
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 33 卷 第 3 號 1996年 8月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 33, No. 3, August 1996

일반화 경사처짐법에 의한 유조선 횡강도 부재의 최소 중량 설계

장창두*, 나승수**

Minimum Weight Design of Transverse Frames of Oil Tankers by Generalized Slope Deflection Method

by

Chang-Doo Jang* and Seung-Soo Na**

요 약

이미 저자들에 의해 기존의 경사처짐법을 일반화하여 일반화 경사처짐법을 정립하였으며, 일차적으로 횡강도 해석 측면에서 그 유용성을 확인하기 위해 유조선을 대상으로 frame modeling을 통한 횡강도 해석을 수행한 바 있다.

본 연구에서는 설계 측면에서의 일반화 경사처짐법의 유용성을 확인하기 위해 일반화 경사처짐법과 이산화 변수를 고려한 최적화 기법을 결합하여 최소 중량 설계 프로그램을 개발하였다.

이 프로그램을 통해 주어진 설계 조건하에서 최소 중량을 주는 유조선의 설계 치수를 결정할 수 있었으며, 실적선에 비해 상당한 양의 선각 중량이 감소가 되는 설계가 가능함을 보여 주었다.

Abstract

A generalized slope deflection method has already been developed by the authors from the existing one, and applied to the 3-dimensional structural analysis of tankers idealized as frame models to verify the effectiveness of the method from the analysis viewpoint.

In this study, a minimum hull weight design program of tankers is developed to verify the effectiveness of the method from the design viewpoint by the combination of generalized slope deflection method and optimization method considering discrete design variables.

By this program, it is possible to determine the scantling of each member of actual tankers that give minimum weight under given constraints. Also, a considerable weight saving has been found compared with existing ship.

접수일자 : 1995년 12월 27일, 재접수일자 : 1996년 8월 1일

* 정회원, 서울대학교 조선해양공학과

** 정회원, 목포대학교 조선공학과

1. 서 언

최근 몇 차례의 유류 파동과 계속되는 조선 경기의 침체로 인하여 각 조선소에서는 선체 중량 및 건조비를 최소화하는 에너지 절약형 선박을 설계하는데 전력을 다하고 있다.

선체 구조 설계에 최적화 이론을 적용하는 것은 어려운 점이 많지만 각 선급 규정에 의한 종강도 부재의 설계^[1-4]는 비교적 적용하기가 용이하여 어느정도 실제 설계에 적용되고 있으며, 직접 계산에 의한 횡강도 부재의 설계^[5-7]는 최적점을 찾는 데 어려운 점이 많아 아직까지 실용화되지 못하고 있는 실정이다.

직접 계산에 의한 선체 구조의 최소 중량 설계 시 당면하게되는 많은 계산 시간 및 정도 문제를 극복하기 위해서는 수치적 방법인 유한요소법보다는 해석적 방법에 의해 구조 해석을 수행하는 것이 필수적이다.

본 연구에 앞서 이미 저자들은 기존의 경사처짐법(SDM)에 축방향의 변위를 고려하여 각 절점에서의 평형방정식으로만 해를 구할 수 있는 일반화 경사처짐법(GSDM)을 유도하였으며, 매트릭스법을 이용하여 해를 구함으로써 기존의 경사처짐법^[8-10] 및 유한요소법에 의한 결과와의 계산 시간 및 정도를 비교하여 기존의 방법보다 대단히 우수함을 입증한 바 있다^[11].

또한, 구조 해석시 최대 응력이 발생하는 corner부의 응력을 해석하기 위해 기존의 등가의 굽은 보 이론^[12]에 외력을 고려하여 어떠한 하중 및 구조물이라도 응력을 근사하게 표현할 수 있는 신 등가 곡선보 이론을 정립한 바 있다.^[13]

본 연구에서는 기 유도한 일반화 경사처짐법 및 신 등가 곡선보 이론의 효용성을 알아보기 위해 유조선에 대상으로 횡강도 해석에 의한 최소 중량 설계를 수행하고자 한다.

최적화 기법으로는 이산화 변수를 취급하기가 용이한 Hooke & Jeeves 직접탐색법^[14]을 선정하였으며, 일반화 경사처짐법 및 신 등가 곡선보 이론에 의해 개발된 횡강도 해석 프로그램^[15]과 결합하여 최소 중량 설계 프로그램을 개발하고자 한다.

또한, 개발한 프로그램을 실제 설계에 응용하고자 실적선인 19,000 DWT 유조선에 대상으로 최소 중량 설계를 수행하여 최소 중량을 주는 web frame의 형상 및 두께를 얻고자 한다.

2. 기초 이론^[11, 13]

2.1 2차원에서의 일반화 경사처짐방정식 유도

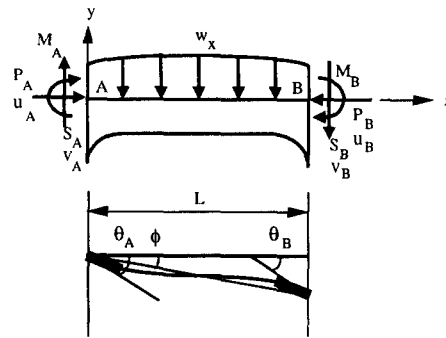


Fig. 1 Bracketed beam for GSDM(2-D)

Fig. 1에서 보는 바와 같이 브래킷이 붙은 보가 양단에서 축력, 전단력 및 굽힘 모멘트를 전달받고 부재 길이에 걸쳐 분포 하중이 작용할 때 Castigliano 정리를 이용하여 양단에서의 굽힘 모멘트, 전단력 및 축력을 구하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 M_A &= \frac{EI_o}{L} \{2F_A\theta_A + G_A\theta_B - (2F_A + G_A)\phi\} - m_A \\
 M_B &= \frac{EI_o}{L} \{2F_B\theta_B + G_B\theta_A - (2F_B + G_B)\phi\} + m_B \\
 P_A &= \frac{EA}{L_A} (u_A - u_B) \\
 P_B &= P_A \\
 S_A &= -\frac{1}{L} (M_A + M_B) + \frac{W}{L} (L - a) \\
 S_B &= S_A - W
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, F_A, F_B, G_A, G_B 는 2차원상에서 변단면보를 표현하기 위한 상수들^[11]이며, a 는 분포 하중의 중심까지의 거리를 나타낸다.

2.2 3차원에서의 일반화 경사처짐방정식 유도

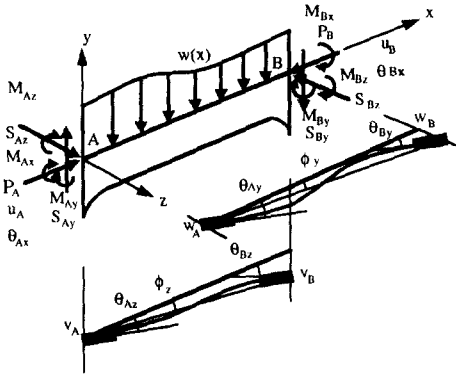


Fig. 2 Bracketed beam for GSDM(3-D)

Fig. 2에서 보는 바와 같이 브래킷이 붙은 보가 양단에서 축력, 전단력 및 굽힘 모멘트를 전달받고 부재 길이에 걸쳐 분포 하중이 작용할 때 Castigliano 정리를 이용하여 양단에서의 굽힘 모멘트, 전단력 및 축력을 구하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 M_{Az} &= \frac{EI_{oz}}{L} \{2F_{Az}\theta_{Az} + G_{Az}\theta_{Bz} - (2F_{Az} + G_{Az})\phi_z\} - m_A \\
 M_{Bz} &= \frac{EI_{oz}}{L} \{2F_{Bz}\theta_{Bz} + G_{Bz}\theta_{Az} - (2F_{Bz} + G_{Bz})\phi_z\} + m_B \\
 M_{Ay} &= \frac{EI_{oy}}{L} \{2F_{Ay}\theta_{Ay} + G_{Ay}\theta_{By} - (2F_{Ay} + G_{Ay})\phi_y\} \\
 M_{By} &= \frac{EI_{oy}}{L} \{2F_{By}\theta_{By} + G_{By}\theta_{Ay} - (2F_{By} + G_{By})\phi_y\} \\
 M_{Ax} &= \frac{GL}{L} (\theta_{Ax} - \theta_{Bx}) \\
 M_{Bx} &= -M_{Ax} \\
 P_A &= \frac{EA}{L^A} (u_A - u_B) \\
 P_B &= P_A \\
 S_{Ay} &= -\frac{1}{L} (M_{Ax} + M_{Bx}) + \frac{W}{L} (L - a) \\
 S_{By} &= S_{Ay} - W \\
 S_{Az} &= -\frac{1}{L} (M_{Ay} + M_{By}) \\
 S_{Bz} &= S_{Az}
 \end{aligned} \tag{2}$$

여기서, $F_{Az}, F_{Bz}, F_{Ay}, F_{By}, G_{Az}, G_{Bz}, G_{Ay}, G_{By}$ 는 3차원상에서 변단면보를 표현하기 위한 상수들^[11]이다.

2.3 신 등가 곡선보 이론^[13]

Fig. 3에서 보인 것같이 곡선보가 단부에 굽힘 모멘트(M), 축력(P), 전단력(Q) 및 외력을 받는 경우 브래킷 안쪽 edge에 발생하는 응력을 구하면 다음 식으로 주어진다.

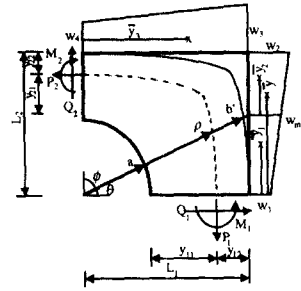


Fig. 3 New equivalent curved beam model

$$\sigma_a = \frac{M_\theta}{\rho(A' - A)} \left[\frac{\rho}{a} - \frac{A'}{A} \right] + \frac{P_\theta}{A} \tag{3}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 M_\theta &= M_1 - P_1(L_1 - y_{12} - \rho \cos \theta) + Q_1 \rho \sin \theta \\
 &\quad + (w_1 + w_{m1})L_1 \tan \theta (\rho \sin \theta - \bar{y}_1)/2
 \end{aligned}$$

$$P_\theta = P_1 \cos \theta + Q_1 \sin \theta + (w_1 + w_{m1})L_1 \tan \theta \sin \theta / 2$$

3. 일반화 경사처짐법에 의한 유조선의 횡강도 해석^[15]

3.1 Modeling

Modeling 방법으로는 Fig. 4에서 보인것 같이 5가지로 나누어 각각의 특성을 파악하고자 한다.

3.2 횡강도 해석 결과

앞에서 정식화한 일반화 경사처짐법 및 신 등가 곡선보 이론에 따라 횡강도 해석 프로그램을 구성하고 프로그램의 정도를 검증하기 위해 실선 시운전에서 계측된 결과^[8] 및 유한요소법의 결과 등과 비교하여 Fig. 5에 나타내었다.

SDM의 결과는 계측치와 비교하여 corner 부에서 응력이 크게 다른 반면 GSDM의 결과는 균일 단면부에서 계측치 및 유한요소법의 결과와 거의 일치함을 보여주고 있으며, corner 부의 응력도 비교적 근사하게 표현하고 있음을 알 수 있다.

따라서, GSDM에 의한 방법은 횡강도 해석에 의한 횡강도 부재의 최소 중량 설계시 매우 유용

하계 이용될 수 있을 것으로 생각한다.

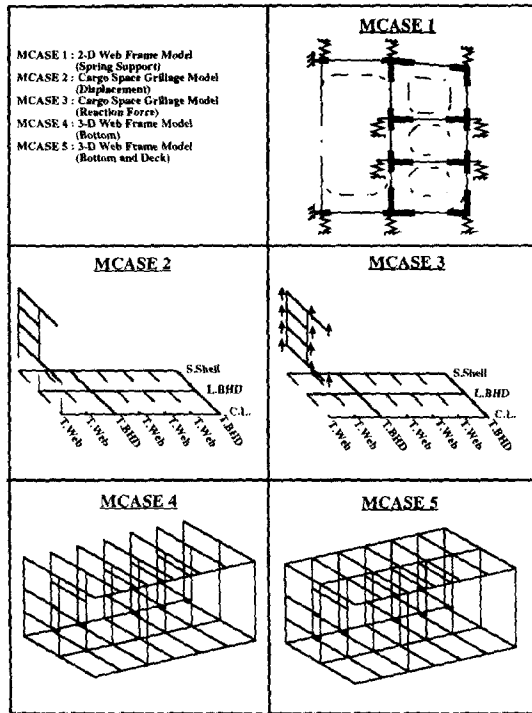


Fig. 4 Modeling method

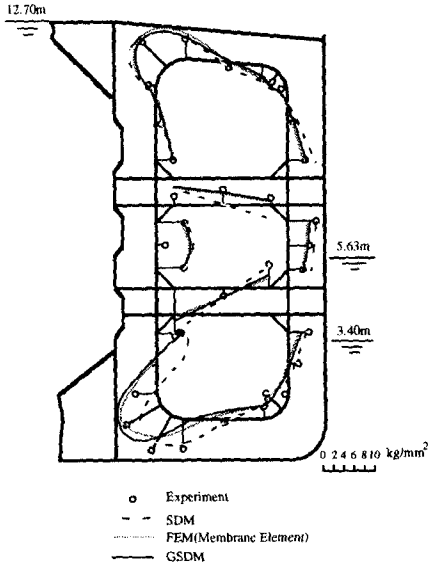


Fig. 5 Comparison of stress level with existing analysis method(MCASE 1)

4. 일반화 경사처짐법에 의한 유조선 횡강도 부재의 최소 중량 설계

4.1 목적 함수(F)

목적 함수는 각 부재의 균일 단면 웨브 및 플랜지의 단면적에 부재 길이를 곱한 값과 브래킷이 붙은 부분의 부피와의 합이다.

$$F = \sum_{i=1}^N ((x1 * x2 + x3 * x4) * L)_i + \sum_{j=1}^M (A_B * x2)_j \quad (4)$$

여기서, N : 부재의 갯수

M : 브래킷의 갯수

A_B : 브래킷의 면적

L : 부재의 길이

$x1$: 웨브의 높이

$x2$: 웨브의 두께

$x3$: 플랜지의 폭

$x4$: 플랜지의 두께

4.2 설계 변수(X)

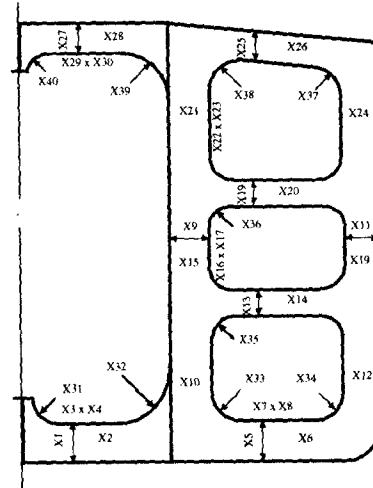


Fig. 6 Design variables

Fig. 6에서 보인 것같이 설계 변수로는 각 부재 당 웨브의 높이 및 두께, 하부 플랜지의 폭과 두

계, 곡면부의 반경이며 설계 변수를 줄이기 위해 상부 플랜지로 작용하는 종강도 부재인 외판은 기존 설계 도면의 치수를 사용하였다.

4.3 제한 조건(G)

$$\begin{aligned}
 G1 &= 1 - \sigma_i / \sigma_a \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,N) \\
 G2 &= 1 - \tau_i / \tau_a \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,N) \\
 G3 &= 1 - \sigma_j / \sigma_a \geq 0 \quad (j=1,2,\dots,M) \\
 G4 &= t_i / t_{min} - 1 \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,N)
 \end{aligned} \tag{5}$$

제한 조건으로는 (5)식에서 보인 것같이 각 부재의 허용 굽힘 응력, 허용 전단 응력과 각 부재의 웹 및 플랜지의 좌굴 방지를 위한 최소 두께로 정하였다. 또한, 신 등가 곡선보 이론을 이용하여 변단면부의 최대 응력을 계산하여 제한 조건에 포함시켰다.

여기서,

- σ_a : 허용등가응력 ($\sigma_a = 18f_1 \text{ kg/mm}^2$)
- τ_a : 허용전단응력 ($\tau_a = 8.5f_1 \text{ kg/mm}^2$)
- σ_i : 부재에 발생하는 등가응력
- τ_i : 부재에 발생하는 전단응력
- σ_j : 브래킷에서 발생하는 최대응력
- t_i : 웹 및 플랜지의 두께
- t_{min} : 웹 및 플랜지의 좌굴방지 최소 두께
- f_1 : 재료상수

4.4 최소 중량 설계 프로그램의 구성

4.4.1 위반함수법(External Penalty Function Method) 적용

설계 변수가 제한 조건을 벗어나는 경우 설계 변수를 설계 가능 영역으로 넘겨주기 위해 다음과 같은 위반함수법을 적용하였다.

$$P(x, r_k) = F(x) - r_k \sum_{i=1}^{NC} \min.\{G_i(x), 0\} \tag{6}$$

여기서, $P(x, r_k)$: 위반함수의 값

$F(x)$: 목적함수의 값

r_k : Lagrange Multiplier

NC : 제한조건의 갯수

$G_i(x)$: 제한조건의 값

4.4.2 Hooke and Jeeves 직접탐색법^[14] 적용

일반화 경사처집법에 의해 응력을 구하고 이 응력을 제한 조건으로 하여 최소의 중량을 주는 단면 치수를 얻기 위해 Hooke and Jeeves 직접탐색법을 도입하여 최소 중량 설계 프로그램을 구성하였다.

a) local search

1) 출발점 $X_0 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 에서 첫번째 설계 변수를 증분량 d_1 만큼 변화시킨다. $P(x_1 \pm d_1, x_2, \dots, x_n)$ 와 $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 의 세값 중 가장 작은 값을 주는 x_{01} 점을 찾는다.

2) 결정된 점 $\bar{X}_0 = (x_{01}, x_2, \dots, x_n)$ 에서 두번째 설계 변수를 증분량 d_2 만큼 변화시킨다. $P(x_{01}, x_2 \pm d_2, \dots, x_n)$ 와 $P(x_{01}, x_2, \dots, x_n)$ 의 세값 중 가장 작은 값을 주는 x_{02} 점을 찾는다.

3) 같은 방법으로 (n-1)번을 수행하여 결정된 점 $\bar{X}_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n-1}, x_n)$ 에서 마지막 설계 변수를 증분량 d_n 만큼 변화시킨다. $P(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n-1}, x_n \pm d_n)$ 와 $P(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n-1}, x_n)$ 의 세값 중 가장 작은 x_{0n} 점을 찾는다.

4) 최종적으로 찾은 $\bar{X}_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n})$ 점이 base point가 되어 pattern move 한다.

b) pattern move

base point를 중심으로 X_0 에서 \bar{X}_0 방향으로 투영시켜 새로운 점 X_1 을 찾는다.

이 실적선보다 크게 발생하는 것은 실적선에서의 부재 치수가 과도하게 설계되어 용력이 허용 용력보다 훨씬 작아 최소 중량 설계 과정에서 부재의 치수를 떨어뜨리기 때문이다. 특히, corner부는 균일 단면부보다 상당한 용력 차이를 보이고 있으며 이곳의 용력이 허용 용력 근처까지 접근하여 부재 치수를 결정할 때 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

초기치 변화에 따른 최적치 및 계산 시간 등을 비교하기 위해 초기치를 유사선의 설계 치수 ($x_i=0$)를 기준으로 증분량 만큼을 뺀 치수 ($x_i=-1.0$)와 증분량 만큼을 더한 치수($x_i=1.0$)로 구분하고 증분량도 수렴도의 1배($d_i=1.0$), 2배($d_i=2.0$) 및 4배($d_i=4.0$)로 구분하여 설계를 수행하였다.

Table 1은 초기치 변화에 따른 최소 중량 설계 결과를 나타낸 것으로 이 결과를 토대로 초기치를 선정할 때 유사선이 여유있게 설계되어 있는 경우에는 초기치를 유사선의 설계 치수보다 작은 치수 ($x_i=-1.0$)로 결정하는 것이 낮은 최적치를 주는 경향이 있다.

또한, 증분량을 결정할 때 가능한 크게 잡는 편 ($d_i=4.0$)이 국소최소치에 빠질 가능성이 줄어들어 낮은 최적치를 주는 경향이 있지만 너무 커지면 설계 변수의 변화폭이 커서 설계 치수가 음수가 나올 경우(*표)도 있으므로 주의를 해야한다.

Table 1을 통해 볼 때 초기치 변화에 따른 최적 선각 중량의 변화는 크지 않지만 증분량의 변화에 따른 최적 선각 중량의 변화는 크며, 증분의 폭이 커지면 최적 선각 중량이 낮아지는 경향이 있음을 알 수 있다.

Table 2는 초기치 및 증분량을 변화시켜가며 얻은 최적치 중 가장 낮은 최적치를 주는 경우와 기존의 선각 중량을 비교한 결과를 나타내고 있다. spring 지지를 이용한 2차원 modeling인 MCASE 1은 계산 시간이 작게 들지만 최적치가 높은 경향이 있음을 알 수 있으며, cargo space grillage 해석을 이용한 2차원 modeling인 MCASE 2, 3를 볼 때 전단력을 각 절점에 분배하여 3차원 효과를 주는 MCASE 3가 낮은 최적치를 주고 있으나 강제 변위를 사용하는 MCASE 2

는 용력 집중 현상이 발생하여 높은 최적치를 주는 경향이 있다. 3차원 modeling인 MCASE 4, 5를 볼 때 계산 시간이 2차원보다 많이 소요되나 해의 정도가 좋아 낮은 최적치를 주고 있다.

Fig. 10은 가장 낮은 최적치를 주는 MCASE 3에 대한 설계 치수를 나타낸 것으로 실적선의 치수와 비교해 볼 때 선저 부분의 web 높이가 작아졌음을 알 수 있다.

따라서, 최소 중량 설계에서 얻은 결과를 설계 치수로 결정한다면 모든 부재에서의 용력이 허용 용력보다 작게 발생함은 물론 선각 중량이 감소하므로 실제 설계에 매우 유용하게 이용될 수 있을 것으로 생각한다.

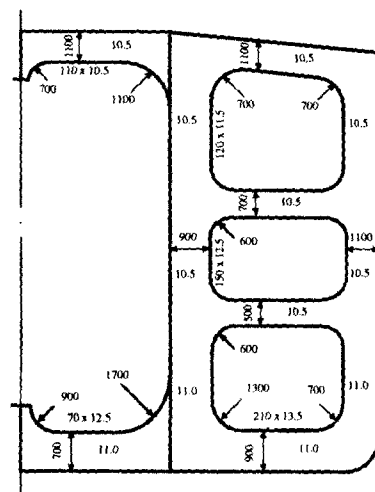


Fig. 10 Results of optimum design

6. 결 언

유조선 횡강도 부재의 설계를 하는데 있어서 일반화 경사처집법 및 신 등가 곡선보 이론을 이용하여 유조선의 횡강도 해석에 의한 최소 중량 설계를 수행하여 그 유용성을 확인하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 해의 정도면에서 볼 때 3차원 modeling이 2차원 modeling 보다 좋은 경향을 주고 있으며, 계산 시간면에서 볼 때 본 설계 대상의 경우 3차원 modeling이 2차원 modeling 보다 10배 이상의 계산 시간이 필요하다.

Table 1 Optimum design results with variation of starting point

MCASE	xi	di	F(*1.E6cm ³)	Iteration	cpu(sec.)
1	-1.0	1.0	0.8460	105	302
		2.0	0.7912	213	607
		4.0	0.7788	190	544
	0.0	1.0	0.7776	204	582
		2.0	0.8043	234	663
		4.0	0.8053	213	612
	1.0	1.0	0.7776	245	692
		2.0	0.7782	190	539
		4.0	0.7575	210	595
2	-1.0	1.0	0.8434	142	609
		2.0	0.8415	180	772
		4.0	0.8132	208	892
	0.0	1.0	0.8319	82	352
		2.0	0.7991	155	665
		4.0	0.8047(*)	40	172
	1.0	1.0	0.8319	123	528
		2.0	0.8152	161	690
		4.0	0.8121	201	862
3	-1.0	1.0	0.7278	215	1096
		2.0	0.7274	206	1050
		4.0	0.7680	206	1050
	0.0	1.0	0.7165	198	1100
		2.0	0.7380	182	928
		4.0	0.7547(*)	39	199
	1.0	1.0	0.7165	239	1219
		2.0	0.7033	195	994
		4.0	0.7300	230	1173
4	-1.0	1.0	0.7295	219	6775
		2.0	0.7279	172	5306
		4.0	0.7769	178	5507
	0.0	1.0	0.7390	245	7580
		2.0	0.7416	191	5909
		4.0	0.7989(*)	39	1207
	1.0	1.0	0.7390	286	8848
		2.0	0.7492	198	6126
		4.0	0.7271	235	7270
5	-1.0	1.0	0.7214	219	7310
		2.0	0.7261	206	6876
		4.0	0.7274	184	6141
	0.0	1.0	0.7425	245	8177
		2.0	0.7455	151	5040
		4.0	0.7706(*)	39	1302
	1.0	1.0	0.7425	286	9571
		2.0	0.7431	193	6442
		4.0	0.7688	249	8313

(*) : Fail Search

Table 2 Optimum object function value of desin ship

	xi	di	Funtion Value (*1.E5 cm ³)	(Fi-Fo)/Fi*100 (%)	Iteration	cpu (sec.)
Initial(Fi)			9.524			
MCASE 1(Fo)	1.0	4.0	7.575	20.5	210	595
MCASE 2(Fo)	0.0	2.0	7.991	16.1	155	665
MCASE 3(Fo)	1.0	2.0	7.033	26.2	195	994
MCASE 4(Fo)	1.0	4.0	7.271	23.7	235	7270
MCASE 5(Fo)	-1.0	1.0	7.214	24.3	219	7310

2) 초기치 변화에 따른 최적 선각 중량의 변화는 크지 않으며 증분량의 폭이 커지면 최적 선각 중량이 낮은 경향이 있다. 또한, modeling 방법에 따른 최적 선각 중량의 변화는 큰 편이며, 본 설계 대상에서 국부적인 응력 집중이나 피로 균열 방지를 위한 국부적인 부재 치수의 보강을 고려하지 않았을 경우 횡강도 부재의 약 20% 정도의 중량 감소가 가능하다.

3) 설계 기간 측면에서 볼 때 설계 기간이 여유가 있는 경우에는 3차원 modeling이 바람직하며, 설계 기간이 여유가 없거나 다양한 반복 설계를 할 경우에는 해의 정도가 약간 떨어지지만 계산 시간이 빠른 2차원 modeling을 하는 것이 바람직하다.

4) 향후 본 연구에서 수행한 횡강도 부재의 최소 중량 설계를 바탕으로 종강도 부재의 최소 중량 설계 및 선체 길이 방향으로 확장하여 tank 배치를 고려한 선체 전체의 최소 중량 설계를 수행할 예정이다.

참 고 문 헌

[1] Moe, J. and Lund, S., "Cost and Weight Optimization of Structures with special Emphasis on Longitudinal Strength Members of Tankers", *Norwegian Institute of Technology Report SKB II/M7*, Trondheim, 1967.
 [2] Moe, J., Kavlie, D. and Lund, S., "Optimum Design of Ship Structures", *J. of the Society of Naval Arch of Japan*, Vol. 128, 1970.
 [3] Moe, J., "Integrated Design of Tanker Structures", *European Shipbuilding*, No.3-4, 1972.
 [4] Kitamura, K., "Studies on Optimization of Ship Structures(3rd report)-optimum design of longitudinal members of tanker", *J. of the Society of Naval Arch of Japan*, Vol. 132, 1973.
 [5] Moe, J., "Optimum Design of Statically

Indeterminate Frames by means of Nonlinear Programming", *Norwegian Institute of Technology Report SKB II/M12*, Trondheim, 1968.
 [6] Lund, S., "Optimization of Tank Frames by Means of SUMT Transformation and Behavior Models", *Norwegian Institute of Technology Report SKB II/M17*, Trondheim, 1970.
 [7] Kavlie, D. and Moe, J., "Automated Design of Frame Structures", *J. of the Structural Division, ASCE*, Vol. 97, No. ST1, 1971.
 [8] Nishimacki, K., "On the Measurement of Stress Distributions of the Transverse Strength Members of Tankers". *J. of the Society of Naval Arch of Japan*, Vol. 105, 1959.
 [9] Nishimacki, K., "Some Examples of the Calculations on the Transverse Strength of Oil Tankers", *J. of the Society of Naval Arch of Japan*, Vol. 108, 1961.
 [10] Yamaguchi, I., "Approximate Method on Calculation of Transverse Strength of Ship(2nd report)", *J. of the Society of Naval Arch of Japan*, Vol. 109, 1961.
 [11] 장 창두, 나 승수, "선체 구조 해석 및 설계를 위한 일반화 경사처짐법 개발에 관한 연구", 대한조선학회논문집, 제 29권, 제 4호, 1992.
 [12] Terada, Y., "Approximate Method of Analysis on the Stress Distribution at Joints of Structural Members in Oil Tankers", *J. of the Society of Naval Arch of Japan*, Vol. 109, 1961.
 [13] 장 창두, 나 승수, "신 등가 곡선보 이론에 의한 선체 corner 부의 응력 해석", 대한조선학회논문집, 제 29권, 제 4호, 1992.
 [14] Hooke, R. and Jeeves, T. A., "Direct Search Solution of Numerical and Statistical Problems", *J. of the Assoc. for Computing Machinery*, Vol. 8, No. 4, 1961.
 [15] 장 창두, 나 승수, "일반화 경사처짐법에 의한 유조선의 횡강도 해석", 대한조선학회논문집, 제 33권, 제 2호, 1996.
 [16] 나 승수, "일반화된 경사 처짐법에 의한 선체의 횡강도 해석 및 최소 중량 설계에 관한 연구", 서울대학교 박사학위논문, 1988.