

## 신호인자와 특성치가 연속형 변수인 경우를 고려한 동적파라미터 설계 절차에 관한 연구

A Study on Dynamic Parameter Design Procedure Considering the  
Signal Factor and the Quality Characteristics with Continuous Variable

배 홍석\*

Bae, Hong-Seok

이만웅\*\*

Lee, Man-Woong

송서일\*\*

Song, Suh-Il

### Abstract

In this study, a model and an analysis method for parameter design is presented a linear relation between the input signal and the ideal value of a performance characteristic. Furthermore, There presented a new performance measure, expected quality loss after adjustment, which is proved to be equivalent to Taguchi's SN ratio approximately. On the basis of this, a two-step optimization procedure is proposed for parameter design considering the signal factor and the quality characteristics with continuous variable. Proposed procedure and Taguchi two-stage procedure are compared.

### 1. 서 론

지금까지의 동적특성 파라미터 설계에 관한 연구는 문제의 유형에 따른 목적함수(기대손실)와 성능측도간의 관계에 대한 설명이 부족하고, 그 성능측도를 사용하는 최적화 절차가 진정으로 최적조건을 찾아가는가에 대한 설명도 미흡한 상태이다. 더구나, 전체적인 흐름속에서 통합적인 틀을 갖지 못한 채 미처 일반적인 문제의 해결절차를 마련하지 않은 상태에서 머물고 있는 것이 사실이다.

따라서 본 연구에서는 여러가지 동적특성문제들을 유형별로 분류하고, 그 중에서 입력과 출력이 연속형 변수인 경우에 대해서 정형화(定型化)하고, 일관된 모형하에서 기존의 연구결과를 참고하여 전술한 문제들을 해결할 수 있는 모형을 도입하여 필요한 가정과 함께 사용하게 될 성능측도를 세시하고, 이를 통해 Taguchi 방법과 비교·분석하여 좀 더 타당성있는 문제해결절차를 마련하고자 한다.

### 2. 모 형

#### 2.1 가정 및 모형

본 연구에서는 신호인자와 품질특성이 각각 하나인 경우를 취급하였고, 사용될 기호들을 나타내면 다

\* 동아대학교 산업공학과 박사과정

\*\* 동아대학교 산업공학과 박사과정수료

\*\*\* 동아대학교 산업공학과 교수

유과 같다.

$M$  : 신호인자

$x$  : 잡음인자

$z$  : 통제인자

$R$  : 조절인자

$y$  : 품질특성치(성능특성치)

$t$  : 목표치(이상치)

$L(y)$  : 손실함수

$L$  : 기대손실

$y_a$  : 조절후 품질특성치

$L(y_a)$  : 조절후 손실함수

$L_a$  : 조절후 기대손실

일반적으로  $y$ 는 예측이 가능한 부분(바람직한 부분)과 예측이 불가능한 부분(바람직하지 않은 부분)으로 분해할 수 있는데, 이들을 각각  $g(M; z, R)$ 과  $\epsilon(M, x; z, R)$ 의 함수형태로 표시하고  $g(M; z, R)$ 을  $M$ 의 1차함수로 근사화할 수 있다고 가정하면 다음의 모형식 (1)를 생각할 수 있다.[1]

$$\begin{aligned} y &= f(M, x; z, R) = g(M, z, R) + \epsilon(M, x; z, R) \\ &= \alpha(z, R) + \beta(z, R)M + \epsilon(M, x; z, R) \end{aligned} \quad (1)$$

단,  $\epsilon(M, x; z, R) \sim N(0, \sigma^2(z, R))$

만일  $g(M; z, R)$ 이  $M$ 과 비선형적인 함수관계를 갖는다면,  $M$ 을 예측하거나  $y$ 를  $t$ 에 맞추기 위해서서  $M$ 을 조절하는 것은 어려운 작업이 되므로 바람직하지 못하다. 따라서  $g(M; z, R)$ 과  $M$ 에 대한 선형성 근사의 가정은 일반적으로 무리한 가정은 아니라고 볼 수 있으며, 또 모형식 (1)은 주어진  $(z, R)$  하에서는 오차항  $\epsilon(M, x; z, R)$ 의 분산이  $M$ 의 값에 의존하지 않는 상수분산(constance variance)임을 가정하고 있다. 그러나 보다 일반적인 모형으로는 참고문헌[2]에서 언급한 대로 다음의 Fig. 1과 같이 신호인자  $M$ 과 잡음의 효과가 중첩되어서  $M$ 의 수준에 따라 잡음의 효과가 변동하는 것을 고려하는 모형을 생각할 수 있다.[3]

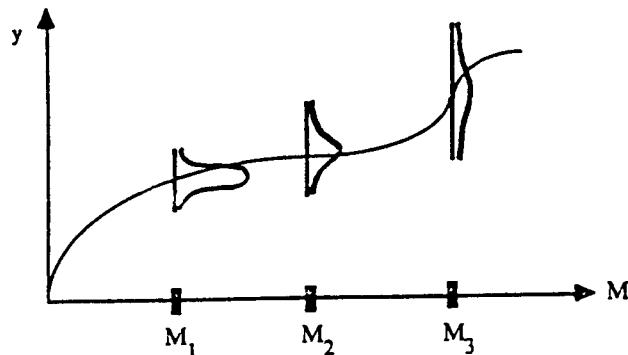


Fig. 1 신호인자의 수준에 따른 오차효과의 변동

즉, 다음의 모형식 (2)와 같이 오차항의 분산이 일반적인  $M$ 의 함수로 표현되는 모형이 되는 것이다.

$$y = \alpha(z, R) + \beta(z, R)M + \varepsilon(M, x; z, R) \quad (2)$$

단,  $\varepsilon(M, x; z, R) \sim (0, \sigma^2(M; z, R))$

이와같이  $M$ 과  $\varepsilon$ 이 서로 상관관계에 있어서 상수오차분산의 가정이 충족되지 않을 때에는 분석방법으로 최소제곱법(Ordinary Least Square method : OLS)을 적용하기보다는 분산안정화변환(Variance Stabilizing Transformation)이나 일반화 최소제곱법(Generalized Least Square method : GLS)을 사용하는 것이 바람직하다. 그러나 이러한 방법들은 복잡하거나 어려울 뿐만 아니라,  $M$ 과  $\varepsilon$ 의 정확한 함수관계를 알아내기도 어렵다.

특히 평균과 분산의 함수관계를 정확히 알 수 없을 때에는 변동계수가 상수가 되도록 모형을 가정하는 것이 바람직하다고 알려져 있다. 그러나 본 연구에서는 상수오차분산을 가정하여 실제의 모형을 근사화하고자 하며 이를 위해 모형식 (1)을 가정하고, 그 분석방법으로 최소제곱법을 사용하기로 한다. 최소제곱법에 의한 추정치는 모형식 (2)에 대해서도 불편추정치이다. 한편,  $y$ 를 얻고 이로부터 성능측도를 구하기 위해서는 Fig. 2와 같이 적적실험을 계획한다. 이들의 목적은 각각 성능측도에 대한 각 인자의 주효과와 교호작용 효과를 파악하여 그 최적수준을 결정하고자 하는 것이고, 실제 현장에서 잡음이  $y$ 의 변동에 영향을 주는 상황을 근사적으로 묘사하기 위한 것이다.

Outer orthogonal array						
Inner orthogonal array	$(M, z)$	$S_T$	$S_B$	$S_e$	$SN$	감도
$(z, R)$	$y_{ij}$	·	·	·	·	·
		·	·	·	·	·
		·	·	·	·	·
		·	·	·	·	·
		·	·	·	·	·

Fig. 2  $y$ 를 얻기 위한 적적실험

## 2.2 성능측도

어떤 시료의 질량을 측정하는 저울에 있어서 목표치는 그 질량의 참값을 그대로 출력시켜 주는 것이며, 또 자동차의 진행방향을 조절하기 위해서 운전자가 핸들을 돌렸을 때 원하는 대로 방향전환이 이루어져야 할 것이다. 이와같이 주어진  $M$ 에 대해서 어떤 품질특성  $y$ 에는 그 고유의 이상치 또는 목적기능을 나타내는 값  $t$ 가 존재한다.  $y$ 의 예측가능한 부분과 마찬가지로  $t$ 가  $M$ 의 1차함수임을 가정하면,

$$t = \alpha_0 + \beta_0 M \quad (3)$$

으로 나타낼 수 있다. 그리고 어떤  $M$ 에 대해서 품질손실은  $y$ 와  $t$ 의 차이로부터 발생된다고 볼 수 있으므로 손실함수는 식 (4)와 같이 정의할 수 있다.

$$L(y) = (y - t)^2 \quad \forall M \quad (4)$$

따라서, 기대손실은

$$L = E[L(y)] = E(y - t)^2 \quad (5)$$

로 정의할 수 있으며, 여기서는 제품이나 공정의 성능변동이 잡음에 가장 둔감하도록 하는 설계변수의 최적조합을 찾기 위하여 사용될 성능측도에 관한 설명을 하기로 한다. 단지 실험만을 목적으로 제작된 시제품을 가지고 실험실에서 수행한 결과로 얻어진  $y$ 에 대해서, 식 (2)와 식(3)에서 정의한대로 기대손실을 구하면 식 (6)과 같다.

$$\begin{aligned}
 L &= E[L(y)] = E(y - t)^2 = E(\alpha + \beta M + \varepsilon - \alpha_0 - \beta_0 M)^2 \\
 &= E[(\alpha - \alpha_0) + (\beta - \beta_0)M + \varepsilon]^2 = [(\alpha - \alpha_0) + (\beta - \beta_0)M]^2 + \sigma^2 \\
 &= B + \sigma^2 \\
 \text{단, } B &= [(\alpha - \alpha_0) + (\beta - \beta_0)M]^2
 \end{aligned} \tag{6}$$

식 (6)과 같이 손실은 일반적으로 두 부분으로 구성되어 있다. 즉, 확률적으로 예측할 수 없는 특성치의 변동에 의한 손실( $\sigma^2$ )과 특성치와 이상치의 차이로부터 야기되는 손실( $B$ )로 구성되어 있음을 알 수 있다. 제품성능의 둔감성과 관계가 있는 것은 앞부분의 예측할 수 없는 변동에 의한 손실이므로, 파라미터 설계에서는  $\sigma^2$  부분의 감소가 주된 관심의 대상이 된다.

그러나 물리적으로 조절을 하고 나면 특성치의 평균적인 모습뿐 아니라 그 오차분산  $\sigma^2$ 도 따라 변화하는 경향이 있으므로  $\sigma^2$  또는  $L = \sigma^2 + B$ 의 값은 사용조건에서 제품성능의 둔감성을 위해 합당한 성능축도가 되기는 어렵다. 즉, 어떤 제품의 성능변동으로 야기되는 손실은 조절을 한 후에는  $\sigma^2 \rightarrow \sigma_a^2$ ,  $B \rightarrow 0$ 이 되므로  $L \rightarrow \sigma_a^2$ 과 같이 될 것으로 보는 것이며, 이 값이 바로 진정한 의미의 총손실이 되는 것이다. 따라서 본 연구에서는  $\sigma_a^2$ 의 추정치 또는 그와 동등한 것으로서 조절후의 손실  $L_a$ 를 성능축도로 사용하고자 하는데, 시스템에 물리적인 조절을 가한 후의 사용조건에서의 특성치  $y_a$ 에 대한 추정치  $\hat{y}_a$ 를 구하여  $L_a$ 를 계산할 수 있다.

$$L(y_a) = L(\hat{y}_a) = (\hat{y}_a - t)^2 \tag{7}$$

여기에 기대값을 취하면

$$L_a = E(\hat{y}_a - t)^2 \tag{8}$$

이다. 성능축도로서  $L_a$ 를 사용한다는 의미는 현상태에서의 최적조건을 구하려 한다기 보다는 조절을 한 후의 상황을 예측하여 그때의 최적조건을 구하고자 하는 것이다. 이를 간단히 그림으로 나타내면 Fig. 3과 같다.

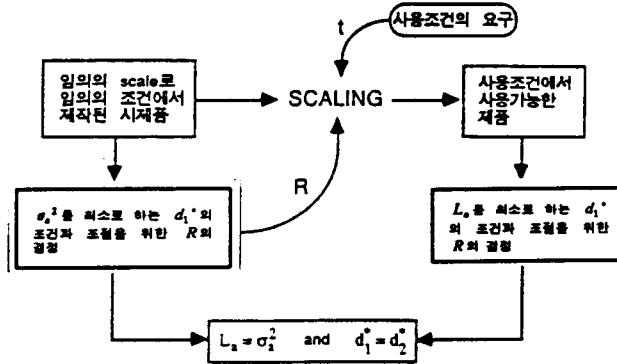


Fig. 3 조절후의 손실의 의미

즉, 조절후의 손실은 곧 조절을 한 후의 사용조건에서의 오차분산  $\sigma_a^2$ 을 의미하는 것으로서, 성능축도  $L_a$ 를 최소화하는 조건을 찾는 것은 조절한 후의 상황에서의 오차분산이 최소화될 수 있도록 설계하는 것과 같은 의미로 해석될 수 있는 것이다. 성능축도로서의 사용을 위한 선행가정인 조절인자를 찾아

내는 문제는 어려운 것처럼 보이지만, 실제로는 공학적지식과 제품설계관례등에 의해서 알 수 있는 경우가 대부분이므로, 이것은 그렇게 무리가 가는 가정은 아니다. 조절인자의 가치는 제품설계를 더 유연하게 할 수 있게 하고, 현장의 다양한 요구에 조절인자의 값만 바꿔줌으로써 쉽게 대응할 수 있도록 하는데 있다[4].

따라서,  $L_a$ 는 초기에 단지 실험의 목적으로 제조된 임의의 척도를 가진 제품이 실험을 한후에 언젠가는 조절될 것을 가정하고 있는 미래의 성능측도이며[3], 현장에서 이상기능이  $M$ 의 1차함수의 한도내에서 변화할 때, 다시 새로이 조절을 하더라도, 이미 구한  $L_a$ 를 최소화하는  $z$ 의 최적조합은 변하지 않는다. 다시 말해서  $L_a(z, R) = \sigma_a^2(z, R)$ 이지만, 결국 이값이  $z$ 만의 함수가 됨을 의미하는 것이다. 이러한 이유로 본 연구에서는 식 (9)를 성능측도로서 사용한다.

$$L(z) = 10 \log_{10} L_a(z) \quad (9)$$

여기서  $L_a$ 에 대수를 취한 값을 성능측도로 사용하는 이유는 대수를 취함으로써 어느 정도 제어인자에 대하여 가법성이 성립되기를 기대할 수 있기 때문이다. 가법성이 성립되면 실험결과를 가지고 실험점이 외의 다른 조합의 성능측도의 값을 비교적 정확하게 추정할 수 있는 장점이 있다[5].

### 3. 동적특성문제의 분류

정특성의 경우에는 항상 고정된 목표치가 존재한다. 그러나 성능특성의 목표치가 그때 그때 변하는 경우 이를 동특성이라 한다. 동특성은 제어시스템과 같이 의도된 출력을 얻기 위해 입력을 조정하는 능동적 동특성과 계측기나 수신기처럼 일방적으로 입력이 부여되는 수동적 동특성이 있다. 어느 쪽이나 입력과 출력의 관계가 잡음에 영향을 받지 않는 것이 바람직하다.

이때 입력으로 작용하는 인자가 신호인자이다. 동적특성문제를 분류하는 가장 큰 목적은 각 분야에서 발생하는 동적특성문제에 대해서 좀 더 체계적으로 그 고유한 의미를 고려할 수 있는 합당한 분석방법을 마련하고자 하는데 있다. 신호인자(입력)와 특성치(출력)가 각각 연속형 또는 디지털(digital) 변수 관계에서 보통 Table 1과 같이 4종류로 분류된다.[1][5]

Table 1. 동적특성의 분류

유형	신호인자(입력)	특성치(출력)	예
C-C type	연속형(계량치)	연속형(계량치)	여러종류의 계측기
C-D type	연속형(계량치)	디지털	자동온도조절기
D-C type	디지털	연속형(계량치)	변압기
D-D type	디지털	디지털	통신시스템

C-D형의 대표적인 예로는 자동온도조절기가 있는데, 이에 대한 설명은 참고문헌 [1, 5]를 인용하기로 한다. 일단 사용자나 작업자에 의해서 유지하고 싶은 목표치 온도  $M$ 이 결정되면  $T_{on}$ 과  $T_{off}$ 를 각각 히터(heater)가 작동을 시작하는 순간의 온도와 작동을 멈추게 되는 순간의 온도라 할때,  $M$ 에 의해서 각각  $T_{on}$ 과  $T_{off}$ 가 결정되고, 이 값들이 실제 계측된 온도와 비교되어 온도조절기내의 히터의 작동여부가 결정된다. 이와 같이 히터가 제때 잘 작동하는가의 여부에 관심이 있는 경우에는 신호인자는  $M$ 이 되고, 특성치는 히터의 상태인  $On, Off$ 가 된다. 이러한 상황을 그림으로 간단히 도시하면 Fig. 4 및 Fig. 5와 같다.

이와같이 특성치가 두개의 상태( $On, Off$ )로 표현되는 상황에서는 일반적으로 상태의 전이가 항상 일정한 값에서 일어나지 않는 경향이 있는데, 각각의 전이를 일으키는 값의 차이를 히스테리시스(hysteresis)라고 하고,  $\Delta h = T_{on} - T_{off}$ 이다.[5][6]

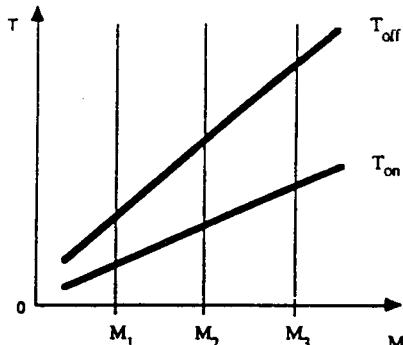


Fig. 4 자동온도조절기의 작동방식(1)

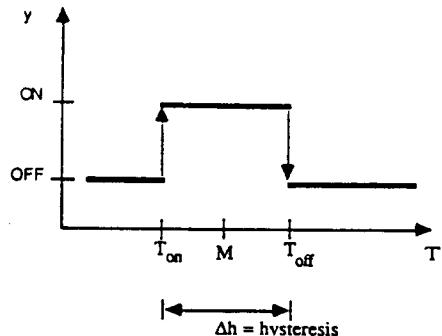


Fig. 5 자동온도조절기의 작동방식(2)

대개 이러한 C-D형의 문제는 일반적으로 몇개의 하부문제로 분해할 수 있는데, 여기 온도조절기의 문제는 두개의 C-C형의 문제와 정특성의 문제 하나로 분리된다고 볼 수 있다.[1][5]

#### (1) On에서 Off로의 상태전이(C-C)

특성치를  $T_{off}$ 로 하고 주어진  $M$ 에 대해서 히터의 작동이 멈추는 순간의 온도를 관측한다. 이때  $T_{off}$ 와 그 이상치  $t_{off}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_{off} = \alpha + \beta M + \epsilon, \quad \epsilon \sim N(0, \sigma_1^2)$$

$$t_{off} = \alpha_0 + \beta_0 M$$

이로서, 독립적인 하나의 C-C형의 문제가 된다.

#### (2) Off에서 On으로의 상태전이 (C-C)

특성치를  $T_{on}$ 으로 하고 주어진  $M$ 에 대해서 히터가 작동하는 순간의 온도를 관측한다. 여기서도 앞의 (1)과 같이 설명할 수 있다.

#### (3) 히스테리시스의 결정(NTB)

일반적으로 히스테리시스는 작을 수록 좋은 경우와 특정값이 좋은 경우가 있는데, 여기 자동온도조절기의 경우는 전이가 너무 잦으면 수명이 단축되는 등 바람직하지 않으므로, 어느 정도 히스테리시스를 유지하는 것이 좋은 경우로 볼 수 있다. 따라서, 이는 정특성의 문제가 되고, 최적 히스테리시스의 값을 교정하기 위해서는 히터의 열전도율, 열손실, 수명 그리고 목표온도와 실제 유지되는 온도와의 차이에서 오는 손실등을 고려해야 한다.

동적특성문제를 분류하는 또 다른 기준으로는 사용자나 작업자가 특성치의 값이 목표치를 만족하도록 신호인자의 값을 조절할 수 있는가의 여부에 따르는 것이다. 이같은 분류는 문제의 목적이 서로 다른데서 오는 손실함수에 대한 가정의 차이를 설명하기 위하여 필요하다. Table 2는 이러한 분류에 따른 동적특성문제의 설명에 관한 것이다.

Table 2. 동적특성문제의 분류

	Active To Signal (ATS)	Passive To Signal (PTS)
예	① 탈것의 조종성 ② 운동기구나 장비의 성능 ③ 기계나 공구의 성능 ④ 인간의 육체적 운동능력	① 계측기 ② 센스(Sensor) ③ 통신 시스템의 수신부 ④ 여러 화학반응공정
목적	신호에 의해서 출력을 조절하는데, 이때 잡음의 영향에도 불구하고 출력이 목표에 잘 맞추어지도록 설계하고자 한다.	(1) 출력에 의해서 신호의 값을 예측하고자 한다. (2) 주어진 신호에 대해서 출력이 원하는 대로 나오도록 설계하고자 한다.

저울의 경우, 측정하고자 하는 인간의 몸무게와 같이 PTS의 경우에는 신호인자의 값을 조절하는 것

은 의미가 없고, 반면에 ATS의 경우는  $t = \alpha_0 + \beta_0 M$ 의 목표치식에 의해서 어떤 이상치에 대해서도  $M = (t - \alpha_0) / \beta_0$ 와 같이 그에 대응할 수 있는  $M$ 의 값을 항상 찾을 수 있다고 가정한다. 그리고 이상치를 측정하고 그에 대응하도록 신호인자의 값을 조절하는데에는 오차가 개입되지 않는다고 가정한다.

PTS의 경우에는 입력이 되는 신호인자의 값  $M$ 이 시스템내로 들어오면 그  $M$ 에 의해서  $y$ 의 차이로부터 손실이 발생한다. 예를들면, 어떤 시료의 질량을 측정하기 위해서 그 시료를 저울위에 올려놓는 경우, 시료의 질량의 참값이  $M$ 이 되고, 저울의 바늘이 가리키는 눈금의 값이  $y$ 가 된다.

반면에, 일단 목적  $t$ 가 생기면 의도된 출력  $y$ 를 내기 위하여  $M$ 을 조절하는 것이 ATS의 경우이다. 예를 들어, 운전중인 자동차운전자 앞에 보이는 커브길을 발견했을 때, 차의 진행방향이 원하는 만큼 바꿔도록 운전핸들을 돌릴것이다. 그러나, 노면의 상태나 타이어 마모등의 이유로 실제로는 원래 의도했던 만큼의 차의 진행방향이 정확히 바뀌지 않게 된다. 이러한 상황에서는 나타난 커브길의 각도가  $t$ , 운전자가 돌린핸들의 각도가  $M$ 이 되고, 그 결과로 바뀐 차의 진행방향의 각도가  $y$ 가 된다.

이와 같이 PTS와 ATS의 두가지 상황을 좀 더 도식적으로 나타내면 Fig. 6과 같이 P-Diagram을 사용하여 표현할 수 있다.

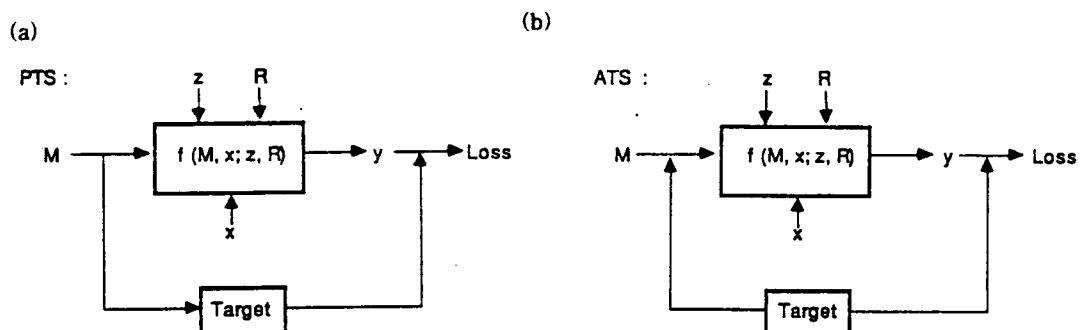


Fig. 6. 동적특성의 P-Diagram

ATS의 경우에는, 목표치를  $t = \alpha_0 + \beta_0 M$ 의 일반적인 형태로 가정할 수 있으며, PTS의 (2) 경우도 마찬가지다. 그러므로  $y = \alpha + \beta M + \epsilon$   $t = \alpha_0 + \beta_0 M$ 에 의해서 같은 성능측도  $L_a = E(\hat{y}_a - t)^2$ 를 사용할 수 있다.

그러나 PTS의 (1) 경우에는 문제의 목적상, 예측오차인  $E[(y - \hat{a})/\hat{\beta} - M]^2$ 가 성능측도가 되어야 한다. 여기서  $(y - \hat{a})/\hat{\beta}$ 를 일종의  $\hat{y}_a$ 로 생각하면,  $t = M$ 인 경우로 볼 수 있으므로, 동적특성문제는 모두 일반적으로  $L_a = E(\hat{y}_a - t)^2$ 를 성능측도로서 사용할 수 있을 것이다. 따라서 전반적인 동적특성 문제는 Fig 7과 같은 구조를 갖는다고 볼 수 있다.

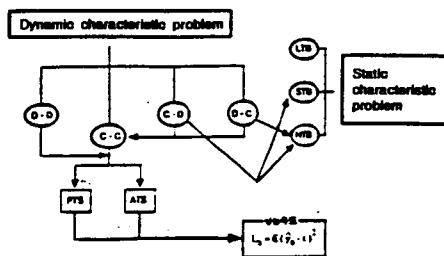


Fig. 7. 동적특성 문제의 구조

#### 4. 동적파라미터설계의 절차

## 4.1 신호인자와 특성치가 모두 연속형(C-C)인 경우

전술한 바와 같이 목표치에 관한 한  $t = \alpha_0 + \beta_0 M$  또는  $t = M$ 이므로 일반적인 식으로  $t = \alpha_0 + \beta_0 M$ 을 고려할 수 있다. 모형 식 (1)을 간단히 쓰면

$$y = \alpha + \beta M + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (10)$$

이다. 우선 다음의 관계를 만족하는 상수  $\gamma$ 와  $\delta$ 가 존재한다고 가정한다.

$$(\alpha - \gamma)/\delta = \alpha_0, \quad \beta/\delta = \beta_0 \quad (11)$$

식 (11)을 정리하면,

$$\gamma = \alpha - \alpha_0 \delta, \quad \delta = \beta/\beta_0 \quad (12)$$

과 같다. 그러나 실제로는  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 모두 알 수 없고, 일반적으로  $\alpha_0$ 와  $\beta_0$ 의 값도 사용조건에서 수요자들이 요구하는 값이므로 설계 및 개발단계에서는 미리 알 수 없다고 볼 수 있다. 단지, 제품을 출하하는 단계에서는 조절해야 하므로  $\alpha_0$ 와  $\beta_0$ 의 값에 대한 정보를 얻을 수 있다고 가정한다. 따라서, 이때에는  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 최소제곱법으로 추정한 뒤 식 (12)에 의해서  $\gamma$ 와  $\delta$ 를 추정해야 하는데,  $a = \hat{\alpha}$ ,  $b = \hat{\beta}$ 라 하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$c = \hat{\gamma} = a - \alpha_0 a \quad (13)$$

$$d = \hat{\delta} = \frac{b}{\beta_0} \quad (14)$$

여기서, 임의의 신호인자의 값  $M$ 이 주어져 있을 때, 특성치  $y$ 를 목표치에 맞추는 물리적인 조절을 완벽하게 하고 난 후의 특성치  $y_a$ 는 식 (15)와 같이 수학적으로 표현할 수 있으리라고 기대된다.

$$y_a = \frac{y - \gamma}{\delta} \quad (15)$$

그러나, 식 (15)의 값을 실제로 구할 수 없고, 현재의 특성치  $y$ 의 함수로서 식 (16)과 같이 추정하고자 한다.

$$\hat{y}_a = \frac{y - c}{d} \quad (16)$$

따라서, 조절후의 기대손실은

$$L_a = E(y_a - t)^2 \approx \beta_0^2 \frac{\sigma^2}{\delta^2} \quad (17)$$

와 같이 추정할 수 있다. 즉, 이 값은 제품이 실제로 조절된 후에 사용됨으로써 발생되는 손실의 추정치라고 볼 수 있다. 여기서, 비록  $\beta_0$ 의 값을 설계단계에서는 일반적으로 알 수 없다고 하더라도, 이 값은 모든 실험점에서 공통인 것으로 가정할 수 있으므로, 성능측도는

$$L(z) = 10 \log \frac{\beta^2}{\sigma^2} \quad (18)$$

를 사용할 수 있다. 설계 및 개발단계에서는 조절을 한 후에 성능변동이 잡음에 가장 둔감하도록 제품을 설계하기 위해서 식 (18)의  $L(z)$ 를 가장 크게 하는 설계변수의 조합을 찾아야 할 것이다. 따라서, 최적조건을 찾기 위한 다음과 같은 2단계 절차가 성립된다.

[단계 1]  $L(z)$ 를 최대화하는 각  $z$ 의 수준들을 정한다.

[단계 2] 필요하다면,  $a \rightarrow \alpha_0$ ,  $b \rightarrow \beta_0$ 가 되도록  $R$ 의 수준을 조절한다.

[단계 1]에서 이미 제품 또는 공정의 성능의 둔감성은 최대화되는데, 따라서 이 단계를 둔감성 최대화 단계라고 하며[5], 반면에 [단계 2]의 존재는 설계 및 개발단계에서는 필요하지 않고 다만 실험을 통하여 조절인자  $R$ 을 확보하여 두면, 언제든지 필요할 때 조절을 할 수 있으므로 현장에서는 특히 유용하며, 또한 성능측도  $L(z)$ 는 함수가 아니므로 조절을 하는 것 여부에 상관없이 그 값이 영향을 받지 않게 된다. 따라서 [단계 1]에서 정해진 최적조합은 [단계 2]에 의해서 변하지 않는다. 그리고, PTS의 (1)과 같은 계측기의 경우에는  $\alpha_0 = 0$ ,  $\beta_0 = 1$ 이므로, 식 (17)로부터 다시 다음 식 (19)와 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$L_a \doteq \frac{\sigma^2}{\beta^2} \quad (19)$$

식 (19)는 일반적인 통계적인 계기교정이론(statistical calibration)에서 구하는 예측오차인  $E(\frac{y-a}{b} - M)^2 \doteq \frac{\sigma^2}{\beta^2}$ 과도 같다. ATS의 경우에는 일반적으로 나타나는  $t$ 의 범위와 이에 대응하기 위한  $M$ 의 범위가  $t \in [t_L, t_H]$ ,  $M \in [M_L, M_H]$ 로서 한정되어 있는 것이 보통인데, 이를 Fig. 8과 같이 나타낼 수 있다[4].

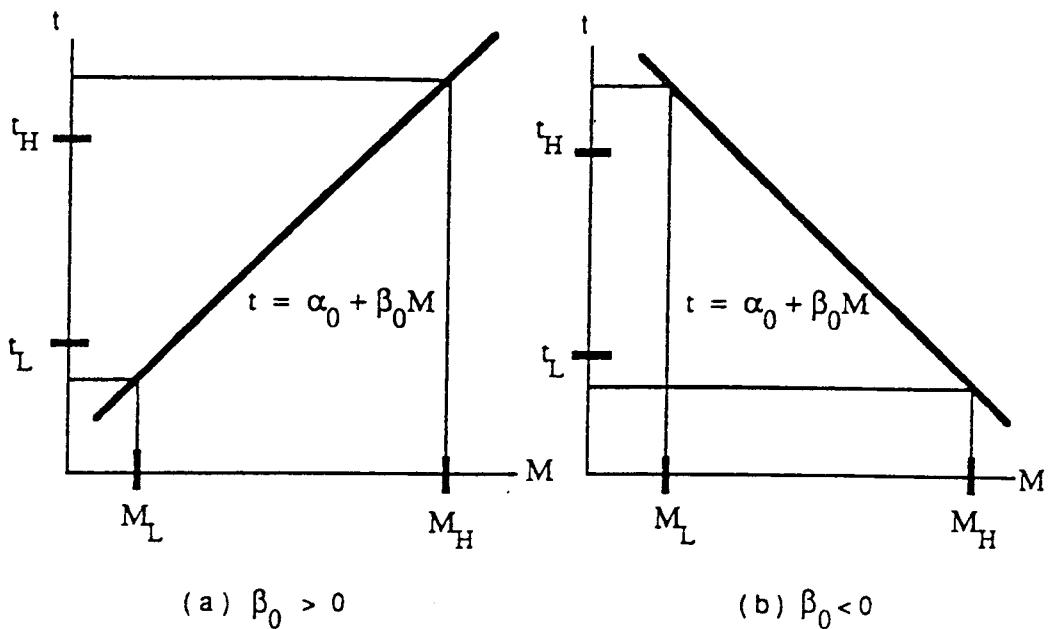


Fig. 8  $t$ 에 대한  $M$ 의 범위

따라서, 언제든지  $t$ 에 대응되는  $M$ 을 보낼 수 있도록 가용한  $M$ 의 범위를 확보해 두는 것도 중요한 문제의 하나로서, 이는 다음과 같이 설명할 수 있다. Fig. 8의 (a) 경우에는

$$t_L \geq \alpha_0 + \beta_0 M_L, \quad t_H \leq \alpha_0 + \beta_0 M_H$$

이므로

$$t_H - t_L \leq \beta_0 (M_H - M_L) \quad (20)$$

가 성립하고, 이로부터

$$\beta_0 \geq \frac{t_H - t_L}{M_H - M_L} \quad (21)$$

를 얻을 수 있다. 마찬가지로 Fig. 8의 (b) 경우에는

$$t_H \leq \alpha_0 + \beta_0 M_L, \quad t_L \geq \alpha_0 + \beta_0 M_H$$

이므로

$$t_H - t_L \leq \beta_0 (M_L - M_H) \quad (22)$$

가 되고, 결국

$$\beta_0 \geq \frac{t_H - t_L}{M_L - M_H} \quad (23)$$

이 된다. 따라서 식 (21)과 식 (23)으로부터 식 (24)를 얻을 수 있다.

$$\beta_0^2 \geq \left( \frac{t_H - t_L}{M_H - M_L} \right)^2 \quad (25)$$

이는 어떠한 이상치가 나타났을 때, 현재의 가용한 신호의 범위를 가지고 출력을 항상 이에 대응시킬 수 있어야 한다는 의미이므로, 실제 사용조건에서  $t$ 와  $M$ 의 값은 이를 만족해야 한다.

#### 4.2 Taguchi의 절차와 비교

Taguchi에 의하면, 그의 성능측도 SN 비는 잡음의 파워에 대한 신호의 파워의 비로서, 통신공학의 관례에 따라 대수를 취해 데시벨치로 나타낸다. 성능측도로서 SN 비를 사용하게 되면 많은 경우에 설계변수간에 교호작용의 효과가 줄어들어 가법성이 실현되며, 이에 따라 실험실에서의 결과가 현장에서도 재현될 가능성이 높다고 알려져 있으나, 아직 명확하게 수리적으로 밝혀진 바가 없다. C-C형 문제의 경우, 전술한 모형 식 (10)인

$$y = \alpha + \beta M + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$$

에서 신호와 잡음의 파워를 각각  $\beta^2$ ,  $\sigma^2$ 라고 하면

$$\eta = 10 \log_{10} (\text{Power of Signal}/\text{Power of Noise}) = 10 \log \frac{\beta^2}{\sigma^2} \quad (25)$$

이 되고, 특히, 이값은 계측기의 경우, 전술한 바와 같이 교정을 한 후의 오차분산의 역수에 대수를 취한 것과도 같은 것이다. Taguchi는 식 (25)를 추정하여 SN 비로 사용하고 있다[Taguchi, 1988]. 어떤 한

실험번호에 대하여 신호인자의  $i$ 번째 수준에서의  $j$ 번째 반복에서 관측된 값을 다음과 같이 나타낸다.

$$y_{ij} = \alpha + \beta M_i + \epsilon_{ij} \quad \begin{cases} i = 1, 2, 3, \dots, k \\ j = 1, 2, 3, \dots, r \end{cases} \quad (26)$$

여기서,  $k$ 와  $r$ 은 각각 신호인자의 수준수와 신호인자의 한 수준하에서의 반복수 또는 잡음인자의 수준수를 의미한다. 총변동, 1차회귀, 오차변동을 각각  $S_T, S_\beta, S_e$ 라고 하면

$$S_T = S_\beta + S_e \quad (27)$$

$$S_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r y_{ij}^2 - \bar{y}^2, \quad n = kr \quad (28)$$

$$S_\beta = \frac{\left[ \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (M_i - \bar{M}) y_{ij} \right]^2}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (M_i - \bar{M})^2} \quad (29)$$

여기서 Taguchi는 Table 3과 같이 ANOVA를 작성하며, 이로부터  $\beta^2, \sigma^2$ 을 추정하고 있다.

Table 3. ANOVA

	$S$	$f$	$V$	$E(V)$
$\beta$	$S_\beta$	1	$S_\beta$	$(r_0 \beta^2 + \sigma^2)$
$e$	$S_e$	$n-2$	$S_e/(n-2)$	$\sigma^2$
$T$	$S_T$	$n-1$		

$$E(V_e) = \sigma^2, \quad E(S_\beta) = \sigma^2 + r_0 \beta^2 \quad (30)$$

이므로

$$\hat{\sigma}^2 = V_e, \quad \hat{\beta}^2 = (S_\beta - V_e)/r_0 \quad (31)$$

이고, SN 비를 추정하여 보면

$$\hat{\eta} = 10 \log_{10} \left[ \frac{\frac{1}{r_0} (S_\beta - V_e)}{V_e} \right] \quad (32)$$

이다. 상기의 SN 비는 전술한 식 (18)의 성능측도  $L(z) = 10 \log \frac{\beta^2}{\sigma^2}$  와 같으므로, 최적화절차 식 (18)은 다음의 Taguchi의 2단계 최적화절차와 항상 같은 결과를 가져온다.

[단계 1] SN 비를 최대화하는 각  $z$ 의 수준들을 정한다.

[단계 2] 필요하다면,  $M$ 과  $y$ 가 바람직한 함수관계를 갖도록  $R$ 의 수준을 조절한다. (34)

따라서 Taguchi의 절차에 의하여 구한 최적조건은 조절 후 오차분산, 즉, 조절을 하고 난 후에 잡음의 영향을 최소화하는 설계조건이 되며, 이로서 제품성능의 안정성을 달성된다고 볼 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 신호인자와 특성치가 선형함수 관계인 경우의 문제를 분류하는 기준을 제시하고, 이에 따라 파라미터 설계를 위한 모형과 분석방법을 다루었으며, 이를 Taguchi의 파라미터 설계 방법과 비교 분석하였다. 제안된 모형을 통해 입력과 출력이 모두 연속형 변수인 경우의 동적특성문제를 충분히 묘사할 수가 있다. 신호인자의 성격이 능동적이거나 수동적인 경우에, 이상관계식이 비례적이거나 1차식인 경우에도 조절후 기대손실은 같은 값으로 유도되었다. Taguchi의 성능측도 SN 비는 극사적으로 조절후의 기대손실과 같은 것임을 보였으며, 이로부터 Taguchi의 파라미터 설계 방법이 제품의 성능변동의 끈감성을 위한 최적설계에 극사적이나마 성공하고 있음을 입증하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] Taguchi, G. and Phadke, M. S., "Quality Engineering through Design Optimization", in *Proceedings of GLOBECOM 84 meeting, IEEE Communication Society, Atlanta, Ga. (November)*, pp. 1106-1113, 1984.
- [2] Box, G.E.P., "Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations", *Technometrics*(February), Vol. 30, 1988, pp.1-40, 1988.
- [3] Phadke, M. S. and Dehnad, K., "Optimization of Product and Process Design for Quality and Cost", *Quality and Reliability Engineering International* 4, pp.105-112, 1988.
- [4] Leon, R. V., Shoemaker, A. C. and Kackar, R. N., "Performance Measures Independent of Adjustment"(with discussion), *Technometrics*, 29, pp.131-141, 1987.
- [5] Phadke, M. S., "Quality Engineering Using Robust Design", Eaglewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, pp.1491-166, pp.234-250, 1989.
- [6] Taguchi, G., "System of Experimental Design", UNIPUB/Karus International Publication, Vol. 1 and 2, 1987.