의 불확실성에 비하여 너무 복잡한 수치로 표현되어 있다. 따라서 이들 복잡한 수치를 단순화하여 근사식을 개발하였는데 표 1에 제시한 바와 같으며, Yoo-1, Yoo-2, Yoo-3의 근사식은 각각 다음과 같다.

$$\Phi_M = 1.5N^{-0.2}(Z - 1)^2F, \tag{42}$$

$$\Phi_M = 0.12N^{-0.2}(Z - 1)^2F \tag{43}$$

$$\Phi_M = 0.25N^{-0.2}(Z - 1)^{1.5}F_*F \tag{44}$$

상기식 (42), (43), (44)을 포함하여 이상의 근사식들은 표 1에 제시한 바와 같이 회귀분석하여 구한 본래의 식들과 비교하여 유사한 정밀도를 보이고 있으며, Einstein-Brown 식이나 Kalinske 식 등에 있어서는 주어진 오차범위에서 근사식들이 회귀분석식들 보다 오히려 정밀도가 높은 것으로 나타났다. Fig. 5에는 각각의 근사식으로 산정된 소류사량과 관측자료와의 비교가 도시되어 있는데 Fig. 4와 비교하여 보았을 때 전반적으로 상당한 정밀도 향상을 보임을 알 수 있다. 상기 형태의 산정식은 이미 파-해류 합성류에 의한 소류사량 산정식 개발에 이용된 바 있다(유, 1995c)

5. 결론 및 토의

본 연구에서는 토사이동량 산정에 고려되어야 할 기본요소인 침강속도를 산정하는 여러 관련식들을 비교

하여 종말속도와 침강속도의 차이점을 분명히 밝히고, 토사이동량 산정의 기준치로서 종말속도를 택하여야 됨을 강조하였다. 또한 임계마찰력 산정식으로 van Rijn의 여러 관련식을 단일화하여 임계마찰력 산정의 편리를 도모하였다. 소류사량 산정에 있어 현재까지 알려진 공식 중 Einstein(1942), Kalinske(1947), Meyer-Peter와 Muller(1948), Engelund-Hansen(1967), van Rijn(1984) 등이 개발한 소류사량 공식을 비교 검토하고 개선하였으며, van Rijn 방법에 기초하여 새로운 형태의 소류사량 공식을 제시하였다. 일치율로써 각공식의 우수성을 판단한다면 van Rijn 공식과 Englund 와 Hansen 공식 등이 상당한 우수성을 가지고 있음을 알 수 있으며, 본고에서 제시한 산정식중 특히 Yoo-1 공식과 Yoo-3 공식은 공식 개발시 데이터 제한의 문제성은 있지만 상당한 정밀성을 확보하고 있음을 알 수 있다.

타 공식과 비교하여 van Rijn식과 Yoo식들은 비례

표 1. 소류사량 공식과 불일치율의 범위

공식		$\Pi_M$	불일치율의 범위(%)		
			$0.75 \leq r \leq 1.5$	$0.50 \leq r \leq 2.0$	$0.33 \leq r \leq 3.0$
Einstein-Brown	기존식	$40F_c^6 Ft$	18.0	63.0	89.0
	회귀분석식	$78.4(F_c - F_c)^{3.18} Ft$	54.6	82.6	92.0
	근사식	$60(Z-1)^3 F_c^3 Ft$	57.5	82.6	92.9
Kalinske	기존식	$10F_c - F_c^2 F_c^4$	70.2	87.9	71.0
	회귀분석식	$25(Z-1)^2 F_c^2 F_c$	70.0	83.7	92.9
	근사식	$0.05F_c^3 F_c^2$	14.0	47.0	93.8
Engelund and Hansen	기존식	$0.05F_c^3 F_c^2$	14.0	47.0	84.0
	회귀분석식	$0.1(F_c - F_c)^{1.6} F_c^2$	73.1	91.4	97.9
	근사식		78.1	92.3	97.0
Meyer-Peter and Muller	기존식	$8(F_c^2 - F_c^2)^{1.5}$	26.5	8.7	90.6
	회귀분석식	$36.8(F_c^2 - F_c^2)^{2.97}$	68.1	86.4	94.4
	근사식	$30(Z-1)^3 F_c^3$	63.16	84.3	92.6
Van Rijn	기존식	$0.053N^{0.2}(Z-1)^{2.1}$	49.6	73.4	89.4
	회귀분석식	$0.7N^{0.2}(Z-1)^{2.82}$	44.5	74.3	89.0
	근사식	$0.5N^{0.2}(Z-1)^3$	51.9	76.1	87.6
Yoo 1	기존식	$1.2N^{0.2}(Z-1)^{2.6}F_c$	55.0	76.1	90.0
	회귀분석식	$1.63N^{0.2}(Z-1)^{2.26}F_c$	58.7	81.0	92.0
	근사식	$1.5N^{0.2}(Z-1)^{2.6}F_c$	61.6	80.8	91.4
Yoo 2	기존식	$1.2N^{0.2}(Z-1)^{2.6}F_c$	55.0	81.0	90.0
	회귀분석식	$0.11N^{0.2}(Z-1)^{2.13}F_c$	69.9	84.6	93.5
	근사식	$0.12N^{0.2}(Z-1)^2F_c$	70.5	85.8	92.5
Yoo 3	기존식	$1.2N^{0.2}(Z-1)^{2.6}F_c$	55.0	81.0	90.0
	회귀분석식	$0.26N^{0.2}(Z-1)^{1.57}F_c F_c$	74.9	87.3	95.0
	근사식	$0.25N^{0.2}(Z-1)^{1.5}F_c F_c$	75.2	88.2	94.7



상수가 토사입경과 밀접한 관련이 있는 무차원수  $N$ 와 역비례관계가 성립하는 것으로 나타났다. 이는 van Rijn 식이나 Yoo 식들은 토사입경이 큰 경우 상대적으로 다른 산정식들에 비하여 소류사량을 작게 산정할 것이다. Brownlie가 수집한 자료는 토사입경의 범위가 제한되어 있기 때문에  $N$ 의 영향을 분명히 밝힐 수가 없었다. 앞으로 우리나라 하천에서 관측한 자료중 특히 토사입경이 다양한 자료를 수집하고 비교분석하여  $N$ 의 영향을 분명히 밝힐 필요가 있을 것이다. 그밖에 본 연구에서 고려치 못한 여러 사항에 대하여도 추가 개선점을 강구하고 우리나라 하천 조건에 맞는 소류사량 공식을 개발하는데 많은 연구와 관심이 있어야 할 것으로 본다.

### 謝 辭

본 연구의 일부는 1995년도 아주대학교 교비 지원으로 이루어졌으며, Brownlie 자료를 제공하여 준 한국건설기술원 수자원연구실 우효섭 실장과 자료분석에 애써준 아주대학교 토목공학과 학부생 문성원 군에게 감사를 표한다.

### 참고문헌

- 우효섭, 1995. 구형체의 종말속도(토의), 대한토목학회 논문집, 15(4): 1093-1094.
- 유동훈, 1995a. 구형체의 종말속도, 대한토목학회 논문집, 15(1): 157-163.
- 유동훈, 1995b. 구형체의 종말속도(회답), 대한토목학회 논문집, 15(4): 1094-1096.
- 유동훈, 1995c. 파와 해류에 의한 소류사 이동, 한국해양해양공학회지, 7(3): 257-264.
- 한국건설기술원, 1991. 하상변동예측모형의 비교분석, 건기연 91-WR-112.
- Brownlie, W.R., 1981. Compilation of alluvial channel data, laboratory and field, Report KH-R-438, W.M. Keck Lab. of Hydraulics and Water Resource, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Cho, W., Heo, J.H. and Kim, D.H. 1995. A modified rational method in a small alluvial channels, *Proc. Int. Joint Seminar on Reduction of Natural and Environmental Disasters in Water Environment*, Seoul National University, Seoul, Korea 155-160.
- Einstein, H.A., 1942. Formulas for the transportation of bed load, *Trans. Am. Soc. Civil Eng.*, 107.
- Engelund, F. and Hansen, E., 1967. *A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Streams*, Technisk Vorlag, Copenhagen.
- Gibbs, R.J., Mathews, M.D. and Link, D.A., 1971. The relationship between sphere size and settling velocity, *J. Sedimentation Petrology*, 41: 7-18.
- Kalinske, A.A., 1947. Movement of sediment as bed-load in rivers, *Trans. Amer. Geophysical Union*, 28-4.
- Lee, K.S. and Lee, N.J., 1992. Comparative study of selected sediment-transport formulas, *Abstracts of papers for annual meeting of Korean Society of Civil Engineers*: 121-124.
- Meyer-Peter, E. and Muller, R., 1948. Formulas for bed load transport, *Proc. 2nd IAHR meeting*, Stockholm.
- Van, L.C. Rijn, 1984. Sediment transport, part: Part I. Bed load transport, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, 110(HY10), 1431-1455.
- Rubey, W.W., 1933. Settling velocities of gravel, sand, silt particles, *American J. Sciences*, 25: 325-338.
- Watson, R.L., 1969. Modified Rubey's law accurately predicts sediment settling velocities, *Water Resources Research*, 5: 1147-1150.
- Woo, H. and Yoo, K., 1990. Performance test of some selected sediment transport formulas, *Proc. 90 Nat. Hydr. Eng. Conf.*, ASCE, San Diego, Calif., 1: 694-699.
- Yoo, D., 1995. Bed load transport on a flat bed, *Proc. Int. Joint Seminar on Reduction of Natural and Environmental Disasters in Water Environment*, Seoul National University, Seoul, Korea, 261-270.