

복합 하이퍼패치 표현을 이용한 3차원 유한 요소 격자의 자동생성

이원양*, 최 영**, 조성욱**

Three Dimensional F.E. Mesh Generation by Composite Hyperpatch Representation

Won-Yang Lee*, Young Choi**, Seong-Wook Cho**

ABSTRACT

A three dimensional FE mesh generation scheme based on mapping approach is proposed in this study. A volume in Euclidian space is represented by composite hyperpatches which are piecewise cubic functions in parameters u, v, w . A key idea in the proposed approach is that sampled grid data points lying only on the boundary surfaces are needed for the shape representation. Inner points which are necessary to form a hyperpatch are internally generated by Coons patches. This approach is most appropriate for the shapes which are compositions of hexahedron-like shapes and also severely curved.

Key words : Finite element mesh, Hyperpatch, Mesh generation

1. 서 론

최근 급격한 발전을 이룩한 전산기의 개발에 힘입어 수치시험의 방법이 매우 중요하게 되었다. 기계 설계나 구조물의 선형동 공학 전반에 있어서 유한요소법은 가장 일반적인 범용 해석 방법으로 인식되고 있다. 유한요소 해석을 위해서는 설계자료로 부터 효율적인 요소 격자를 생성할 필요성이 증가하고 있다. 정밀한 해석의 필요성과 저가의 고성능 전산기가 보급됨에 따라 과거에는 시도할 수 없었던 고밀도의 유한요소 격자의 생성이 필요하게 되었다. 유한요소 격자의 효율적인 생성은 유한요소 해석에 관한 전문지식이 부족한 실제 사용자를 위한 배려의 측면과 더불어 최저 격자의 자동 생성, 비선형 해석을 위한 격자 재생성능을 위해 그 필요성이 증가하고 있다.

현재까지 여러가지 이론^{1), 2), 3), 4)}에 기초하여 유한요소 격자를 생성하는 기술이 연구되어 왔다. 각

각의 이론적 방법은 그 장단점이 있다. 그러나 여러 가지 효율적인 측면을 고려하여 실제의 상용 프로그램에서 사용하는 격자생성 방법은 사상법(Mapped Element Approach)에 기초한 방법이다. 이 방법은 먼저 해석 영역을 세 변이나 네 변으로 둘러싸인 여러 개의 영역으로 분할해야 한다. 각 영역에 대한 요소의 생성은 매개변수 영역에서 생성된 요소를 사상(mapping)함으로써 이루어진다. 이 방법을 사용하려면 사상시키는 방법을 결정하여야 한다. 현재 2차원 격자 생성을 위해서는 보통 쿤스 패치(Coons Patch)⁵⁾가 많이 사용되고 있다. 이 방법에 의하면 격자생성을 위한 영역의 경계선을 기준으로하여 내부의 요소들 생성하기 때문에 상계면은 물론 영역의 내부를 근사적으로 표현할 수 있다. 분할 영역간의 연속성이 필요한 경우에는 3차 혹은 고차의 보간함수(cubic or higher order splines)를 사용하게 된다.⁶⁾

3차원 요소격자를 사상법에 의하여 생성하는 연구도 계속되고 있는데, 3차원 영역(차상공간에서는 정육면체)에서 수이진 사각의 변을 기준함수로 하여 격자를 생성하는 방법이 많이 사용되고 있다. 본 논

*중앙대학교 대학원 기계공학과
**중심회원, 중앙대학교 기계설계학과

문에서는 3차원 요소 격자생성을 위하여 복합 하이퍼패치(composite hyperpatch)를 사상함수로 사용하여 유한요소를 자동생성하는 방법을 연구하였다. 복합 하이퍼패치는 3차원 공간상에서 격자 형태로 주어진 점들을 기준으로하여 전체 부피를 보간에 의해 수학적으로 표현하는 방법이다.

2차원 문제의 경우에는 보통 4각형 혹은 3각형의 형상을 갖는 매개변수 영역을 유사한 형상의 곡면으로 매핑(mapping)하는 방법을 사용한다. 이를 위해서 복잡한 형상의 곡면일 경우에 4각형 혹은 3각형의 기본형상으로 해석모델을 분할하는 작업이 필요하게 된다. 3차원 문제의 경우에도 이와 유사하게 해석모델을 기본적인 3차원 형상인 6면체로 분할하여 모델링하는 과정이 필요하게 된다. 3차원 영역을 매개변수식으로 표현하기 위한 방법으로는 여러가지가 있을 수 있으나 본 연구에서는 해석모델의 경계점들을 샘플링하고 내부의 격자점을 쿤스패치 보간법을 이용하여 추정한 다음 이 점들을 u, v, w 세 방향으로 동시에 보간하는 방법을 사용하고자 한다.

이와같은 방식으로 해석모델을 표현한 후에는 각각의 매개변수 영역에서 다양한 분할방법에 의해 해석모델 전체에 대한 유한요소격자 데이터를 손쉽게 구할 수 있다.

2. 알고리즘의 개요

Fig. 1 (a)의 경우처럼 격자 형태로 56개의 표면 데이터점이 입력되고 이로부터 유한요소 격자가 자동생성되는 경우를 예로 들면 개략적인 유한요소 데이터 생성과정은 다음과 같다.

- a. 블럭의 개수, 각 블럭이 이웃한 블럭과 접촉하

는 면의 정보, 사상함수에서 이용하는 보간점의 개수 및 좌표, 유한요소 절점의 개수와 비율정도등의 데이터를 입력한다.

- b. 56개의 외부 격자점에 의한 보간 곡선을 경계곡선으로 하는 쿤스패치의 아이디어를 이용하여 4개의 내부 격자점을 생성한다.

c. 모든 격자점이 생성되면 세계의 매개변수로 표현되는 하이퍼패치에 의한 부피의 표현이 가능하다. Fig. 9와 같은 브래킷 형태 즉, 육면체 형상이 연결되어 있는 형상도 외부 표면의 데이터가 제공되면 여러개의 육면체 형상으로 분해하여 각 블럭의 외부 표면 데이터점과 쿤스패치 아이디어로부터 얻어진 각 블럭의 내부격자 데이터를 이용하여 동일한 방법으로 부피 표현이 가능하다.

- d. 초기에 입력된 유한요소 절점개수와 비율간격에 의하여 결정되는 유한요소의 절점에 해당하는 매개변수 좌표를 먼저 계산하고 이를 하이퍼패치 표현에 의해 x, y, z 공간으로 사상하여 절점 좌표를 구한다.

- e. 모든 절점에 고유번호를 부여하고 8절점 요소를 자동 생성한다.

각 과정에 대한 자세한 내용은 다음 절에서 부터 설명된다.

3. 내부 보간점의 생성

곡면에 대한 쿤스패치의 아이디어를 이용하여 부피 내부의 보간점을 Fig. 1에서 처럼 $plane-x, plane-y, plane-z$ 방향의 곡면 보간점의 평균값으로 정의하면 3차원의 매개변수 u, v, w 대하여 식 (1)과 같이 표현 된다.

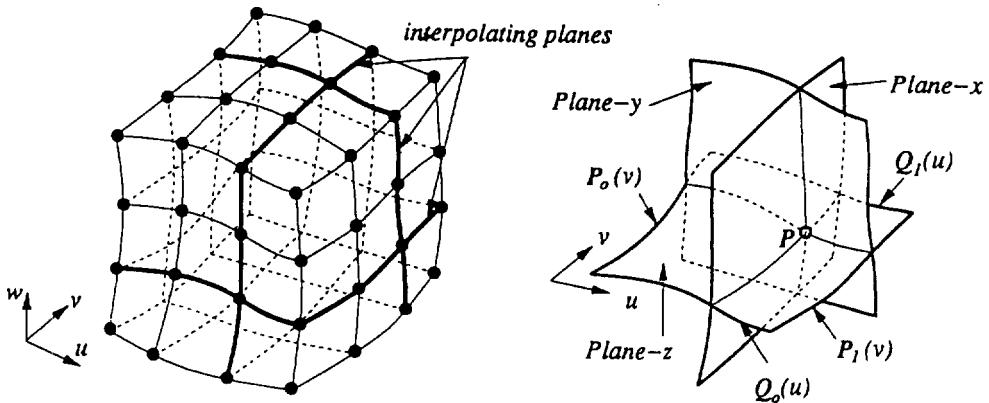


Fig. 1. 쿤스패치에 의한 내부 보간점 생성.

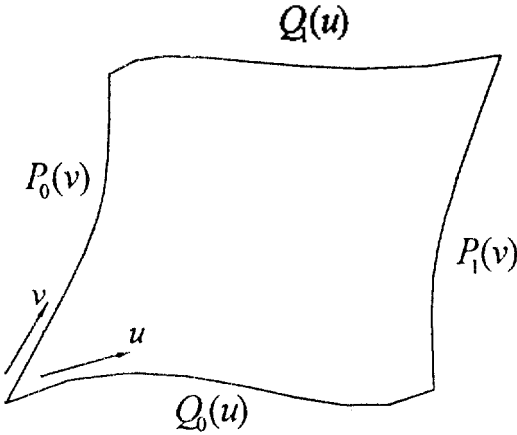


Fig. 2. 네개의 경계곡선과 쿤스패치.

$$\begin{aligned}
 P(u,v,w) = & \{ \{ (1-u)P_0(v) + uP_1(v) + (1-v)Q_0(u) + vQ_1(u) \\
 & - (1-u)(1-v)P_{0,0} - u(1-v)P_{1,0} - (1-u)vP_{0,1} - uvP_{1,1} \} \\
 & + \{ (1-v)R_0(w) + vR_1(w) + (1-w)P_0(v) + wP_1(v) \\
 & - (1-v)(1-w)R_{0,0} - v(1-w)R_{1,0} - (1-v)wR_{0,1} - vwR_{1,1} \} \\
 & + \{ (1-w)Q_0(u) + wQ_1(u) + (1-u)R_0(w) + uR_1(w) \\
 & - (1-w)(1-u)Q_{0,0} - w(1-u)Q_{1,0} - (1-w)uQ_{0,1} - wuQ_{1,1} \} / 3
 \end{aligned} \tag{1}$$

식 (1)에서 이용되는 쿤스패치란 네개의 경계곡선을 두 방향으로 보간하여 얻어지는 곡면식이다. Fig. 2에서 네개의 경계 곡선의 매개변수 u, v 는 모두, $0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1$ 의 범위를 가지는데, 경계곡선의 표현식을 이용한 곡면 보간식은 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned}
 P(u,v) = & (1-u)P_0(v) + uP_1(v) + (1-v)Q_0(u) + vQ_1(u) - (1-u)(1-v)P_{0,0} \\
 & - u(1-v)P_{1,0} - (1-u)vP_{0,1} - uvP_{1,1} \\
 & 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1
 \end{aligned} \tag{2}$$

쿤스패치의 경우 곡면 내부의 불룩한 정도를 직접 조절할수는 없으나, 그 형태의 간결성으로 인해 널리 이용되고 내부 보간점을 표현하는데 큰 오차가 없으므로 식 (2)에서 네개의 곡선 보간점으로부터 Fig. 2의 내부 보간점을 생성시킬 수 있다.

4. 복합 하이퍼패치를 이용한 부피의 표현

4.1 하이퍼패치 모델

3차원 매개변수 공간에서 u, v, w 에 의해 표현된 육면체모양의 매개변수 영역을 x, y 및 z 에 의해 표현된 모델링 영역으로 매핑할때 얻어진 결과적인 솔리드를 매개변수 솔리드(parametric solid) 또는 하이퍼

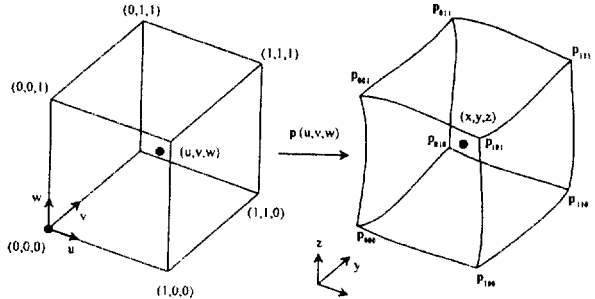


Fig. 3. 매개변수 영역에서 모델링 공간으로의 사상.

패치(hyperpatch)라고 한다^(4,5). 일반적으로 하이퍼패치는 u, v 및 w 의 매개변수 구간을 각각 0에서 1까지로 설정한 단위 육면체로 모델링한다. Fig. 3은 함수 $p(u,v,w)$ 에 의해서 매개변수 좌표계에서의 단위 육면체가 직교 좌표계로 매핑되는 예를 보여준다. 직교 좌표계에서의 각 코너 포인트와 곡선, 곡면들은 매개변수 좌표계에서 단위 육면체의 코너 포인트와 에즈와 면에 해당된다.

하이퍼패치를 높은 차수의 다항식으로 표현할 수도 있지만, 각 매개변수에 대한 3차 다항식이면 실제적인 응용에 충분하다. 매개변수 영역에서 모델링 영역으로의 매핑에 u, v 및 w 에 대한 3차식(tricubic)을 사용하고 다음과 같이 코너 포인트에서의 좌표, u, v 및 w 방향으로의 접선벡터, 트위스트 벡터(twist vector) 그리고 triple mixed partial을 이용하면

- 코너좌표 $p = (u, v, w)$
- 접선벡터 $p^u = \frac{\partial p}{\partial u}, p^v = \frac{\partial p}{\partial v}, p^w = \frac{\partial p}{\partial w}$
- 트위스트 벡터 $p^{uv} = \frac{\partial^2 p}{\partial u \partial v}, p^{vw} = \frac{\partial^2 p}{\partial v \partial w}, p^{uw} = \frac{\partial^2 p}{\partial u \partial w}$
- triple mixed partial $p^{uvw} = \frac{\partial^3 p}{\partial u \partial v \partial w}$

하이퍼패치는 다음과 같은 식에 의해 표현된다.

$$p(u,v,w) = \begin{bmatrix} UMB_0 M^T V^T \\ UMB_1 M^T V^T \\ UMB_2 M^T V^T \\ UMB_3 M^T V^T \end{bmatrix}^{-1} M^T W^T \text{ for } u, v, w \in [0,1] \tag{4}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 U &= [u^3 \ u^2 \ u \ 1] \\
 V &= [v^3 \ v^2 \ v \ 1] \\
 W &= [w^3 \ w^2 \ w \ 1]
 \end{aligned}$$

$$M = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} P_{000} & P_{010} & P_{000}^v & P_{010}^v \\ P_{100} & P_{110} & P_{100}^v & P_{110}^v \\ P_{000}^w & P_{010}^w & P_{000}^{vw} & P_{010}^{vw} \\ P_{100}^w & P_{110}^w & P_{100}^{vw} & P_{110}^{vw} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} P_{001} & P_{001} & P_{001}^v & P_{001}^v \\ P_{101} & P_{111} & P_{101}^v & P_{111}^v \\ P_{001}^w & P_{001}^w & P_{001}^{vw} & P_{001}^{vw} \\ P_{101}^w & P_{111}^w & P_{101}^{vw} & P_{111}^{vw} \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} P_{000}^w & P_{010}^w & P_{000}^{vw} & P_{010}^{vw} \\ P_{100}^w & P_{110}^w & P_{100}^{vw} & P_{110}^{vw} \\ P_{000}^{vw} & P_{010}^{vw} & P_{000}^{vww} & P_{010}^{vww} \\ P_{100}^{vw} & P_{110}^{vw} & P_{100}^{vww} & P_{110}^{vww} \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} P_{001}^w & P_{001}^w & P_{001}^{vw} & P_{001}^{vw} \\ P_{101}^w & P_{111}^w & P_{101}^{vw} & P_{111}^{vw} \\ P_{001}^{vw} & P_{001}^{vw} & P_{001}^{vww} & P_{001}^{vww} \\ P_{101}^{vw} & P_{111}^{vw} & P_{101}^{vww} & P_{111}^{vww} \end{bmatrix}$$

4.2 C² 연속 복합 하이퍼패치

모델링하고자 하는 3차원 형상이 복잡하여 단일 하이퍼패치 만으로는 모델링하기 힘든 경우에 형상을 임의적으로 분할하여 여러개의 하이퍼패치의 조합으로 표현할 수 있다. 이때 각 하이퍼패치간의 경계면에서 연속성을 고려하여야 하는데 본 연구에서

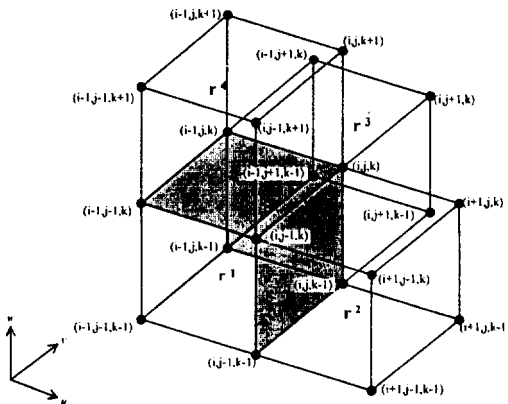


Fig. 4. 하이퍼패치 경계면에서의 연속성.

는 매개변수 C² 연속을 만족시키도록 한다.

Fig. 4에는 하이퍼패치 r¹과 u방향으로 연결되어있는 하이퍼패치 r², v방향으로 연결되어있는 하이퍼패치 r³, w방향으로 연결되어있는 하이퍼패치 r⁴가 도시되어있다. 각각의 경계면(음영 처리된 면)에서 C² 연속이 되기 위해서는 다음의 조건이 만족되어야 한다.

$$\begin{aligned} r_{uv}^1(u, v, w) &= r_{uv}^2(u, v, w) \\ r_{vw}^1(u, v, w) &= r_{vw}^2(u, v, w) \\ r_{uw}^1(u, v, w) &= r_{uw}^2(u, v, w) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)의 첫 식을 전개하여 u에 대한 2차 도함수를 계산하여 대입하면, u방향 으로의 C² 연속조건식이 다음과 같이 유도된다.

$$P_{i-1jk}^u + 4P_{ijk}^u + P_{i+1jk}^u = 3(P_{i+1jk}^u - P_{i-1jk}^u) \quad (6a)$$

$$P_{i-1jk}^{uv} + 4P_{ijk}^{uv} + P_{i+1jk}^{uv} = 3(P_{i+1jk}^{uv} - P_{i-1jk}^{uv}) \quad (6b)$$

$$P_{i-1jk}^{wu} + 4P_{ijk}^{wu} + P_{i+1jk}^{wu} = 3(P_{i+1jk}^{wu} - P_{i-1jk}^{wu}) \quad (6c)$$

$$P_{i-1jk}^{uvw} + 4P_{ijk}^{uvw} + P_{i+1jk}^{uvw} = 3(P_{i+1jk}^{uvw} - P_{i-1jk}^{uvw}) \quad (6d)$$

동일한 방법으로, 식 (5)의 두 번째 식, 즉 v방향으로의 C² 연속조건이 다음과 같이 유도된다.

$$P_{ij-1k}^v + 4P_{ijk}^v + P_{ij+1k}^v = 3(P_{ij+1k}^v - P_{ij-1k}^v) \quad (7a)$$

$$P_{ij-1k}^{uv} + 4P_{ijk}^{uv} + P_{ij+1k}^{uv} = 3(P_{ij+1k}^{uv} - P_{ij-1k}^{uv}) \quad (7b)$$

$$P_{ij-1k}^{vw} + 4P_{ijk}^{vw} + P_{ij+1k}^{vw} = 3(P_{ij+1k}^{vw} - P_{ij-1k}^{vw}) \quad (7c)$$

$$P_{ij-1k}^{uvw} + 4P_{ijk}^{uvw} + P_{ij+1k}^{uvw} = 3(P_{ij+1k}^{uvw} - P_{ij-1k}^{uvw}) \quad (7d)$$

마지막으로 식 (5)의 세 번째 식인, w방향의 C² 연속성을 고려하기 위해서 하이퍼패치식의 w에대한 2차 도함수를 구하면 C² 연속조건식은 아래와 같다.

$$P_{ijk-1}^w + 4P_{ijk}^w + P_{ijk+1}^w = 3(P_{ijk+1}^w - P_{ijk-1}^w) \quad (8a)$$

$$P_{ijk-1}^{uw} + 4P_{ijk}^{uw} + P_{ijk+1}^{uw} = 3(P_{ijk+1}^{uw} - P_{ijk-1}^{uw}) \quad (8b)$$

$$P_{ijk-1}^{vw} + 4P_{ijk}^{vw} + P_{ijk+1}^{vw} = 3(P_{ijk+1}^{vw} - P_{ijk-1}^{vw}) \quad (8c)$$

$$P_{ijk-1}^{uvw} + 4P_{ijk}^{uvw} + P_{ijk+1}^{uvw} = 3(P_{ijk+1}^{uvw} - P_{ijk-1}^{uvw}) \quad (8d)$$

4.3 하이퍼패치 모델링을 위한 3차원 격자 데이터의 보간

4.3.1 경계조건의 가정

3차원 솔리드 형상을 모델링 하기위해 (l+1)*(m+1)*(n+1) 개의 격자 형태의 측정 데이터가 주어진 경우, 이 데이터들을 세 방향으로 부드럽게(C² 연속) 보간하고자 한다. 이때 주어진 데이터 좌표 이외에도 다음과 같은 추가 경계조건이 필요하다.

· (l+1)*(m+1) + (l+1)*(n+1) + (m+1)*(n+1)개의 보간

- 곡선 양단에서의 접선 벡터
- $\cdot (l+1) \cdot (m+1) \cdot (n+1)$ 개의 보간곡면 코너에서의 트위스트 벡터
- $\cdot 8$ 개의 최외곽 코너에서의 triple mixed partial

본 연구에서는 보간곡면 코너에서의 트위스트 벡터와 최외곽 코너에서의 triple mixed partial의 값을 0으로 가정하였다. 접선 벡터를 지정하는 방법으로는 양단에서의 원호 보간, 2차 혹은 3차의 다항식 보간, 곡률이 0이 되도록 하는 free-end 조건 등이 사용될 수 있다.

주어진 격자 형태의 데이터 포인트와 가정된 경계 조건들을 만족하고 식 (6), (7) 및 식(8)로 표현되는 C^2 연속 조건을 만족하는 각 하이퍼패치에 대한 접선 벡터와 트위스트 벡터 그리고 triple mixed partial 이 계산되어야 한다.

4.3.2 접선 벡터의 계산

하이퍼패치의 모서리를 나타내는 에지는 같은 방향으로 있는 인접 하이퍼패치의 에지와 C^2 연속이어야 한다. 곡선의 관점에서 보면 이것은 한 방향으로 정렬된 데이터 포인트들을 부드럽게 연결하는 3차 스플라인을 생성하는것이다. 아래에 free-end 조건과 C^2 연속 조건을 사용하여 각 축방향 데이터 포인트들을 연결하는 보간곡선을 생성하기 위한 접선벡터를 계산한다.

4.3.3 트위스트 벡터의 계산

보간곡면 코너를 제외한 모든 포인트에서의 트위스트 벡터의 계산은 각 매개변수 방향으로 두 단계에 걸쳐서 계산하여야 한다. 먼저 보간곡면의 코너에서의 트위스트 벡터로부터 경계 에즈에서의 트위스트 벡터를 구하고 이로부터 보간곡면 내부에서의 트위스트 벡터를 계산한다⁽⁶⁾.

4.3.4 Triple mixed partial의 계산

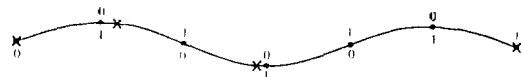
최외곽 코너를 제외한 모든 포인트에서의 triple mixed partial의 계산은 각 매개변수 방향으로 다음 세 단계의 절차를 따라 순차적으로 구한다. 먼저 최외곽 코너에서의 triple mixed partial로부터 경계 에즈에서의 triple mixed partial을 구하고 이로부터 최외곽 경계면에서의 triple mixed partial을 구한다. 마지막으로 하이퍼패치 내부의 전 영역에서의 triple mixed partial을 계산한다.

이상의 방법으로 각 하이퍼패치를 구성하는 모든 기하학적 상수들이 구해지고 하이퍼패치간의 경계에서는 C^2 연속조건이 만족된다.

5. 격자 데이터의 생성



(a) 등간격 절점 (등비율이 1인 경우)



(b) 등비율 절점

Fig. 5. 입력데이터 point [·]와 요소의 절점[x].

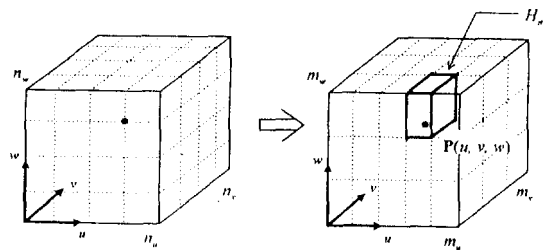


Fig. 6. 매개변수의 영역 위치로부터 해당 하이퍼패치 결정 및 매개변수 좌표계산.

단일 블록의 경우, 유한요소 격자를 생성하기 위해서는 6개의 경계면에 대한 보간점의 좌표와 쿤스 패치에 의한 내부 보간점이 결정되면 복합 하이퍼패치 표현에 의해서 부피의 전 영역이 블록별 3차의 매개 변수식으로 표현된다. 한 블록의 매개변수 u, v, w 방향에 대한 유한요소 절점의 갯수 및 비율 간격등이 결정되면 격자데이터 생성 단계로 넘어 간다.

편의상 Fig. 5처럼 7개의 측정 데이터가 비교적 균등한 간격으로 위치하고 있는 경우의 1차원 요소를 대상으로 설명한다. 이 경우 3차 스플라인으로부터 7개의 포인트를 지나는 부드러운 곡선을 생성할 수 있고, 그 곡선상의 임의의 매개변수 값에 해당되는 좌표를 계산할 수 있다. 그러므로 생성하고자 하는 유한요소 절점 갯수와 등비율의 정도가 결정되면 Fig. 5처럼 0에서 6까지의 새로운 매개변수로 매핑함으로써 6개의 곡선 세그먼트중 그에 대응하는 하나의 세그먼트와 그 세그먼트에서의 국부 매개변수를 계산하여 절점의 좌표를 구한다.

이와 유사하게 Fig. 6은 u 방향으로 6개, v 방향으로 4개, w 방향으로 4개의 표면 데이터를 이용하여 $5 \times 5 \times 5$ 개의 유한요소 절점을 생성하는 예를 보여주고 있다. 3차원 형상의 모델에 대해서는 Fig. 6에서처럼 각각 매개변수 u, v, w 방향으로 등비율의 정도와 $n_u,$

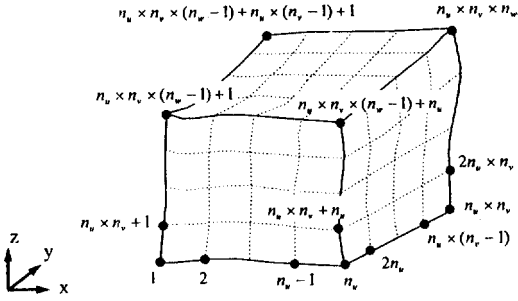


Fig. 7. 매개변수로부터 절점의 생성 및 번호 부여.

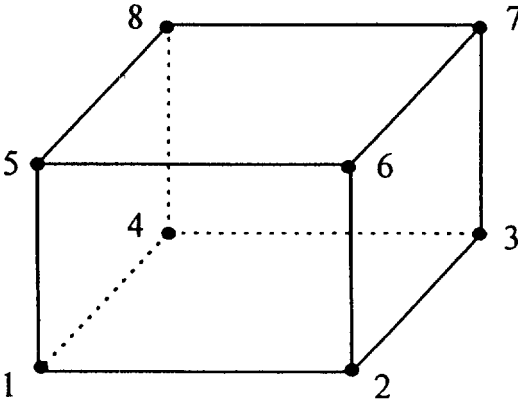


Fig. 8. 일반적인 8절점 요소의 절점번호 부여.

n_u, n_w 개의 유한요소 절점 개수가 결정되면 그중 하나의 절점을 구하기 위해서 각 매개변수 방향으로 m_u, m_v, m_w 개의 표면 측정 data point로부터 쿤스패치 아이디어를 이용하여 내부 보간점을 생성하고, 1차원의 경우처럼 각 절점에 대응하는 하이퍼패치 H_u 를 결정하고 그 하이퍼패치에서 0부터 1사이의 u, v, w 값을 계산하여 이를 x, y, z 공간으로 사상하는 함수 $P(u, v, w)$ 을 이용해서 Fig. 7과 같이 절점의 좌표를 구한다.

그러므로 한 블럭에 대하여 생성되는 절점의 개수는 $n_u \times n_v \times n_w$ 개 이고 Fig. 7과 같이 u 방향으로 절점의 번호를 붙이고 그 다음 v 방향, w 방향으로 차례로 절점번호를 부여하였다.

일반적인 8절점 요소는 절점을 Fig. 8과 같은 순서로 구성되어 있으므로 하나의 블럭에 대하여 8절점 요소는 $(n_u - 1) \times (n_v - 1) \times (n_w - 1)$ 개 생성되고, 매개변수 u, v, w 방향으로 각각 i, j, k 번째에 위치하고 있는 절점이라면 Fig. 8에서

$$1 \rightarrow ((i-1) \times n_v + j-1) \times n_u + k$$

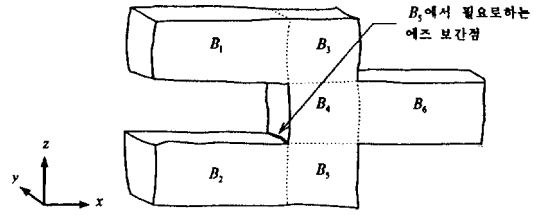


Fig. 9. 여섯개의 블럭으로 이루어진 브래킷 형상.

- 2 → $((i-1) \times n_v + j-1) \times n_u + k + 1,$
- 3 → $((i-1) \times n_v + j) \times n_u + k + 1,$
- 4 → $((i-1) \times n_v + j) \times n_u + k,$
- 5 → $((i \times n_v + j-1) \times n_u + k,$
- 6 → $((i \times n_v + j-1) \times n_u + k + 1,$
- 7 → $((i \times n_v + j) \times n_u + k + 1,$
- 8 → $((i \times n_v + j) \times n_u + k$ 로 각각 대응시켜

요소를 이루는 절점들을 배열하여 한 블럭 내에서의 격자 생성을 일반화 하였다.

현실적으로 단일 블럭의 변형으로는 복잡한 형상의 표현이 불가능하므로 여러개의 블럭이 조합된 형상의 표현이 가능 하여야 하고 이로 부터 유한요소 격자가 생성 되어야 한다.

복합블럭의 경우, 각각의 블럭에 대해 독립적으로 육면체 형상의 하이퍼패치를 적용하기 위하여 여섯개의 면에 대한 표면 보간점을 필요로 한다. 그런데 하이퍼패치를 적용하기 위한 데이터들은 외부에서 측정할 수 있는 표면 데이터만이 이용 된다.

여섯개의 블럭으로 이루어진 Fig. 9에서 블럭 B_2 나 B_4 의 경우는 두꺼운 선으로 표시된 에즈를 포함한 표면에 의해 그 에즈의 데이터 값이 입력된다. 그러나 블럭 B_5 의 경우에 두꺼운 선으로 표시된 에즈를 포함한 표면 데이터값이 없다. 그러므로 두꺼운 선을 공유하는 블럭 B_3 나 B_4 에서 그 에즈의 보간점들을 구해야 한다. 즉, 세개의 블럭이 에즈를 공유하는 경우에는 이웃한 블럭으로부터 에즈의 보간점을 검출 및 교환해야 한다. 그 다음, 식 (2)에서 각 블럭의 접측면과 식 (1)에서 내부 보간점을 생성한다. 복합 하이퍼패치 모델링시 현 단계에서는 접촉 블럭간의 절선벡터 이상의 연속성은 고려하지 않았다.

복합 블럭은 단일 블럭의 절점 생성처럼 각 블럭에 대하여 하이퍼 패치를 이용해 필요한 개수 만큼의 절점을 생성시킬 수 있지만 유한요소 격자를 생성하기 위해 모든 블럭 내에서 요소를 이루는 절점 고유번호가 유일해야 하므로 같은 좌표를 서로 다른 절점 번호로 간주해서는 않된다. 그러므로 복합 블

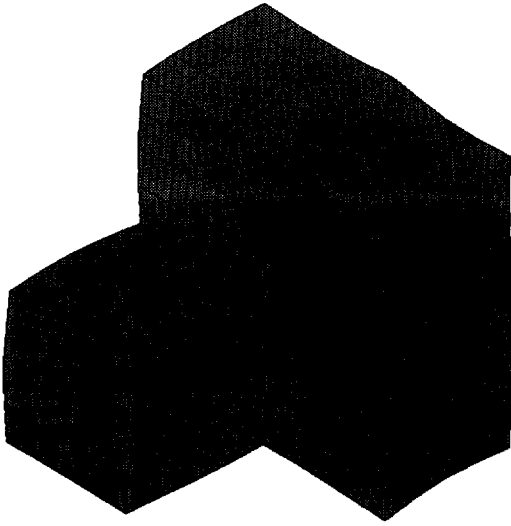


Fig. 11. 브래킷 형상(등비급수 격자).

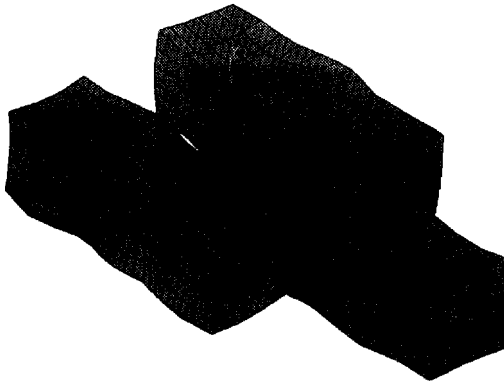


Fig. 12. 곡면 형상 부품의 격자 생성.

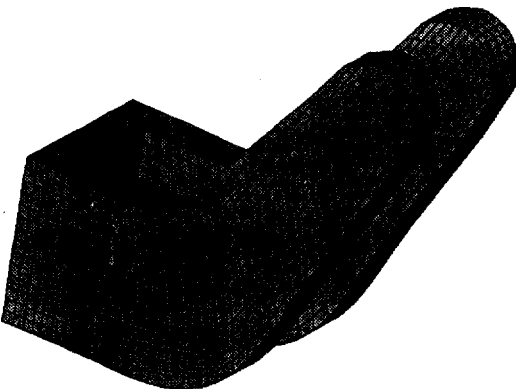


Fig. 12. 곡면 형상 부품의 격자 생성.

력에서 절점을 일반화시킬때 접촉하고 있는 다른 볼력과 접촉면의 절점 좌표를 검색해야 한다. 본 연구

에서는 접촉면의 절점간 거리가 특정값보다 작은 경우 같은 절점으로 간주하도록 하여 모든 볼력내에서 유일한 절점을 생성하여 유한요소 격자를 얻었다.

6. 격자데이터 생성 예

몇가지 형상을 임의의 표면 데이터에 의해 정의하고, 각 매개변수 방향의 보간점의 개수와 절점의 개수를 다르게 가정하여 본 연구에서 제안한 방법에 의해 격자 데이터를 생성하였다. 생성된 격자 데이터를 ANSYS 포맷으로 변환하여 디스플레이 하였는데, Fig. 10는 등간격 격자 생성 예이고, Fig. 11와 Fig. 12는 등비급수 격자 생성 예이다.

7. 결 론

본연구에서는 3차원 형상의 경계면에서 샘플링된 데이터를 이용하여 자유로운 형상의 부피를 수학적으로 표현하고, 이로부터 육면체 요소를 자동생성하는 프로그램을 개발하였다.

경계면에서 샘플링된 데이터로부터 전체 부피를 수학적으로 표현하기 위하여 쿤스패치 아이디어와 복합 3차 하이퍼패치를 이용하였다. 복합 3차 하이퍼패치 표현을 위해서는 전체의 부피구간에서 격자점 데이터가 필요하다. 그런데 본연구에서 제안한 방법에서는 경계면에서의 데이터만 주어지므로 부피 내부의 격자점을 생성해야 하고 이를 위해서 쿤스패치를 이용하였다. 이로써 세개의 매개변수 u, v, w 에 의해서 부피가 완벽하게 수학적으로 표현되므로 매핑을 이용하여 등간격 혹은 등비급수 등의 임의의 조건을 만족하는 격자를 생성하는 것이 가능하다.

본연구에서 제안된 방법은 특히 자유로운 형상의 격자생성에 효과적이다. 특히 수식으로 표현하기 힘든 자유로운 형상의 실물만이 존재할때 디지털타저를 이용하여 정해진 패턴의 표면 데이터를 측정함으로써 유한요소 격자를 생성할 수 있다.

본 연구는 1994년도 교육부 기계공학과 학술연구 조성비 (과제 번호: ME94-E-13)의 지원으로 수행되었음.

참고문헌

1. Yeung, S.F. and Hsu, M.B., "A mesh generation method based on set theory," *Comput. & Struct.* Vol 3, pp. 1063-1077, 1973.
2. Coons, S.A., "Surfaces for computer-aided design of

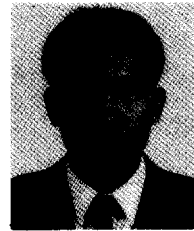
space forms," Technical Report MAC-TR 44 MIT, Cambridge, MA, USA, 1967.

3. Barnhill, R.E., Birkhoff, G. and Gordon, W.J., "Smooth interpolation in triangles," *J. Approx. Theory*, Vol. 8, pp. 114-128, 1973.
4. Mortenson, M.E., *Geometric Modeling*, John Wiley & Sons, 1985.
5. Zeid, I., *CAD/CAM Theory and Practice*, McGraw-Hill, 1991.
6. Choi, B.K., *Surface Modeling for CAD/CAM*, Elsevier Science Publishers B.V., 1991.
7. Chapra., S.C. and Canale, R.P., *Numerical Methods for Engineers*, 2nd edition, McGraw-Hill, 1989.
8. Zienkiewicz, O.C. and Phillips, D.V., "An automatic mesh generation scheme for plane and curved surfaces by 'isoparametric' co-ordinates," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 15, pp. 519-528, 1971.
9. Cohen, H.D., "A method for the automatic generation of triangular elements on a surface," *Int. J. Numer. Mesh. Eng.*, Vol. 15, pp. 470-476, 1980.
10. 채 수원, "유한요소 해석에서의 전후 처리 시스템", 전산 고체역학 워크샵 자료 논문 모음, 한국 과학 기술원, 1991.
11. Ho-Le, K., "Finite element mesh generation methods: a review and classification", *Computer-Aided Design*, Vol 20, No 1, pp. 27-38, 1988.



이 원 양

1995년 중앙대학교 기계공학과 학사
 1995년~현재 중앙대학교 대학원 기계공학과 재학
 관심분야: 전산고체역학



최 영

1979년 서울대학교 기계설계학과 학사
 1981년 한국과학기술원 생산공학과 석사
 1989년 Carnegie Mellon University 기계공학과 박사
 1981년~1984년 대우중공업 중앙연구소 연구원
 1989년~1990년 Engineering Design Research Center 연구원
 1992년~현재 중앙대학교 기계설계학과 교수
 관심분야: CAD/CAM 응용, Non-manifold modeling, 솔리드모델링, 곡선 및 곡면 모델링



조 성 욱

1979년 서울대학교 기계공학과 학사
 1981년 한국과학기술원 기계공학과 석사
 1990년 M.I.T. 기계공학과 박사
 1981년~1984년 대우중공업 중앙연구소 연구원
 1991년~1993년 포항공과대학교 기계공학과 교수
 1993년~현재 중앙대학교 기계설계학과 교수
 관심분야: 전산고체역학, 유한요소해석법