

논문96-1-2-04

## 대역의 특성을 이용한 웨이블렛 기반 영상 압축 부호화

박 성 완, 강 의 성, 문 동 영, 고 성 제

### Wavelet-Based Image Compression Using the Properties of Subbands

Sung-Wan Park, Eui-Sung Kang, Dong- Young Moon, and Sung-Jea Ko

#### 요 약

본 논문에서는 웨이블렛 변환에 의해서 얻어진 고주파 대역에 웨이블렛 변환을 반복 적용하면 분해된 대역들이 필터링 방향에 따라서 대역 내의 웨이블렛 계수의 자승합으로 정의되는 에너지량을 다르게 갖는 특성을 이용하여 영상을 압축 부호화한다. 2차원 영상에 웨이블렛 변환을 적용하면 하나의 저해상도 영상과 세 개의 고주파 대역을 얻을 수 있다. 원영상에 포함되어 있는 고주파 성분은 웨이블렛 변환에 의해서 수평 방향, 수직 방향, 대각 방향의 윤곽선 형태로 세 개의 고주파 대역에 나뉘어서 존재하게 된다. 이러한 세 개의 고주파 대역에 다시 웨이블렛 변환을 적용하면, 윤곽선 방향과 동일한 방향으로 저역 통과 필터링되어 얻어진 대역에서는 에너지량이 크게 나타나지만, 윤곽선 방향과 동일한 방향으로 고역 통과 필터링되어 얻어진 대역에서는 에너지량이 적게 나타난다. 그러므로, 효율적인 압축을 위하여 에너지량이 적은 대역들을 부호화 과정에서 제외하며 제외되지 않은 나머지 대역들은 대역에 따라 DPCM 또는 임계값을 이용하여 양자화한 후에 엔트로피 부호화한다. 본 논문에서 제안한 방법은 압축률과 화질면에서 기존의 웨이블렛 변환과 벡터 양자화를 이용한 방법보다 우수한 성능을 보인다는 것을 실험을 통하여 제시하였다.

#### Abstract

This paper proposes a wavelet transform-based image compression method using the energy distribution. The proposed method involves two steps. First, we use a wavelet transform for the subband decomposition. The original image is decomposed into one low resolution subimage and three high frequency subimages. Each high frequency subimage has horizontal, vertical, and diagonal directional edges. The wavelet transform is further applied to these high frequency subimages. Resultant transformed subimages have different energy distributions corresponding to different orientation of the high pass filter. Second, for higher compression ratio and computational efficiency, we discard some subimages with small energy. The remaining subimages are encoded using either DPCM or quantization followed by entropy coding. Experimental results show that the proposed coding scheme has better performance in the peak signal to noise ratio(PSNR) and higher compression ratio than conventional image coding method using the wavelet transform followed by the straightforward vector quantization.

## I. 서 론

이산 웨이블렛 변환(discrete wavelet transform : DWT)은 영상 및 신호 처리의 다양한 분야에서 응용되고 있는데, 최근에는 이를 영상 압축에 적용하는 방법에 관한 연구도 활발히 진행중이다[1]~[4]. DWT를 영상 압축에 응용하는 방법은 원영상을 다해상도로 분해하고, 각 부대역에 DPCM(differential pulse code modulation)이나 벡터 양자화(vector quantization : VQ)[5],[6] 등과 같은 부호화 알고리듬을 적용하는 방법을 채택하고 있다. 영상 신호에 대한 DWT는 정규 직교 기저의 저역통과 필터와 고역 통과 필터를 이용하여 반복 피라미드 방법[7],[8]으로 구현할 수 있다. 반복 피라미드를 이용한 DWT는 직교성으로 인하여 분해된 다해상도 신호를 복원했을 때, 완전 복원(perfect reconstruction)이 가능하다는 장점을 갖는다. 이러한 DWT를 이용하여 Antonini[8] 등은 웨이블렛 계수에 벡터 양자화를 적용하여 부호화하는 기법을 제안하였다. 그러나, 벡터 양자화를 이용한 부호화 방법은 알고리듬이 복잡하고 코드북(codebook)을 만들기 위한 학습 과정과 부호화 과정에서 계산량이 많다는 단점이 있다.

본 논문에서는 웨이블렛 계수에 벡터 양자화를 적용한 부호화 방법에 대해서 알고리듬이 간단하고 계산량이 적으면서도 고압축률에서 우수한 복원 화질을 유지하는 영상 압축 부호화 방법을 제안한다. 제안한 방법에서는 웨이블렛 변환에 의하여 입력 영상을 분해하고, 분해된 고주파 대역을 효율적으로 부호화하기 위해 고주파 대역이 갖는 윤곽선의 방향 특성을 이용한다. 정규 직교 기저를 구성하는 Daubechies[9], [10]의 유한 차수 웨이블렛 필터를 사용하여 입력 영상을 분해하면 하나의 저해상도 영상과 세 개의 고주파 대역을 얻을 수 있다. 저해상도 영상에는 원영상에 포함되어 있던 저주파 성분들이 존재하게 되고, 세 개의 고주파 대역에는 고주파 성분들이 수평 방향, 수직 방향, 대각선 방향으로 나뉘어서 윤곽선 형태로 존재하게 된다. 세 개의 고주파 대역을 웨이블렛 변환으로 다시 분해하면 12개의 부대역을 얻을 수 있는데, 저역 통과 필터링과 고역 통과 필터링된 방향에 따라서 각 대역 내의 에너지량이 다르게 나타난다. 즉, 윤곽선 방향과 동일한 방향으로 저역 통과 필터링되며 직교 방향으로 고역 통과 필터링되어 얻어진 대역에서는 에너지량이 가장 크게 나타나고, 윤곽선 방향과 동일한 방향으로 고역 통과 필터링되며 직교 방향으로 저역 통과 필터링되어 얻어진 대역에서는 에너지량이 가장 작게 나타난다. 에너지량이 큰 대역은 원영상에 대한 정보를 많이 포함하는 대역이므로, 이러한 대역 내의 계수들은 양자화한 후에 엔트로피 부호화(entropy encoding)하고, 에너지량이 작은 대역에 대해서는 압축률과 계산상의 효율을 높이기 위해서 부호화 과정에서

제외한다. 저해상도 영상에 대해서는 계층적 대역 분해 방법을 이용하여 계층적 대역폭을 갖는 7개의 부대역들로 다시 분해하는데[8], 가장 낮은 주파수를 갖는 부대역은 영상의 전역적인 정보를 담고 있으므로 DPCM을 사용하여 손실을 최소화하는 부호화를 한다. 그리고, 나머지 대역의 계수들에 대해서는 임계값을 설정하여 임계값보다 작은 계수들을 영으로 만들고 임계값보다 큰 계수들은 양자화한 후, 영 계수(zero coefficient)들에 대한 run-length와 양자화된 계수들을 엔트로피 부호화한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 웨이블렛 변환 이론 및 웨이블렛을 이용한 신호의 다해상도 분석에 대해 언급한다. III 장에서는 2차원 영상에 웨이블렛 변환을 적용하여 영상을 분해하는 방법 및 분해된 대역의 특성, 에너지량의 평가에 대해서 설명하고, IV 장에서는 각 부대역들에 대한 부호화 방법을 제시하였다. V 장에서는 제안한 부호화 방법이 기존의 웨이블렛 계수를 벡터 양자화하는 부호화 방법에 비해 압축률과 화질(PSNR)에서 보다 우수하다는 것을 실험을 통하여 보이고, 마지막으로 VI 장에서 결론을 맺는다.

## II. 웨이블렛 변환

웨이블렛 변환의 기본 개념은 임의의 함수  $f(x)$ 를 시간-주파수 공간에서 동시에 지역성(locality)을 갖는 웨이블렛 기저함수의 선형결합(superposition)으로 표현하는 것이다. 본 장에서는 신호의 다해상도 분석을 이용한 웨이블렛 변환과 웨이블렛 변환을 이산 신호에 적용하는 방법에 대해서 고찰한다.

### A. 다해상도 분석을 이용한 웨이블렛 변환

신호의 다해상도 분석(multiresolution analysis)을 이용한 웨이블렛 변환[1]~[4]은 다음과 같다. 해상도 근사화를 위해 주파수 영역에서 저역 통과 필터와 같이 대역 제한된 함수  $\phi(x)$ 가 필요하다. 이 함수는 정수배 이동한 형태인  $\phi(x-n)$ 과 서로 직교하는데, 이러한 직교 기저로 구성되는 벡터 공간을  $V_0$ 라 하자. 그리고 함수  $\phi(x-n)$ 이 2<sup>i</sup>의 비율로 스케일된  $\phi(2^i x - n)$ 으로 구성되는 벡터 공간을  $V_i$ 라 정의할 때, 각각 스케일된 함수가 구성되는 벡터 공간  $V_i$ 는 다음과 같은 관계를 갖는다[1]~[3].

$$\dots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_i \subset V_1 \subset V_2 \dots$$

함수  $\phi(x)$ 가 벡터 공간  $V_i$ 의 직교 보수 공간(orthogonal complement space)을  $W_i$ 라 할 때,  $V_i$ 와  $W_i$ 는 직교하므로 벡터 공간  $V_{i+1}$ 은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_{i+1} = W_i \oplus V_i \quad (1)$$

여기서, 식에 사용된 기호  $\oplus$ 는 벡터 공간의 합이며, 직교 보수 공간  $W_i$ 는  $V_{i+1}$ 에서  $V_i$ 로의 해상도 근사화 과정에서 손실된 정보를 갖는다는 것을 의미한다. 식 (1)을 이용하여 임의의 직교 기저 함수가 구성되는 벡터 공간  $V_{i+1}$ 은

$$V_{i+1} = W_i \oplus W_{i-1} \oplus W_{i-2} \oplus W_{i-3} \dots \quad (2)$$

로 표현될 수 있다. 식 (2)는 웨이블렛 기저 함수  $\phi_{m,n}(x)$ 가 벡터 공간  $W_m$ 을 구성한다면, 임의의 함수  $f(x)$ 는 원형 웨이블렛이 팽창, 이동한 웨이블렛 기저 함수들의 합으로 구성될 수 있음을 의미한다. 그러므로,  $f(x)$ 는 원형 웨이블렛이 팽창, 이동한 형태인  $\phi_{m,n}(x)$ 를 이용하여 여러 시간-주파수 해상도로 분해될 수 있다.

원형 웨이블렛  $\phi(x)$ 는 스케일링 함수(scaling function)  $\phi(x)$ 를 이용하여 구할 수 있다[9], [10].  $\phi(x)$ 가 정수배 이동한 형태인  $\phi(x-n)$ 은 공간  $V_0$ 를 구성하는 직교 기저이고 다음의 팽창 수식(basic dilation equation)을 만족한다.

$$\phi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \phi(2x-n) \quad (3)$$

스케일링 함수  $\phi(x)$ 는  $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x)dx = 1$ 이므로 [11], 식 (3)에 의하여

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x)dx = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x)(2x-n)dx = 1 \quad (4)$$

로 표현되며, 그 결과  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n = 2$ 가 된다.

Daubechies는 직교 기저를 이루는  $\phi(x)$ 를 구하기 위해 식 (3)과  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n = 2$ 인 조건에 의해 유한 차수의  $c_n$ 을 이용하였다[9], [10]. 본 논문에서는 차수 4( $n=3$ )인 Daubechies 웨이블렛  $D_4$ 와 차수 6( $n=5$ )인 Daubechies 웨이블렛  $D_6$ 을 사용하였으며, 이렇게 구해진  $\phi(x)$ 에 대해 직교 보수 공간  $W_0$ 을 구성하는 원형 웨이블렛  $\phi(x)$ 는

$$\phi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n c_{-n+1} \phi(2x-n) \quad (5)$$

와 같이 정의된다[9].

### B. 이산 신호에 대한 웨이블렛 변환

$V_m$ 을  $\phi_{m,n}(x)$ 에 의해 구성되는 벡터 공간이라 하면  $\phi_{m,n}(x)$ 은  $V_m$ 의 직교 보수 공간  $W_m$ 의 직교 기저를 이룬다. 이산 신호에 대한 웨이블렛 변환은 필터 뱅크를 이용한 반복 피라미드를 이용하여 구현한다[7], [8], [12]. 웨이블렛과 필터와의 관계를 살펴보기 위해 먼저  $\phi(x)$ 에 대한 고찰을 하면,  $\phi(x)$ 가 정수배 이동에 대해 직교하므로 다음 식이 성립함을 알 수 있다.

$$\langle \phi(x+l), \phi(x+k) \rangle = \int \phi(x+l)\phi(x+k)dx = \delta_{kl} \quad (6)$$

위 식은 식 (3)에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left\langle \sum_n c_n \phi(2x+2l-n), \sum_m c_m \phi(2x+2k-m) \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} \sum_n c_{n-2} c_{n+2k} = \delta_{kl} \end{aligned} \quad (7)$$

그리고, 식(7)로부터  $\|c_n\| = \sqrt{2}$ 이고  $c_n$ 이 짝수배 이동에 대해 서로 직교한다는 것을 알 수 있으므로 임펄스 응답이  $h_n = c_n/\sqrt{2}$ 인 저역 통과 필터(필터길이=L)와 임펄스 응답  $g_n = (-1)^n h(L-n-1)$ 인 고역 통과 필터로 완전 복원 FIR (finite impulse response) 필터 뱅크를 구성할 수 있는데, 이러한 필터 뱅크에 따른 다해상도 분해식은 다음과 같다.

$$c_{m,n}(f) = \sum_k g_{2n-k} a_{m+1,k}(f) \quad (8-1)$$

$$a_{m,n}(f) = \sum_k h_{2n-k} a_{m+1,k}(f) \quad (8-2)$$

여기에서,  $a_{m,n}(f)$ 는  $f$ 의  $V_m$ 로의 근사값이고  $c_{m,n}(f)$ 는 웨이블렛 계수로서  $V_{m+1}$ 에서  $V_m$ 으로 근사화할 때 손실된 정보를 나타내며, 복원식은 다음과 같다.

$$a_{m+1,k}(f) = \sum_n [\tilde{h}_{2n-k} a_{m,n}(f) + \tilde{g}_{2n-k} c_{m,n}(f)] \quad (9)$$

여기에서,  $\tilde{h}, \tilde{g}$ 는  $h_n = h_{L-n-1}, g_n = g_{L-n-1}$ 이다.

### III. 2차원 영상의 대역 분해와 대역 특성

본 장에서는 1차원 웨이블렛 변환을 확장한 2차원 웨이블렛 변환과 변환에 따른 영상의 대역 분해 및 대역 특성에 대해서 설명한다.

2차원 영상의 웨이블렛 변환은 그림 1의 분해부(analysis part)에서 나타난 것과 같이 필터 뱅크 구조를 구성하여 수평 방향과 수직 방향으로 1차원 DWT를 적용함으로써 얻어진다[7], [8], [13]. 분해 과정에서는 먼저 입력 영상을 수평 방향에 대해서 각각 저역 통과 필터링과 고역 통과 필터링한 후 부표본화(decimation)하여 저주파 대역과 고주파 대역으로 분해한다. 그리고 분해된 각각의 저주파 대역과 고주파 대역에 대하여 다시 수직 방향으로 저역 통과 필터링과 고역 통과 필터링한 후에 부표본화하면 4개의 분해 대역( $L, L, LH, HL, HH$ )을 얻을 수 있다. 이 때,  $L$ 은 임펄스 응답이  $h_n$ 인 저역 통과 필터를,  $H$ 는 임펄스 응답이  $g_n$ 인 고역 통과 필터를 사용하여 필터링한다는 것을 의미하는데, 첫 번째 영문자는 수평 방향으로 적용된 필터의 종류를 나타내고,

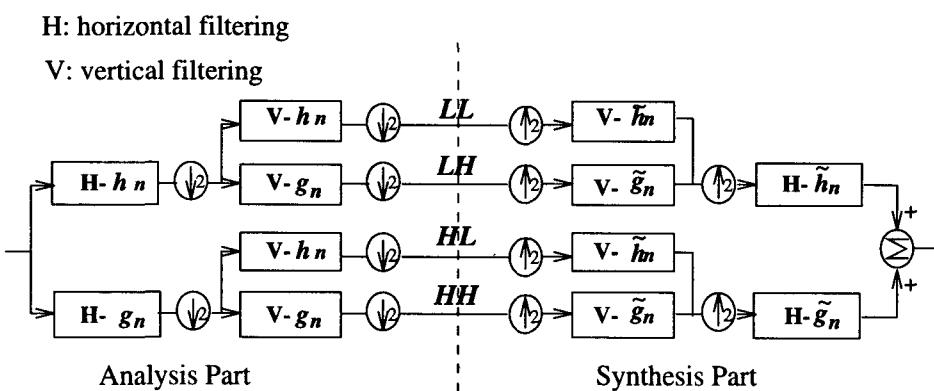


그림 1. 웨이블렛 변환을 이용한 분해 및 복원

Fig. 1. Image decomposition and reconstruction using the wavelet transform

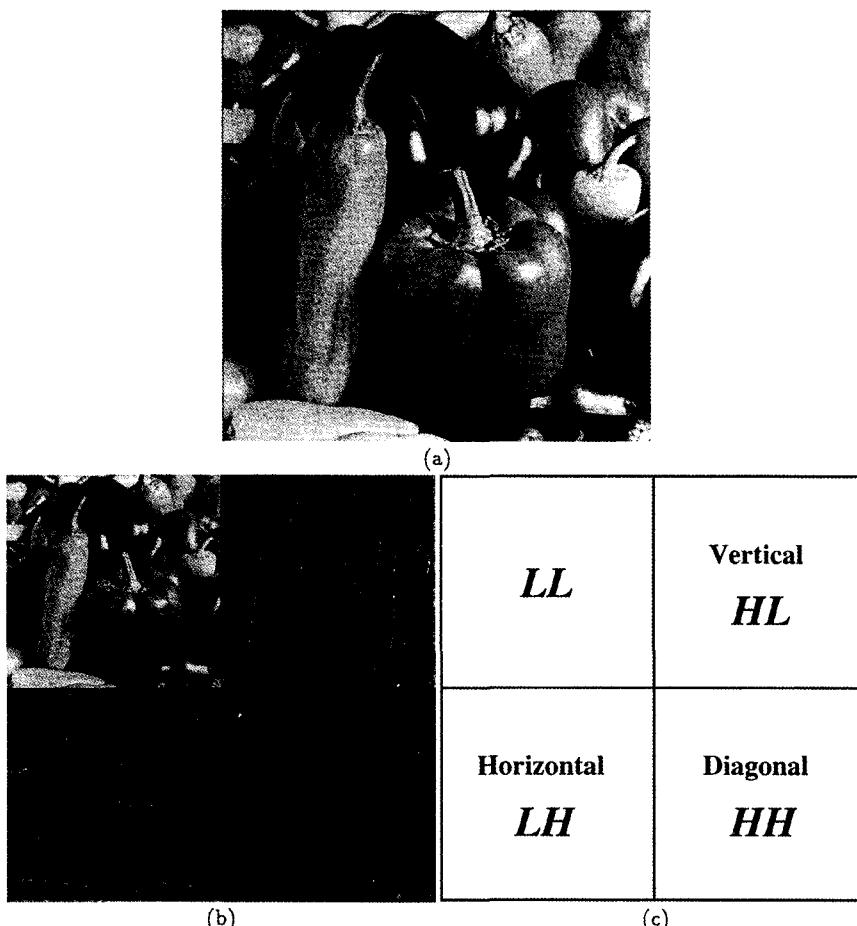


그림 2. 웨이블렛 변환을 이용한 영상의 분해

(a) pepper 원영상 (b) pepper 영상의 분해 영상 (c) 분해된 대역

Fig. 2. Image decomposition using the wavelet transform

(a) Original pepper image (b) Decomposed image for pepper (c) Decomposed subbands

두 번째 영문자는 수직 방향으로 적용된 필터의 종류를 나타낸다. 예를 들어  $HL$ 은 수평 방향으로는 고역 통과 필터링하고 수직 방향으로는 저역 통과 필터링하여 얻어진 대역을 의미한다. 복원 과정은 그림 1의 합성부(synthesis part)에서 보이는 것과 같이 분해 과정의 역과정으로서 분해된 대역을 내삽(interpolation)한 후에 복원 필터인  $\tilde{h}_n$ 과  $\tilde{g}_n$ 으로 분해 영상을 필터링함으로써 원영상을 복원할 수 있다.

#### A. 대역 분해 방법과 분해된 부대역의 특성

그림 1과 같은 필터 뱅크를 이용한 웨이블렛 변환을 그림 2(a)의 입력 영상에 적용하면 그림 2(b)와 같이 하나의 저해상도 영상과 세 개의 고주파 대역을 얻을 수 있는데, 적용된 필터의 종류와 방향에 따라서 분해된 대역을 그림 2(c)

와 같이  $LL$ ,  $LH$ ,  $HL$ ,  $HH$ 로 나타낼 수 있다. 분해 대역 중,  $LL$  대역은 그림 2(b)에서 볼 수 있는 바와 같이 원영상에 비해 해상도가 낮아진 저해상도 영상으로서 본 논문에서는 이 대역을 그림 3의  $H0 \sim H6$ 과 같이 계층적으로 두 번 분해하였다. 그리고  $HL$ ,  $LH$ ,  $HH$  등의 고주파 대역은 수평 또는 수직 방향으로 고역 통과 필터링되어 얻어진 대역으로서 원영상내의 윤곽선 정보가 세 개의 고주파 대역에 나뉘어서 존재하게 된다. 이러한 윤곽선 정보는 고역 통과 필터링되는 방향에 따라서 달라지는데, 필터링 방향과 동일한 방향의 윤곽선 정보는 제거되고, 직교하는 방향의 윤곽선 정보가 나타난다. 따라서  $HL$  대역에서는 수직 방향,  $LH$  대역에서는 수평 방향, 그리고  $HH$  대역에서는 대각선 방향의 윤곽선 정보가 나타나게 된다.

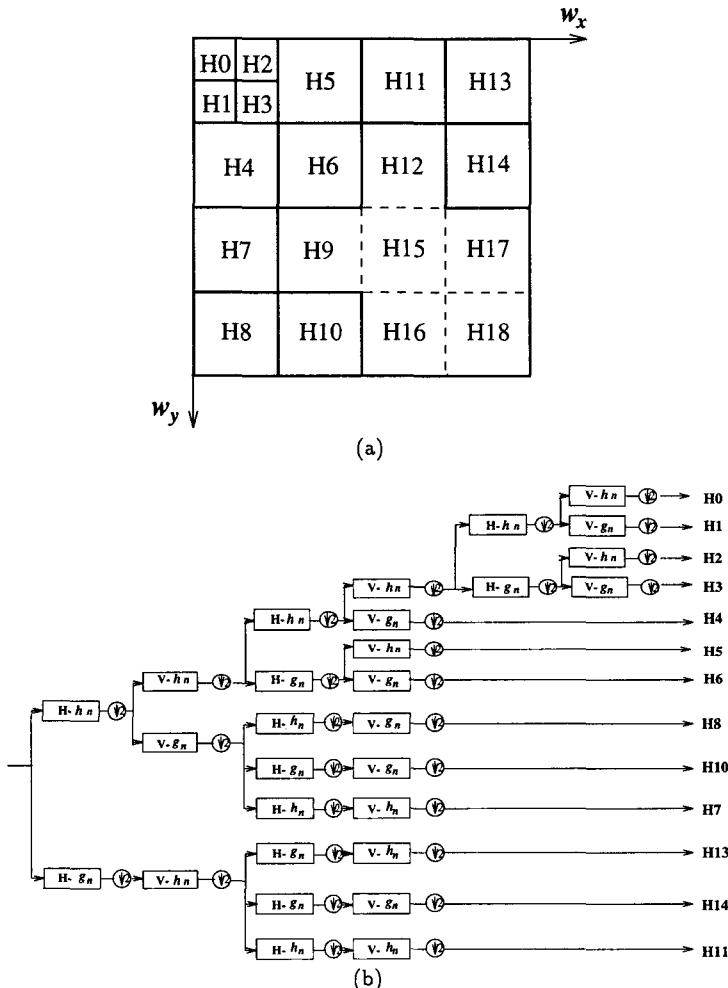


그림 3. 본 논문에서 사용한 영상의 분해 방법 (a) 분해 대역 (b) 분해 과정

Fig. 3. Image decomposition by the proposed method (a) Decomposed subbands (b) Decomposing Process

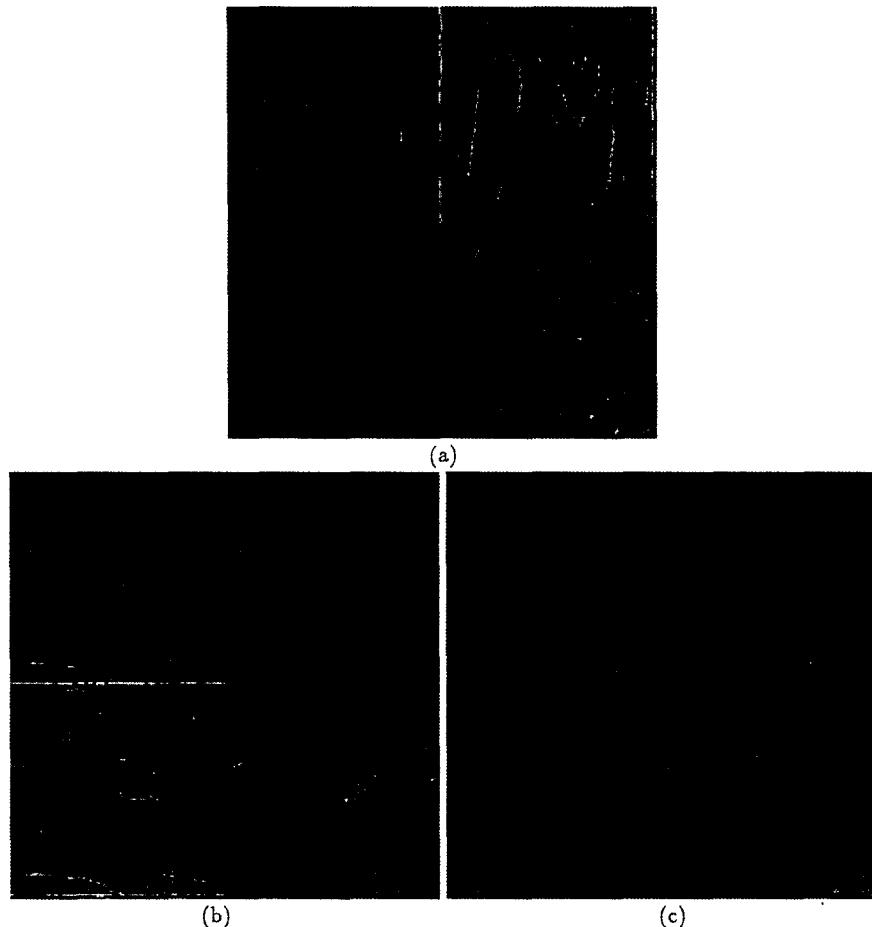


그림 4. 고주파 대역의 반복 분해 영상

(a) HL의 반복 분해 영상 (b) LH의 반복 분해 영상 (c) HH의 반복 분해 영상

Fig. 4. The iteratively decomposed image for high frequency subband

(a) The iteratively decomposed image of HL (b) The iteratively decomposed image of LH

(c) The iteratively decomposed image of HH

이러한 고주파 대역에 웨이블렛 변환을 한 번 더 적용하면 그림 3(a)에서 H7~H18로 표시된 대역을 얻을 수 있는데, 분해 전의 대역이 갖는 윤곽선 방향과 동일한 방향으로 저역 통과 필터링되고 윤곽선 방향과 직교 방향으로 고역 통과 필터링되어 얻어진 대역(H8, H13)에 윤곽선 정보가 집중되어 나타나고, 이와 반대로 윤곽선 방향으로는 고역 통과 필터링되고 윤곽선의 직교 방향으로 저역 통과 필터링되어 얻어진 대역(H9, H12)에는 윤곽선 정보가 거의 나타나지 않는다. 그림 4(a)~(c)는 HL, LH, HH의 각 대역을 한 번 더 분해한 것으로서 원래의 크기를 두 배로 확대한 영상이다. 위에서 언급한 바와 같이 그림 4(a)의 H13대역과 그림 4(b)의 H8 대역에서는 윤곽선 정보가 많이 나타나고 그림 4(a)

의 H12 대역화 그림 4(b)의 H9 대역에서는 윤곽선 정보가 적게 나타남을 볼 수 있다. 그리고, 그림 4(c)의 경우에는 분해 전의 HH 대역에 윤곽선 정보가 거의 존재하지 않으므로 네개의 대역(H15~H18) 모두 다른 대역에 비해 윤곽선 정보를 덜 포함하고 있음을 볼 수 있다.

위와같은 고주파 대역의 특성을 이용하면 고주파 대역 중 원영상에 대한 정보를 상대적으로 덜 포함하고 있는 대역을 선별적으로 제거할 수 있으므로 복원 영상의 화질을 순상시키지 않으면서 높은 압축률을 얻을 수 있다. 그림 3(b)는 본 논문에서 사용한 대역 분해 과정을 나타내고 있는데, 윤곽선 정보가 상대적으로 적은 대역인 H9, H12와 H15~H18 대역은 부호화 과정에서 제외될 것이므로 그림 3(a)에서 음영

진 대역만으로 분해한다. 그리고 본 논문에서는 고주파 대역이 원영상에 대한 정보를 얼마나 포함하고 있는지를 평가하기 위한 척도(metric)로서, 대역 내의 웨이블렛 계수들의 자승합으로 표현되는 에너지량을 이용하였다.

### B. 고주파 대역의 에너지량 증가

고주파 대역(HL, LH, HH)을 한 번 더 분해하여 얻어진 각 대역의 에너지량을 평가하기 위해서 대역 내의 웨이블렛 계수를 이용하였는데, 대역 내의 웨이블렛 계수값을  $C(i, j)$  라 하면 대역의 에너지량은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\text{Energy} = \sum_i \sum_j C(i, j) \cdot C^*(i, j) = \sum_i \sum_j C(i, j)^2 \quad (10)$$

위식에서 대역 내의 계수  $C(i, j)$ 의 평균  $m_c$ 가 영이라고 가정하면, 식(10)은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Energy} = \sum_i \sum_j (C(i, j) - m_c)^2 \quad (11)$$

여기서, 원영상이  $X \times Y$ 의 영상 크기를 갖는다면, 고주파 대역을 한 번 더 분해한 대역들의 크기는  $\frac{X}{4} \times \frac{Y}{4}$  이다. 따라

서, 식 (11)은  $C(i, j)$ 에 대한 분산  $\text{VAR}\{C(i, j)\}$ 를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Energy} = \frac{X}{4} \cdot \frac{Y}{4} \cdot \text{VAR}\{C(i, j)\} \quad (12)$$

그러므로, 대역의 크기가 같고 계수의 평균이 영이라면 대역의 에너지량은 식 (12)에 의해서 분산으로 평가할 수 있는데, 실제로 이러한 대역의 계수는 영에 가까운 평균을 갖는다.

표 1은 여러가지 영상을 본 논문에서 제안하는 방법으로 분해했을 때, 고주파 대역 내의 웨이블렛 계수에 대한 분산 값을 나타내고 있다. 표에서 볼 수 있듯이 에너지량의 평가 기준으로 사용한 분산값이 H8과 H13 대역에서 상대적으로 크게 나타나지만, H9와 H12 대역에서는 작게 나타남을 알 수 있으며, HH 대역을 분해한 H15~H18은 HL이나 LH 대역을 분해하여 얻어진 대역의 에너지량 보다 훨씬 작은 값을 가짐을 볼 수 있다. 따라서, H12, H14, H15~H18 등의 대역은 원영상에 대한 정보를 덜 포함하고 있다고 볼 수 있으며, 이러한 대역은 부호화 과정에서 제외할 수 있다. 그리고, H7과 H10 대역의 경우에는 입력 영상에 따라서 상대적인 에너지량의 크기가 달라지는데, 압축 효율을 높이기 위해

표 1. 대역내 계수의 분산값  
Table 1. Variance of subbands' coefficients

		H11	H13
		10.1359	27.2101
Lena(256 × 256)	H12	H14	
	3.6963	9.8850	
H7	H9	H15	H17
3.0519	2.1705	1.2654	1.6694
H8	H10	H16	H18
6.6161	5.9225	2.2849	4.4418

(a) Lena image

		H11	H13
		1.2634	1.5610
Misam(256 × 256)	H12	H14	
	0.4347	0.6162	
H7	H9	H15	H17
0.9260	0.1497	0.8409	0.1248
H8	H10	H16	H18
1.5860	0.3448	0.3429	0.2313

(b) Miss America image

		H11	H13
		16.2210	25.0706
Bridge(256 × 256)	H12	H14	
	7.2572	12.3669	
H7	H9	H15	H17
27.1526	7.3098	3.5132	4.9192
H8	H10	H16	H18
45.5666	12.4945	5.0337	7.7275

(c) Bridge image

		H11	H13
		2.6122	14.0519
Barbara(256 × 256)	H12	H14	
	0.6603	5.0988	
H7	H9	H15	H17
4.4373	1.3989	0.1800	0.8051
H8	H10	H16	H18
9.7471	6.0198	0.3801	1.9778

(d) Barbara image

서 두 대역의 에너지량을 비교하여 에너지량을 적게 갖는 대역을 부호화 과정에서 제외할 수 있으며, H11과 H14 대역 또한 같은 방법으로 두 대역 중의 한 대역을 부호화 과정에서 제외할 수 있다.

결국, 고주파 대역을 한 번 더 분해하여 얻어진 H7~H18 대역 중에 표 1에서 음영이 있게 표시된 4 개 대역만이 부호화되고, 음영이 없는 8 개 대역은 부호화에서 제외된다. 여기서 H9, H12, H15~H18 대역들은 부호화 과정에서 항상 제외됨으로 이러한 대역은 분해할 필요가 없게 된다. 따라서, 그림 3(b)와 같은 대역 분해 방법을 이용하면 분해 과정에서의 계산량을 줄일 수 있다.

#### IV. 대역별 부호화

웨이블렛 변환을 이용하여 대역 분해된 부대역들은 그 자체만으로는 정보량을 감소시키지 못하므로, 분해된 각 대역에 대한 계수의 특성에 적합한 양자화기와 부호화 방법이 요구된다.

##### A. DPCM을 이용한 저주파 대역의 부호화

가장 낮은 주파수 대역(그림 3의 H0)은 영상의 전역적인 정보를 담고 있기 때문에 매우 중요한 정보이다. 본 논문에서는 저주파 대역에 대한 부호화 방법으로 예측 차수가 3인 DPCM을 이용하여 손실을 최소화하도록 부호화하였다[14].

DPCM은 현재 입력 신호를 예측기의 출력값과의 차이를 부호화하는 것으로서, 예측 차수가 3인 예측기의 출력은 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{f}(n) = \sum_{i=1}^3 a_i f(n-i) \quad (13)$$

식 (13)에서 최적의 예측 계수는 입력과 예측된 신호 사이의 평균 자승 오차(mean square error : MSE)를 최소화함으로써 구할 수 있다. 두 신호 간의 MSE는

$$E\{e(n)^2\} = E\{[f(n) - \sum_{i=1}^3 a_i f(n-i)]^2\} \quad (14)$$

과 같이 주어지는데, MSE를 예측 계수에 대하여 편미분식을 이용하여 MSE를 최소화하는 예측계수  $a_i$ 를 구한다. 그 결과 최적의 예측 계수는 다음 식에 의해 정해진다.

$$a = R^{-1}r \quad (15)$$

위 식에서,  $R$ 은  $f(n-i)$ 들 간의  $3 \times 3$  자기상관(autocorrelation) 행렬이며,  $r$ 은  $f(n)$ 과  $f(n-i)$ 의 상호상관(cross correlation) 벡터이다. DPCM 부호화 및 복호화 과정에 대한 블럭도는 그림 5와 같다.

##### B. 중간주파수 및 고주파 성분을 갖는 대역의 부호화

입력 영상에 대해 웨이블렛 변환하면 고역 통과 필터링된 대역에서는 영상의 저주파 성분들은 나타나지 않으므로 변환 후의 계수는 그림 6의 히스토그램에서 볼 수 있는 것과 같이 대부분 영에 가까운 값을 가지게 되며, 이들의 분산도 원영상에 비해 매우 작은 값이 된다. 또한 웨이블렛 변환은 이러한 특성과 함께 에너지 불변 특성(energy invariance property)을 갖는다. 웨이블렛 변환의 에너지 불변 특성이란, 원신호에 웨이블렛 변환을 적용하여도 변환 전 신호가 갖고 있는 총 에너지량에는 변화가 없으며, 변환된 신호를 역변환(IDWT)하면 원래의 신호를 손실없이 복구할 수 있는 특성을 말한다. 만약에 부호화 과정에서 웨이블렛 계수에 변화가 생기면 에너지 불변 특성을 유지하지 못하므로 복원된 영상에 왜곡이 발생한다. 그러나 웨이블렛 계수들이 영에 가까운 값을 갖는다면 이러한 계수들은 매우 작은 에너지를 가지기 때문에 부호화 과정에서 제거하더라도 전체 에너지량에는 큰 영향을 미치지 않는다. 따라서 부호화 효율을 높이기 위해서 영에 가까운 계수들은 제거하더라도, 복원된 영상의 화질에는 큰 영향을 미치지 않는다.

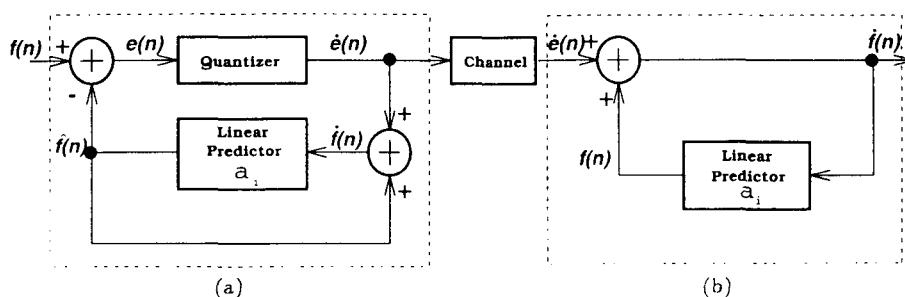


그림 5. DPCM의 블럭도 (a) 부호화기 (b) 복호화기

Fig. 5. Block diagram for DPCM (a) Encoder (b) Decoder

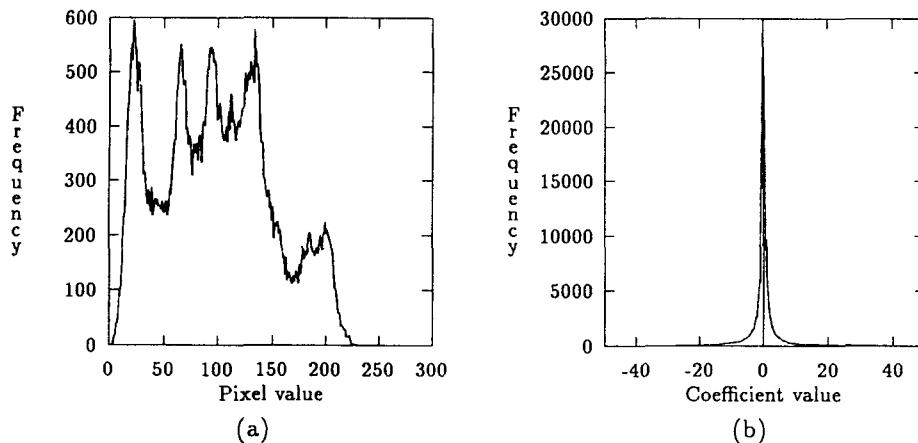


그림 6. (a) Lena 영상의 히스토그램 (b) 변환된 데이터의 히스토그램  
Fig 6. (a) Histogram of Lena image (b) Histogram of wavelet coefficient

영에 가까운 값을 갖는 작은 크기의 계수는 다음과 같은 간단한 임계 함수를 이용하여 제거할 수 있다.

$$y(n) = \begin{cases} 0, & \text{if } |x(n)| < t \\ x(n), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

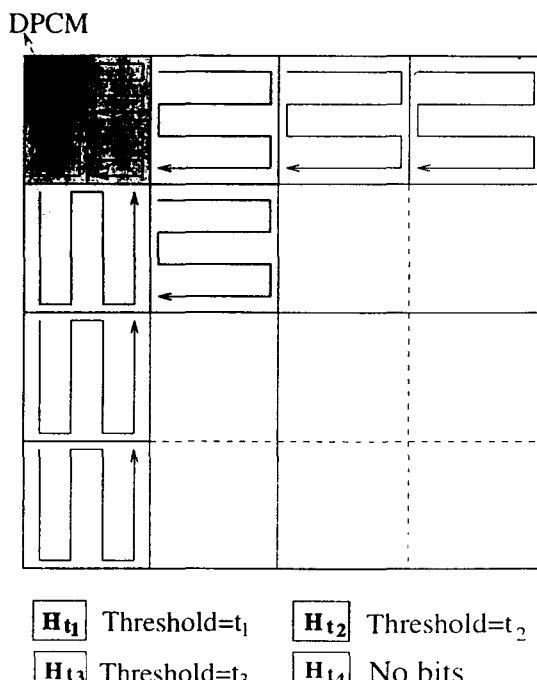


그림 7. 대역별 임계값과 계수 스캐닝 방법  
Fig. 7. Threshold value and scanning scheme for each subband

여기에서,  $x(n)$ 은 입력 계수값이고,  $t$ 는 임계값이다. 임계값  $t$ 가 커지면 압축률은 좋아지나 화질이 나빠지게 되므로 양질의 화질을 유지하면서 효율적으로 영상을 압축할 수 있도록 각 대역에 대한 임계값을 적절히 설정해야 한다. 본 논문에서는 앞 장에 설명한 각 대역을 그림 7과 같이  $H_{t_1}$ ,  $H_{t_2}$ ,  $H_{t_3}$ 의 세 대역으로 구분하고, 이러한 대역에 대한 임계값을 변화시키면서 화질과 압축률을 조사하여 적절한 임계값을 설정하였다. 여기에서  $H_{t_3}$ 로 표시된 대역은 입력 영상에 따라  $H_7$ 과  $H_{10}$ ,  $H_{11}$ 과  $H_{14}$  대역이 갖는 에너지량의 크기가 달라질 수 있으나, 이 그림에서는  $H_7$ ,  $H_8$ ,  $H_{11}$ ,  $H_{13}$  대역으로 선정하였다. 그리고 임계값보다 큰 계수에 대해서는 균일 양자화기를 이용하여 양자화하였는데, 양자화 에러를 줄이기 위해서 각 대역에 대한 계수들의 분포를 고려하여 양자화 간격을 결정해야 한다. 그림 8은  $H_{t_1}$ ,  $H_{t_2}$ ,  $H_{t_3}$  대역에 대한 계수들의 분포를 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이  $H_{t_1}$ ,  $H_{t_2}$  및  $H_{t_3}$  대역들의 평균은 영에 근사한 값을 가지며, 표준편차는  $\sigma_{H_{t_1}} > \sigma_{H_{t_2}} > \sigma_{H_{t_3}}$ 과 같은 관계를 갖는데, 본 논문에서는 양자화 간격이 각 대역의 표준편차에 비례하도록 양자화 간격을 설정하였다.

이와같이 균일 양자화기를 이용하여 양자화된 웨이블렛 계수들과 식(16)에 의해서 영으로 만들어진 웨이블렛 계수들의 의길이(zero-run)는 그림 7에 표시된 화살표 방향으로 계수를 스캐닝되면서 엔트로피 부호화 방법의 일종인 허프만 코딩(Huffman coding) 방법을 이용하여 최종적으로 부호화된다.

## V. 실험결과 및 고찰

본 논문에서는 실험을 위해서 256 gray level을 가지는

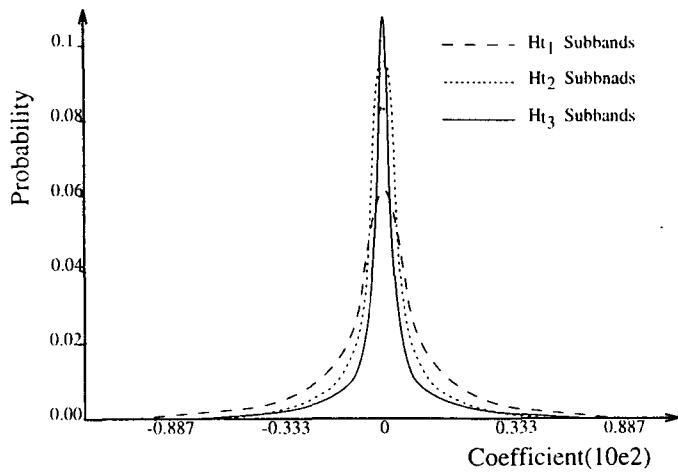


그림 8. H1, H2 및 H3 대역의 확률분포곡선  
Fig. 8. Probability distribution function of coefficients in H1, H2 and H3

$512 \times 512$  영상들을 사용하였으며, 입력 영상을 웨이블렛 변환하기 위해서 필터 계수 길이가 각각 4와 6인 Daubechies 웨이블렛 필터 ( $D_4$ ,  $D_6$ )를 사용하였는데 각각의 필터 계수는

표 2와 같다. 그리고 부호화기의 성능을 정량적으로 비교하기 위하여 복원 화질에 대한 PSNR을 이용하였는데, 해상도가  $X \times Y$ 인 원영상  $f(x, y)$ 와 복원영상  $\hat{f}(x, y)$  사이의 PSNR은 다음과 같이 주어진다.

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \frac{255^2}{\text{MSE}}$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{X \cdot Y} \sum_{x=0}^{X-1} \sum_{y=0}^{Y-1} [f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2$$

본론에서 언급한 바와 같이 에너지량을 적게 가지는 그림 7의  $H_{14}$  대역은 부호화 과정에서 제외된다. 그림 9는 Lena

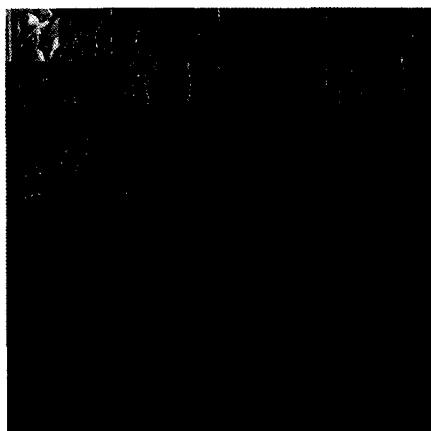


그림 9. 본 논문에서의 Lena 영상에 대한 다해상도 분해 영상

Fig. 9. Multiresolution decomposed image for Lena by the proposed method.

표 3.  $H_{14}$  대역 제거 후의 PSNR 값

Table 3. PSNR value with discarding  $H_{14}$  subbands

영상	PSNR[dB]
Lena( $512 \times 512$ )	39.47
pepper( $512 \times 512$ )	37.02
Tiffany( $512 \times 512$ )	37.64
girl( $512 \times 512$ )	44.24
baboon( $512 \times 512$ )	30.88

표 2. Daubechies 웨이블렛 필터 계수

Table 2. Daubechies wavelet filter coefficients

종류	$h_0$	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$
$D_4$	0.4829629	0.8365163	0.2241438	-0.1294095	.	.
$D_6$	0.3326705	0.8068915	0.4598775	-0.1350110	-0.0854412	0.0352262

영상을 대역 분해한 후  $H_{14}$  대역을 제거한 영상이다. 표 3은 여러 영상에 대하여  $H_{14}$  대역을 제거한 후, 분해 영상을 복원했을 때의 PSNR을 나타낸 것이다. 이 결과를 살펴보면 고주파 성분이 아주 많은 baboon 영상을 제외한 영상들은  $H_{14}$  대역을 제거하더라도 복원 화질에 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다.

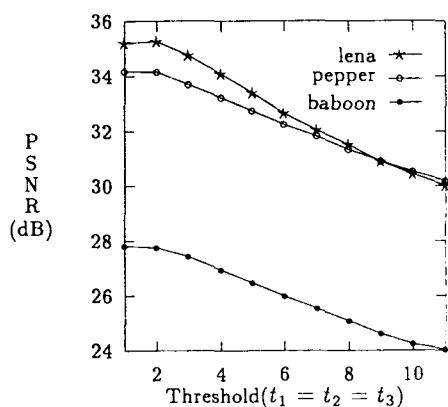


그림 10. 양자화를 통한 임계값에 따른 PSNR  
Fig. 10. PSNR versus threshold value with quantization

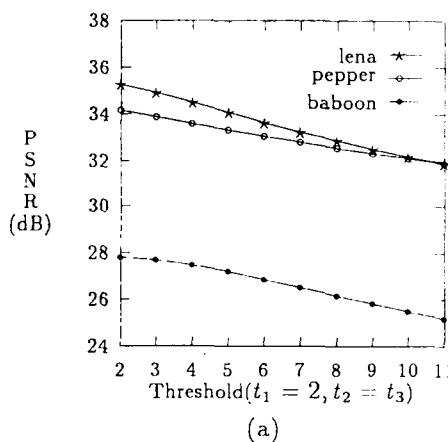


그림 11. 양자화를 통한 임계값에 따른 PSNR과 비트율

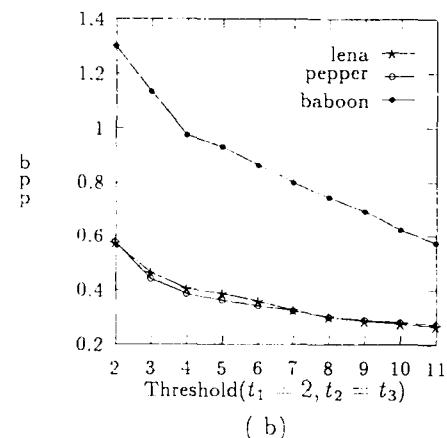
(a) PSNR (b) 비트율

Fig. 11. PSNR and bit rate versus threshold value with quantization

(a) PSNR (b) Bit rate

그림 13은 본 논문에서 제안하는 방법으로 부호화 했을 경우에 화질에 미치는 영향을 실제로 살펴보기 위해서 Lena 원영상을 0.4bpp, 0.22bpp의 비트율로 부호화한 영상을 복원한 것이다. 그림 13(a)는 부호화하기 전의 Lena 원영상이고, 그림 13(b)와 (c)는 0.4bpp와 0.22bpp의 비트율로 부호화한 영상을 복원한 것이며, 그림 13(d)는 그림 13(a)와 (b) 영상간의 애러 영상이다. 그림에서 볼 수 있듯이 제안하는 방법은 낮은 비트율에서도 원영상과 화질의 차이가 거의 없음을 알 수 있다.

$H_{11}$ ,  $H_{12}$  및  $H_{13}$  대역의 웨이블렛 계수의 부호화를 위해 먼저 각 대역별로 임계값을 설정하여 임계값 보다 작은 웨이블렛 계수를 영으로 하였는데, 임계값이 지나치게 커지면 복원 영상의 화질이 나빠지므로 대역별로 설정된 임계값의 변화에 따른 PSNR값과 비트율의 변화를 관찰하여 임계값을 설정하

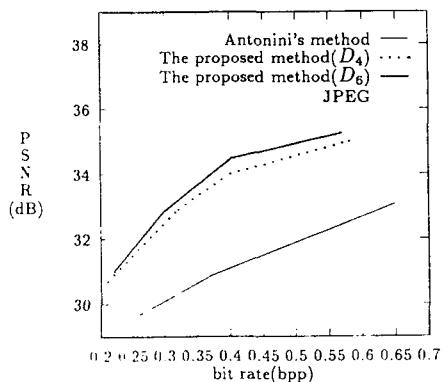


(b)

표 4. 여러가지 영상에 대한 부호화 결과( $t_1=2, t_2=4, t_3=4$ )

Table 4. Coding results of various images( $t_1=2, t_2=4, t_3=4$ )

영상	압축률 [bpp]	PSNR[dB](D <sub>4</sub> )	PSNR[dB](D <sub>6</sub> )
lena(256 × 256)	0.62	31.24	31.45
lena(512 × 512)	0.40	34.00	34.49
barbara(256 × 256)	0.64	33.17	33.72
girl(256 × 256)	0.49	33.02	33.27
pepper(512 × 512)	0.38	33.23	33.58
baboon(512 × 512)	0.97	26.71	27.28



였다. 각 대역별 임계값을 설정하기 위해서 실험에 사용한 영상은 저주파 성분과 고주파 성분을 비교적 골고루 가지고 있는 Lena, pepper 영상과 고주파 성분이 많은 baboon 영상을 이용하였다.

그림 10은 임계값  $t_1, t_2, t_3$ 를 동일하게 변화시켰을 때의 복원 영상의 PSNR 나타낸다. 그림에서 보면 임계값이 2보다

그림 12. 제안한 부호화 방법의 성능 비교

Fig. 12. Comparison with the proposed method.

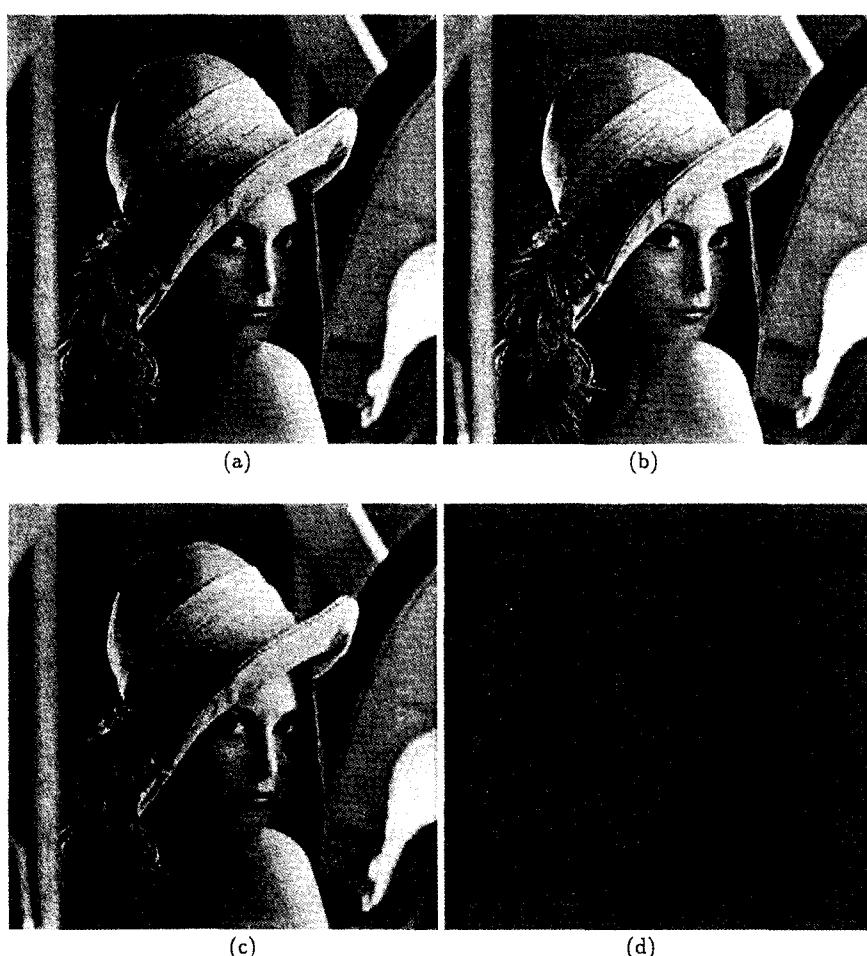


그림 13. Lena( $512 \times 512$ ) 원영상과 부호화 결과

(a) 원영상 (b) 부호화 결과( $0.4\text{bpp}$ ,  $\text{PSNR}=34.49$ )

(c) 부호화 결과( $0.22\text{bpp}$ ,  $\text{PSNR}=30.98$ ) (d) 에러 영상 ((a)영상 - (b)영상))

Fig. 13. Original Lena( $512 \times 512$ ) image and coding results

(a) Original image (b) Coding result( $0.4\text{bpp}$ ,  $\text{PSNR}=34.49$ )

(c) Coding result( $0.22\text{bpp}$ ,  $\text{PSNR}=30.98$ ) (d) Error image ((a)image - (b)image))

커지면 PSNR이 거의 선형적으로 감소하지만 1과 2사이의 값을 가질 때에는 PSNR에 변화가 거의 없으므로, 임계값을 2로 설정하면 화질에 영향을 미치지 않으면서 압축률을 높일 수 있음을 알 수 있다. 또한  $H_u$  대역은 비교적 주파수가 낮은 대역이기 때문에  $H_u$  대역에 대한 임계값은 화질에 미치는 영향이 크지만  $H_2$ 와  $H_{13}$  대역은  $H_u$  대역에 비해서 높은 주파수 성분을 갖는 대역이므로  $H_u$  대역에 대한 임계값을 고정하고,  $H_2$ 와  $H_{13}$  대역에 대한 임계값을 크게 하여 화질에 큰 영향을 미치지 않도록 하면서 압축률을 높이는 방법을 고려할 수 있다. 그럼 11은  $t_1$ 을 2로 고정하고  $t_2$ 와  $t_3$ 를 동일하게 변화시켰을 때의 PSNR과 비트율이다. 그럼에서 볼 수 있듯이  $t_2$ ,  $t_3$ 가 증가함에 따라서 PSNR은 완만하게 줄어들지만  $t_2$ ,  $t_3$ 가 4일 때까지는 비트율이 급격히 줄어드는 것을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서는  $H_u$ ,  $H_2$ ,  $H_{13}$  대역에 대한 임계값을  $t_1=2$ ,  $t_2=4$ ,  $t_3=4$ 로 설정하였다. 표4는 이와같은 임계값을 적용하여 부호화했을 때의 비트율과 PSNR을 나타내고 있다.

Lena( $512 \times 512$ )영상에 대한 실험 결과를 Antonini 등 [8]에 의한 실험결과와 비교하면 문헌[8]에는 압축률 0.37bpp에서 30.85dB의 PSNR을 보이지만 본 논문이 제안한 부호화 방법에서는 0.4bpp에서 PSNR이 34dB 정도로 좋은 결과를 보였다. 그럼 12에서는 문헌 [8]에서 사용한 웨이블렛 변환된 계수에 대한 벡터 양자화 방법, 이산 여현 변환(discrete cosine transform : DCT)을 이용한 JPEG 부호화 방법, 그리고 본 논문에서 제안한 방법에 의한 부호화 결과를 보여주고 있다. 그럼에서 볼수 있듯이 본 논문에서 제안한 부호화 방법이 전반적으로 우수한 것으로 나타났다.

## VI. 결론

본 논문에서는 웨이블렛 변환에 의해서 얻어지는 하나의 저해상도 영상과 세 개의 고주파 대역중, 세 개의 고주파 대역을 한 번 더 웨이블렛 변환하면 분해된 대역들이 필터링 방향에 따라서 에너지량을 다르게 갖는 특성을 이용하는 압축 부호화 방법을 제안하였다. 윤곽선 방향과 동일한 방향으로 저역 통과 필터링되어 얻어진 대역에서는 분해 전의 대역이 가지고 있는 윤곽선 정보를 보존하므로 에너지량이 크게 나타나지만 고역 통과 필터링되어 얻어진 대역에서는 분해 전 대역의 윤곽선 정보를 상실하게 되므로 에너지량이 작게 나타난다. 이러한 에너지가 작은 대역은 원영상에 대한 정보를 적게 포함하고 있는 대역이므로, 부호화 효율을 높이기 위해서 이 대역을 제거하더라도 복원 영상의 화질에 큰 영향을 미치지 않는다. 에너지가 작은 몇 개의 고주파 대역을 제거한 후, 영상에 대한 전역적인 정보를 가지고 있는 가장 낮은 주파수 대역은 손실을 최소화할 수 있도록 DPCM을 이

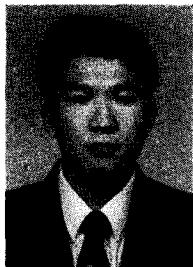
용하여 부호화하였으며, 에너지량이 비교적 큰 그 외의 대역들에 대해서는 임계값을 설정하여 임계값보다 작은 계수는 영으로 만들고 임계값보다 큰 계수는 양자화한 후에 계수들의 영길이와 양자화된 계수를 허프만 부호화하였다. 본 논문에서 제안한 방법은 기존의 JPEG이나 웨이블렛 계수에 대하여 벡터양자화를 이용한 방법보다 구현방법이 간단할 뿐만 아니라 우수한 복원 화질을 유지하면서 높은 압축률을 보였다.

## 참 고 문 헌

- [1] S. G. Mallat, "Multifrequency channel decomposition of images and wavelet models," *IEEE Trans. Acoust., Speech Signal Processing*, vol. 37, no. 12, pp. 2091~2110, Dec. 1989.
- [2] S. G. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation," *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell.*, vol. 11, pp. 674-693, Jul. 1989.
- [3] S.G. Mallat, "Multiresolution approximation and wavelet orthonomol bases of  $L^2(R)$ ," *Trans. Amer. Math. Soc.*, vol. 315, no. 1, pp.69-87, 1989.
- [4] O. Rioul and M. Vetterli, "Wavelet and signal processing," *IEEE Signal Proces. mag.*, pp. 14-38, Oct. 1991.
- [5] R. M. Gray, "Vector quantization," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 1, pp.4-29, Apr. 1984.
- [6] N. M. Nasrabadi and R. A. King, "Image coding using vector quantization: A review," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 36, pp. 957-971, Aug. 1988.
- [7] M. Vetterli and C. Herley, "Wavelets and filter banks: Theory and signal analysis," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 40, no. 9, pp. 2207-2232, Sep. 1992.
- [8] M. Antonini, M. Barlaud, P. Mathieu and I. Daubechies, "Image coding using wavelet transform," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 1, no. 2, pp. 205-220, Apr. 1992.
- [9] I. Daubechies, "Orthonomal bases of compactly supported wavelets," *Comm. Pure Appl. Math.*, vol. XLT, no. 7, pp. 909-996, 1988.
- [10] I. Daubechies, "The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 36, no. 5, pp. 961-1005,

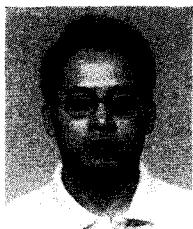
- Sep. 1990.
- [11] I. Daubechies and J. C. Lagarias, "Two-scale difference equations Part I. Existence and global regularity of solutions," *SIAM J. Math. Anal.*, vol. 22, no. 5, pp. 1388-1410, 1991.
- [12] P.P. Vaidyanathan, *Multirate systems, and filter banks*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1993.
- [13] M. J. Smith and S. L. Eddins, "Analysis/synthesis techniques for subband image coding," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 38, no. 8, pp. 1446-1456, 1990.
- [14] N. S. Jayant and Peter Noll, *Digital coding of waveforms: Principles and applications to speech and video*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.

## 저자소개



朴成澓

1994년 2월 고려대학교 공과대학 전자공학과 졸업(학사)  
 1996년 2월 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)  
 1996년 3월 ~ 현재 LG전자 멀티미디어 연구소 연구원  
 관심분야 : 신호처리, 영상처리, 영상미디어



姜宜成

1991년 2월 고려대학교 공과대학 전자공학과 졸업(학사)  
 1995년 2월 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)  
 1995년 3월 ~ 현재 고려대학교 대학원 전자공학과 박사과정  
 관심분야 : 신호처리, 영상 개선, 영상 압축, 신경회로망

文東榮

1993년 2월 고려대학교 공과대학 전자공학과 졸업(학사)  
 1995년 2월 고려대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)  
 1995년 3월 ~ 현재 삼성전자 신호처리연구소 연구원  
 관심분야 : 신호처리, 영상처리, 영상 압축

高聖濟