

마모공정에 대한 정량 보정계획 - A Fixed Amount Compensation Plan for a Tool Wear Process -

최인수¹⁾
Choi, In-Su
이민구²⁾
Lee, Min-Gu

Abstract

A fixed amount compensator is proposed for a process with a linear tool wear function. A Cost model is constructed which involve process adjustment cost and quality loss. Symmetric and asymmetric quadratic functions of the deviation of a quality measurement from the nominal target value are considered as the quality loss functions. Methods of finding optimal values of initial setting and compensation limit are presented and a numerical example is given.

1. 서론

절삭, 밀링, 연삭과 같은 금속가공공정에서 생산되는 제품의 품질을 저하시키는 원인으로는 작업자의 에러, 원재료의 불량, 환경적인 요인 그리고 공구 운영상의 문제등과 같은 여러가지 요소들이 있다. 최근에는 대기업은 물론 중소기업, 영세 입가공업등에 까지 각 공장마다 자동 절삭기계 및 컴퓨터 보조 생산공정이 보편화 되면서 합리적인 공구운영이 다른 요소들보다 가장 중요한 요소로 인식되어지고 있다.

그 중에서도 품질에 가장 큰 영향을 주는 요소로는 공구마모(tool wear)가 있다. 일반적으로 공구의 마모는 점진적으로 일어나고 예측가능하며, 만약 공구의 수명동안 이와같은 공구마모에 대한 조정을 해주지 않는다면 가공되는 제품의 평균 치수는 공구가 마모됨에 따라 변하게 된다. 이와 같은 공정에 대하여 적절한 조정규칙이 있다면 제품의 품질변동을 줄이는 데 도움을 줄 수 있다.

마모공정(tool wear process)의 합리적인 운영에 관한 초기의 연구는 공구마모에 대한 보정이 불가능한 경우에 대한 초기평균의 설정과 공구교체시점의 결정이 주된 관심사였다 [1,2,3,4,5]. 최근에는 많은 공장에서 가공된 부품을 자동적으로 검사하여 데이터를 저장하고, 이 데이터를 컴퓨터로 전송하여 공정평균을 조정할 수 있는 서브모터(serve motor)를 제어하는 공정관리를 할 수 있게 됨에 따라 공정평균을 가능한 빨리 목표값(target value)으로 유지할 수 있게 되었다. 이러한 관점에서 공구의 마모에 따른 공정평균을 보정하기 위한 많은 연구들

1) 한국과학기술원 산업경영 연구소
2) 서원대학교 경영학과

이 진행되어 왔다. Smith와 Vemuganti[6]는 공정조정비용과 불량품에 대한 벌칙비용(penalty cost)을 고려한 공정평균 조정규칙을 제안하였고, Grubbs[7]는 목표값과 관찰치의 차이에 비례하여 공정평균을 조정하는 방법을 제안하였다. 또한 Quesenberry[8]는 품질특성치와 목표값의 평균제곱오차의 기대값을 최소화하는 고정간격보정법(fixed interval compensation method)을 제안하였다.

공구마모에 따라 공정평균을 보정하는 것은 자동제어체계(feedback control system)를 설계하는 것의 특별한 한 분야로 생각할 수 있지만, 일반적인 제어체계를 금속가공공정에 적용하면 비효율적이기 쉽다. 예를 들어 대부분의 금속가공공정은 자동제어체계가 많이 사용되는 화학공정과는 달리 지연시간(lag time)이 거의 없고, 따라서 자기상관(autocorrelation)과 같은 문제점은 거의 발생하지 않는다. 따라서 시행착오적인 방법에 의하여 공구마모에 대한 조정을 하며 시간과 비용을 낭비하고 있는 현장에서 간단하고 쉽게 사용할 수 있는 공구마모에 대한 공정평균의 조정규칙을 마련하는 것은 중요한 의미를 갖는다 하겠다.

이 논문에서는 초기설정치와 보정한계에 의해 특징지워지는 정량보정계획(fixed amount compensation plan)을 제안하고, 최적 초기설정치와 보정한계를 구하기 위한 경제적 모형을 한다. 경제적 모형을 위한 비용함수로는 공정의 조정비용과 다구찌의 2차품질손실을 고려한다. 이 논문에 사용되는 기호는 다음과 같다.

T : 공정의 목표값

X_t : 공구마모를 보정할 경우 t 시점에서의 품질특성치; $X_t = E(X_t) + \xi$, 여기서 $E(X_t)$

는 X_t 의 기대값이고 ξ 는 평균이 0, 분산이 σ^2 그리고 확률밀도함수 $f(\xi)$ 를 따르는 확률변수이다.

Q : 공구의 수명; 공구교체 시점까지의 가공품 수

n : 공구의 수명동안 X_t 가 보정한계를 넘어서는 기대횟수

$R(t)$: t 시점에서의 공구마모 함수; $R(t) = \beta t$, 여기서 β 는 공구마모율이다.

τ_i : i 번째 보정시간의 기대값

c_a : 보정비용

L_t : t 시점에서의 품질비용

2. 정량보정계획

보정치의 설계를 위해 이 논문에서는 마모공정에서 품질에 변동을 일으키는 요인으로 두가지를 고려하였다. 첫째, 대부분의 변동은 공구마모에 의해서 일어난다. 즉, 공구마모가 기계가 공작업의 정확도에 가장 중요한 요소라고 가정하였다. 대부분의 경우 공구마모에 의한 변동은 알 수 있으며, 이 정보는 전체의 공정비용을 최소화하기 위한 보정치를 설계하는데 이용되어야 한다. 공구는 항상 사용하면 마모되며, 이러한 마모는 항상 같은 방향으로 일어난다. 따라서 측정치의 기대값을 시간의 축에 타점하면 공구마모의 경향이 함수의 형태로 나타날 것이다. 이 논문에서는 이와 같은 함수 $R(t)$ 의 형태로 Drezler와 Welsolosky[4]와 Quesenberry[8]에서와 같이 선형함수 $R(t) = \beta t$ 를 가정한다. 둘째, 변동을 일으키는 나머지 요인들은 품질특성치와 그 기대값의 편차로 나타난다. 이러한 요인들로는 작업물의 차이, 작업환경의 차이같은 것들이 있다.

이와 같은 관점에서 우리는 마지막 보정이후의 공구마모의 추정량을 보정하고 특별한 요인에 의해 공정평균이 변화하는 것을 방지하기 위한 다음과 같은 정량보정계획을 제안한다.

- 공정은 초기설정치 $T - \delta_1$ 으로 시작한다.
- 만약 t 시점에서의 관측치 x_t 가 보정한계 $T + \delta_2$ 보다 작으면, 조정없이 공정을 계속 수행한다.
- 만약 $x_t \geq T + \delta_2$ 이면 공정평균을 $T - \delta_1$ 으로 조정하고, 공정을 다시 수행한다.
- 위의 과정을 가공품의 수가 Q 가 될 때까지 계속한다.

위의 보정방법은 다음과 같이 정식화 할 수 있다. η_i 를 $(i-1)$ 번째 조정과 i 번째 조정사이의 가공품수라 하고 $\gamma_i = \sum_{k=1}^i \eta_k$ 라 하자. 만약 $x_{\gamma_{i-1}} < T + \delta_2$ 이고 $x_{\gamma_i} \geq T + \delta_2$ 이면 i 번째 조정은 γ_i 시점에서 $\delta_1 + \delta_2$ 의 양만큼 발생한다. 여기서 t, n_i, γ_i 는 Gibra[2], Drezner와 Wesolowsky[4] 및 Jeang과 Yang[5] 등에서의와 같이 연속형 변수로 가정하였다. 이와같은 경우 공정평균의 변화는 톱니바퀴 형태를 따르며, 공정에 대한 조정이 없는 경우에 비해 품질의 개선을 기대할 수 있다. 만약 공정의 분산이나 측정오차가 상대적으로 크거나 공정평균의 조정이 원하는 대로 정확히 이루어지지 않는다면, 공정에 대한 오조정(misadjustment)이 빈번히 발생할 것이다. 그러나 이것은 기계가공 공정에서 흔하지 않는 경우로 여기서는 고려하지 않는다.

만약 공정에 대한 조정에 비용이 들지 않는다면, 제품을 하나하나 생산할 때마다 공정평균을 목표값으로 조정할 수 있을 것이다. 그러나 공정에 대한 조정에는 일반적으로 비용과 시간이 필요한 경우가 일반적이다. 예를 들어, 어떤 공구는 재조정(reconditioning)이 필요하며, 이때의 비용이 새로운 공구의 구입비용의 20%가 되기도 한다[9]. 따라서 공정의 조정에 시간과 비용이 소요된다면, 조정에 드는 비용과 조정을 자주하지 않아서 품질의 저하로 발생할 수 있는 비용사이의 절충이 필요하게 된다.

3. 경제적 모형

공구마모에 따른 품질특성치의 평균은 가공시간의 선형함수로 가정하고, 모든 다른 요인과 관련된 효과는 시간과 관계없는 랜덤한 오차로 가정하였다. 공구마모함수는 실험을 통해서 회귀분석 방법에 의해 얻을 수 있다. 대부분의 생산현장에서 생산 및 품질관련 담당자들은 함수의 형태를 알고 있으며 이를 이용하여 공구수명을 추정하거나 공구교체 시점을 결정한다.

생산에 소요되는 총 비용은 공정조정비용과 품질비용으로 구성된다. 공정조정비용은 공정의 조정과 생산중단시간을 포함하는 조정당 비용에 조정횟수를 곱하여 구할 수 있다. 기계 가공시간동안에 발생하는 다른 비용은 공정목표값으로 부더의 편차의 이차함수로 정의되는 품질손실에 의해 결정된다. 이와 같은 2차품질손실함수는 공구마모에 관련된 연구[4,5] 뿐만 아니라 품질관리 관련 연구[11]에서도 널리 사용되고 있다. t 시점에서의 품질손실은

$$L_t = \begin{cases} k_1(X_t - T)^2, & \text{만약 } X_t < T \\ k_2(X_t - T)^2, & \text{만약 } X_t \geq T \end{cases}$$

로 정의된다. 여기서 k_1 과 k_2 는 양의 상수로서 만약 $k_1 = k_2$ 이면 대칭형 품질손실, $k_1 \neq k_2$ 이면 비대칭형 품질손실이 된다. 만약 제품에 대한 규격이 $(T - \Delta_1, T + \Delta_2)$ 이고, $X_t < T - \Delta_1$

일때 A_1 의 비용과 $X_i \geq T - \Delta_1$ 일때 A_2 의 비용이 든다면, $k_1 = A_1/\Delta_1^2$ 과 $k_2 = A_2/\Delta_2^2$ 이 된다.

정량보정치는 δ_1 과 δ_2 에 의하여 결정되는데, 결정변수 (δ_1, δ_2) 는 n 을 공정조정횟수라 할 때 $\delta_1 + \delta_2 = R(Q)/n$ 이므로 (n, δ_1) 으로 대체할 수 있다. 즉, n 과 δ_1 이 결정되면, δ_2 는 $\delta_2 = R(Q)/n - \delta_1$ 으로 쉽게 결정할 수 있다. 따라서 해를 구하는 과정의 편의를 위하여 모델을 n 과 δ_1 의 함수로 유도한다.

우선 T_i 를 i 번째 보정시간의 기대값이라 하면 구간 $[\tau_{i-1}, \tau_i)$ 동안의 품질손실은

$$\int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} L_i d_i = k_1 \int_{\tau_{i-1}}^{t_i(n, \delta_1)} (X_i - T)^2 dt + k_2 \int_{t_i(n, \delta_1)}^{\tau_i} (X_i - T)^2 dt \quad (1)$$

이 된다. 여기서 $\tau_i = \frac{i}{n} Q$ 이고, $t_i(n, \delta_1)$ 은 X_i 의 기대값이 구간 $[\tau_{i-1}, \tau_i)$ 에서의 공정목표값 T 와 같아지는 시점이다. 즉

$$t_i(n, \delta_1) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{i-1}{n} \beta Q + \delta_1 \right) = \tau_{i-1} + \frac{\delta_1}{\beta}$$

이다. $H_i(t)$ 를 구간 $[\tau_{i-1}, \tau_i)$ 에서의 공구마모함수라 하면

$$H_i(t) = \beta(t - \tau_{i-1}), \quad i = 1, \dots, n$$

이 되고, 만약 τ_{i-1} 시점에서 공정평균이 $T - \delta_1$ 으로 보정되었다면, X_i 의 기대값은 $E(X_i) = T - \delta_1 + H_i(t)$, $\tau_{i-1} \leq t < \tau_i$ 이 된다. 또한 $X_i = E(X_i) + \xi$ 이므로, $E(X_i - T)^2 = \sigma^2 + (H_i(t) - \delta_1)^2$ 이 된다. 따라서 $[\tau_{i-1}, \tau_i)$ 동안의 기대품질손실은

$$\begin{aligned} L_i(n, \delta_1) &= k_1 \int_{\tau_{i-1}}^{t_i(n, \delta_1)} [\sigma^2 + (H_i(t) - \delta_1)^2] dt \\ &\quad + k_2 \int_{t_i(n, \delta_1)}^{\tau_i} [\sigma^2 + (H_i(t) - \delta_1)^2] dt \\ &= k_2 \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} [\sigma^2 + (H_i(t) - \delta_1)^2] dt \\ &\quad + (k_1 - k_2) \int_{\tau_{i-1}}^{t_i(n, \delta_1)} [\sigma^2 + (H_i(t) - \delta_1)^2] dt \end{aligned} \quad (2)$$

이다. 따라서 공구의 수명 Q 동안의 기대품질 손실은

$$\begin{aligned} L(n, \delta_1) &= k_2 Q \sigma^2 + k_2 \sum_{i=1}^n \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (H_i(t) - \delta_1)^2 dt \\ &\quad + (k_1 - k_2) \sum_{i=1}^n \int_{\tau_{i-1}}^{t_i(n, \delta_1)} [\sigma^2 + (H_i(t) - \delta_1)^2] dt \end{aligned} \quad (3)$$

이고, Q 동안의 총 기대비용은

$$ETC_{(n, \delta_1)} = (n-1)c_a + L(n, \delta_1) \quad (4)$$

이다. 최적정량보정계획 (n^*, δ_1^*) 는 식 (4)의 $ETC_{(n, \delta_1)}$ 을 최소화하는 n 과 δ_1 의 값으로 얻어진다.

4. 최적해의 유도

최적 정량보정치를 구하는 문제에는 $ETC_{(n, \delta_1)}$ 에 정수 n 과 실수 δ_1 이 포함되어 있는데, 이와같은 경우에 대한 일반적인 접근방법으로는 크게 두가지가 있다. 첫째는 n 을 정수가 아닌 연속형 변수로 취급하여 최적해를 구한 후 n 을 정수값으로 다시 근사화시키는 방법이고, 또 하나는 n 이 주어졌을 때의 최적 δ_1 을 구하고 n 이 갖을 수 있는 값들에 대하여 ETC 들을 비교하여 최적 n^* 와 δ_1^* 를 구하는 방법이다. 첫번째와 두번째 방법에 대해서는 각각 Acrelus와 Banerjee[3]와 Moskowitz와 Tang[11]을 참고할 수 있다. 이 논문에서는 $\frac{\partial ETC}{\partial n}$ 을 처리하기가 어려우므로 두번째의 접근방법을 사용한다.

n 이 주어져 있을 때의 최적 δ_1 의 값은 식(4)를 미분하여 구할 수 있다. 식(4)를 δ_1 에 대하여 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial ETC}{\partial \delta_1} = & -2k_2 \sum_{i=1}^n \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (H_i(t) - \delta_1) dt - 2(k_1 - k_2) \sum_{i=1}^n \int_{\tau_{i-1}}^{t_i(n, \delta_1)} (H_i(t) - \delta_1) dt \\ & + (k_1 - k_2) \sum_{i=1}^n \sigma^2 \frac{\partial t_i(n, \delta_1)}{\partial \delta_1} \end{aligned} \quad (5)$$

을 얻을 수 있다. 또한 $H_i(t) = \beta(t - \tau_{i-1})$, $t_i(n, \delta_1) = \tau_{i-1} + \delta_1/\beta$ 이므로

$$H_i(t_i(n, \delta_1)) = \delta_1$$

이 된다. 따라서 식(5)의 우측항은

$$\begin{aligned} \frac{\partial ETC}{\partial \delta_1} = & -2k_2 \left[\frac{\beta}{2} Q^2 - \frac{\beta Q}{n} \sum_{i=1}^n (n-1) (\tau_i - \tau_{i-1}) - Q\delta_1 \right] \\ & - 2(k_1 - k_2) \left[\sum_{i=1}^n \int_{\tau_{i-1}}^{t_i(n, \delta_1)} (\beta(t - \tau_{i-1}) - \delta_1) dt \right] \\ & + (k_1 - k_2) \sigma^2 n / \beta \end{aligned} \quad (6)$$

이 된다. 식(6)을 δ_1 에 대하여 한번 더 미분하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 ETC}{\partial \delta_1^2} = & 2k_2 Q + 2(k_1 - k_2) n \frac{\delta_1}{\beta} \\ = & 2\sigma k_1 n \delta_1 / \beta > 0 \end{aligned}$$

이 되므로, 식(6)에서 $\partial ETC / \partial \delta_1 = 0$ 으로 놓고 정리하면, n 이 주어졌을 때의 δ_1 은 식(4)를 최소로 하는 최적 δ^* 가 된다. 식(6)을 만족하는 값이 된다.

$\partial ETC / \partial \delta_1 = 0$ 으로 놓고 정리하면

$$\begin{aligned}
 & \left[k_2 Q + (k_1 - k_2) n \frac{\delta_1}{\beta} \right] \delta_1 \\
 &= \frac{k_2}{2} \beta Q^2 + \frac{(k_1 - k_2)}{2} \sigma^2 \frac{n}{\beta} + \beta (k_1 - k_2) \sum_{i=1}^n \int_{\tau_{i-1}}^{t_i^{(n, \delta_1)}} (t - \tau_{i-1}) dt \\
 & \quad - \frac{k_2 \beta Q}{n} \sum_{i=1}^n (i-1) (\tau_i - \tau_{i-1}).
 \end{aligned} \tag{7}$$

을 얻을 수 있다. 식(7)은 $\beta, k_1, k_2, \sigma, Q$ 가 주어지면 고정점 반복법, 물러(Muller)방법이나 IMSL의 NEQNF서브루틴[12] 등과 같은 수치적 방법으로 구할 수 있다. 이에 대한 자세한 내용은 Cont와 de Boor[13]을 참조할 수 있다. 식(7)에서 만약 $k_1 = k_2$, 즉 대칭형 품질손실의 경우에는

$$\delta_1^* = \frac{\beta Q}{2n} \tag{8}$$

가 된다.

5. 예제

자동전동기계(automatic transmission)에 의해 원형의 부품을 가공하는 생산공정을 생각해 보자. 이 경우 품질특성치는 원형부품의 내측 지름이며 공정목표값과 표준편차가 각각 29.370mm와 0.0001mm이고, 규격은 29.3710 ± 0.0005 mm라 하자. 공정조정비용은 10,000원이며, 만약 내측지름이 규격에 미달되는 경우 100원의 비용으로 재가공할 수 있고, 규격을 초과하게 되면 폐기처분하며 이때의 비용이 1,000원이라 하자.

Jeang과 Yang[5]으로부터 $R(t) = 0.00006245 t$ 이고, 공구의 수명 $Q = 2,266$ 이라 하자. 이 경우 품질특성치가 내측지름이므로 공정평균의 초기설정치는 $T + \delta_1^*$ 가 되며, 측정치가 $T - \delta_2^*$ 보다 커지게 되면 $\delta_1^* + \delta_2^*$ 의 양만큼 공정평균을 조정해 준다. 또한 $\Delta = 0.0005$, $A_1 = 100$, $A_2 = 1,000$ 이므로, $k_1 = 400,000,000$ 이고 $k_2 = 4,000,000,000$ 이 된다. δ_1 과 δ_2 의 최적해를 구하기 위하여 고정된 n 값에 대하여 식(7)을 만족하는 δ_1 값을 IMSL서브루틴[12]을 이용하여 구하고, n 을 1부터 Q 까지 변화시켜 가면서 ETC들을 비교하였다. 그 결과 $n^* = 19$, $\delta_1^* = 0.0020$, $\delta_2^* = R(Q)/n^* - \delta_1^* = 0.005657$ 이었다. 따라서 초기평균 $T + \delta_1^*$ 는 29.3190mm, 조정한계 $T - \delta_2^*$ 는 29.3113mm이며 정량보정치 $\delta_1^* + \delta_2^*$ 는 0.0077mm가 된다. 이 경우의 ETC는 3,139,210원이었다.

표1은 비용요소 A_1 과 A_2 및 c_a 의 여러 조합에 대한 $n^*, \delta_1^*, \delta_2^*$ 및 ETC를 나타낸다. 이 표로부터 A_1/A_2 의 비가 커지면 δ_2^* 와 δ_1^* 의 차이가 줄어들며, $A_1 = A_2$ 이면 $\delta_1^* = \delta_2^*$ 가 됨을 알 수 있다. 또한 A_2 가 주어진 경우 n^* 는 A_1 이 크면 증가하고 c_a 가 크면 작아짐을 알 수 있다.

표1. A_1/A_2 와 c_d/A_2 에 따른 x^* , δ_1^* , δ_2^*

| A_1/A_2 | c_d/A_2 | n^* | δ_1^* | δ_2^* | ETC |
|-----------|-----------|-------|--------------|--------------|----------|
| 0.1 | 0.1 | 48 | 0.0011 | 0.0019 | 650.93 |
| | 0.5 | 42 | 0.0012 | 0.0023 | 825.73 |
| | 1.0 | 37 | 0.0013 | 0.0027 | 1016.15 |
| | 5.0 | 24 | 0.0017 | 0.0044 | 2123.12 |
| | 10.0 | 19 | 0.0020 | 0.0056 | 3139.21 |
| | 50.0 | 11 | 0.0033 | 0.0100 | 8351.49 |
| | 100.0 | 9 | 0.0040 | 0.0122 | 12856.93 |
| 0.5 | 0.1 | 91 | 0.0009 | 0.0010 | 952.88 |
| | 0.5 | 70 | 0.0010 | 0.0011 | 1264.04 |
| | 1.0 | 58 | 0.0012 | 0.0013 | 1574.89 |
| | 5.0 | 35 | 0.0018 | 0.0024 | 3251.67 |
| | 10.0 | 28 | 0.0022 | 0.0030 | 4751.28 |
| | 50.0 | 16 | 0.0038 | 0.0053 | 12435.96 |
| | 100.0 | 13 | 0.0047 | 0.0065 | 19144.53 |
| 1.0 | 0.1 | 125 | 0.0006 | 0.0006 | 1132.87 |
| | 0.5 | 86 | 0.0009 | 0.0009 | 1547.88 |
| | 1.0 | 68 | 0.0011 | 0.0011 | 1922.65 |
| | 5.0 | 40 | 0.0018 | 0.0018 | 3857.06 |
| | 10.0 | 32 | 0.0023 | 0.0023 | 5569.93 |
| | 50.0 | 19 | 0.0038 | 0.0038 | 14341.44 |
| | 100.0 | 15 | 0.0049 | 0.0049 | 22022.18 |

6. 결론

이 논문에서는 공구의 마모로 공정평균이 선형으로 변화하는 공정에 대하여 정량보정방법을 제안하였다. 또한 정량보정방법의 실제 사용을 위하여 공정조정비용과 품질손실을 고려한 비용모형을 세우고, 이를 최소화하는 초기 설정값과 보정한계를 구하는 경제적 모형에 대해서 다루었다.

이 논문에서 제안된 보정치를 생산량, 재고수준, 정비유지 계획, 품질관리 등과 같은 다른 생산관리 계획들과 통합된 관리계획을 사용하면 더 좋은 공정관리를 기대할 수 있다. 이 경우 이 논문의 모형은 생산시스템에 쉽게 적용될 수 있다.

참 고 문 헌

1. Manuele, J. Control chart for determining tool wear, *Industrial Quality Control*, 1, 7-10, 1945.
2. Gibra, T. N. Optimal control process subject to linear trend, *The Journal of Industrial Engineering*, 18, 35-41, 1975.
3. Arcelus, F. J., and Banerjee, P. K. Selection of the most economical production plan in a tool-wear process, *Technometrics*, 27, 433-437, 1985.
4. Drezner, Z., and Wesolosky, G. O., "Optimal control of a linear trend process with quadratic loss," *IIE Transactions*, 21, 66-72, 1989.
5. Jeang, A., and Yang, K., "Optimal tool replacement with nondecreasing tool wear," *International Journal of Production Research*, 30, 299-314, 1992.
6. Smith, B. E., and Vemuganti, R. R., "A learning model for processes with tool wear," *Technometrics*, 10, 379-387, 1968.
7. Grubbs, F. E., "An optimal procedure for setting machines or adjusting process," *Journal of Quality Technology*, 15, 186-189, 1983.
8. Quesenberry, C. P., "An SPC approach to compensating a tool-wear process," *Journal of Quality Technology*, 20, 220-229, 1988.
9. DeGarmo, E. P., Black, J. T., and Kosher, R. A., "*Material and Processes in Manufacturing*," 7th Edition, Macmillan Publishing Company, 1988.
10. Kackar, R. N., "Off-line quality control, parameter design and the taguchi method," *Journal of Quality Technology*, 17, 176-188, 1985.
11. Moskowitz, H., and Tang, K., "Bayesian variable acceptance-sampling plans: quadratic loss function and step loss function," *Technometrics*, 35, 340-347, 1992.
12. International Mathematical and Statistical Libraries, Inc., *IMSL library: Reference manual*, 1987.
13. Conte, S. D., and de Boor, C., "*Elementary numerical analysis: An algorithmic approach*," third Edition, McGraw-Hill Company, 1981.