

# 비압축성 점성 유동의 수치적 해석을 위한 사각형-삼각형 혼합 격자계

심은보\*, 박종천\*\*, 류하삼\*\*\*

## Quadrilateral - Triangular Mixed Grid System for Numerical Analysis of Incompressible Viscous Flow

E.B. Shim\*, J.C. Park\*\*, H.S. Ryu\*\*\*

### Abstract

A quadrilateral-triangular mixed grid method for the solution of incompressible viscous flow is presented. The solution domain near the body surface is meshed using elliptic grid generator to accurately simulate the viscous flow. On the other hand, we used unstructured triangular grid system generated by advancing front technique of a simple automatic grid generation algorithm in the rest of the computational domain. The present method thus is capable of not only handling complex geometries but providing accurate solutions near body surface. The numerical technique adopted here is PISO type finite element method which was developed by the present author. Investigations have been made of two-dimensional unsteady flow of  $Re=550$  past a circular cylinder. In the case of use of the unstructured grid only, there exists a considerable amount of difference with the existing results in drag coefficient and vorticity at the cylinder surface; this may be because of the lack of the grid clustering to the surface that is a inevitable requirement to resolve the viscous flow. However, numerical results on the mixed grid show good agreements with the earlier computations and experimental data.

**Keywords** : CAE, Quadrilateral-triangular mixed grid, Advancing Front Technique, FEM, Incompressible viscous flow

### 1. 서 론

수치적인 방법과 컴퓨터를 이용하여 유체 유동 현상을 해석적으로 고찰하는 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics)은 항공기, 선박, 자동차 산업 등은 물론 최근에 와서는 전자부품산업, 인체공학에 이르기까지 다양한 분야에서 그 응용범위가 빠른 속도로 확대되고 있다. 설계분야에 있어서의 전산유체역학은 기존의 구조해석 소프트웨어(ANSYS, ADINA, NASTRAN)들과 더불어 CAE(Computer Aided Engineering)를 위한 필수적인 도구로서 그 중요성이 날로 증대되고 있다.

지금까지 전산유체역학의 발전은 주로 정렬격자

계(Structured grid system)를 근간으로 하는 유한차분법(Finite Difference Method)에 의해 주도되어 왔다. 정렬격자계는 간단한 유동모델일 경우, 수치적 계산의 정확성을 판가름하는 기준인 "격자선(Grid line)들간의 직교성(Orthogonality)"이 매우 잘 만족될 수 있다. 통상 점성(Viscosity)의 영향이 지배적인 물체의 벽면 근처에서는 벽의 수직방향으로의 물리적 변화는 매우 심하다. 반면 벽면에 수평한 방향으로의 구배는 비교적 완만하다. 정렬격자계는 변화가 심한 수직 방향으로는 조밀하게, 그리고 구배가 완만한 수평방향으로는 매우 성긴 격자들을 생성시킬 수 있기 때문에 점성유동을 효율적으로 해석할 수 있다<sup>(1)</sup>. 그러나 해석하고자 하는 유동모델이 복잡할 경우에는 생성기법상의 한계로 인하여 질 좋은 정렬격자의 생성에는 많은 어려움이 따른다. 실제 산

\*정회원, 금오공과대학교 기계공학과  
\*\*중신회원, 금오공과대학교 기계공학과  
\*\*\*서울대학교 기계설계학과 대학원

업현장의 매우 복잡한 모델의 경우에는 CAE의 전과정에서 대부분의 시간이 격자생성에 소요된다. 이러한 이유로 최근에는 표면으로부터 자동적으로 공간 격자를 생성하는 비정렬격자(Unstructured grid)기법에 대해 많은 관심이 집중되고 있다. 비정렬격자계는 2차원에서는 삼각형, 3차원에서는 사면체로 이루어지며, 임의의 형상에의 적용이 용이하고, 특히 복잡한 형상 주위의 공간분할을 매우 손쉽게 할 수 있다. 따라서 격자생성에 소요되는 시간이 획기적으로 단축될 수 있으며, 모델의 기하학적인 형상을 정확히 표현할 수 있다. 대체로 유한요소법(Finite Element Method)과 결합되어 압축성 비점성 유동(Compressible inviscid flow)해석에 많이 이용되어 왔다<sup>(2, 3)</sup>. 반면 격자요소와 격자점사이의 관계가 무작위적이기 때문에 많은 컴퓨터 기억용량이 요구되며, 유동장(Flow field)에서 물리량 변화의 방향성을 일관성있게 포착하지 못한다. 특히 경계층(Boundary layer)부근에서는 유동의 특성상 수직방향으로는 밀집되고 수평방향으로는 선긴 격자점의 분포가 요구되는데, 이는 매우 쪼그러진 비정렬격자의 생성을 불가피하게 만들어 수치해(Numerical solution)의 정확도를 저하시킨다. 따라서 점성유동(Viscous flow) 영역의 해석에는 많은 수치적 오차가 수반된다.

공학적으로 수치적 해석이 요구되는 대부분의 유체 유동은 비압축성 점성유동(Incompressible viscous flow)으로 귀착된다. 따라서 이에 대한 정확한 해를 구하기 위해서는 물체 주위의 경계층, 와류(Vortex flow), 그리고 후류(Wake)를 포함하는 점성 영역과 그 이외의 비점성영역을 근사할 수 있는 적절한 격자계가 요구된다. 지금까지 비압축성 유동의 경우 압력항 처리의 난점으로 인해 비정렬격자계가 거의 이용되지 못하였다. 최근에 들어서야 이를 해결할 수 있는 알고리즘이 제시되었고, 비교적 간단한 경우에 적용된 바 있다<sup>(4)</sup>. 그러나 전술한 것처럼 점성영역에서의 수치해의 부정확성이 문제로 제기되었다. 따라서 본 연구에서는 비압축성 점성유동에 대해 이와같은 문제점을 해결할 수 있는 효율적인 격자생성 방법을 제시하고자 한다. 그것의 주된 내용은 점성의 영향이 지대한 물체의 표면부근에서는 정렬격자를, 그 이외의 비점성 영역에서는 비정렬격자를 사용한다는 것이다. 즉 먼저 물체의 근처에서 해석적 방법<sup>(5)</sup>에 의해 표면의 수직방향으로 밀집된 정렬격자를 생성한다. 그이외의 남은 공간에 대해서는 Advancing front technique<sup>(6)</sup>을 이용하여 비정렬격자를 생성한다. 이렇게 함으로서 비정렬격자 뿐만

아니라 정렬 격자가 가진 장점까지도 활용할 수 있게 되고 따라서 효율적이고 정확한 유동 계산이 가능하게 된다.

본 연구에서는 생성된 사각형-삼각형 혼합 격자계를 이용하여 Cylinder주위의 유동을 해석하고, 이를 비정렬 격자계만을 사용하였을 때의 계산 결과와 비교함으로써 본 연구에서 제시한 혼합 격자 방법의 타당성과 효율성을 검토하고자 한다. 이때 수치해석 방법으로는 본 저자에 의해 개발되어 많은 유체유동 문제에 성공적으로 적용된 바 있는 PISO(Pressure Implicit with Splitting of Operators) type의 유한요소법<sup>(7)</sup>을 사용하였다.

## 2. 격자계 생성

본 연구에서는 먼저 점성 유동 영역인 실린더 표면 근처에 정렬 사각형 격자를 생성한다. 이때 수치해의 정확도 향상을 위해 벽면쪽에 격자를 밀집시킨다. 물론 전체 영역에 대해 정렬 격자를 생성하는 것은 대단히 어렵다. 그러나 물체 주위의 일부분에 대해서 생성하는 것은 그다지 어렵지 않다. 정렬 격자계를 생성하고 난 이후에는 나머지 계산 영역에 대해 Advancing front technique을 이용하여 비정렬 격자를 생성한다.

### 2.1 정렬 격자계 생성

정렬 격자계를 생성하기 위한 해석적 방법들 중에서는 타원형 편미분 방정식(Elliptic partial differential equation)을 사용하는 것이 보편적으로 널리 쓰이고 있다. 이 방법은 닫혀진 영역의 경계조건으로부터 편미분 방정식을 풀어 내부 격자를 생성한다. 이때 격자계를 생성하기 위한 타원형 편미분 방정식은 다음과 같은 Poisson식이 된다.

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = P \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q \quad (2)$$

여기에서,  $\xi$ ,  $\eta$ 는 계산 공간(Computational domain)의 좌표계,  $x$ ,  $y$ 는 실제 공간(Real domain)의 좌표계를 나타내며  $P$ 와  $Q$ 는 내부격자를 조절하기 위한 조절함수이다. 각 좌표계 간의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad \frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \eta} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \xi}$$

여기서,

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (4)$$

위의 관계식을 좌표계에 대한 Poisson식 (1), (2)에 대입하면, 다음과 같이 변환된 좌표계에서의 식을 얻을 수 있다.

$$\alpha \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} = -J^2 \left( P \frac{\partial x}{\partial \xi} + Q \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \quad (5)$$

$$\alpha \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2\beta \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} = -J^2 \left( P \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \alpha &= \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \\ \beta &= \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} \\ \gamma &= \left( \frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

위의 식 (5)와 (6)을 차분화한 후 반복법(Iteration method)을 사용하여 x, y에 관한 해를 구하면 그것이 바로 생성된 격자점들의 좌표값이 된다. 이때 Fig. 1에 나타난 것처럼 격자선들 간의 직교성과 벽면 근처에서의 격자의 밀집 정도를 조절하기 위해서는 조절함수 P와 Q의 적절한 선택이 필요한데 본 연구에서는 Sorenson<sup>(6)</sup>의 방법을 사용한다.

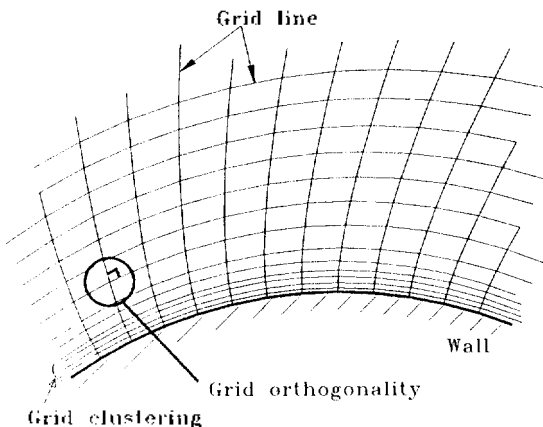


Fig. 1. Schematic diagram of structured grid generation.

## 2.2 비정렬 격자계 생성

비정렬 격자계 생성하는 방법으로는 Delaunay삼각화<sup>(8)</sup>와 Advancing front technique<sup>(6)</sup>을 들 수가 있다. Delaunay방법은 이미 주어진 점들을 이용하여 Delaunay기준을 만족하는 점들을 생성하는 것으로서, 격자계의 유일성(Uniqueness)이 보장된다는 장점이 있으나, 많은 기억용량을 차지하며 효율적인 프로그래밍이 필요하다는 단점이 있다. Advancing front technique은 평이한 알고리즘을 사용하며 프로그래밍이 쉽다는 점과 더불어 2차원의 경우에는 계산 시간이 상대적으로 매우 적게 소모된다. 따라서 본 연구에서는 Advancing front technique을 사용하였다.

Advancing front technique은 Front라 지칭되는 경계 요소로부터 분할하고자 하는 유동장 영역 내부로 진행하면서, 적절한 위치에 새로운 점을 지정하거나 요소 생성 중에 생긴 기존의 점을 택하여 삼각형을 만들어 나간다. 이렇게 하여 전체 유동장영역을 격자점(Grid point)과 요소(Element)로 채우게 된다. 이때 생성되는 요소의 크기 혹은 변형의 정도 등은 미리 지정된 배후 격자(Back grid)에서의 값을 내삽(Interpolation)하여 결정한다. 구체적인 알고리즘은 다음과 같다(Fig. 2).

**Step 1:** 격자계 생성하고자 하는 영역을 완전히 포함하도록 영성한 삼각형 요소로 이루어진 배후 격자계 만들고 이의 각 격자점에 격자상수 즉, 원하는 격자의 크기δ, 변형의 정도등을 지정하여 준다.

**Step 2:** 계산하고자 하는 영역의 경계들을 선분이나 곡선등의 경계요소로 나누고 이들을 초기의 Front로 지정한다. 이때 각 점에서의 격자상수는 배후격자로부터 내삽한다.

**Step 3:** 삼각형 요소를 생성하기 위하여 사용될 Front를 Active front, 이미 사용된 Front를 Inactive front라 하고, 현재의 Active front에서 가장 작은 크기를 가지는 Front를 선택한다. 이는 큰 요소가 작은 요소들의 영역을 가로지르는 것을 방지하기 위해서이다.

**Step 4:** 선택된 Front인 AB의 중점 M에서의 격자크기 (M을 배후격자로 부터 내삽하여 구한다. 그리고 다음과 같은 식에 의해 (1을 구하고 Front의 양 끝 A, B에서 똑같이 δ1이 떨어진 점 C를 찾는다.

$$\delta_1 = \begin{cases} 0.55 \overline{AB} & \text{if } \delta_M < 0.55 \overline{AB} \\ \delta_M & \text{if } 0.55 \overline{AB} < \delta_M < 2\overline{AB} \\ 2\overline{AB} & \text{if } \delta_M > 2\overline{AB} \end{cases} \quad (8)$$

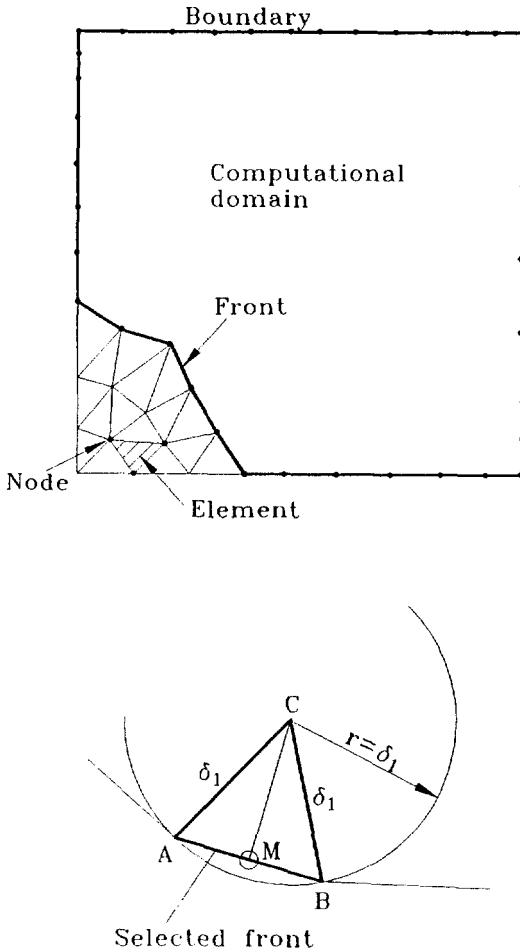


Fig. 2. Schematic diagram of advancing front technique.

**Step 5:** 점 C를 중심으로 하여 반지름  $n \times \overline{AB}$  ( $n$ 은 임의의 상수) 안에 들어 있는 모든 Active front의 격자점들을 찾아 이를 C에서의 거리가 가까운 순서대로 정렬시킨다. 만약 C에서 제일 가까운 점이  $1.5 \delta_1$  이상 떨어져 있으면 이 순서의 제일 앞에 점 C를 놓는다.

**Step 6:** 정렬된 점들 중에서 다른 삼각형 요소를 지나치지 않고 또한 그 점으로 만들어 지는 삼각형 요소가 Active front의 격자점들을 포함하지 않는 첫번째 점을 선택한다.

**Step 7:** Active front의 갯수가 0이 될 때 까지 Step 3-Step 6을 반복한다.

### 3. 수치해석

본 연구에서는 정렬 격자계와 비정렬 격자계 모

두, 하나의 유한요소 알고리즘으로서 해석하였다. 프로그램 상에서는 단지 정렬 격자의 경우 요소내의 절점(Node) 수가 4개, 비정렬 격자의 경우에는 3개라는 사실만 지정하면 된다.

#### 3.1 지배 방정식 및 유한요소 정식화(Finite element formulation)

먼저 지배 방정식은 점성의 영향까지 포함하고 있는 가장 일반적인 형태의 식인 Navier-Stokes 방정식이다.

$$\nabla \cdot \bar{u} = 0 \tag{9}$$

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \bar{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \bar{u} \tag{10}$$

식 (9)는 연속방정식(Continuity equation)이고, 식 (10)은 운동량방정식이다. 여기에서  $\rho$ 는 밀도,  $t$ 는 시간,  $\bar{u}$ 는 속도벡터,  $p$ 는 압력 그리고  $\mu$ 는 유체의 점성 계수를 나타낸다. 그리고 위에서 나타난 수학적 기호에서  $\nabla$ 는 Divergence,  $\nabla$ 는 Gradient,  $\nabla^2$ 은 Laplacian operator를 의미한다.

지배 방정식 (9), (10)에 대해 Galerkin method를 적용한 후 요소 내에서의 압력, 속도등의 유동 변수들에 대해 내삽함수(Interpolation function)를 취하면 다음과 같은 유한요소 행렬 방정식(Matrix equation)이 나온다.

$$C^T U = 0 \tag{11}$$

$$M \frac{\partial U}{\partial t} + A(U)U + DU = CP + F \tag{12}$$

여기에서  $U, P$ 는  $\bar{u}, p$ 에 대한 Solution vector이고,  $M$ 은 Mass matrix,  $A(U)$ 는 Nonlinear convection matrix,  $D$ 는 Conduction matrix,  $C$ 는 Gradient matrix,  $C^T$ 는 Divergence matrix,  $F$ 는 Force vector이다.

#### 3.2 유한요소 알고리즘

비압축성 유동을 해석함에 있어 가장 문제로 떠오르는 것이 바로 압력항의 처리 방법이다. 이러한 난점은 압력의 지배 방정식인 연속방정식 (9)에 압력에 관한 항이 없기 때문에 발생하며, 이를 해결하기 위해서 통상 Mixed interpolation 개념이 사용된다. 이것은 연속방정식을 유동에 대한 지배 방정식으로 보지 않고 질량 보존을 위한 구속 조건으로 간주하여,  $P$ 에 대한 Solution vector  $P$ 를 Lagrangian multiplier로 취급하는 것이다. 이 방법에서는 속도는 격자점에서,

압력은 요소의 중심에서 계산된다. 그런데 비정렬 삼각형 격자계에서는 보통 격자점의 개수보다 요소의 개수가 더 많아진다. 이러한 경우에는 유동의 구속 조건(총 요소의 개수)이 지배 방정식의 개수(총 격자점의 개수)보다 많아지는 모순이 생기게 되어 문제가 풀리지 않게 된다. 이를 해결하기 위한 방안으로서 유한차분법에서 널리 쓰이고 있는 Operator splitting 방법이 도입되기 시작했는데, 이는 연속방정식과 운동량방정식을 조합하여 새로운 압력방정식을 만들어 내는 것이다. 본 연구에서 사용한 PISO type의 유한요소법도 이 범주에 속하는 것으로서, 한 Time step 내에서 한번의 내연적인(Implicit) 예측 단계(Predictor step)와 두 번의 외연적인(Explicit) 보정 단계(Corrector step)를 거친다. 따라서 수치해의 시간 정확성이 보장되며, 다른 외연적 방법들에 비해서 큰 Time step을 줄 수가 있다. 나머지 자세한 내용은 참고문헌<sup>7)</sup>에 잘 기술되어 있다.

#### 4. 계산 결과 및 검토

본 연구에서는 사각형-삼각형 혼합 격자 방법의 타당성을 조사하기 위해 갑자기 출발하는 실린더 주위의 비정상 유동(Unsteady flow)을 해석하였다. 이 문제는 수치해석 방법의 검증용 위해 많이 해석되는 것으로서 기존의 수치적 및 실험적 결과들이 존재한다. 균일 유동장에 실린더가 놓여 있을 때 초기에는 대칭적인 Vortex가 생성된다. 그리고 상당한 시간이 경과하면 대칭적인 구조가 깨어지고 Vortex shedding 단계에 이르게 된다. 여기에서는 실린더가 대칭적인 구조를 이루고 있는 초기 단계에서의 유동만을 고려한다. 유동의 대체적인 형태는 Fig. 3에 나타난 것처럼 Primary vortex, secondary vortex가 공존하고 있다. 여기에 나타난  $a$ 는 실린더의 반지름,  $L$ 은 Primary vortex의 길이를 나타낸다. 점성 유동에 있어

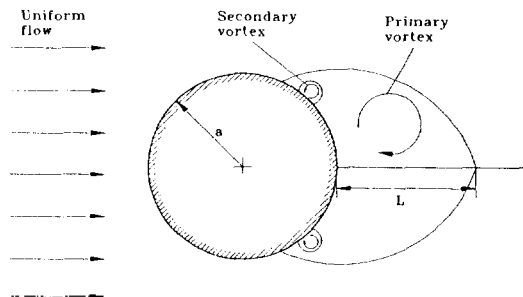


Fig. 3. Schematic diagram of an impulsively started circular cylinder.

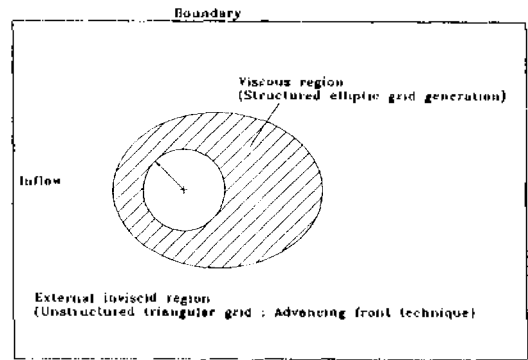


Fig. 4. Mixed grid system of computational domain.

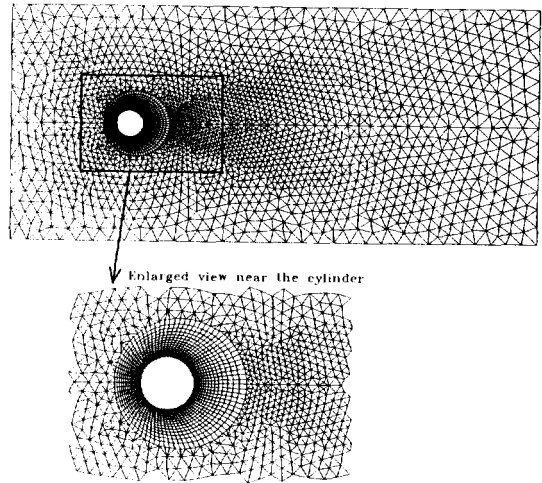


Fig. 5. Structured-unstructured mix grid system.

가장 중요한 무차원 수인 Reynolds number(이하  $Re$ 로 표기)는 유입 속도, 실린더의 지름을 기초로 한 것이다. 본 연구에서는 Ta Phuoc Loc<sup>9)</sup>의 연구 결과와 비교하기 위해  $Re = 550$ 인 경우에 대해 계산하였다. 사용한 Time step의 크기는 0.05이며, 시간  $t = 5$ 까지만 고려하였다. 본 연구의 계산은 PC-486 DX/2에서 행하여 졌는데, 격자 생성에 소요되는 시간은 극히 작으며 대부분의 컴퓨터 사용시간은 유한요소 방정식을 푸는데 소요된다.

격자계는 실린더 주위의 점성 영역에서는 타원형 편미분 방정식에 의한 정렬 격자계를, 그 이외의 영역에서는 Advancing front technique에 의한 비정렬 격자계를 사용한다(Fig. 4).

Fig. 5는 생성된 혼합 격자계로서, 요소의 개수는 2,729개, 총 격자점의 수는 1,854개 이다. 그림에서 보여지듯이 벽면에서 밀집되어 있다. 그리고 결과의 비교를 위해, 똑같은 경계 격자 하에서 비정렬 격자

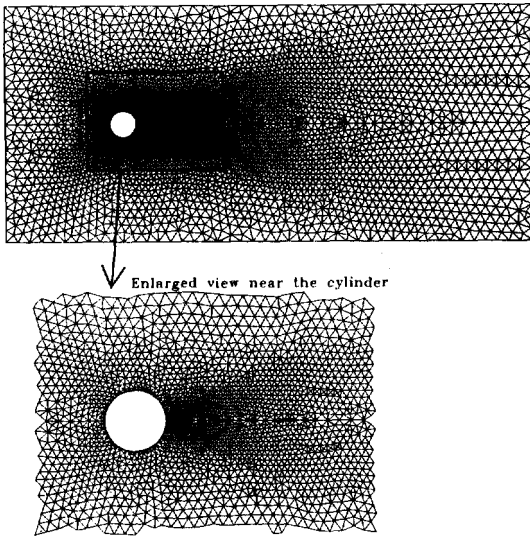


Fig. 6. Unstructured grid system generated by advancing front technique.

만을 사용한 경우가 Fig. 6에 도시되어 있다. 이때 요소의 개수는 5,813개이고 총 격자점의 수는 3,007개이다. 삼각형 격자를 벽면 근처로 너무 밀집 시키게 되면, 심하게 찌그러진 격자가 생기는 것이 불가피하게 된다. 이러한 격자를 쓰면 수치적 계산이 매우 부정확 하게 되며, 심한 경우는 해가 발산하도록 하는 원인이 되기 때문에 실제 계산에서 이용될 수 없다. 따라서 삼각형 격자를 벽면에 아주 밀집 시키려 한다면 표면의 경계 요소를 극히 세분하는 방법 밖에 없다. 그러나 이것은 전체 격자점의 수를 급격히 증가시키게 되며, 따라서 유한요소법에 의한 수치 계산 시간을 급격히 증가 시키게 된다. 혼합격자계를 사용한 경우, 전체 영역을 하나의 계산영역으로 취급하고 같은 알고리즘을 사용하였다. 따라서 각 영역을 분리하여 따로 계산한 후 경계에서 유동 변수의 값이 서로 부합되도록 반복적인 계산을 행하는 경우에 흔히 발견될 수 있는 경계에서의 해의 불균

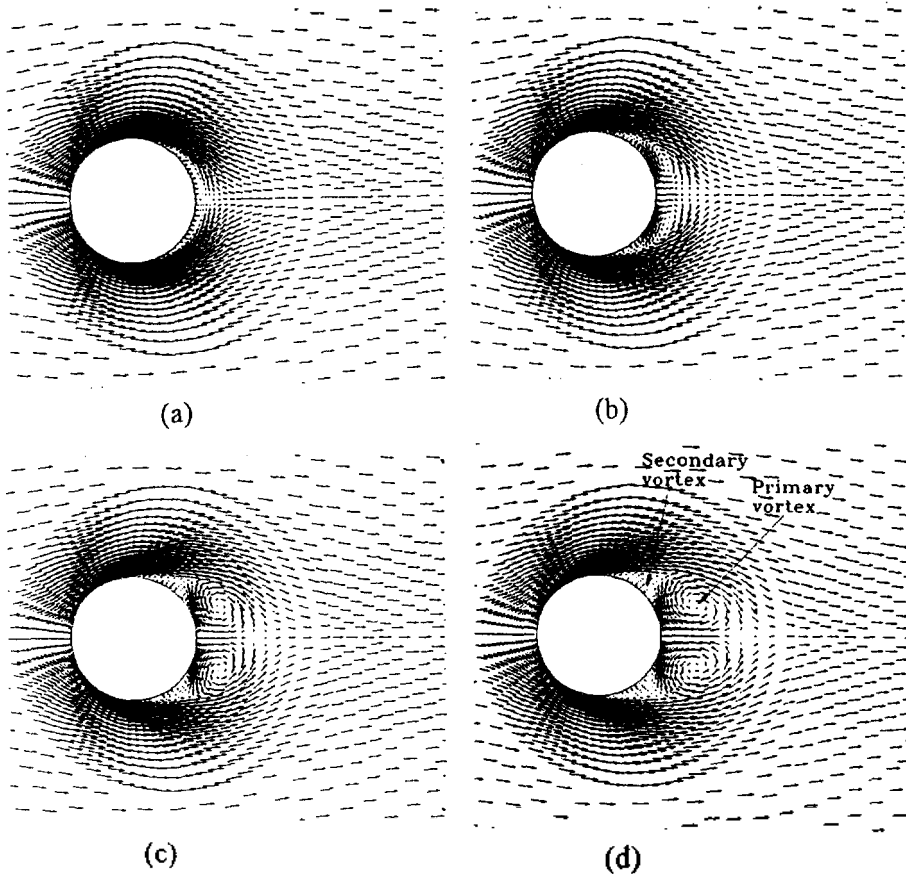
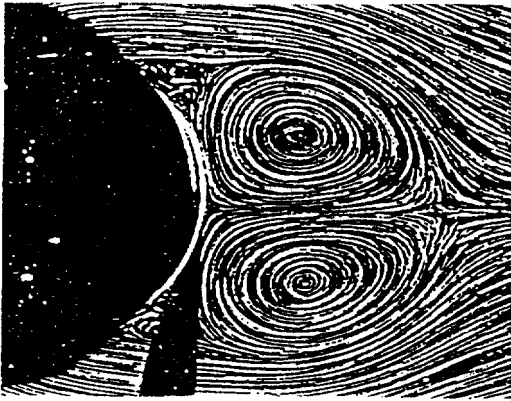
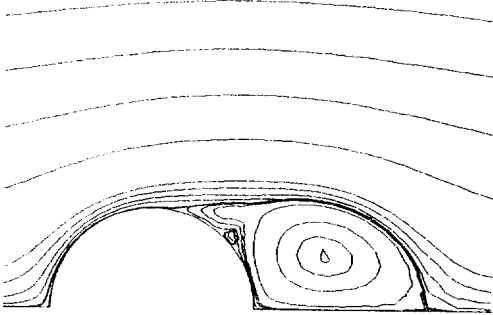


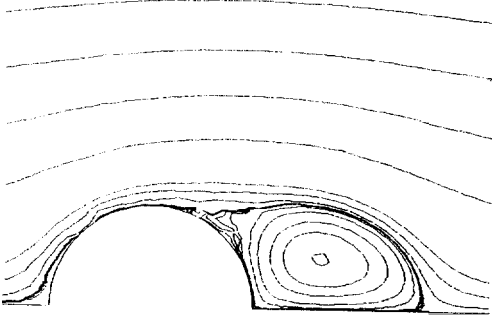
Fig. 7. Instantaneous velocity near the cylinder at various times. (a)  $t=1$  (b)  $t=2$  (c)  $t=3$  (d)  $t=4$



(a)



(b)



(c)

Fig. 8. Comparison of the streamline patterns at  $t=5$ . (a) Flow visualization by Bouard et al.<sup>10</sup> (b) Present study using mixed grid (c) Present study using unstructure grid

일상 또는 불안정성이 본 연구에서는 전혀 발견되지 않았다.

Fig. 7은 시간  $t = 1, 2, 3, 4$ 에서 Mixed grid system에서 구한 속도 벡터를 나타낸 것으로 Primary vor-

tex는 시간에 따라 성장하고 있으며,  $t=4$ 에서는 Secondary vortex가 관찰된다. Fig. 8은  $t=5$ 에서 Bouard 등<sup>(10)</sup>의 실험 사진과 본 연구의 수치해석 결과를 비교한 것이다. 혼합 격자계에서 뿐 아니라 비정렬 격자계 만의 경우에도 Streamline의 대체적인 경향은 일치한다. 그러나 비정렬 격자만을 사용한 경우에는 벽면 근처에서 Secondary vortex가 포착되지 않는 부정확한 결과를 보여 준다. 반면 혼합 격자계는 점성 영역에서 정렬 격자 기법을 통한 벽면 밀집으로 인해 실험과 거의 유사함을 알 수 있다.

Fig. 9는 Primary vortex의 길이를 도기한 것으로

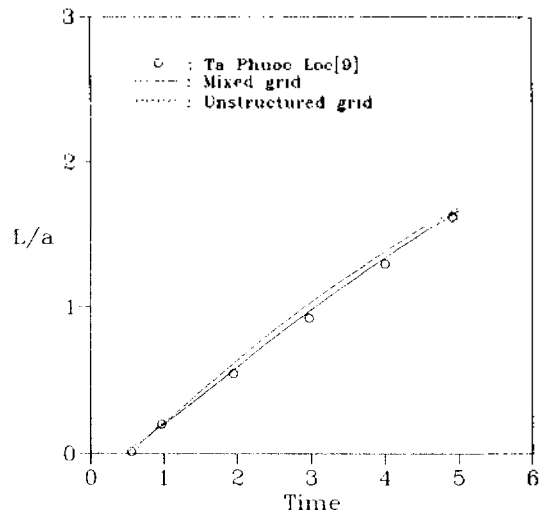


Fig. 9. The length of the primary vortex attached to the cylinder.

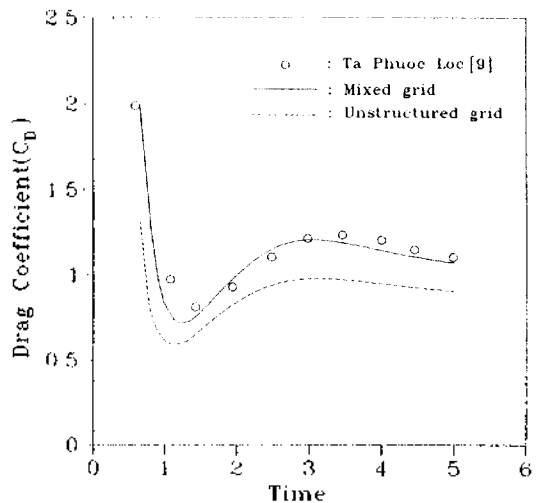
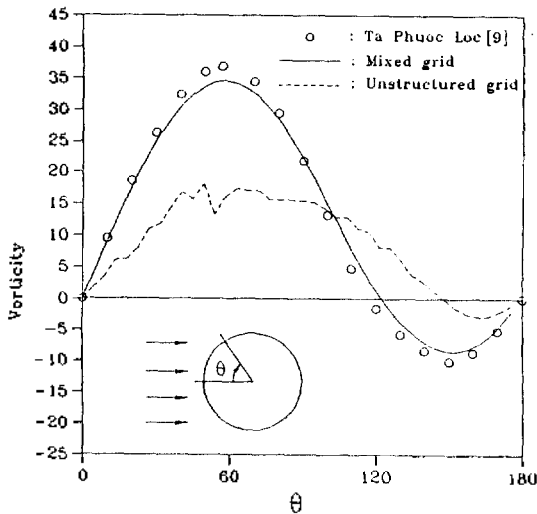
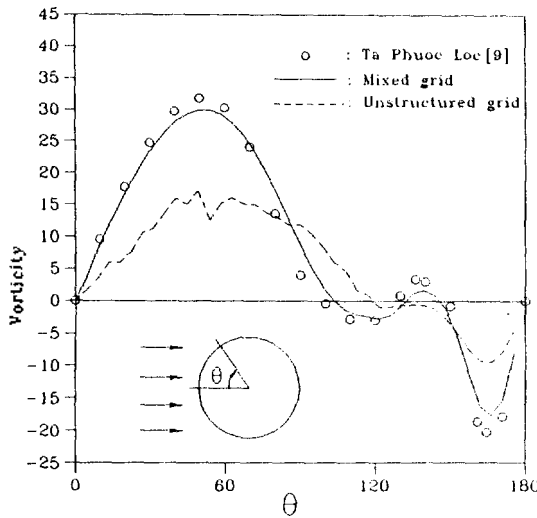


Fig. 10. Evolution with time of the drag coefficient  $C_p$ .



(a)



(b)

Fig. 11. Vorticity distribution at the cylinder surface.  
(a)  $t=1$  (b)  $t=4$

시간에 따라 거의 비례적으로 증가한다. 비록 약간의 차이지만 혼합 격자계를 사용한 경우가 더 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 10 은 항력 계수 (Drag coefficient)를 시간에 따라 나타낸 것으로서 혼합 격자계를 사용한 경우와 비정렬 격자만을 사용한 경우에는 많은 차이를 보이고 있다. Primary vortex의 길이와는 달리 항력 계수는 점성의 영향이 강한 벽면 근처에서의 유동 변수의 영향을 주로 받게 된다. 따라서 비정렬 격자만을 사용할 경우 벽면 근처

에서의 수치해가 부정확해 질 것이고 따라서 항력 계수를 예측하는데 있어 매우 부정확하게 된다.

Fig. 11 (a), (b)는 각각  $t=1$ 과  $t=4$ 에서의 표면을 따른 Wall vorticity의 분포를 나타낸 것이다. Wall vorticity는 벽면과 인접한 격자점의 값들로 부터 구해지기 때문에 격자의 밀집 정도에 극히 민감하다. 따라서 비정렬 격자만을 사용한 경우는 그 결과가 지극히 부정확하다. 반면 혼합 격자계의 경우에는 격자가 충분히 벽면에 밀집되어 있기 때문에 기존의 연구 결과와 거의 일치한다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 비압축성 점성 유동을 효율적으로 해석할 수 있는 사각형-삼각형 혼합 격자 방법을 제시하고, 그 타당성과 효율성을 검토하였다. 이 방법은 점성의 영향이 큰 곳에서는 해석적 방법에 의해 생성된 정렬 격자계를, 그 외의 영역은 Advancing front technique을 통해 생성된 비정렬 삼각형 격자를 사용하였다. 이때 사용된 수치적 방법은 본 저자에 의해 개발된 바 있는 PISO type의 유한요소법이며, 이것을 이용하여 갑자기 출발하는 실린더 주위의 비정상 유동을 해석하였다. 본 연구에서 제시한 혼합 격자 방법의 타당성을 조사하기 위해 비정렬 격자계만을 사용하였을 때와 비교하였다. 비정렬 격자계만을 사용할 경우에는 대체적인 유동 형태는 기존의 연구 결과와 일치하지만, 항력 계수 혹은 Wall Vorticity등과 같이 점성과 연관된 유동 특성의 경우에는 매우 부정확한 결과를 얻게 된다. 반면 혼합 격자계의 경우에는 비정렬 격자계의 경우보다 훨씬 적은 요소와 격자점을 사용하였음에도 불구하고, 훨씬 더 나은 계산 결과를 제시하고 있으며, 기존의 연구 결과와도 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다.

### 참고문헌

1. Thomson, J.F., Warsi, Z.U. and Martin, C.W., *Numerical Grid Generation*, North-Holland, New York, 1982.
2. Jameson, A., Baker, T.J. and Weatherill, N.P., "Calculation of Inviscid Transonic Flow over a Complete Aircraft," *AIAA Paper* 86-0103, Jan. 1986.
3. Mavriplis, D.J., "Accurate Multigrid Solution of the Euler Equations on Unstructured and Adaptive Meshes," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 2, pp. 213-221, Feb. 1990.

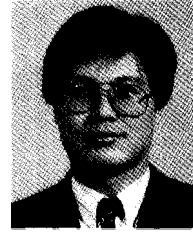


4. Zienkiewicz, O.C. and Morgan, K., "A General Algorithm for incompressible and compressible flow," *Int'l Journal for Numerical Methods in Fluid*, Vol. 20, pp. 887-913, Jan. 1995.
5. Steger, J.L. and Sorenson, R.L., "Automatic Mesh-Point Clustering near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations," *Journal of Computational Physics*, Vol. 33, pp. 405-510, Dec. 1979.
6. Löhner, R., Morgan, K. and Peraire, J., "Finite Element Flux-Corrected Transport for the Euler and Navier-Stokes Equations," *Int'l Journal for Numerical Methods in Fluid*, Vol. 7, pp. 1093-1109, Jan. 1987.
7. Shim, E.B. and Chang, K.S., "Three-Dimensional Vortex Flow past a Tilting Disc Valve Using a Segregated Finite Element Scheme," *Computational Fluid Dynamics Journal*, Vol. 3, pp. 205-222, Apr. 1994.
8. Watson, D.F., "Computing the N-dimensional Delaunay Tessellation with Application to Voronoi Polytopes," *The Computer Journal*, Vol. 24, No. 2, pp. 167-172, Dec. 1981.
9. Ta Phuoc Loc, "Numerical Analysis of Unsteady Secondary Vortices Generated by an Impulsively Started Circular Cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 100, pp. 111-128, Feb. 1980.
10. Bouard, R. and Coutanceau, M., "Flow past an impulsively started cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 60, pp. 105-127, Jul. 1973.



### 심 은 보

1987년 서울대학교 기계설계학과 학사  
 1990년 한국과학기술원 기계공학과 석사  
 1994년 한국과학기술원 기계공학과 박사  
 1994년 ~ 1995년 삼성데이타시스템(주) 선임 연구원  
 1995년 ~ 현재 금오공과대학교 기계공학과 전임강사  
 관심분야: 유체 기계, Mesh generation, 유한요소법(FEM)



### 박 종 천

1987년 서울대학교 기계설계학과 학사  
 1989년 서울대 대학원 기계공학과 석사  
 1993년 서울대 대학원 기계공학과 박사  
 1993년 ~ 1994년 서울대 자동차 시스템 공동연구소 특별 연구원  
 1994년 ~ 현재 금오공과대학교 기계공학과 전임강사  
 관심분야: Curve/Surface modelling, Mesh generation, Rapid prototyping, NC programming



### 류 하 상

1987년 서울대학교 기계설계학과 학사  
 1989년 서울대 대학원 기계공학과 석사  
 1995년 서울대 대학원 기계공학과 박사  
 1995년 ~ 1996년 강원대학교 기계공학과 시간 강사  
 관심분야: 구조해석, 유한요소법, Mesh generation