
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 33 卷 第 3 號 1996 年 8 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 33, No. 3, August 1996

面內壓縮荷重을 받는 板의 2次座屈舉動에 관한 研究

고재용* , T. Yao**, 백점기***

Secondary Buckling Behaviour of Plate under Inplane Compressive Loading

by

J. Y. Ko*, T. Yao** and J. K. Paik***

요 약

최근 高張力鋼이 구조물에 폭넓게 사용되고 있어서 판두께가 얇아지고 있다. 판두께가 얇아지므로 해서 座屈이 발생하기 쉽다. 그러므로 座屈발생후 판의 舉動을 정확하게 파악하는 것은 중요하다. 座屈발생후 2次座屈이라고 하는 荷重下에서는 板의 처짐모드가 갑자기 변한다. 전체구조물의 崩壞強度를 고려할 때 2次座屈은 매우 중요하다. 이런 관점에서 본 연구에서는 面內壓縮荷重을 받는 板의 2次座屈舉動에 관하여 연구하였다. 초기처짐을 갖는 板을 대상으로 하여 彈性大變形解析을 실시하여, 2次座屈의 영향을 검토하였다. 그 결과로서 다음과 같은 結論을 얻었다. 즉, 정사각형 판은 대칭의 처짐성분은 영향이 있으나 비대칭의 처짐성분은 영향이 전혀 없다. 또한, 縱橫比를 갖는 板은 모든 처짐성분의 영향이 있으며 初期座屈후 面內剛性이 계속적으로 감소한다.

Abstract

Recently, HT steel has been widely used in structure, and this enables to reduce the plate thickness. To use the HT steel effectively for a ship hull, the plate thickness becomes thin so that plate buckling may take place. Therefore, precise assessment of the behaviour of plate above primary buckling load is important. The plate under the load, that is called, secondary buckling load may undergo abrupt changes in wave form after primary buckling. This is very important when the collapse strength of the whole structures is considered. From this point of view, this paper discusses secondary buckling behaviour of thin plate under inplane compressive loading. A elastic large deflection analysis of plates with initial imperfection is

발 표 : 1995년도 대한조선학회 추계연구발표회('95. 11. 9)

접수일자 : 1996년 3월 18일, 재접수일자 : 1996년 7월 4일

* 목포해양대학교 해양 및 조선공학부

** 히로시마대학 선박공학과

*** 부산대학교 조선해양공학과

performed assuming uniaxial compression, respectively, and the influence of secondary buckling is investigated. It is known that square plate is not influenced by non-symmetrical deflection coefficient but influenced by symmetrical deflection coefficient. Also, it has been found that rectangular plate ($a = a/b$) is influenced by all deflection coefficient, and the reduction of inplane stiffness of the plate after primary buckling is continued.

1. 緒論

船體는 薄板에 의해 구성된 상자형구조이고, 薄板의 유효성을 높이기위해 보강재에 의해 縱橫으로 補強되어 있다. 통상의 船體構造는 과중한 하중이 작용하는 경우에는 보강재로 나누어진 판이 우선 국부적으로 座屈하도록 부재배치 및 치수를 가지고 있다. 따라서, 판의 座屈強度의 체크는 설계시의 중요사항으로 되어 있고 船體構造에 高張力鋼이 광범하게 이용되어 판 두께가 감소하고 있는 요즘, 그의 중요성은 커져가고 있다고 할 수 있다.

그런데, 高張力鋼을 유효하게 이용하기 위해서 판이 降伏하지 않는 범위내에서 탄성좌굴의 발생을 허락하는 座屈許容設計의 개념도 일부에서는 검토되기 시작하고 있다. 이 경우, 좌굴발생후의 非線形舉動을 정확하게 파악하는 것은 극히 중요하다. 面內壓縮荷重을 받는 薄板이 초기좌굴을 하면, 荷重의 증가와 함께 초기좌굴모드의 처짐파형이 성장한다. 그러나, 이 처짐파형이 하중증가와 함께 언제까지나 성장하는 것은 아니고 이윽고 2次座屈이 발생하여 초기좌굴파형으로부터 다른 안정 파형으로 변한다[1-11]. 2次座屈이 발생하면 판의 面內剛性이 저하하여 타부재의 하중분담이 증가하여 타부재에도 座屈과 降伏이 발생할 위험성이 있다. 따라서, 우선 座屈後舉動을 정확하게 파악하는 것은 船體構造의 안전성을 생각할 때에 극히 중요하다.

지금까지 이에 관한 연구로서는 많은 논문이 彈塑性大變形理論을 근거로 한 판의 最終強度와 最終強度後의 舉動을 밝히고 있다[12-15]. 그러나, 2

次座屈에 관한 연구는 저자가 조사한 바로는 많지 않은 것으로 사료된다. 그 중 2次座屈에 관한 연구로서 Supple[1-3]은 처짐을 두성분의 합으로 나타내어 彈性大變形解析을 행하고 좌굴모드간 연성과 2次座屈舉動과의 관계 및 2次座屈強度에 미치는 초기처짐의 영향에 대하여 고찰하고 있다. Uemura[4,5]도 처짐을 두 개의 처짐성분으로 나타내어 彈性大變形解析을 행하고 초기처짐이 2次座屈舉動에 미치는 영향에 대하여 고찰하였다. 그러나, 이런 연구의 해석에서는 고려되는 처짐성분이 충분치 않으므로 2次座屈強度 및 2次座屈後의 평형경로가 정확하게 구해져 있지 않고 있다.

Nakamura & Uetani[6]는 보다 많은 처짐성분을 고려하여 최소포텐셜에너지원리를 적용하여 폭넓은 중횡비에 걸쳐서 초기처짐이 없는 주변단순지지판의 2次座屈強度와 2次座屈強度後의 평형경로를 구하였다. 그러나, 이 논문에서도 고려되는 처짐성분이 부족하여 정확하게 2次座屈舉動에 대하여 밝혀져 있지 않을 뿐 만 아니라 초기처짐의 영향에 대하여 밝혀져 있지 않고 있다.

J.W. Lee등[7]은 補強板의 幾何學的 非線形舉動을 해석하면서 보강판중에서 판의 座屈後舉動을 弧長増分法을 이용하여 자세하게 해석하고 있다. 그러나, 여기서 판의 2次座屈舉動에 관해서는 언급하고 있지 않다.

Yao & Ko[8-11]는 처짐을 보다 많은 처짐성분으로 나타내어 面內壓縮荷重을 받는 판의 2次座屈舉動에 대하여 폭넓은 중횡비와 초기처짐의 영향을 밝히고 있다. 그러나, 面內壓縮荷重을 받는 판의 2次座屈舉動에 관한 해석이 모두 밝혀져 있다

고 보기 어렵다.

이상과 같은 관점에서 본 연구에서는 面內壓縮荷重을 받는 판을 대상으로 彈性大變形解析을 행하여 2次座屈을 포함하는 판의 座屈後舉動을 정확히 밝히고자 한다.

2. 解析理論

2.1 解析的인 方法에 의한 彈性大變形解析

Fig. 1에 나타내는 板을 대상으로 한다. 板의 주변은 直선을 유지하면서 面의 변형에 대해서는 單純支持되었다고 한다. 그림에 나타낸 바와 같이 x 방향에 面內壓縮荷重을 받는다고 한다. 이 境界條件을 만족하는 초기처짐 및 전체처짐을 다음 식의 2重Fourier級數로 근사한다.

$$w_0 = \sum_m \sum_n A_{0mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2)$$

여기서, A_{0mn} , A_{mn} 은 각 모드의 초기처짐 및 전체처짐의 계수를 나타낸다.

평판의 Airy의 應力函數를 F 로 한다면 대처짐이 생기는 판의 적합조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = \\ E \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

여기서, E 는 탄성계수를 나타낸다.

식(3)에 식(2) 및 식(1)를 대입하여 하중조건을 고려하면 다음 식과 같이 應力函數 F 가 구하여진다[11].

$$F = \frac{E a^2}{4} \sum_m \sum_n \sum_k \sum_l (A_{mn} A_{kl} - A_{0mn} A_{0kl})$$

$$\begin{aligned} \left[a_1(m, n, k, l) \cos \frac{(m+k)\pi x}{a} \cos \frac{(n+l)\pi y}{b} \right. \\ a_2(m, n, k, l) \cos \frac{(m+k)\pi x}{a} \cos \frac{(n-l)\pi y}{b} \\ a_3(m, n, k, l) \cos \frac{(m-k)\pi x}{a} \cos \frac{(n+l)\pi y}{b} \\ a_4(m, n, k, l) \cos \frac{(m-k)\pi x}{a} \cos \frac{(n-l)\pi y}{b} \left. \right] \\ - \frac{y^2}{2} \sigma \quad (4) \end{aligned}$$

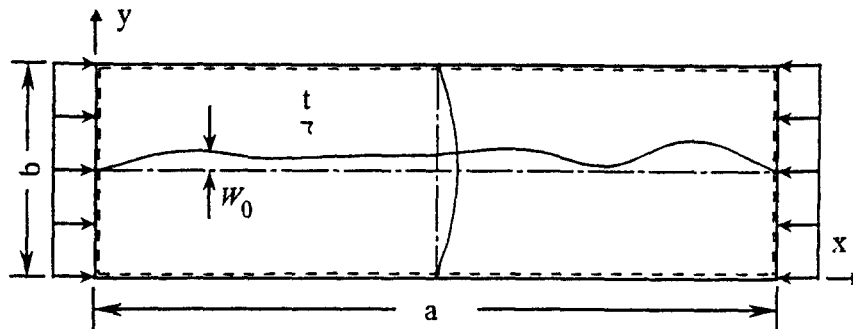


Fig. 1 Rectangular plate with initial deflection

여기서,

$$a_1(m, n, k, l) = \frac{ml(nk - ml)}{\{(m+k)^2 + \alpha^2(n+l)^2\}^2}$$

$$a_2(m, n, k, l) = \frac{ml(nk + ml)}{\{(m+k)^2 + \alpha^2(n-l)^2\}^2}$$

$$a_3(m, n, k, l) = \frac{ml(nk + ml)}{\{(m-k)^2 + \alpha^2(n+l)^2\}^2}$$

$$a_4(m, n, k, l) = \frac{ml(nk - ml)}{\{(m-k)^2 + \alpha^2(n-l)^2\}^2}$$

σ 는 평균압축응력을 나타낸다. 또, $\alpha = a/b$ 는 판의 종횡비를 나타낸다.

應力函數 F 를 이용하면, 판의 응력성분 σ_x, σ_y 및 τ_{xy} 와 x 방향의 평균면내압축변위 u 를 구할 수 있다.

가상일의 원리를 적용하여 平衡方程式을 도출한다. 다음에서 기술하는 바와 같이 본 연구에서는 기본적으로는 増分型解析을 하기 위하여 増分型으로 平衡方程式을 정식화한다. 平均壓縮應力 σ 의 작용하에서 판에 平均壓縮變位 u 가 생기고, 판내부에는 응력 σ_x, σ_y 및 τ_{xy} 가 생겨서 평형상태라고 한다. 이 상태에서부터 σ 가 $\Delta\sigma$ 만 증가하여 응력증분 $\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y$ 및 $\Delta\tau_{xy}$ 가 생겼다고 한다. 이 상태에서 가상압축변위증분 $\delta\Delta u$ 를 주었을 때의 외력이 행한 가상일 $\delta\Delta W_e$ 는

$$\delta\Delta W_e = -bt(\sigma + \Delta\sigma)\delta\Delta u \quad (5)$$

또, 판의 응력이 가상변형률 $\delta\Delta\epsilon_x, \delta\Delta\epsilon_y$ 및 $\delta\Delta\gamma_{xy}$ 에 대하여 행한 가상일 $\delta\Delta W_i$ 은 다음 식으로 주어진다.

$$\delta\Delta W_i = \int_0^a \int_0^b \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \{(\sigma_x + \Delta\sigma_x)\delta\Delta\epsilon_x + (\sigma_y + \Delta\sigma_y)\delta\Delta\epsilon_y + (\tau_{xy} + \Delta\tau_{xy})\delta\Delta\gamma_{xy}\} dz dy dx \quad (6)$$

여기서, 가상일의 원리를 적용하면

$$\delta\Delta W_e = \delta\Delta W_i \quad (7)$$

로부터 처짐계수의 증분 ΔA_{mn} 와 平均壓縮應力의 증분 $\Delta\sigma$ 간의 관계가 다음과 같은 매트릭스형태로 구해진다.

$$[A]\{\Delta A\} = \Delta\sigma\{R\} + \{Q\} \quad (8)$$

여기서,

$$\{\Delta A\} = [\Delta A_{11} \Delta A_{12} \Delta A_{13} \cdots \Delta A_{mn}]^T.$$

$\Delta\sigma\{R\}$ 은 외력증분을 나타내고, $\{R\}$ 은 처짐계수 A_{mn} 및 A_{0mn} 의 함수이다. 한편 $\{Q\}$ 는 증분간을 선형근사한 것에 의해 나타내는 不平衡力을 수정하기 위한 항이다. 완전한 평형상태라면 $\{Q\} = \{0\}$ 로 된다. 식(8)은 처짐성분의 증분 ΔA_{mn} 에 관한 $m+n$ 元 聯立1次方程式으로 된다.

본 논문에서는 증분형의 해석외에 전체 처짐을 미지수로 하는 해석도 행하였다. 이 해석의 기초식은 증분의 가상변위를 생각하는 대신에 전변위의 가상변위를 생각해서 구하였다. 즉, 통상의 가상일의 원리 $\delta W_e = \delta W_i$ 를 적용하면 전체 처짐 성분 A_{mn} 에 관한 $m+n$ 元 聯立3次方程式이 다음 식과 같이 구하여진다.

$$t \sum_m \sum_n \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q \sum_r \sum_s [(A_{mn}A_{kl} - A_{0mn}A_{0kl})(A_{pq}\delta A_{rs} + A_{rs}\delta A_{pq})] H(m, n, k, l, p, q, r, s)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\pi^4 Dab}{4} \sum_m \sum_n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \\
& \quad (A_{mn} - A_{0mn}) \delta A_{mn} \\
& - \frac{\pi^2 bt}{4a} \sum_m \sum_n m^2 \sigma A_{mn} \delta A_{mn} = 0 \quad (9)
\end{aligned}$$

여기서, 係數 $H(m, n, k, l, p, q, r, s)$ 는 판의 치수, 彈性係數 및 반파수를 나타내는 정수파라메타 $m \sim s$ 의 함수이다[9].

단순한 경우로서 다음과 같이 초기처짐 및 전체 처짐성분이 두개의 처짐성분만으로 나타나는 경우를 생각할 수 있다.

$$w_0 = \left(A_{0m} \sin \frac{m\pi x}{a} + A_{0n} \sin \frac{n\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (10)$$

$$w = \left(A_m \sin \frac{m\pi x}{a} + A_n \sin \frac{n\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (11)$$

여기서, A_{0m}, A_{0n} 및 A_m, A_n 은 초기처짐 및 전체처짐의 계수를 나타낸다. 이 경우의 平均 壓縮應力 σ 와 처짐성분 A_m, A_n 과의 관계는 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned}
& \frac{a^2}{16m^2} \left[\left(\frac{m^4}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_m^2 - A_{0m}^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{m^2 n^2}{a^4} (A_n^2 - A_{0n}^2) \right] A_m \\
& + \frac{4a^2}{m^2} \left[\frac{1}{16b^4} + \frac{1}{64} (\alpha_1 + \alpha_2) \right] \\
& (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_n \quad (12) \\
& - k_1 \frac{a^2}{16b^4 m^2} (A_n^2 - A_{0n}^2) A_n \\
& - k_2 \frac{a^2}{16b^4 m^2} (A_m^2 - A_{0m}^2) A_n \\
& - k_2 \frac{a^2}{8b^4 m^2} (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_m
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)m^2} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_m - A_{0m}) \\
& - \frac{1}{\pi^2 E} \sigma A_m = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{a^2}{16n^2} \left[\left(\frac{n^4}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_n^2 - A_{0n}^2) \right. \\
& \quad \left. + \frac{m^2 n^2}{a^4} (A_m^2 - A_{0m}^2) \right] A_n \\
& + \frac{4a^2}{n^2} \left[\frac{1}{16b^4} + \frac{1}{64} (\alpha_1 + \alpha_2) \right] \\
& (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_m \\
& - k_1 \frac{a^2}{16b^4 n^2} (A_m^2 - A_{0m}^2) A_m \quad (13) \\
& - k_2 \frac{a^2}{16b^4 n^2} (A_n^2 - A_{0n}^2) A_m \\
& - \frac{k_{1a}^2}{8b^4 n^2} (A_m A_n - A_{0m} A_{0n}) A_n \\
& + \frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)n^2} \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 (A_n - A_{0n}) \\
& - \frac{1}{\pi^2 E} \sigma A_n = 0
\end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{(m-n)^4}{\{(m+n)^2 b^2 + 4a^2\}^2} \\
\alpha_2 &= \frac{(m+n)^4}{\{(m-n)^2 b^2 + 4a^2\}^2}
\end{aligned}$$

$$k_1 = \begin{cases} 0 & (m-3n \neq 0) \\ 1 & (m-3n = 0) \end{cases}$$

$$k_2 = \begin{cases} 0 & (n-3m \neq 0) \\ 1 & (n-3m = 0) \end{cases} \quad (14)$$

2.2 平衡方程式의 解法

식(8)을 이용하여 増分型解析을 행하면 面內壓縮應力과 처짐계수와와의 관계가 구해진다. 그러나,

平板이 面內壓縮荷重下에서 나타내는 2次座屈舉動은 極限點이나 分岐型特異點근방을 포함하는 복잡한 하중~처짐경로를 거친다. 그 때문에 荷重이나 變位를 단순히 증가시키는 통상의 荷重型解析이나 變位型解析에서는 平衡經路가 구해질 수 없는 경우가 생긴다. 그러므로 본 연구에서는 통상의 荷重制御型 및 變位制御型的 증분해법외에 弧長增分法을 적용한다. 이하 각각의 해법에 대하여 해석적수법을 이용한 彈性大變形解析의 경우를 예로 설명한다.

2.3.1 荷重制御型增分法 및 變位制御型增分法

(1) 荷重制御型增分法

판의 증분형평형조건식(식(8))은 다음 식으로 된다.

$$[K] \{ \Delta A \} - \Delta \sigma \{ R \} = \{ Q \} \quad (15)$$

荷重制御型增分法에서는 $\Delta \sigma$ 를 주어서 식(15)를 풀어 $\{ \Delta A \}$ 를 구한다.

(2) 變位制御型增分法

식(15)는 다음 식과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta A_1 \\ \Delta A_2 \end{Bmatrix} - \Delta \sigma \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

變位制御型增分法에서는 한 개의 처짐성분 $\{ \Delta A_1 \}$ 를 증분적으로 주어서 다른처짐성분 $\{ \Delta A_2 \}$ 와 응력 $\Delta \sigma$ 를 구한다. 그로 인하여 식(16)을 다음 식과 같이 변형한다.

$$[\bar{K}] \begin{Bmatrix} \Delta \sigma \\ \Delta A_2 \end{Bmatrix} + \Delta A_1 \begin{Bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

여기서, $[\bar{K}] = \begin{bmatrix} -R_1 & K_{12} \\ -R_2 & K_{22} \end{bmatrix}$

荷重制御型增分法 또는 變位制御型增分法の 경우, 다음 경우에 增分型平衡條件式의 해가 特異(Singular)로 된다.

(Case A) $Det [K] = 0, Det [\bar{K}] \neq 0$ 의

경우

이 경우는 荷重制御型增分法の 極限點 및 變曲點을 나타낸다.

(Case B) $Det [K] \neq 0, Det [\bar{K}] = 0$ 의 경우

이 경우는 變位制御型增分法の 極限點 및 變曲點을 나타낸다.

(Case C) $Det [K] = 0, Det [\bar{K}] = 0$ 의 경우

이 경우는 荷重制御型增分法 및 變位制御型增分法の 分岐點을 나타낸다.

다음에 기술하는 해석결과에 대한 고찰에 있어서는 이 같은 조건을 체크하여 極限點, 變曲點 및 分岐點(Bifurcation point)의 판정을 한다.

2.3.2 弧長增分法

前項(Case A)에서는 荷重制御型增分法이, (Case B)에서는 變位制御型增分法이 極限點을 나타내어 이 근방에서의 평형경로를 구하는 것이 어렵게 된다. 그러므로 본 연구에서는 弧長增分法도 사용했다.

弧長增分法(Arc-Length Method)에서는 증분과 라메타로서 하중~처짐곡선의 弧長을 준다. 그러므로 각 증분단계의 反復·收斂계산의 제1단계에서는 前段階의 결과와 같은 방향으로 하중증분 및 처짐증분을 가정한다. 이후의 反復·收斂과정에서는 수렴계산의 前段階의 弧長방향과 직각방향에 해를 탐색한다. 이 같은 收斂計算을 不平衡力 $\{ Q \}$ 가 충분히 적을 때까지 반복한다. 본 계산에 의하면 極限點에서도 연속적인 경로라면 수렴조작이 가능하게 된다. 구체적인 계산법은 參考文獻 [16-19]에서 제안하고 있다.

3. 數值解析 및 考察

3.1 座屈後舉動 및 2次座屈

面內壓縮荷重을 받는 板의 非線形舉動을 밝히기

위하여 周邊單純支持의 正四角形板을 대상으로, 彈性大變形解析理論을 바탕으로 數値解析을 실시한다.

우선, 처짐성분에 대해서는 하중방향에 基數와 偶數의 처짐성분 2종류의 합으로 가정하고, 하중방향에 직각방향은 1반파의 처짐성분으로 가정하여 처짐성분의 상호영향에 대하여 논한다. 해석을 간단히 하기위하여 正四角形板에 대하여 다음과 같은 처짐파형을 주어서 해석을 행한다.

$$w_0 = \left(A_{01} \sin \frac{\pi x}{a} + A_{02} \sin \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (18)$$

$$w = \left(A_1 \sin \frac{\pi x}{a} + A_2 \sin \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (19)$$

本 論文에서 解析하는 正四角形板의 치수로서 판길이와 판폭은 $a = 1,000 \text{ mm}$, $b = 1,000 \text{ mm}$ 판두께는 $t = 10 \text{ mm}$ 인 판을 대상으로 한다. 해석적인 방법에 의한 彈性大變形解析의 결과를 Fig.2(a)에 나타낸다. 그림의 실선 및 파선은 각각 초기처짐이 있는 것과 없는 것의 平均壓縮應力과 처짐성분간의 관계를 나타내고 있다. 초기처짐이 없는 경우에는 우수의 처짐성분이 전혀 나타나 있지 않고 초기처짐이 있는 경우는 처짐이 초기좌굴 하중근처에서 증가하다가 결국 제로로 수렴해 간다. 잘 알려져 있는 바와 같이 正四角形板의 最小壓縮座屈強度를 주는 좌굴파형은 1반파이다. 이 그림에서 알 수 있는 바와 같이 正四角形板의 경우, 우수의 처짐성분은 영향이 전혀 없음을 알 수 있다. 물론, 우수의 처짐성분의 초기처짐이 존재한다면 처음에 약간 존재하다가 제로로 收斂해 간다. 이것으로부터 正四角形板에 대해서는 最小壓縮座屈強度를 주는 처짐성분외에 우수의 처짐성분의 영향은 전혀 나타나지 않음을 알 수 있다.

다음으로, 하중방향에 대하여 기수만의 처짐성분으로 가정하였을 경우에 대하여 논한다. 여기서도 正四角形板에 대하여 해석하기 위하여 다음과

같이 하중방향에 대하여 두개의 기수만의 처짐성분의 합으로 나타내고 하중과 직각방향에 대해서는 1반파의 처짐성분으로 가정한다.

$$w_0 = \left(A_{01} \sin \frac{\pi x}{a} + A_{03} \sin \frac{3\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (20)$$

$$w = \left(A_1 \sin \frac{\pi x}{a} + A_3 \sin \frac{3\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \quad (21)$$

해석의 결과를 Fig. 2(b)에 나타낸다. 그림의 실선 및 파선은 각각 초기처짐이 있는 것과 없는 것의 平均壓縮應力과 처짐성분간의 관계를 나타내고 있다. 처짐성분이 기수만의 처짐성분인 경우는 응력의 증가와 함께 基數의 모든 처짐성분이 증가하고 있다. 물론, 最小壓縮座屈強度를 주는 처짐성분 A_1 이 하중의 증가와 함께 가장 크게 성장하나 A_3 도 하중의 증가와 함께 증가하고 있다. 이것으로부터 알 수 있는 바와 같이 기수만의 처짐성분만으로 전체처짐을 가정한 경우에는 最小座屈荷重을 주는 처짐성분외에 다른 기수의 처짐성분도 성장한다. 이것은 더욱 더 정도높은 결과를 위해서는 하중방향의 처짐성분을 두 개 뿐 만아니라 더 많은 처짐성분을 고려해야 됨을 시사하고 있다. 그 이유로서는 다음의 것을 생각할 수 있다. 面內壓縮應力을 받는 판은 초기좌굴이 발생할 때까지 판의 荷重方向應力分布가 Fig. 3(a)에 나타내는 바와 같이 균등하다. 계속해서 하중을 증가시키면 판은 初期座屈하지만 그 이상의 하중증가에도 견디게 된다. 그러나, Fig. 3(b)에 나타낸 바와 같이 初期座屈後 載荷邊의 應力分布는 균등하지 않고 載荷邊의 모서리부에 최대응력이 중앙부에 최소응력이 생긴다. 한편, 非載荷邊의 應力은 初期座屈이 생길 때까지 생기지 않는다. 初期座屈後 非載荷邊이 자유의 경계조건이라면 Fig. 3(b)와 같이 응력은 생기지 않고 載荷邊과 같이 직선을 유지한다. 그러나, 非載荷邊이 직선을 유지하면서 面內移動이 가능한 경계조건에서는 Fig. 3(c)에 나타낸 바와 같이 판의 횡처짐으로 인하여 중앙부에 引張應

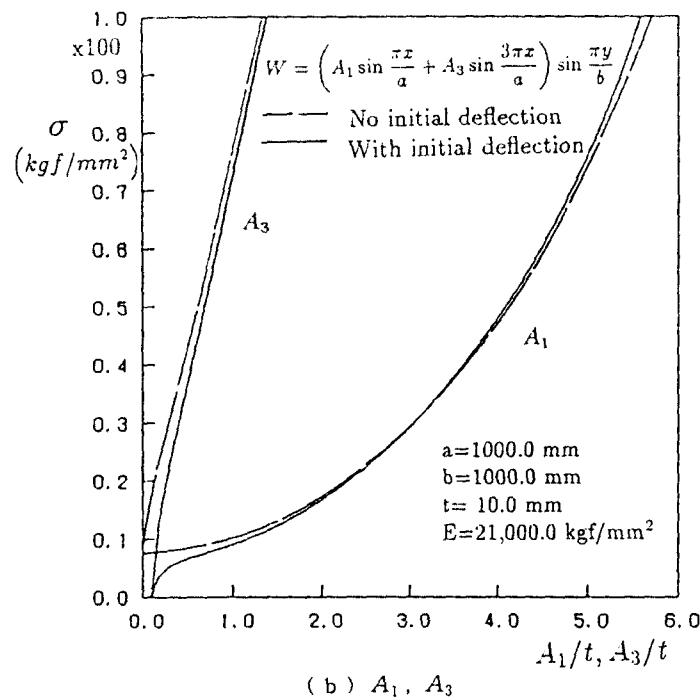
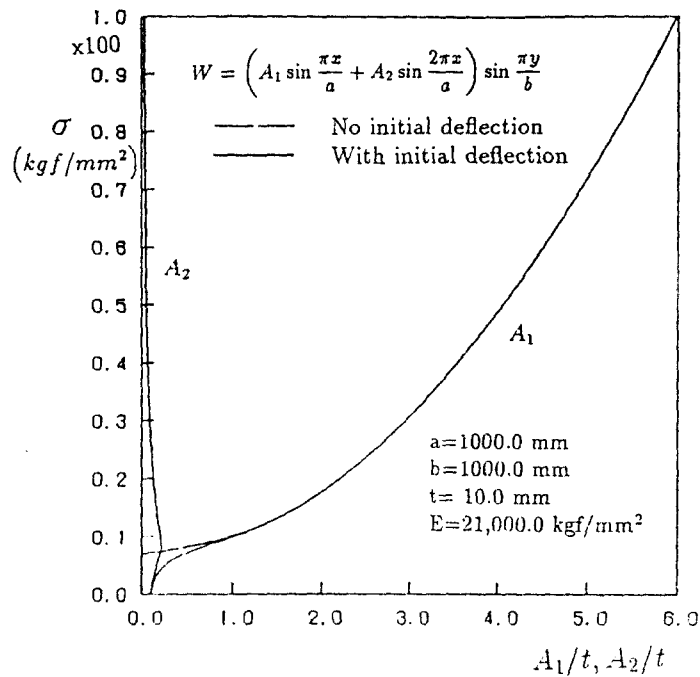


Fig. 2 Stress-2 mode deflection coefficient curves of square plates

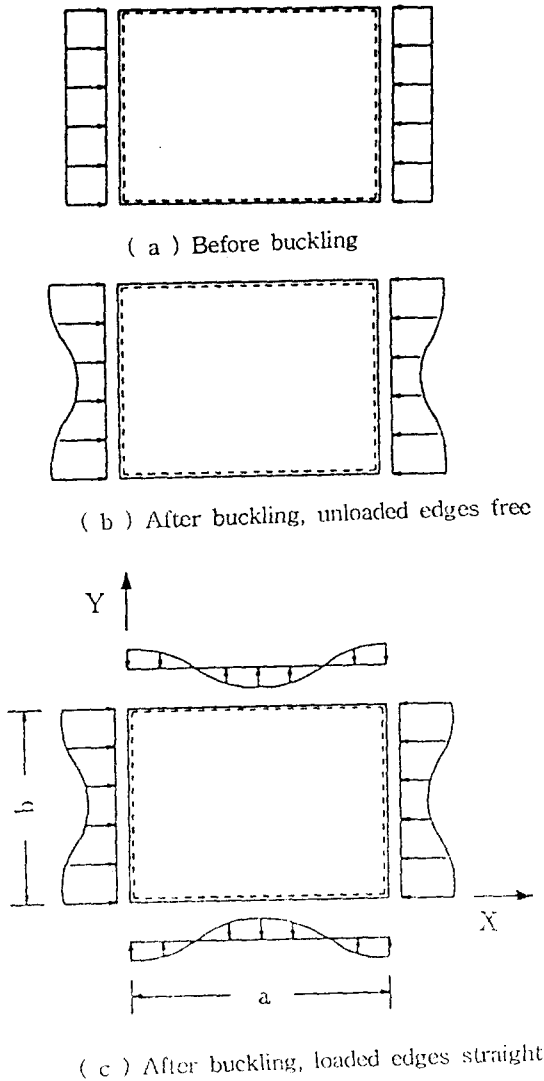


Fig. 3 In-plane stress distribution in rectangular plates under thrust(20) Snap-through

력이 생기고 이것과 평형을 유지하기 위하여 양단에 壓縮應力이 생긴다. 이것이 最小壓縮座屈強度를 주는 처짐성분외에 다른 처짐성분을 성장시키게 하는 원인이며, 곧 후술하는 2次座屈을 발생시키는 한 원인이 되고 있다.

이것을 구체적으로 밝히기 위하여 正四角形板에 대하여 처짐성분을 m 과 n 을 1부터 5까지 취하여 彈性大變形解析을 행한다. 그 해석결과를 나타내는 Fig. 4에서는 平均壓縮應力과 板中央의 횡처짐과의 관계를 나타낸다. 초기처짐을 가진 판이 面內壓縮荷重을 받으면 처음부터 面內剛性이

조금씩 감소하여 횡처짐이 생겨 엄밀하게 1次座屈이 생기지 않지만 이때 갑자기 횡처짐이 크게 성장하여, 계속하여 하중을 증가시키면 점C에 도달하여 갑자기 새로운 점E로 진행하여 거동은 점E로부터 점F로 진행한다. 또, 역으로 점F로부터 하중을 감소시켜 가면 $F \rightarrow E \rightarrow D$ 와 같이 차례로 판의 거동이 진행되어 점D에 도달하면 다시 不安定現象이 일어나 급격히 새로운 점B로 옮겨가게 되어 그 후 $B \rightarrow A$ 와 같이 거동을 하여 출발점A로 되 돌아 온다. 갑자기 점C에서 점E로 그리고 점D에서 점B로 변하는 現象을 Snap-through現象이라고 불리어 진다. 또한, 점C에서 점E으로의 現象으로 처짐모드가 1모드에서 3모드로 갑자기 변하게 된다. 이런 現象을 2次座屈이라고 부른다. 그리고, 점C에서의 應력을 2次座屈應力이라고 부른다. 즉, Snap-through現象이 발생하는 시점을 2次座屈(Secondary Buckling)이라 부른다. 이와 같은 2次座屈이 발생하게 하는 원인으로서 전술한 바와 같이 횡처짐이 발생했을 때 面外변위에 대해서 직 선을 유지해야 하기 때문에 非載荷邊의 중앙부에 引張應力이 작용하고, 양단부에 壓縮應力이 작용하게 되어 처짐과형을 1차모드로부터 3차모드로 변하게 하기 때문이다.

3.2 2次座屈舉動의 形態

縱橫比가 3.6인 평판을 대상으로 2次座屈舉動의 形態에 대하여 고찰한다. 초기처짐형상은 실제의 선박의 초기처짐을 계측하여 참고문헌[8]에서 제안한 야윈 말모드의 形態으로 가정한다. 이 처짐형상은 우수과성분이 조금 존재하는 것으로 荷重方向으로 비대칭의 초기처짐형상을 갖는다. 본 해석에서는 최대초기처짐량을 판두께의 10%로 하여 해석하였다. 또한, 식(2)의 처짐 w 의 項數의 m

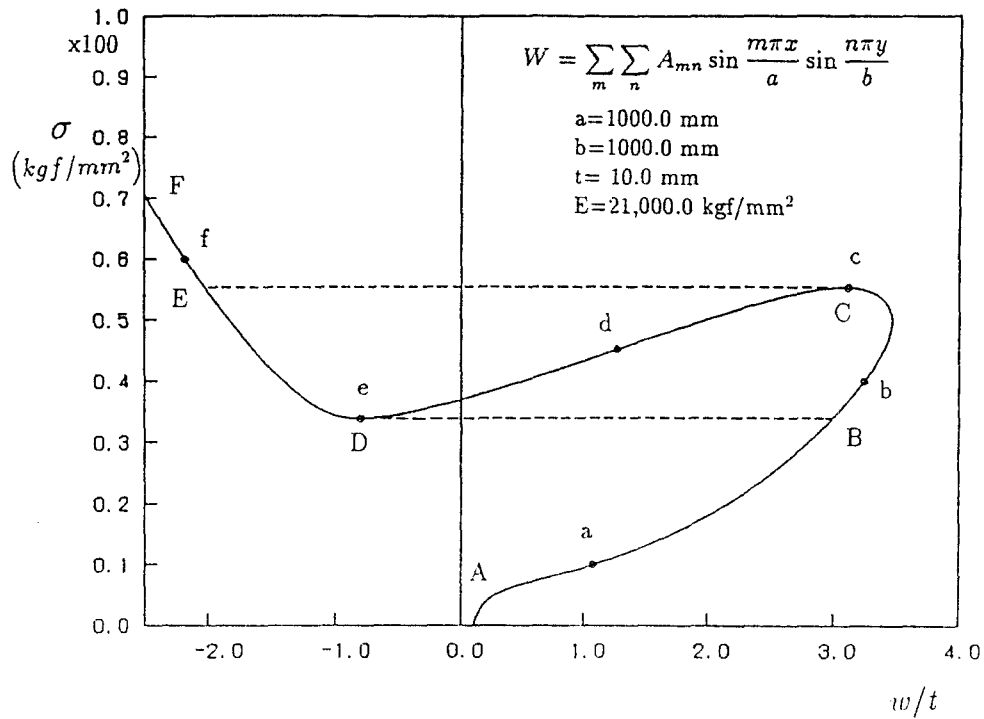


Fig. 4 Elastic large deflection of square plate under thrust

및 n 은 각각 $m=1,2,\dots,21$ 및 $n=1,3$ 로 하였다.

우선, 荷重方向에 대하여 基數의 처짐성분만을 고려하여, 즉, $m=1,3,\dots,21$ 및 $n=1,3$ 으로 가정하여 해석한 결과를 Fig. 5에 나타낸다. 이 결과를 보면 일반적인 面內壓縮荷重을 받는 板의 舉動을 나타내고 있으나 하중을 증가하여 보면 그림에서 나타내고 있는 바와 같이 표시○에서 分岐點(Bifurcation Point)이 발생한다. 여기서 分岐點은 2.3절에서 설명한 바와 같이 荷重制御型과 變位制御型增分法에서 강성매트릭스의 行列式(Determinant)이 제로가 될때 分岐點이 된다. 그 후, 처짐성분 A_{11} 가 하중의 極大點을 지난후 하중의 감소와 함께 감소한다. 그 후 極小點을 지난후에는 또 다시 하중의 증가와 함께 증가해 감을 알 수 있다.

이것을 平均壓縮應力과 平均壓縮變形率의 관계

로 나타내면 Fig. 6에 나타낼 수 있다. 여기서 알 수 있는 바와 같이 2次座屈이 발생하여 Snap-through가 발생한 후의 변형률에너지를 보면 오히려 크게 증가한 지점으로 변하게 됨을 알 수 있다. 그러나, 이것은 변형률에너지면에서 생각해 볼 때 갑자기 변형률에너지가 큰 쪽으로의 변 천은 불가능하다고 여겨진다. 즉, 이것은 分岐點에서 여러 경로중 최소에너지를 갖는 경로를 찾아 가지 못하고 있음을 시사하고 있다. 이 원인을 구체적으로 생각해 보면 고려하는 처짐성분이 基數의 처짐성분만을 고려하여 해석하였기 때문에 일어나는 현상으로 여겨진다.

그러므로, 荷重方向에 대하여 모든 처짐성분을 고려하면서 偶數의 초기처짐성분만을 제로로 가정하여 해석해 본 결과를 Fig. 7에 나타낸다. 이 그림은 面內壓縮應力과 처짐성분과의 관계를 나타내고 있다. 여기서 알 수 있는 바와 같이 모든 초기처

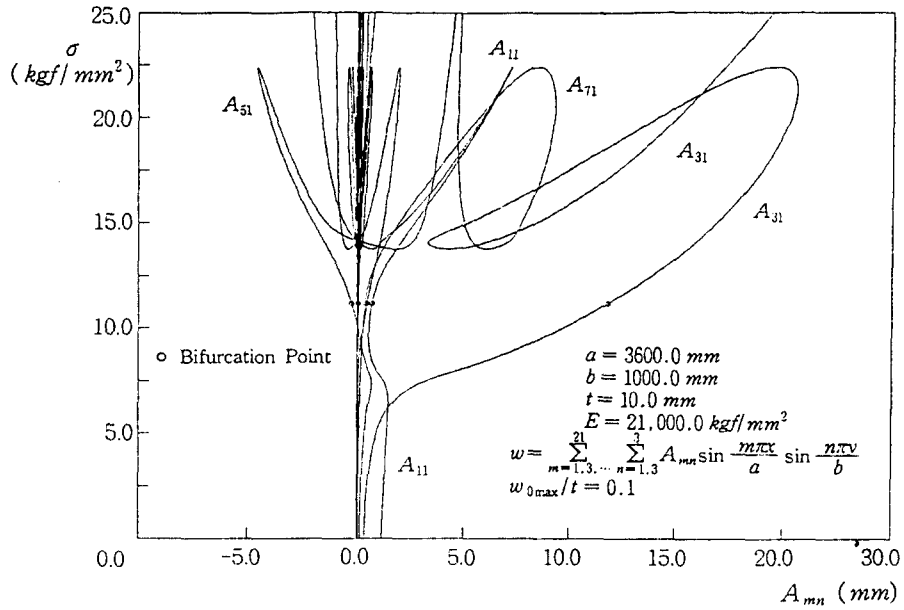


Fig. 5 Load-deflection coefficient curves of a rectangular plate with deflection under thrust(a/b=3.6) considering symmetrical deflection coefficient

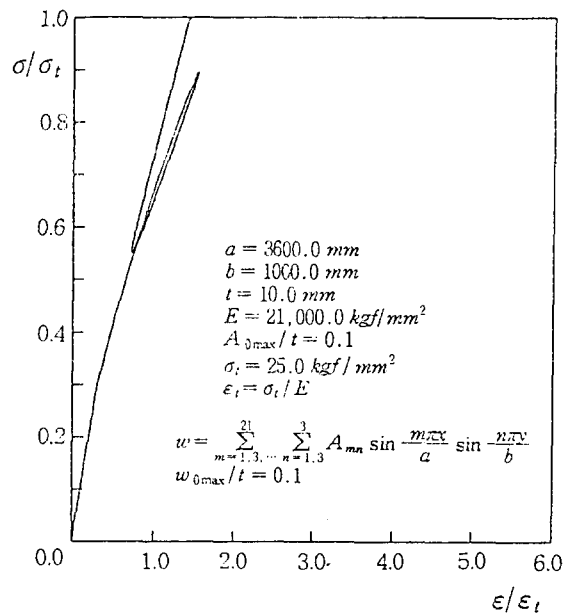


Fig. 6 Average stress-average strain relationship of a rectangular plate with initial deflection under thrust(a/b=3.6) considering symmetrical deflection coefficient

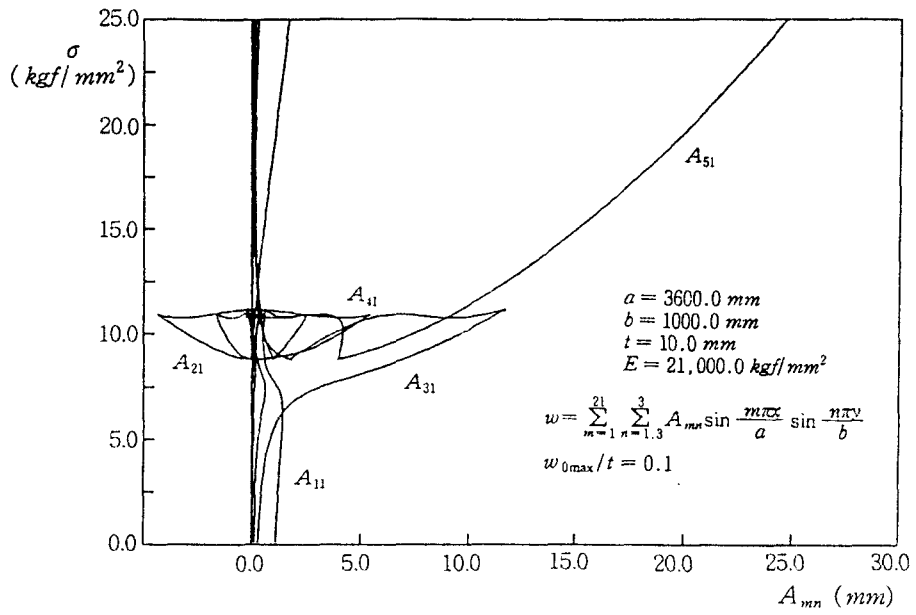


Fig. 7 Load-deflection coefficient curves of a rectangular plate with deflection under thrust ($a/b=3.6$) considering non-symmetrical deflection coefficient

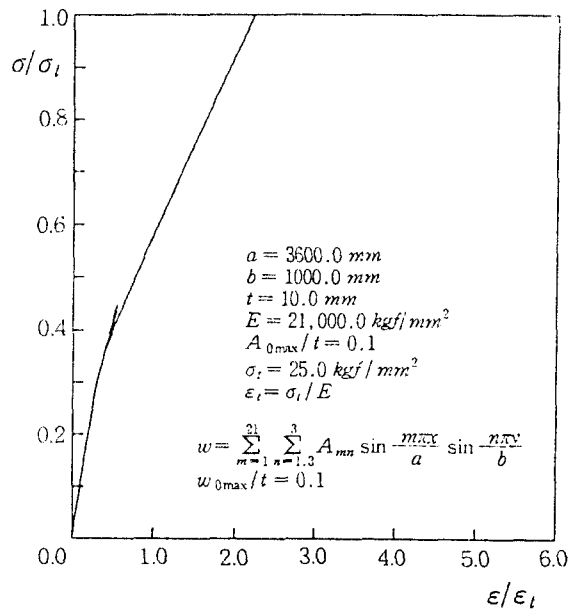


Fig. 8 Average stress-average strain relationship of a rectangular plate with initial deflection under thrust ($a/b=3.6$) considering non-symmetrical deflection coefficient

짐성분을 고려하면 초기좌굴이 지난 조금 후에 分岐點이 존재하게 됨을 알 수 있다. 이 分岐點이 곧 分岐型2次座屈點이라 할 수 있다. 그러나, 전술한 바와 같이 기수의 처짐성분만을 고려하였을 경우에는 이 分岐點을 찾을 수가 없었다. 이 分岐點으로 부터 分岐經路를 찾아서 계속하여 해석하여 보면 처짐모드가 3모드에서 자연스럽게 5모드로 변천하게 됨을 알 수 있다. 이것을 다시 平均壓縮應力과 平均壓縮變形率로 나타내면 Fig. 8과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 알 수 있는 바와 같이 2次座屈點에서 Snap-through현상이 일어났을 때 변형률에너지가 적은 쪽으로 변하게 됨을 알 수 있다.

즉, 위의 두 결과로부터 面內壓縮荷重을 받는 板의 座屈舉動을 해석하기 위해서는 기수의 처짐성분과 우수의 처짐성분의 모든 처짐성분을 고려해야 됨을 시사하고 있다. 그리고, 2次座屈은 초기 처짐이 존재하더라도 分岐型2차좌굴이 존재하게 됨을 알 수 있다. 지금까지는 縱橫비가 3.6인 판에 대해서는 초기처짐이 없을 때만 分岐型2次座屈이 생긴다고 하였다[8,11].

3.3 初期座屈後의 面內剛性

초기처짐이 없는 기본적인 경우를 생각하면 座屈하여 처짐이 발생한 후의 平均壓縮應力 σ 와 平均壓縮變形率 ϵ 과의 관계는 다음 식으로 나타내어진다.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\pi^2}{8a^2} \sum A^2 \quad (22)$$

식(22)로부터 座屈後의 接線面內剛性이 다음과 같이 구해진다[21].

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{1+(a/b)^4}{3+(a/b)^4} E \quad (23)$$

식(23)를 이용하여 판의 종횡비에 응하여 座屈後의 面內剛性は 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$a/b=0.6: \quad d\sigma/d\epsilon=0.3609E$$

$$\begin{aligned} a/b=0.8: \quad d\sigma/d\epsilon &= 0.4134E \\ a/b=1.0: \quad d\sigma/d\epsilon &= 0.5068E \\ a/b=1.4: \quad d\sigma/d\epsilon &= 0.7077E \end{aligned} \quad (24)$$

面內壓縮荷重을 받는 판에 있어서 최소좌굴하중을 주는 처짐성분만을 고려하면 座屈이 발생후 식(24)에서 밝히고 있는 面內剛性으로 저하한다. 즉, 초기좌굴후의 面內剛性は 위에서 밝히고 있는 面內剛性值의 이하로는 떨어지지 않는다고 알려져 있다[15]. 그러나, 전술한 바와 같이 기수만의 처짐성분으로 가정하여 해석한 결과를 보면 最小座屈荷重을 주는 처짐성분 뿐 만 아니라 그의 처짐성분도 영향이 있으므로 面內剛性이 윗식에서 밝히고 있는 面內剛性值보다 계속적으로 감소하리라 예상된다. 이것을 정확히 밝히기 위하여 縱橫비가 0.8인 판을 대상으로 하여 座屈後의 平均壓縮應力과 面內剛性的 변화를 Fig. 9에 나타내고 있다. 그림의 실선은 처짐성분중에서 고유의 압축좌굴모드의 처짐성분인 A_{11} 의 성분만을 넣어서 계산한 결과를 나타낸다. 한편, 파선은 식(2)에 나타낸 바와 같이 충분한 처짐성분($m, n=1\sim 5$)으로 가정하여 계산한 결과를 나타내고 있다. 縱橫비가 0.8인 판이 초기좌굴할 때의 面內剛性は 식(24)에 나타낸 바와 같이 0.4134E이다. 그러나, 그림에서 알 수 있는 바와 같이 초기좌굴시에는 고유의 압축좌굴모드의 처짐성분 A_{11} 만을 고려한 것과 여러 처짐성분을 고려한 것을 비교하면 같은 面內剛性值이지만, 판의 초기좌굴후의 面內剛性は 荷重이 증가하면서 차이가 있음을 알 수 있다. 실제적으로 面內壓縮荷重을 받는 판의 경우에는 이 그림의 파선으로 나타낸 바와 같이 초기좌굴후의 面內剛性は 初期座屈時의 面內剛性보다도 낮아진다. 이것으로부터도 非載荷邊이 직선을 유지하고 면내 이동이 가능한 경계조건에서는 횡처짐의 영향으로 고유의 초기좌굴모드의 처짐성분이외의 다른 처짐성분도 초기좌굴후에 성장함으로서 面內剛性이 지속적으로 감소함을 알 수 있다. 전술한 바와 같이 단순지지의 경계조건을 갖는 正四角形板이 面內壓縮荷重을 받는 경우, 초기좌굴후 횡처짐의 영향으

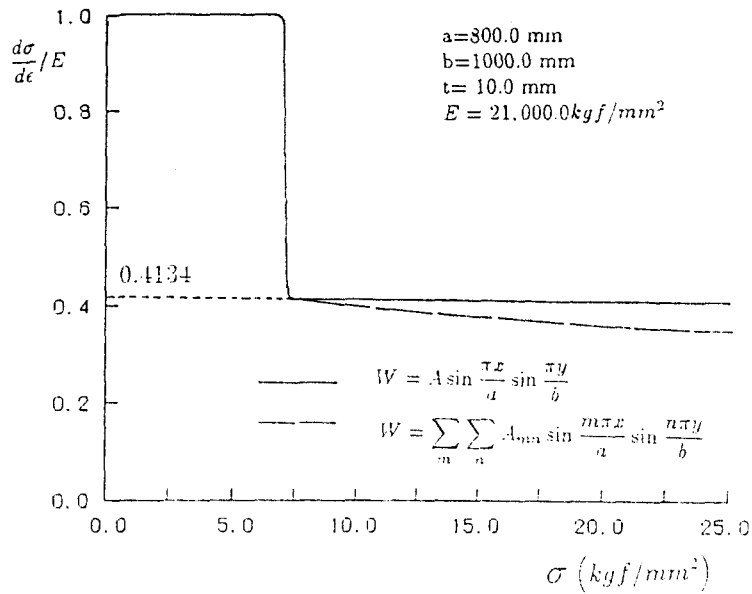


Fig. 9 Average stress-inplane rigidity relationships

로 2次座屈이 발생하여 荷重方向으로 처짐모드가 1모드에서 3모드로 변화한다. 이 것으로부터 2次座屈이 발생한 후의 面内剛性は 식(23)에서 $0.336E(a/b=1/3)$ 으로 다시 저하하게 됨을 알 수 있다.

4. 結論

본 연구에서는 座屈許容設計를 전제로하여 船體構造의 판부재가 1방향에 面内壓縮荷重을 받아 座屈崩壞하는 경우를 상정하여 해석적인 방법을 적용하여 彈性大變形解析을 실시하여 面内壓縮荷重을 받는 판의 2次座屈舉動에 대하여 구체적으로 밝혔다.

그 연구성과를 요약하면 다음과 같다.

- (1) 2次座屈이 발생하는 원인으로서는 판의 횡 처짐으로 인하여 非荷重邊의 중앙부에 引張應力이 생기고 이것과 평형을 유지하기 위하여 양단에 壓縮應力이 생기기 때문이다.
- (2) 正四角形板인 경우에는 基數의 모든 처짐 성분의 영향은 있으나 偶數의 처짐성분의 영향은

전혀 없다.

(3) 正四角形板에 2次座屈이 발생하면 처짐 과형이 1모드에서 3모드로 갑자기 변하는 Snap-through現象이 일어난다.

(4) 縱橫比($\alpha = a/b$)를 갖는 板에서는 초기 처짐이 존재하는 경우라도 分岐型2次座屈이 발생하는 경우도 있다.

(5) 最小壓縮座屈荷重을 주는 고유의 처짐성분 뿐 만 아니라 그외의 처짐성분이 성장하므로 初期座屈後의 面内剛性は 계속적으로 감소해 간다.

(6) 縱橫比($\alpha = a/b$)를 갖는 板의 座屈舉動을 해석하기 위해서는 基數의 처짐성분과 偶數의 처짐성분의 모든 처짐성분을 고려해야 한다.

後記

본 연구성과는 히로시마대학 박사과정 재학시 수행한 연구내용의 일부임.

參考文獻

[1] Supple, W.J. "Coupled Branching Confi-

- gurations in the Elastic Buckling of Symmetric Structural Systems", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.9, pp.97-112, 1967.
- [2] Supple, W.J.: "On the Change in Buckle Pattern in Elastic Structures", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.10, pp.737-745, 1968.
- [3] Supple, W.J.: "Change of Wave-Form of Plates in the Post-Buckling Range", *Int. J. Solids Structures*, Vol.6, pp.737-745, 1970.
- [4] Uemura, M. and Byon, O.: "Secondary Buckling of a Flat Plate under Uniaxial Compression; Part I: Theoretical Analysis of Simply Supported Flat Plate", *Int. J. Non-Linear Mech.*, Vol. 12, No.6, pp.355-370, 1976.
- [5] Uemura, M. and Byon, O.: "Secondary Buckling of a Flat Plate under Uniaxial Compression; Part II: Analysis of Clamped Plate by F.E.M. and Comparison with Experiments", *Int. J. Non-Linear Mech.*, Vol.13, No.1, pp.1-14, 1978.
- [6] Nakamura, T. and Uetani, K.: "Secondary Buckling and Post-Secondary Buckling Behaviour of Rect-angular Plates", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.21, pp.265-286, 1978.
- [7] J.W. Lee, K.T. Chung and Y.T. Yang: "Geometrically Nonlinear Analysis of Eccentrically Stiffened Plates", *Selected Papers of The Society of Naval Architects of Korea*, Vol.1, 1993, pp.91-100.
- [8] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用: "初期たわみを有する薄板の2次座屈に関する研究", *日本造船學會論文集*, 第176號, pp.309-318, 1994.
- [9] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用: "面内壓縮荷重を受ける矩形板の大たわみ舉動に関する研究", *西部造船會會報*, 第 89號, pp.179-190, 1995.
- [10] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用, 山本元道: "2次座屈が板の座屈・塑性崩壊舉動に及ぼす影響に関する研究", *日本造船學會論文集*, 第 177 號, pp.347-355, 1995.
- [11] 高 在用: "2次座屈を伴う板の座屈・塑性崩壊舉動に関する研究", *廣島大學博士學位論文*, 1995.
- [12] 上田幸雄, 矢尾哲也, 中村和博: "溶接初期不整を有する矩形板の壓壊強度に関する研究(第1報) - 初期たわみ波形および初期たわみ量の影響 -", *日本造船學會論文集*, 第148號, pp.222-231, 1980.
- [13] Ueda, Y. and Yao, T.: "The Influence of Complex Initial Deflection Modes on the Behaviour and Ultimate Strength of Rectangular Plate in Compression", *J. Constructional Steel Research*, Vol.5, pp.265-302, 1985.
- [14] Shen, H.: "Postbuckling Behaviour of Rectangular Plates under Combined Loading", *Thin-Walled Structures*, Vol.8, pp.203-216, 1989.
- [15] Yao, T., Nikolov, P.I. and Miyagawa, Y.: "Influence of Welding Imperfections on Stiffness of Rectangular Plate Under Thrust", *Mechanical Effects of Welding IUTAM Symp.*, (Eds.) Karlsson, L., Lindgren, L.-E. and Jonsson, M., Springer Verlag, pp.261-268, 1992.
- [16] Riks, E.: "The Application of Newton's Method to the Problem of Elastic Stability", *Trans. of ASME, J. of App. Mech.*, Vol.39, pp.1060-1065, 1972.
- [17] Riks, E.: "An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems", *Int. J. Solids Structures*, Vol.15, pp.529-551, 1979.
- [18] 細野 透: "弧長法による弾性座屈問題の解析(その1) - 座屈点に於ける増分解の性質 -", *日本建築學會論文報告集*, 第242號, pp.41-50, 1976.
- [19] 細野 透: "弧長法による弾性座屈問題の解析(その2) - 數値解析方法としての弧長法 -", *日本建築學會論文報告集*, 第243號, pp.21-31, 1976.
- [20] 上田幸雄, Sherif M.H. Rashed, 白 点基: "大たわみ伴う矩形板の組合せ荷重に對する有効幅", *日本造船學會論文集*, 第149號, pp.269-281, 1986.
- [21] Yao, T. and Nikolov, P.I.: "Stiffness of Plates after Buckling", *關西造船協會誌*, 第215號, pp.137-146, 1991.