

## 액체중의 원형 실린더 주위에서의 강제대류 층류 열전달에 관한 수치해석적 연구

### A Numerical Study on the Laminar Convective Heat Transfer around a Circular Cylinder in a Uniform Cross Flow of Liquid

강 신 형\*, 홍 기 혁\*

S. H. Kang, K. H. Hong

**Key words :** Circular Cylinder(원형실린더), Correlation(상관관계식), Laminar Heat Transfer(층류 열전달), Liquid(액체), Variable Property(변하는 물성치)

#### Abstract

Many researches were carried out to estimate heat transfer rate on a circular cylinder in a uniform flow. Various empirical correlations were suggested in the past through experimental studies, however there are considerable discrepancies in the estimated values of heat transfer coefficient. The effect of fluid physical properties on the forced convective heat transfer between a circular cylinder and the external flow was numerically investigated in the present study. The flow and temperature fields were solved using a Finite Volume Method over a wider range of Prandtl number(0.7-40,000) than existing correlations. The cold as well as the hot cylinders in the uniform liquid flow of constant temperature were investigated. A unified correlation was obtained for both cases.

#### ————— 기 호 설 명 —————

<p><math>C_f</math> : 벽면마찰계수</p> <p><math>c_p</math> : 정압비열</p> <p><math>C_p</math> : 압력계수</p> <p><math>D</math> : 실린더의 직경</p> <p><math>Gr</math> : Grashof 수 [<math>= g\beta(T_w - T_a)D^3/\nu^2</math>]</p> <p><math>h</math> : 열전달계수 [<math>= -k(dT/dr)_w/(T_w - T_a)</math>]</p>	<p><math>k</math> : 열전도계수</p> <p><math>l</math> : 실린더의 길이</p> <p><math>Nu</math> : Nusselt 수 [<math>= hD/k</math>]</p> <p><math>Pr</math> : Prandtl 수 [<math>= \mu c_p/k</math>]</p> <p><math>Re</math> : Reynolds 수 [<math>= UD/\nu</math>]</p> <p><math>T</math> : 절대온도</p> <p><math>u, v</math> : x, y 방향 속도</p> <p><math>\beta</math> : 열팽창계수</p> <p><math>\mu</math> : 점성계수</p> <p><math>\nu</math> : 동점성계수</p> <p><math>\zeta</math> : 일반좌표계 [<math>\xi^1 = \xi, \xi^2 = \eta</math>]</p>
--	---

\* 정회원, 서울대학교, 공과대학, 기계공학과

\* 서울대학교, 대학원

$\rho$  : 밀도

하첨자

a : 주위 (ambient)

m : 평균온도에서의 값

w : 벽면온도에서의 값

1. 서론

관일 유동 중에 있는 실린더 주위의 열전달은 유동 현상적인 면에서 흥미로운 연구과제일 뿐만 아니라 공학적인 응용도 매우 다양하다. 특히 그 단면이 원형인 경우, 열전달을 정확히 예측하는 것은 보일러, 열교환기 설계의 주요한 과제이기도 하다. 또한 계측분야에 있어서도 열선풍속계의 열선에서 열전달의 특성은 바로 검정곡선의 특성과 관계되므로 원형실린더 주위 열전달의 정확한 예측은 매우 중요하다. 따라서 본 연구는 Re수가 40이하의 정상 층류유동에서 오일, 물 및 공기의 강제대류 현상을 등은 실린더의 경우에 대하여 수치적으로 해석하고 그 결과를 상관관계식으로 나타내는 것을 목적으로 하였다.

실린더 주위에서의 강제대류 열전달은 유동 상황에 따라 특성이 크게 달라지는데 층류경계층, 천이, 난류경계층, 유동박리, 후류 등으로 설명되는 복잡한 유동 현상이 나타난다. 그러나 본 연구의 대상인 열선풍속계의 열선 등 가는 와이어 주위의 유동은 레이놀즈수가 충분히 작아서 비교적 단순한 정상 층류가 된다. 평균열전달계수를 나타내는 무차원수인 누셀트수는 보통 레이놀즈수, 프란틀수의 함수로 나타내며, 온도 차이에 따른 경계층 내의 물성치 변화의 영향을 적절히 보정해서 나타낸다.

유동과 열전달에 영향을 미치는 물성치는 밀도, 정압비열, 점성계수, 열전도계수 및 이에 따른 프란틀수이다. 공기, 수소, 산소 등과 같은 기체는 온도가 증가함에 따라 밀도는 감소하고, 점성계수와 열전도계수가 증가하며, 정압비열과 프란틀수의 변화는 타 물성치의 변화에 비해서 상대적으로 작다. 그러나 액체의 경우에는 기타 물성치의 변화에 비해 점성계수가 크게 감소하므로 프란틀수의 변화는 상대적으로 크다. 이와같이 물성치의 온도에 따른 경향이 다르기 때문에 기체와 액체의 경우를 동일한 경험식으로 나타내기에는 온도차가 커질수록 어려워지게 된다. 그러나 본 연구에서는 액체인 물과

Table 1 Summary of correlations of heat transfer

Author(ref.)	Fluid	$l/D$	$(T_m/T_a)_{max}$	Re correlation
Zhukauskas(1)	air and liquid	8.3	1.18	$1 < Re < 40$ a
Chang et al.(2)	liquid	14	-	$Re < 50$ b
Fand(3)	water	7.8	1.01	$0.1 \sim 10^5$ c
Churchill and Bernstein(4)	air and liquid	-	-	less than 4000 d
<u>correlations</u>				
a. $Nu = 0.75 Re^{0.4} Pr^n \left( \frac{Pr_a}{Pr_w} \right)^{0.25}$ $n = 0.37$ for $Pr \leq 10$ , $n = 0.36$ for $Pr > 10$				
b. $Nu = (0.36 + 0.58 Re^{0.48}) Pr^m \left( \frac{\nu_a}{\nu_w} \right)^n$ , $m = 0.29 + 0.0228 \log_{10} Re_a$ cooling $n = 0.05 + 0.038 \log_{10} Pr_a$ $4 < Pr_a < 1948$ heating $n = -0.12 + 0.10 \log_{10} Pr_a$ $19 < Pr_a < 1948$				
c. $Nu = (0.35 + 0.56 Re_m^{0.52}) Pr_m^{0.3}$				
d. $Nu = 0.3 + \frac{0.62 Re_m^{1/2} Pr_m^{1/3}}{\left[ 1 + \left( \frac{0.4}{Pr_m} \right)^{2/3} \right]^{1/4}}$				

오일 외에 기체인 공기의 경우에도 적용할 수 있는 열전달 관계식을 수립하였다.

액체에서의 열전달에 관해 현재까지 제안된 몇가지 경험식을 Table 1에 나타내었다. Zhukauskas<sup>(1)</sup>는 공기, 물 그리고 변압기오일 등 여러 유체에서 넓은 범위의 레이놀즈수에 대하여 자유유동의 난류강도, 차폐효과를 고려한 열전달 관계식을 실험을 통하여 제안하였다. Zhukauskas에 의해 제안된 식은 레이놀즈수에 관한한 광범위한 영역에서 사용되고 있으나 저레이놀즈수에서는 ( $Re < 10$ ) 다소 오차가 생긴다. 최근에는 보다 정밀한 계측의 시도 외에도 물성치들의 변화를 고려한 수치해석적 연구가 활발히 진행되고 있다. 그 중 Chang et al.<sup>(2)</sup>은 점성의 변화가 큰 액체(G-fluid)에서 냉각 및 가열의 경우에 대해  $0.01 < Re < 50$ 의 범위에서 실험과 계산을 수행하였다. Chang et al.이 제안한 열전달 관계식은 적용되는 프란틀수의 범위가  $0.0073 < Pr < 10,000$ 로 크지만 식이 다소 복잡하여 냉각된 실린더의 경우와 가열된 실린더의 경우 서로 다른 식을 사용하고 있다.

그러나 지금까지의 실험적 연구들은 Fig.1에 나타낸 바와 같이 열전달계수의 예측에 있어서 최고 100%까지 서로 상이한 결과를 나타내고 있어서 보다 정밀한 연구가 요구되고 있다. 이와같은 실험

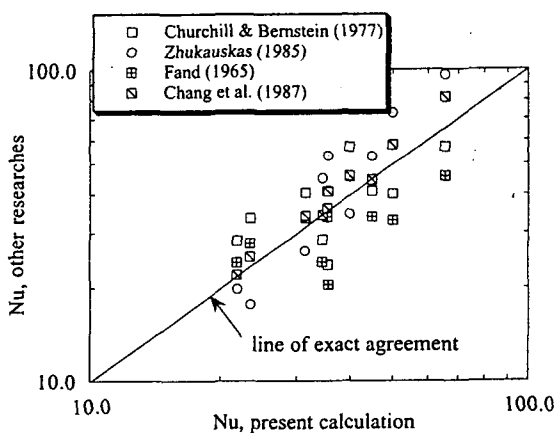


Fig.1 Comparison of reported experimental Nusselt numbers with present calculation for oil

오차의 원인으로는 차폐효과(Blockage Effect), 자유유동의 난류강도, 형상비 및 자연대류 등이 있다.

본 연구에서는 유체의 온도  $T_a$ , 실린더의 온도  $T_w$ 를  $0 \sim 100^\circ\text{C}$ 의 범위에서 변화시키며 계산을 수행하였다. 수치계산 결과를 분석하여 실험적으로 관찰하기 어려운 물성치의 변화가 열전달에 미치는 영향을 검토하고, 아울러 실린더가 자유유동에 의해서 냉각되는 경우 뿐만 아니라 가열되는 경우의 연구도 병행하였으며 두가지 경우에 모두 적용할 수 있는 열전달 관계식을 구하였다. 본 연구에서는  $Gr/Re^2 = 0(10^{-5} - 10^{-2})$ 이고 복사에 의한 열전달량은 강제대류에 의한 열전달량의 1%이하이므로 자연대류 및 복사열전달의 효과는 무시하였다.

## 2. 지배방정식 및 수치해석 방법

### 2.1 지배방정식

레이놀즈수가 40이하인 실린더 주위의 유동은 정상 층류운동이라고 알려져있다. 본 연구에서는 Fig.2에서와 같이 실린더 중심에 원점을 둔 직교좌표계  $x, y$ 를 설정하였다.  $u, v$ 를 각각  $x, y$ 방향의 속도 성분이라고 하면, 일반 비직교좌표계  $\xi^1, \xi^2$ 에서 연속방정식, 운동량방정식 및 에너지방정식은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\sqrt{g} \rho U^i)_{\xi^i} = 0 \tag{1}$$

$$\left[ \sqrt{g} (\rho U^i u - \mu g^{ij} u_{\xi^j}) \right]_{\xi^i} + (y_{\xi^2 p})_{\xi^1} - (y_{\xi^1 p})_{\xi^2} = 0 \tag{2}$$

$$\left[ \sqrt{g} (\rho U^i v - \mu g^{ij} v_{\xi^j}) \right]_{\xi^i} + (x_{\xi^2 p})_{\xi^1} - (x_{\xi^1 p})_{\xi^2} = 0 \tag{3}$$

$$\left[ \sqrt{g} (\rho c_p U^i T - k g^{ij} T_{\xi^j}) \right]_{\xi^i} = 0 \tag{4}$$

여기서  $\xi^1 = \xi, \xi^2 = \eta, U^i = \vec{a} \cdot (u \vec{i} + v \vec{j}), \vec{a} = \nabla \xi^i, g^{ij} = \vec{a}^i \cdot \vec{a}^j$ 이다. 운동량방정식에서 자연대류를 나타내는 부력항과, 에너지방정식에서 압력에 의한 일 및 점성소산항은 무시하였다. 밀도는 이상기체의 상태방정식에서 절대압력의 변화를 무시하고 절대온도에 반비례한다고 하였다. 점성계수, 정압

비열 및 열전도계수는 온도의 함수로 주어진다<sup>(5)</sup>.

2.2 경계조건

경계조건은 Fig.2에 나타난 바와 같이 직경  $D$ 인 실린더 벽면에서 점착조건과 등온조건을( $T=T_w$ ), 실린더에서 충분히 떨어진 상류와 바깥 경계면에서는 균일 등온 평행유동( $u=U, v=0, T=T_a$ )을 가정하였다. 기준 압력은 입구에서의 압력을 택하였으며 그 값은 0으로 고정시켰다. 실린더로부터 충분히 떨어진 하류출구 경계에서는 변수  $u, v, T$ 의  $x$ 에 대한 구배를 0으로 하였다.

2.3 수치 해석 방법

격자계는 실린더 주위의 유동 및 열전달에 큰 영향을 미치는 정체점 부근의 정확한 수치해석을 위하여 C형태의 격자계를 사용하였다. 수치격자는 일반적인 비직교좌표계이나 실린더 주위에서 유동과 온도장이 심하게 변하는 영역에서는 조밀하게 배열되도록 하였고, 가급적 직교성이 유지되도록 노력하였다.

지배방정식 (1)~(4)는 확산계수와 원천항만이 다른 형태이므로 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left[ \sqrt{g}(\rho U^i \phi - \Gamma g^i \phi_{,i}) \right]_{,i} - b = 0 \quad (5)$$

여기서  $\phi$ 는 임의의 변수를 나타낸다. 모든 종속 변수들은 격자점에서 계산, 저장되며(non-staggered grid system) 유한체적법을 적용하면 다음과 같은 이산화된 방정식을 얻어진다.

$$A_P \phi_P = A_N \phi_N + A_E \phi_E + A_S \phi_S + A_W \phi_W + S_P \quad (6)$$

계수  $A_i$ 는 검사표면을 지나는 대류항 및 확산항을 적분하여 얻어지는 계수이며 하첨자 N, S, E, W는 격자점 P의 주변 4개의 격자점을 나타낸다.  $S_P$ 는 검사체적에 비례하는 모든항과 비직교성에 관련된 항들이 포함된다. 본 계산에서는 레이놀즈수가 크지 않으므로 HYBRID 방법을 사용하였다.

압력항의 계산은 속도 및 보정된 압력장이 연속 방정식 및 운동량방정식을 만족할 때까지 반복 수정해주는 SIMPLE 알고리즘<sup>(6)</sup>이 비엇갈림 격자계에 응용되어 사용되었다. 그러나 비엇갈림 격자계에서 압력장을 계산할 때 검사면에서의 플럭스를 계산하기 위해 단순히 속도를 주변 격자점에서의 값으로부터 평균하게 되면 구해진 압력이 진동하는 현상이 생기게 된다. 따라서 본 연구에서는 각 검사면에서의 속도를 선형화된 운동량 방정식을 풀어 플럭스를 계산하였다.

속도는 가정된 속도장, 압력장 및 온도장으로 부터 계산되며 각 격자점에서의 압력이 수정된 후 온도장이 계산된다. 수렴 여부는 전 영역에서의 원천항의 합으로 판정하였다.

3. 결과 및 검토

3.1 계산의검증

계산 영역은 Coutanceau와 Bouard<sup>(7)</sup>의 실험과 Chen과 Weng<sup>(8)</sup>의 계산 영역을 참조하고, 경계면의 위치를 변화시키면서 여러가지 계산을 수행한 결과 Fig.2에 나타난 바와 같이 상류는  $x/D = -15$ , 바깥 경계는  $y/D = \pm 20$ , 하류경계는  $x/D = 20$ 으로 정하였다(지면상 결과를 비교하여 나타 내지 않았음). 격자수를  $\xi$ 와  $\eta$ 방향으로 각각  $83 \times 31, 103 \times 41, 123 \times 51$ 의 세가지 경우에 대하여,

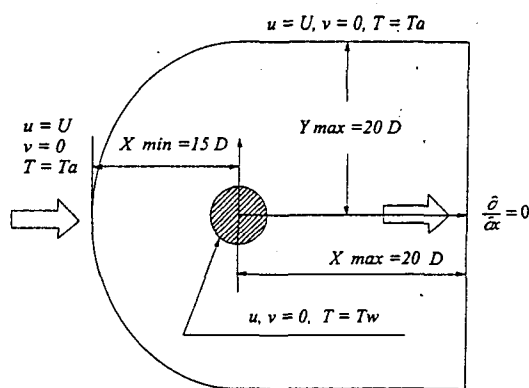
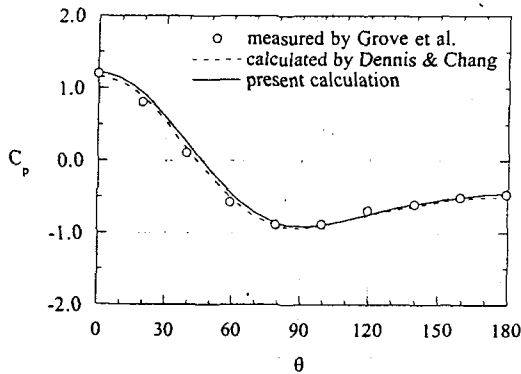
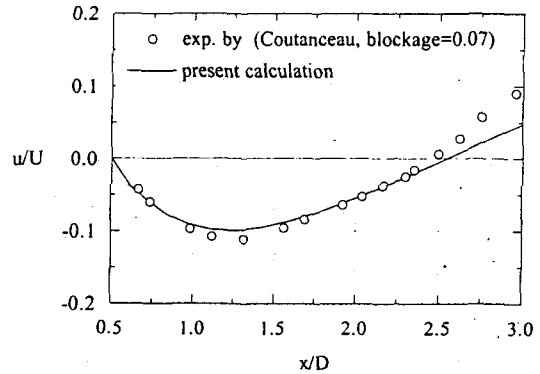


Fig.2 A schematic of the computational model for the flow over a cylinder showing the domain of interest and the C-type grid system of  $123 \times 51$  resolution.

Table 2 The effect of computational domain and number grids

number of grid points	Min. $C_p$	Stag. $C_p$	Max. $C_f\sqrt{Re}$	$\bar{Nu}$
83 × 31	-1.00	1.31	3.75	3.42
103 × 41	-0.93	1.25	3.69	3.31
123 × 51	-0.93	1.20	3.59	3.28
Experiment by Grove <i>et al.</i> <sup>9</sup>	-0.90	1.20	3.71	3.16
Experiment by Acrivos <i>et al.</i> <sup>13</sup>				
Exp. corr. by Collis and Williams <sup>14</sup>				
Exp. corr. by Hatton <i>et al.</i> <sup>15</sup>				
Calculation by Badr <sup>16</sup>				3.50

Fig.3 Distributions of pressure coefficient on the cylinder surface for  $Re=40$ Fig.4 Velocity distribution on the centerline behind the cylinder for  $Re=40$ 

$Re$ 수가 40일때 실린더 주위의 유동 및 열전달을 계산하여 격자계의 영향을 시험하였다. 이때 물성치의 변화는 고려하지 않았다. 그 결과를 Table 2에 나타내었으며, 본 연구에서는  $123 \times 51$ 의 격자를 사용하였다.

Fig.3에는 압력계수의 분포를 나타내었는데 Grove *et al.*<sup>(9)</sup>의 실험결과 및 Dennis와 Chang<sup>(10)</sup>의 계산결과와 비교할 때 오차 범위 내에서 잘 일치한다. 실린더 후류의 중심선에서 속도의 크기를 Fig.4에 나타내었다. Coutanceau와 Bouard<sup>(7)</sup>의 실험 결과에서 차폐효과를 고려한 경우보다는 약간 크게 예측되기는 하나, 실험오차 범위 내에서 정량적으로 잘 일치한다고 할 수 있다. 실린더 벽면에서 국소누셀트수는 실험자료가 없어서 타 연구자들

의 계산결과와 비교하였다(Fig.5). 모두 동일한 경향을 보이나, Dennis와 Chang<sup>(11)</sup>의 계산결과와 잘 일치한다.

한편 레이놀즈수를 변화시키면서 유동 및 온도분포를 관찰하였다. Table 3에는 박리각도, 실린더 후류의 재순환 길이를 실험 및 Dennis와 Chang<sup>(10)</sup>의 계산결과와 비교하였다.  $Re$ 수가 작아지면 박리점이 하류로 이동하고 재순환 영역의 길이가 짧아지며, 평균누셀트수는 감소한다. 이러한 결과도 정량적으로 실험 및 계산결과와 매우 잘 일치한다. 이러한 유동특성에 대한 검토는 여러 문헌에서 자세히 발표된 바 본 논문에서는 다루지 않았고, 다만 이로부터 본 연구에서 채택한 수치해석 방법에 의한 결과가 충분히 정확함을 알 수 있다.

Table 3 Separation angle, separation length and average Nusselt number

Re	10	20	30	40
<u>Separation angle(degree)</u>				
Exp. by Coutanceau and Bouard <sup>(6)</sup>				
blockage=0.07	159.0	137.7	131.0	127.2
blockage=0.0	147.5	135.2	129.9	126.5
Cal. by Dennis and Chang <sup>(10)</sup>	150.4	136.3	—	126.2
Present calculation	149.8	137.5	132.0	128.2
<u>Separation length(L/D)</u>				
Exp. by Coutanceau and Bouard <sup>(6)</sup>				
blockage=0.024	0.28	0.87	1.46	2.04
Present calculation	0.27	0.87	1.50	2.06
<u>Average Nusselt Number</u>				
Exp. by Collis and Williams <sup>(14)</sup>	1.82	2.40	2.83	3.19
Exp. by Hatton <i>et al.</i> <sup>(15)</sup>	1.98	2.55	2.97	3.32
Cal. by Badr <sup>(16)</sup>	—	2.54	—	3.48
Present calculation	1.86	2.46	2.91	3.28

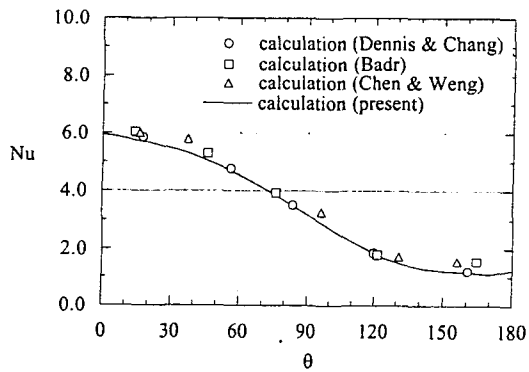


Fig.5 Variation of local Nusselt number on the cylinder surface for Re=40

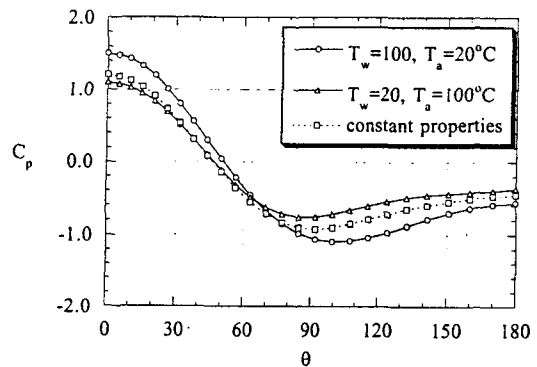


Fig.6 Comparison of the property variation effect on the pressure coefficient between heating and cooling cases(Re=40, water)

### 3.2 물성치의 변화가 열전달계수에 미치는 영향

전철에서 논의한 바와 같이 액체의 경우에는 점성계수의 변화가 다른 물성치들의 변화에 비하여 상대적으로 크다. 따라서 본 절에서는 주로 점성계

수의 변화 양상을 통하여 물성치의 영향을 살펴보겠다.

Fig.6에는 평균온도를 기준으로 한 Re수가 40 일때의 실린더 표면의 압력분포를 나타내었다. 냉각된 실린더의 경우 가열된 실린더의 경우에 비하여 벽면 근처에서의 점성이 크므로 유효 Re수는

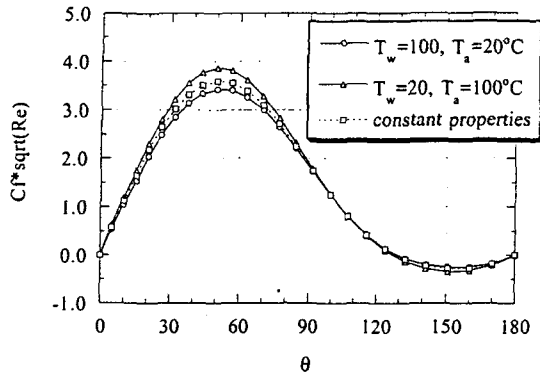


Fig.7 Comparison of the property variation effect on the friction coefficient between heating and cooling cases( $Re=40$ , water)

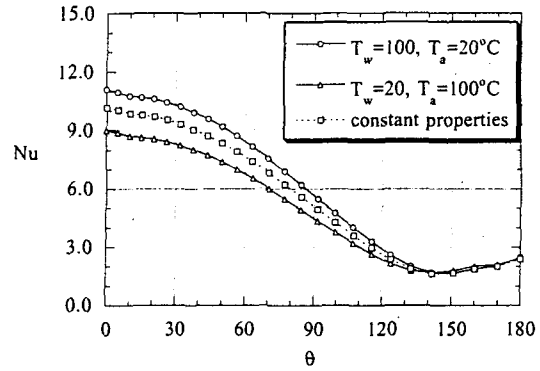


Fig.8 Comparison of the property variation effect on the Nusselt number between heating and cooling cases( $Re=40$ , water)

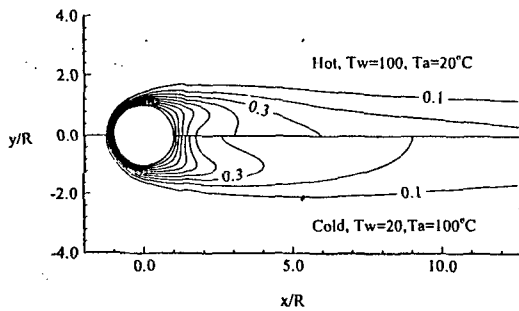


Fig.9 Comparison of temperature between cold and hot cylinders(water,  $Re=40$ )

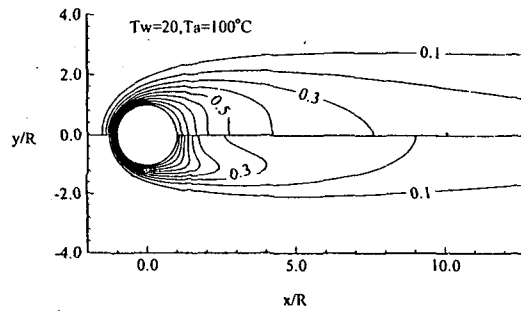


Fig.10 Comparison of temperature between air and water for cold cylinder( $Re=40$ )

작아지게 되어 일점물성치에서의  $Re$ 수의 감소와 같은 결과를 낳는다. 즉, 가열된 실린더에 비하여 냉각된 실린더의 경우가 정체점 근처에서의 압력이 낮으며 실린더 뒷면에서의 역압력 구배도 작아진다. Fig.7은 물성치의 변화가 벽면에서의 마찰계수에 미치는 영향을 보여준다. 평균유동온도가 같아도 벽면의 온도가 낮은 냉각된 실린더 쪽이 점성이크므로 벽면마찰계수도 큼을 알 수 있다. 점성계수의 변화가 국소누셀트수에 미치는 영향을 Fig.8에 나타내었다. 가열된 실린더의 경우가 냉각된 실린더의 경우에 비하여 큰 값을 갖는다. 실린더와 유체간의 열전달은 자유유동에 의한 대류와 유체 내부의 전도에 의해 일어나게 되는데 이 경우에는 온

도차가 같으므로 전도에 의한 열전달량은 같다고 볼 수 있다. 그러나 가열된 실린더의 경우는 벽면 근처에서의 유효  $Re$ 수가 냉각된 실린더의 경우에 비하여 상대적으로 커서 대류의 효과가 크므로 열경계층의 두께는 보다 작아지게 되어 누셀트수는 큰 값을 갖는다. 이러한 결과는 무차원화된 등온선을 나타낸 Fig.9로부터도 잘 알 수 있다. 가열된 실린더의 경우를 냉각된 실린더의 경우와 비교할 때 더 큰 온도구배를 보이고 있다.

본 연구의 대상이 되는 유체는 앞서 언급한 바와 같이 기체인 공기와 액체인 물 및 오일이다. 이들 중 공기와 물의 경우 실린더 주위에서의 온도 분포를 나타낸 것이 Fig.10이다. 물의 경우 공기에 비

하여 대체로 3~20배 정도로 프란틀수가 크기 때문에 열전달 계층의 두께는 그에 역비례하여 작아지며 온도구배는 커짐을 볼 수 있다.

### 3.3 열전달 관계식

균일유동 중에 있는 실린더 주위의 열전달에 있어서 유동장 내의 물성치는 온도에 따라 크게 변화한다. 따라서 열전달 관계식도 이러한 물성치의 변화의 영향을 잘 반영해야 한다. 또한 같은 조건이라도 열유속의 방향에 따라 열전달량이 달라지므로 그에 따른 영향도 고려되어야 한다.

현재까지 제안된 열전달 관계식의 일반적인 형태는 대체로 다음의 식 (7)과 같은 형태이다.

$$Nu = (A + BRe^n) Pr^p \cdot f(Pr_w, Pr_s, \nu_w, \nu_s) \quad (7)$$

여기서  $f$ 는 물성치의 변화 및 열유속의 방향 등을 고려하는 인자이다.  $f$ 는 액체의 경우는 벽면과 자유유동에서의 프란틀수 혹은 점성계수의 비 등의 함수로 주어지며 (Table 1 참조) 공기와 같은 기체의 경우에는 프란틀수의 변화가 거의 없으므로 온도나 점성계수의 비로 주는 것이 일반적이다.

본 연구에서는 우선 경계층 내의 물성치의 변화를 고려하지 않아도 되는 일정물성치의 경우에 대해 계산하여  $f$ 를 제외한 다른 값들을 구한 후 물성치가 변하는 경우의 데이터로부터  $f$ 를 구하였다.

Fig.11은 물성치가 변하지 않는 경우에 대한 것

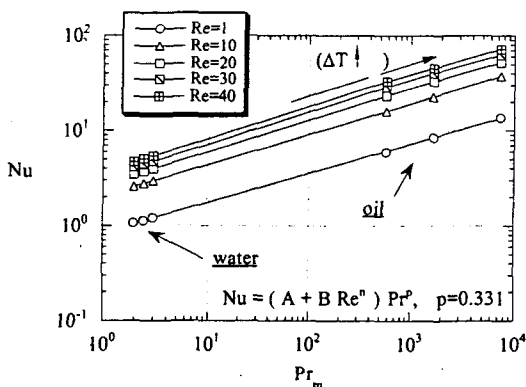


Fig.11 Mean Nusselt number versus Prandtl number for Re=1, 10, 20, 30, 40

으로서 평균온도에서의 프란틀수와 누셀트수의 관계를 보여준다. 레이놀즈수가 1에서 40으로 증가함에 따라 누셀트수가 커짐을 볼 수 있다. 또한 동일한 레이놀즈수에서도 온도차가 커지면 열전달량이 커지며 물과 오일은 유동과 온도조건이 같더라도 프란틀수의 차이로 인해 누셀트수도 크게 다를 수 있다.

한편, Fig.11에서는 잘 나타나 있지 않지만 식 (7)의  $p$ 는 레이놀즈수에 따라 약간 증가하는 경향을 보인다. 이 결과는 Fig.12로 부터 알 수 있는데 레이놀즈수가 0에서 20으로 증가함에 따라 약간씩 커지다가 20보다 커지면 거의 일정한 경향을 보이

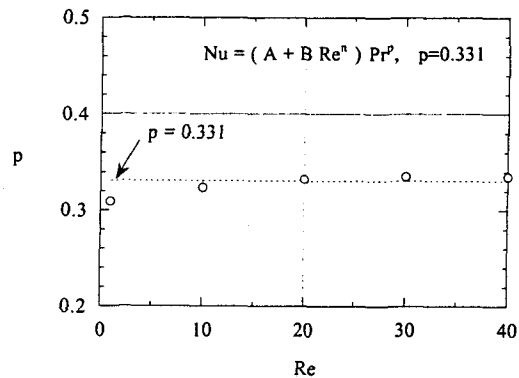


Fig.12 Power index for Prandtl number versus Reynolds number which shows weak dependency of  $p$  on  $Re$

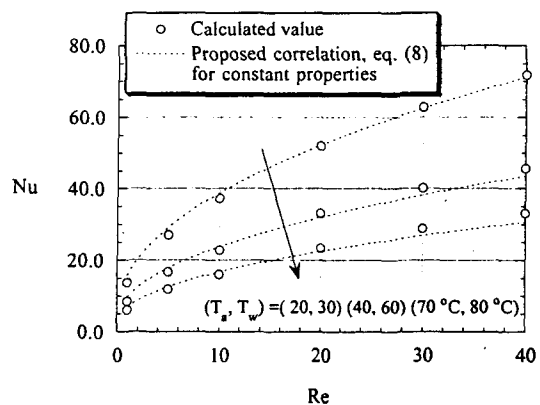


Fig.13 Constant property correlation between Nusselt number and Reynolds number, oil,  $Nu = (0.233 + 0.598Re^{0.479}) Pr^{0.331}$



고 있다. 이러한 경향에 대하여 Chang et al.<sup>(2)</sup>은 프란틀수를 자유유동에서의 값으로 하고  $p$ 를 레이놀즈수의 대수함수 관계로 표현한 바 있다. 그러나 본 연구에서는 열전달 관계식의 간결성을 위해  $p$ 가 레이놀즈수에 거의 무관하다고 간주하고  $p$ 의 값을 상수값이  $p=0.331$ 로 하였다. 한편 식 (7)의  $A$  및  $B$ 와  $n$ 은 최소자승오차법에 의해 구하였는데 그 결과를 오일과 물에 대하여 각각 Fig.13 및 Fig.14에 나타내었다. 두 경우 모두 대략 10% 이내의 오차 범위에서 계산결과와 일정물성치에 대한

관계식이 일치하고 있다. 위와 같은 과정을 통하여 일정물성치의 경우에 대한 열전달 관계식을 다음의 식 (8)과 같이 구하였다.

$$Nu = (0.233 + 0.598 Re_m^{0.479}) Pr^{0.331} \quad (8)$$

이제 다음으로는 경계층 내의 물성치의 변화와 열유속의 방향을 고려하여 관계식을 구하고자 한다.

Fig.15는 일정물성치의 경우에 대해 만들어진 열전달 관계식 (8)을 프란틀수의 함수로 보정한

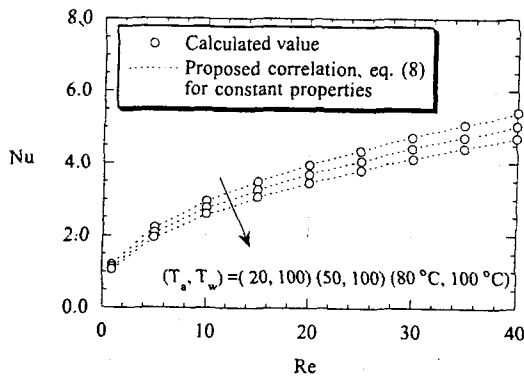


Fig.14 Constant property correlation between Nusselt number and Reynolds number, water,  $Nu = (0.233 + 0.598 Re^{0.479}) Pr^{0.331}$

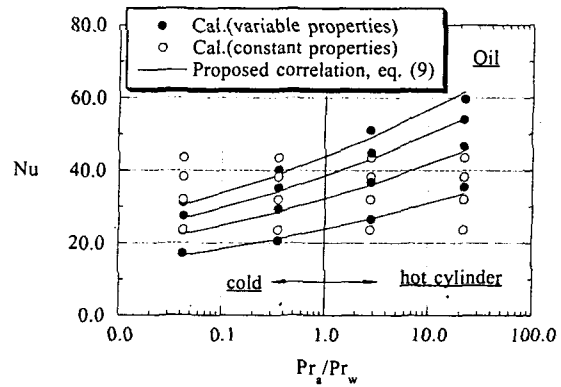


Fig.16 Comparison of calculated Nusselt number with the proposed correlation,  $Nu = (0.233 + 0.598 Re_m^{0.479}) Pr_m^{0.331} (Pr_s/Pr_w)^n$ ,  $n = 0.0615 + 0.016 \log(Pr_m)$

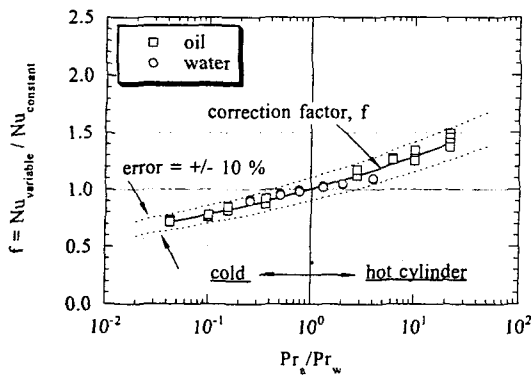


Fig.15 Correction factor which represents the effect of temperature difference and heat flux direction as a function of Prandtl number ratio,  $(Pr_s/Pr_w)^n$ ,  $n = 0.0615 + 0.016 \log(Pr_m)$

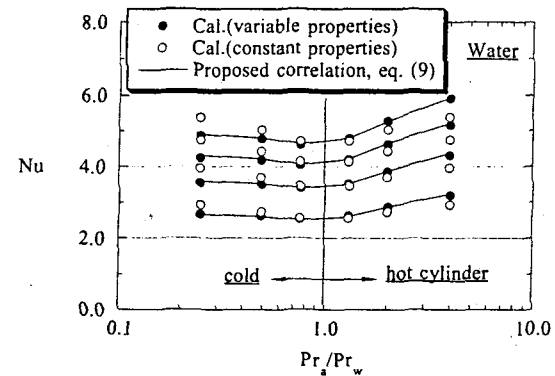


Fig.17 Comparison of calculated Nusselt number with the proposed correlation,  $Nu = (0.233 + 0.598 Re_m^{0.479}) Pr_m^{0.331} (Pr_s/Pr_w)^n$ ,  $n = 0.0615 + 0.016 \log(Pr_m)$

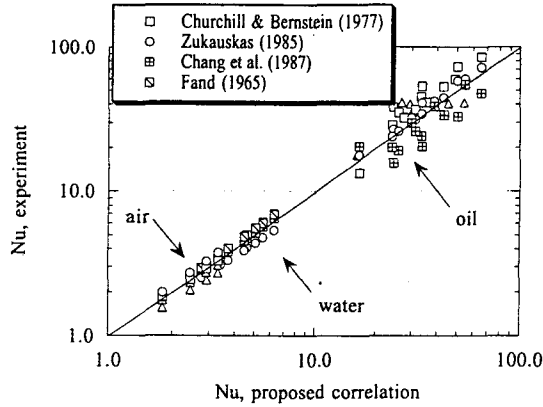


Fig.18 Comparison of experimental Nusselt number with the proposed correlation in this study

것이다. 앞서 논의한 바와 같이 벽면과 자유유동에서의 점성계수의 비로 보정하는 경우도 있으나 열전달에 관한 무차원수는 프란틀수이므로 프란틀수로 보정하는 것이 물리적으로 타당할 것이다. Fig. 15에서 프란틀수로 물성치의 변화 및 열유속의 방향의 영향을 나타내었는데 그 결과를 정리하면 다음의 식으로 나타낼 수 있었다.

$$Nu = (0.233 + 0.598 Re_m^{0.479}) Pr_m^{0.331} \cdot \left( \frac{Pr_a}{Pr_w} \right)^n$$

$$n = 0.0615 + 0.016 \log(Pr_m) \quad (9)$$

여기서  $n$ 의 값은 평균 프란틀수에 따라 변하게 되므로 위와 같이 대수식으로 나타내었다. Fig.15는 오일과 물에 대해 각기 그 경향이 조금 다르나 오차범위 10% 내에서는 열유속의 방향에 관계없이 1개의 식으로 보정할 수 있음을 보여준다. Fig.16 및 Fig.17은 (9)식을 사용하여 물성치의 변화 및 열유속의 방향의 영향을 고려하여 일정물성치에 대한 관계식을 보정한 결과를 보여준다. 보정하지 않은 경우(식(8))에 비하여 계산된 값에 거의 근접하고 있음을 볼 수 있다.

Fig.18은 본 연구에서 제안된 열전달 관계식 (9)와 기존의 실험에 의한 경험식을 비교한 것이다. 기존의 경험식과 비교할 때 열전달계수를 평균

적으로 매우 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 특히 Fig.18은 비록 본 연구의 대상이 주로 액체에 대한 것이지만 공기에 대한 이전 연구의 결과<sup>(11, 12)</sup>를 적용하면 공기의 경우, 그 온도차가 크지 않을 때 (100°C 이내)에는 본 연구에서 제안된 (9)식을 사용할 수 있음을 보여준다.

#### 4. 결 론

액체중의 원형 실린더 주위에서의 층류 열전달의 수치해석적 연구를 통하여 얻은 본 연구의 결론을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 액체의 경우에는 프란틀수가 온도에 따라 크게 달라지게 되는데 본 연구는 기존의 연구에 비하여 프란틀수를 넓은 범위에서 변화시킴으로써 경계층내의 물성치의 변화의 영향을 프란틀수의 비로서 효과적으로 나타낼 수 있었다.
- 2) 열유속의 방향에 관계없이 액체 내의 실린더 주위의 열전달계수를 약 10% 정도의 오차 범위에서 예측할 수 있는 관계식을 수립하였다.
- 3) 유체와 실린더 벽면간의 온도차가 작은 경우 (약 100°C 이내)에는 액체에 대해 수립된 본 연구의 열전달 관계식이 공기와 같은 기체에서도 적용될 수 있다.

#### 후 기

본 연구는 1994년도 교육부 학술연구조성비 중 기계공학연구과제로 수행되었음을 밝히며, 이에 관계자 여러분에게 감사를 드리는 바이다.

#### 참 고 문 헌

1. Zhukauskas, A. and Ziugzda, J., 1985, *Heat Transfer of a Cylinder in Cross Flow*, Hemisphere Pub.
2. Chang, M. W., Finlayson, B. A., and Sleicher, C. A., 1987, "Heat transfer in flow

- past cylinder at  $Re < 150$ ," Park II. *Numer. Heat Transfer*, Vol. 12, pp. 197~210.
3. Fand, R. M., 1965, "Heat transfer by forced convection from a cylinder to water in cross flow," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 8, pp. 995~1010.
  4. Churchill, S. W. and Bernstein, M., 1977, "A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in cross flow," *Trans. of the ASME*, Vol. 99, pp. 300~306.
  5. Incropera, F. P. and Dewitt, D. P., 1990, *Introduction to heat transfer*, John Wiley & Sons. Inc.
  6. Partankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, New York: Hemisphere Publishing.
  7. Coutanceau, M. and Bouard, R., 1977, "Experimental determination of the main features of viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation," Part I Steady flow, *J. Fluid Mech.*, Vol. 79, pp. 231~256.
  8. Chen, C. H. and Weng, F. B., 1990, "Heat transfer for incompressible and compressible fluid flow over a heated cylinder," *J. Fluid Mech.*, Vol. 21, 737.
  9. Dennis, C. S. R. and Chang, G. Z., 1970, "Numerical solutions for steady flow past a cylinder at Reynolds number up to 100," *J. Fluid Mech.*, Vol. 42 pp. 471~489.
  10. Kang, S. H., Hong, K. H. and Kauh, S., 1995, "A unified correlation of laminar convective heat transfer from hot and cold cylinders in a uniform air flow," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 4, pp. 752~755.
  11. 강신형, 홍기혁, 고상근, 1993, "물성치의 변화를 고려한 균일유동 중에 있는 원형 실린더 주위의 층류 열전달," 대한기계학회논문집, 제 17권, 제 6 호, pp. 1584~1595.
  12. Acrivos, A., Leal, L. G., Snowden, D. D., and Pan, F., 1968, "Further experiments on steady separated flows past bluff objects," *J. Fluid Mech.*, 34, Part I, pp. 25~48.
  13. Collis, D. C. and Williams, M. J., 1959, "Two-Dimensional convection from Heated wires at low Reynolds numbers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, pp. 357~389.
  14. Hatton, A. P., James, D. D., and Swire, H. W., 1970, "Combined forced and natural convection with low speed air flow over horizontal cylinders," *J. Fluid Mech.*, 42, pp. 17~31.
  15. Badr, H. M., 1983, "A theoretical study of laminar mixed convection from a horizontal cylinder in a cross stream," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 26, pp. 639~653.