

# Charge-pump 위상 동기 회로의 과부하에 대한 정확한 해석

正會員 崔 恩 暢\*, 李 範 哲\*

## Exact Analysis for Overload of a Charge-Pump Phase-Locked Loop

Eun-Chang Choi\*, Bhum Cheol Lee\* *Regular Members*

### 요 약

본 논문에서는 고속으로 동작하는 charge-pump PLL(Phase-Locked Loop)의 파형 왜곡, 루프 필터(loop filter)의 누설 전류, charge-pump의 물리적 한계가 고려된 정확한 모델을 제시하였다. 제시된 모델을 사용하여 이론적인 과부하(overload) 및 안정도를 유도하였으며 고전적 charge-pump PLL 모델에서 유도된 것과 비교하였다. 종래에 계산을 간단히 하기 위해서 charge-pump PLL을 이상적으로 모델링한 것과는 달리, 정확한 charge-pump PLL 모델에서는 하나의 모델로 과도상태와 정상상태 해석을 동시에 할 수 있기 때문에 charge-pump PLL의 과도상태와 정상상태에서 charge-pump과부하를 정확하게 해석하였고, 시뮬레이션을 통해서 검증하였다.

### ABSTRACT

This paper shows an accurate charge-pump PLL model which considers the wave-form distortion in high speed operation of charge-pump PLL, the leakage current in loop filter, and a physical limit in charge-pump. With proposed model of charge-pump PLL, overload and stability are derived theoretically and the results are compared to the conventional model. Unlike the ideal charge-pump PLL that simplifies calculations, it is possible to analyze the transient-state and the steady-state at the same time with proposed accurate model. Thus, charge-pump overload, in the transient-state and the steady-state of charge-pump, is accurately analyzed and the results are confirmed with simulation.

### I. 서 론

최근 charge-pump 위상 동기 회로에 대한 새로운 모델이 M. V. Paemel[1]에 의해서 제시되었으며, 데이터 및 클럭 복구 장치에 사용되는 새로운 charge-pump PLL 모델을 R. S. Co[2]가 제시하였다. 상기 두 논문은 모두 F. M. Gardner[3]의 고전적 charge-pump 모델을

\*한국전자통신연구소  
ETRI  
論文番號:96265-0826  
接受日字:1996年 8月 26日

기본으로 했으며, 두개의 상태 변수를 사용한 차동 방정식을 유도하여 charge-pump PLL의 과도상태를 해석하였다. 그러나, M. V. Paemel[1], R. S. Co[2], 및 F. M. Gardner[3]의 charge-pump PLL 모델 모두가 PLL을 구성하는 요소들 모두 이상적으로 모델링을 하였기 때문에 수학적으로 간단하게 기술은 되지만

- charge-pump 및 전압 제어 발진기의 물리적 한계가 고려되지 않아 유도된 과부하가 정확하지 않으며,
- 시뮬레이션한 결과와 구현된(또는 SPICE 계열 시뮬레이션 한) 결과가 일치하지 않으며,
- 정확한 모델이 아니기 때문에 최악(worst-case) 시뮬레이션을 할 수 없다는 문제점을 갖고 있다.

II 절에서는 상기의 문제점들을 해결할 수 있는 정확한 charge-pump PLL 모델을 제안하게 되며, 정의와 기호는 상기 논문들에서 사용한 것과 가능한 한 같게 기술한다. charge-pump PLL 모델의 구성 요소들이 정확하게 기술되기 때문에 고차 미적분 방정식이 유도되나, 적절한 근사식의 사용으로 간단한 차동 방정식과 반복 계산 기법으로 정확한 charge-pump PLL 모델을 해석하고 시뮬레이션 알고리즘을 기술한다.

III 절에서는 charge-pump PLL에서 과부하 및 안정도를 II 절에서 해석한 charge-pump PLL 모델로 s-영역이 아닌 시간 영역에서 이론적으로 해석하며, 고전적인 charge-pump PLL 모델 해석과 비교하게 된다.

IV 절에서는 II 절에서 제시한 charge-pump PLL 모델 및 시뮬레이션 알고리즘을 사용하여, II 절에서 기술한 과부하 및 안정도에 대한 관계식에 대한 검증용 시뮬레이션을 통해서 수행한다.

## II. 정확한 charge-pump PLL 모델

### A. Charge-pump PLL 구성 요소

Charge-pump PLL 모델은 그림 1과 같이 위상 및 주파수 비교기(Phase and Frequency Comparator: PFC), charge-pump, 루프 필터, 전압 제어 발진기(VCO: Voltage Controlled Oscillator)로 구성되어 있다.

위상 및 주파수 비교기는 외부에서 입력되는 기준 주파수의 펄스( $V_{REF}$ )의 위상과 주파수에 대해서 VCO의 펄스의 위상과 주파수와 비교하여 그 결과를  $U$ ,  $D$  로 출력한다. charge-pump 회로는 위상 및 주파수 검출기의 출력인  $U$  및  $D$  펄스 신호에 따라 3가지 경우의 불연속 전류 값으로 변환하여 출력한다. 루프 필터는 charge-pump에서 출력되는 불연속 전류를 적분하여 전압으로 변환하고 직류 바이어스 전압( $V_B$ )에 있어 VCO로 출력한다. VCO는 루프 필터에서 출력되는 전압에 따라 출력되는 주파수가 제어되는 기능을 수행한다.

위상 및 주파수 비교기는 여러 가지 유형이 있으며 각 유형에 따라 위상 및 주파수 비교기의 수학적 모델이 달라진다. 여기서는 고전적 charge-pump PLL 모델에서 사용하였고[1, 3], 동기 시스템에서 널리 사용되는 순차 논리형 위상 및 주파수 비교기를 사용한다. 위상 및 주파수 비교기의 입력은  $R$ (Reference)과  $V$ (VCO)로 구성되며  $R$  단자로는 동기를 맞출 기준 주파수의 펄스가 입력되고  $V$  단자로는 VCO의 펄스가 입력된다.  $R$ 과  $V$  단자로 입력되는 펄스의 상승 천이의 각각 위치에 따라 위상 및 주파수 비교기의 출력인  $U$ 와  $D$ 에서 펄스를 출력하게 된다.

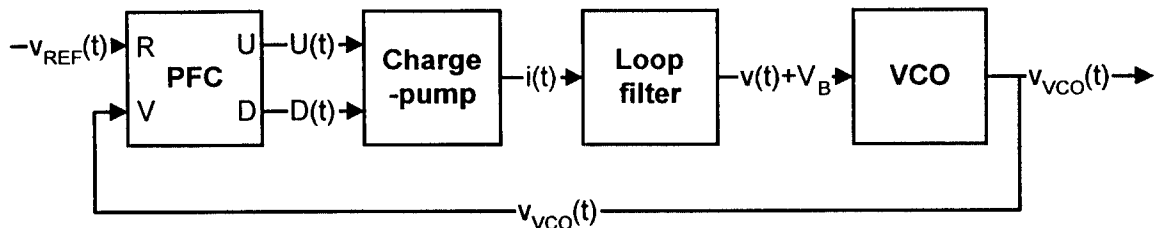


그림 1. Charge-pump PLL 블록 도  
Fig. 1 A block diagram of charge-pump PLL

위상 및 주파수 비교기의 입출력 타이밍 도는 그림 2와 같다. 위상 및 주파수 비교기는 디지털 회로로 구현되기 때문에 논리 레벨 0에서 논리 레벨 1로 천이 되거나, 논리 레벨 1에서 논리 레벨 0으로 천이 될 때에 천이 시간  $\tau_H$ 가 요구된다. 위상 및 주파수 비교기의 출력 펄스 파형은 이상적인 구형파가 아니고 그림 2(a) 및 그림 2(b)과 같이 기울기를 갖게 된다.  $k$  번째 비교 순간에  $\tau(k)$  펄스 폭을 가진 파형을,  $k+1$  번째 비교 순간에는  $\tau(k+1)$  펄스 폭을 가진 파형을 각각 위상 및 주파수 비교기 출력으로 출력된다. 그림 2(a)와 같이 R 단자로 입력되는 펄스의 상승 천이가 V 단자로 입력되는 펄스의 상승 천이보다 앞서면 U 단자에서 두 입력 펄스의 상승 천이 차이 순간 만큼의 펄스를 출력한다. 그림 2(b)와 같이 V 단자로 입력되는

펄스의 상승 천이가 R 단자로 입력되는 펄스의 상승 천이보다 앞서면 D 단자에서 두 입력 펄스의 상승 천이 차이 순간 만큼의 펄스를 출력한다.

Charge-pump 회로는  $i_p(t) + i_L(t)$  전류를 생성하는 전류 원과  $-i_p(t) - i_L(t)$  전류를 배출하는 전류 원으로 구성되며 각 전류 원은 위상 및 주파수 비교기 출력 단자의 U 및 D에서 출력되는 펄스 파형에 의해서 제어된다. 여기서 누설 전류 항  $i_L(t)$ 은 charge 또는 pump 하는 동안에는 무시하게 되며 그 이유는 앞으로 설명하게 된다.

그림 2(c) 및 (d)에 charge-pump 회로의 출력 파형을 U 및 D 단자에서 출력되는 파형에 따라 도시하였다. 그림 2(c) 및 (d)에서도 그림 2(a) 및 그림 2(b)와 같이 신호의 천이 순간이 존재하며 이 기간이 천이의

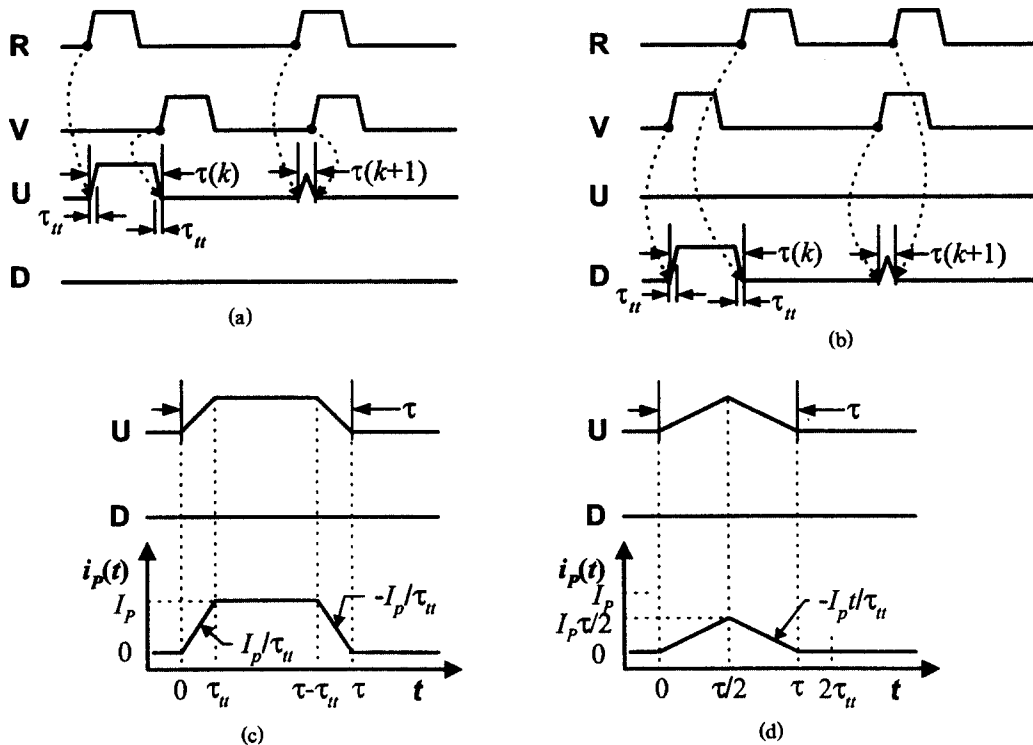


그림 2. (a), (b) 위상 및 주파수 비교기 출력 파형, (c), (d) charge-pump 출력 파형

Fig. 2 (a), (b) The output waveform of phase and frequency comparator (c), (d) The output waveform of charge-pump

방향에는 무관하다고 하고 모두  $\tau_H$ 로 표현하고, 전류가 구동 되는 시간은 위상 및 주파수 비교기의 출력  $U$  단자 또는  $D$  단자의 펄스 폭  $\tau$ 이다. charge-pump 출력의 전류  $i_P(t)$ 는  $\tau \geq 2\tau_H$ 인 경우에는

$$i_P(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ \frac{I_P t}{\tau_H}, & 0 < t \leq \tau_H \\ I_P, & \tau_H < t \leq \tau - \tau_H \\ \frac{I_P(\tau - t)}{\tau_H}, & \tau - \tau_H < t \leq \tau \\ 0, & t > \tau \end{cases} \quad (1A)$$

이다. 위상 및 주파수 비교기의 출력( $U$  또는  $D$ )의 펄스 폭인  $\tau$ 가  $2\tau_H$ 보다 작으면 charge-pump의 전류  $i_P(t)$ 은 그림 2(d)와 같이 위상 및 주파수 비교기의 출력의 펄스 폭에 따라 선형적으로 변하게 되며,  $\tau < 2\tau_H$ 인 경우에 전류  $i_P(t)$ 은

$$i_P(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ \frac{I_P t}{\tau_H}, & 0 < t \leq \frac{\tau}{2} \\ \frac{I_P(\tau - t)}{\tau_H}, & \frac{\tau}{2} < t \leq \tau \\ 0, & t > \tau \end{cases} \quad (1B)$$

이다.

루프 필터는 그림 3(a)와 같이  $R-C$ 로 구성되어 있으며,  $R_2, C$ 는 상기에서 기술한 참고문헌[1, 2, 3]에서 모델링한 루프 필터와 같으나,  $R_3$ 은 누설 전류를 모델링 하기 위해서 추가되었다.  $R_3$ 이 추가되면 charge-pump 회로, 루프 필터 및 VCO에서의 누설 전류를 모델링할 수 있기 때문에, III절에서 기술을 하겠지만, 포착이 된 후에 charge-pump PLL의 동작에 대한 해석을 정확하게 할 수 있다.

루프 필터의 출력 전압은 직류 바이어스 전압  $V_B$ 와  $R_2-C$  양단 전압인  $v(t)$ 가 합해진  $v(t) + V_B$ 가 된다. 그림 3(a)에서 전류  $i_L(t)$ 은

$$i_L(t) = \begin{cases} \frac{v(t)}{R_3}, & 0 \leq t \leq \tau \\ \frac{v(\tau)}{R_2 + R_3} e^{-\frac{t-\tau}{(R_2 + R_3)C}}, & t > \tau \end{cases} \quad (2)$$

이다. 전류  $i_L(t)$ 은 루프 필터에서 charge 또는 pump 하는 동안( $0 \leq t \leq \tau$ )에는 의미가 없는데 이것은 루프 필터의  $R_2-C$  양단의 전압  $v(t)$ 가 charge 또는 pump 하는 동안에는 전류  $i_P(t)$ 에 의해서 계산되고  $i_P(t) \gg i_L(t)$ 이기 때문이다. 따라서, charge-pump에서 charge 또는 pump하는 동안에 전류  $i_L(t)$ 은 무시해도 된다. charge 또는 pump 하는 동안에 루프 필터의  $R_2-C$  양단의 전압  $v(t)$ 은,  $\tau \geq 2\tau_H$ 인 경우,

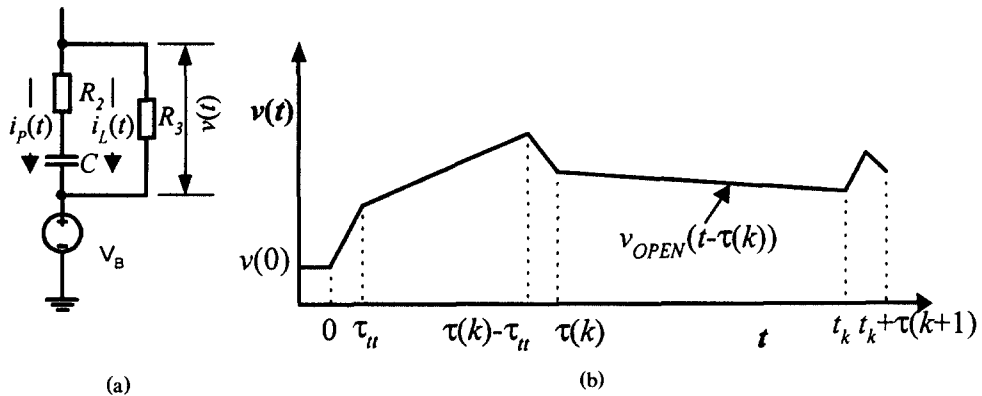


그림 3. (a)루프 필터, (b)루프 필터 출력 파형  
Fig. 3 (a)Loop filter (b)The output waveform of loop filter

$$v(t) = \begin{cases} v(0), & t \leq 0 \\ \frac{I_P R_2 t}{\tau_{II}} + \frac{I_P t^2}{2C\tau_{II}} v(0), & 0 < t \leq \tau_{II} \\ I_P R_2 + \frac{I_P(t - \tau_{II})}{C} + \frac{I_P \tau_{II}}{2C} + v(0), & \tau_{II} < t \leq \tau - \tau_{II} \\ \frac{I_P R_2(\tau - t)}{\tau_{II}} - \frac{I_P(\tau - t)^2}{2C\tau_{II}} + \frac{I_P(\tau - 2\tau_{II})}{C} + \frac{I_P \tau_{II}}{C} + v(0), & \tau - \tau_{II} < t \leq \tau \\ v_{OPEN}(t - \tau), & t > \tau \end{cases} \quad (3)$$

이고,  $\tau < 2\tau_{II}$ 인 경우에 루프 필터의 출력인  $v(t)$ 은

$$v(t) = \begin{cases} v(0), & t \leq 0 \\ \frac{I_P R_2 t}{\tau_{II}} + \frac{I_P t^2}{2C\tau_{II}} v(0), & 0 < t \leq \frac{\tau}{2} \\ \frac{I_P R_2(\tau - t)}{\tau_{II}} - \frac{I_P(\tau - t)^2}{2C\tau_{II}} + \frac{I_P \tau^2}{4C\tau_{II}} + v(0), & \frac{\tau}{2} < t \leq \tau \\ v_{OPEN}(t - \tau), & t > \tau \end{cases} \quad (4)$$

이다.

$v_{OPEN}(t - \tau)$ 는  $t = \tau$ 일 때 루프 필터의 출력  $v(\tau)$ 가 charge-pump 회로의 출력 전류가 0인 기간 동안 누설 전류  $i_L(t)$ 에 의해서 방전되고 있는 전압을 나타내며,  $t > \tau$ 인 임의의 시간  $t$ (charge-pump 회로의 출력 전류가 0인 기간 동안)에 루프 필터의  $R_2$ - $C$  양단 전압  $v_{OPEN}(t - \tau)$ 은 Maclaurin 전개하여 근사하면

$$\begin{aligned} v_{OPEN}(t - \tau) &= \frac{R_3 v(\tau)}{R_2 + R_3} e^{-\frac{t - \tau}{(R_2 + R_3)C}} \\ &\approx \frac{R_3 v(\tau)}{R_2 + R_3} \left\{ 1 - \frac{t - \tau}{(R_2 + R_3)C} \right\}, \\ t - \tau &\ll (R_2 + R_3)C \end{aligned} \quad (5)$$

로 나타내진다. 여기서  $t - \tau$ 는 charge-pump PLL 동작 유형에 따라 값이 다소 달라진다. charge-pump가 정상 동작하려면  $t - \tau \ll (R_2 + R_3)C$ 의 가정은 당연함을 알 수 있다. 그림 3(b)에  $\tau(k) \geq 2\tau_{II}$ 이고  $\tau(k+1) <$

$2\tau_{II}$ 인 경우에 charge-pump 전류  $i_P(t)$ 에 대한 루프 필터의  $v(t)$ 의 파형을 나타냈다.

VCO 이득이  $K_V$ 이고, 최소 발진 주파수가  $f_{min}$ 이고, 루프 필터의 직류 바이어스 전압이  $V_B$ 이고, 루프 필터의 출력 전압이  $v(t) + V_B$ 일 때에 VCO 주파수 특성은

$$f_{VCO}(t) = f_{min} + K_V(v(t) + V_B), \quad v(t) + V_B \geq 0 \quad (6)$$

로 표현된다. 여기서  $K_V$ 는 단위가 Hz/V로 VCO 구현 시에 통상적으로 제공하는 파라미터 이다.

### B. 차동 방정식 유도

charge-pump PLL의 동작은 직류 바이어스 전압이 제외된 루프 필터의 출력 전압  $v$ 와 위상 및 주파수 비교기의 출력 펄스 간격  $\tau$ 를 상태 변수로 하는 차동 방정식으로 기술될 수 있다. 상태 변수  $\tau$ 는 외부에서 입력되는 기준 주파수의 펄스의 위상과 VCO에서 출력하는 펄스의 위상에 따라서 변하게 되며, 상태 변수  $v$ 는 루프 필터의 capacitor에 충전된 전압,  $\tau$ , 루프 필터의 시정수에 따라서 변하는 변수이다. 상태 변수는 VCO에서 출력하는 펄스의 주기  $T_{VCO}$ 마다( $k$  상태,  $k+1$  상태,  $k+2$  상태 등등) 계속 반복적으로 계산이 된다. 외부에서 입력되는 기준 주파수의 펄스의 위상 및 주파수에 대해서 주기  $T_{VCO}$ 를 갖는 VCO의 펄스 위상 및 주파수가 서로 일치되면 위상 및 주파수 비교기의 출력 펄스 간격  $\tau$ 는 0이 되며, 이 상황이 반복되면 동기 상태로 선언된다. 위상 및 주파수 비교기의 출력에 따라서 변하는 charge-pump 회로의 전류에 의해서 루프 필터의 출력 전압  $v$ 는 변하게 되며, 루프 필터의 전압  $v$ 가 0이면 VCO는 주파수  $f_r$ 로 free-run을 한다.

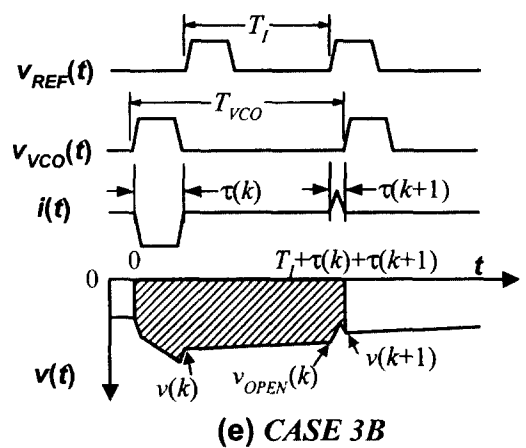
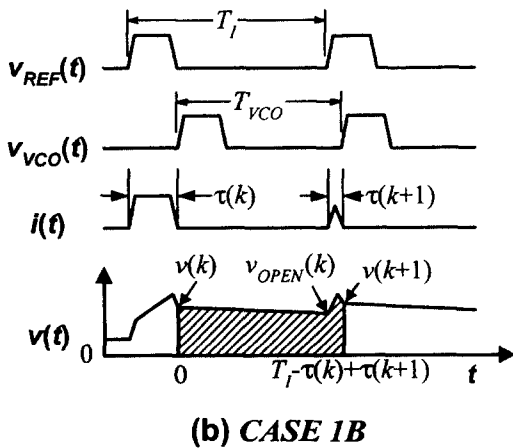
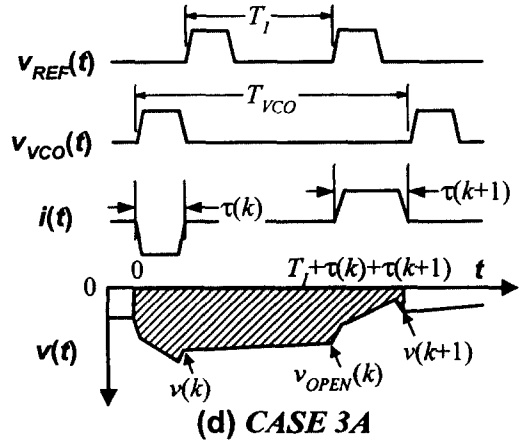
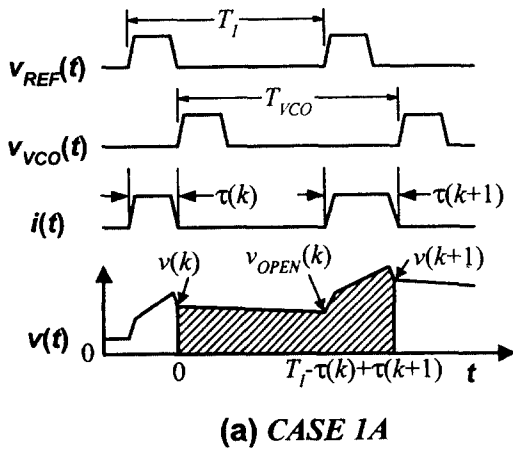
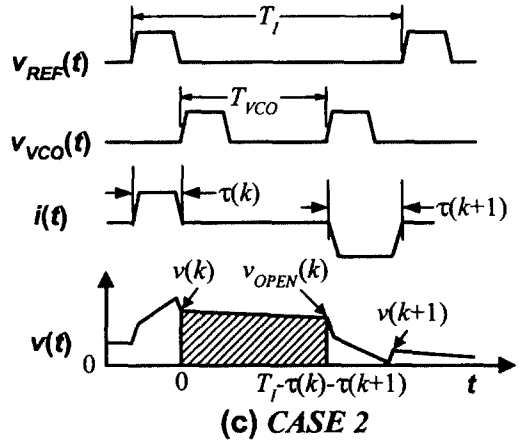
Charge-pump PLL의 동작 유형은 주기  $T_I$ 를 갖고 외부에서 입력되는 기준 주파수의 펄스의 위상 및 주파수에 대한 주기  $T_{VCO}$ 를 갖는 VCO의 펄스 위상 및 주파수의 관계에 따라 아래와 같이 크게 6가지 분류할 수 있다.

■ CASE 1A:  $T_{VCO} = T_I - \tau(k) + \tau(k+1)$ 이고,  $\tau(k+1) \geq 2\tau_{II}$ 인 경우(그림 4(a))

■ CASE 1B:  $T_{VCO} = T_I - \tau(k) + \tau(k+1)$ 이고,  $\tau(k+1) < 2\tau_{II}$ 인 경우(그림 4(b))

- CASE 2:  $T_{VCO} = T_I - \tau(k) - \tau(k+1)$ 인 경우(그림 4(c))
- CASE 3A:  $T_{VCO} = T_I + \tau(k) + \tau(k+1)$ 이고,  $\tau(k+1) \geq 2\tau_u$ 인 경우(그림 4(d))
- CASE 3B:  $T_{VCO} = T_I + \tau(k) + \tau(k+1)$ 이고,  $\tau(k+1) < 2\tau_u$ 인 경우(그림 4(e))
- CASE 4:  $T_{VCO} = T_I + \tau(k) - \tau(k+1)$ 인 경우(그림 4(f))

상기 6가지 경우에 대한 위상 및 주파수 비교기의 두 입력 파형( $R, V$ ), charge-pump의 출력 전류 파형( $i$ ), 루프 필터의 출력 파형( $v$ )을 그림 4(a)~4(f)에 각각 나타내었다.



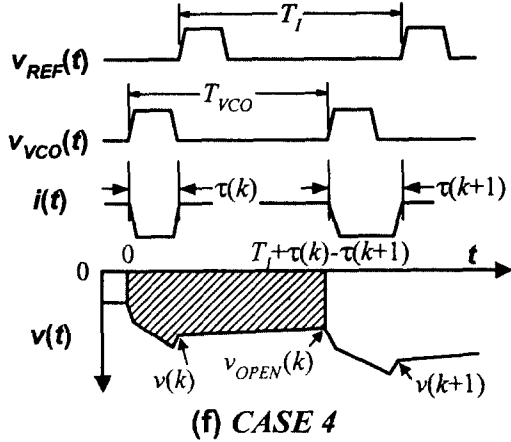


그림 4. 6가지 경우에 대한 파형  
Fig. 4 The waveforms for the six cases

그림 4(a)~4(f)에서  $v(k)$ 은  $k$  상태의  $t=0$  또는  $k$  상태의  $t=\tau$ 인 시점에서 루프 필터 출력 전압이고,  $v_{OPEN}(k)$ 은  $k$  상태에서 charge-pump 회로의 전류  $i_P(t)=0$ 을 유지하는 최종 상태( $k+1$  바로 전 상태)에서 루프 필터의 출력 전압이다. 전류  $i_P(t)$ 의 천이 시간은 천이의 방향에 관계없이  $\tau_H$ 로 한다.  $k+1$  상태에서 charge-pump PLL의 동기 상태를 나타내는  $\tau(k+1)$ 을 계산하기 위해서는

$$\int_0^{T_{VCO}} f_{VCO}(t) dt = \int_0^{T_{VCO}} \frac{1}{T_{MIN}} dt + K_V \int_0^{T_{VCO}} (v(t) + V_B) dt = 1 \quad (7)$$

를 이용한다. 여기서,  $T_{VCO}$ 는 상기 6가지 charge-pump PLL 동작 유형에 따라  $T_I$ ,  $\tau(k)$ ,  $\tau(k+1)$ 의 조합으로 나타낼 수 있다. 그림 4(a)~4(f)에서  $v(k+1)$ 는

$$v(k+1) = v_{OPEN}(k) + \frac{1}{C} \int_0^{\tau(k+1)} i_P(t) dt \quad (8)$$

이고,  $v_{OPEN}(k)$ 은  $k$  상태에서 루프 필터의 출력  $v(k)(t=0$  또는  $t=\tau$ 일 때에  $v(t))$ 가 방전된 후에 루프 필터의 출력 전압을 나타내며 식(5)를 사용하여 구할 수 있다.

식(1A), 식(1B), 식(6), 식(7), 및 식(8)을 사용하여 상기 6가지 charge-pump PLL 동작 유형에 따른 상태 변수인  $\tau(k+1)$ 을 구할 수 있다[5]. 본 논문에서는 안

정도 측면에서 가장 불안한 CASE 4에 대한  $\tau(k+1)$ 의 식을 유도한다.

case 4)  $T_{VCO} = T_I + \tau(k) - \tau(k+1)$ 인 경우에 식(7)을 적분하면  $\tau(k+1)$ 에 대한 2차 다항식이 되는데, 이 경우에  $v(k)$ 의 값에 따라  $\tau(k+1)$ 의 식이 세 가지로 기술되어 연산이 복잡하게 된다. 그런데,  $2(R_2 + R_3)C \gg T_I - \tau(k)$ 를 사용해서 근사해서  $\tau(k+1)$ 에 대해서 정리하면,

$$\left. \begin{aligned} \tau(k+1)|_4 &\approx c_4/b_4 \\ b_4 &= \frac{K_V v(k) R_3}{R_2 + R_3} + \frac{1 + K_V V_B T_{MIN}}{T_{MIN}} \\ c_4 &= \frac{(1 + K_V V_B T_{MIN})(T_I + \tau(k))}{T_{MIN}} + \frac{K_V v(k) R_3 T_I}{R_2 + R_3} \\ &\quad + K_V \int_0^{\tau(k)} v(t) dt - 1 \\ v_{OPEN}(k)|_4 &= v_{OPEN}(T_I - \tau(k+1)) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

이고,  $v(k)$ 는 식(10)에 기술되어 있고,  $c_4$ 를 나타내는 항에서 적분 항은 식(11)에 기술되어 있다.

$$v(k) = \begin{cases} \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{OPEN}(k-1) - \frac{I_P(\tau(k) - \tau_H)}{C}, & \tau(k) \geq 2\tau_H \\ \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{OPEN}(k-1) - \frac{I_P \tau(k)^2}{4C\tau_H}, & \tau(k) < 2\tau_H \end{cases} \quad (10)$$

$$\int_0^{\tau(k)} v(t) dt = \begin{cases} \frac{-I_P}{2C} (2R_2C + \tau(k))(\tau(k) - \tau_H) + \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{OPEN}(k-1) \tau(k), & \tau(k) \geq 2\tau_H \\ \frac{-I_P \tau(k)^2}{8C\tau_H} (2R_2C + \tau(k)) + \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{OPEN}(k-1) \tau(k), & \tau(k) < 2\tau_H \end{cases} \quad (11)$$

### C. 정확한 charge-pump PLL 분석을 위한 알고리즘

charge-pump PLL은  $T_{VCO}(k-1)$  상태,  $k$  상태,  $k+1$

상태 등등)마다 상기 6가지 경우 중에 한가지 경우를 갖게 되며 동기가 맞추어지면  $\tau$ 의 값은 점점 작아진다. 임의의 TVCO 동안 charge-pump PLL이 상기 6가지 경우 중에 어떤 경우를 갖는지는 식(7)에 의해서 정해지게 된다. 식(7)에서  $T_{VCO}$ 는 상기 6가지 charge-pump PLL 동작 유형에 따라  $T_i$ ,  $\tau(k)$ ,  $\tau(k+1)$ 의 조합으로 나타낼 수 있으며 각 유형에 따른 해석은 II 절에서와 같다.

Charge-pump PLL의 과도상태와 정상상태의 특성을 분석하기 위해서 그림 5와 같은 알고리즘을 사용한다. 그림 5는 charge-pump PLL이 실제로 단계별로 동작하는 것을 나타내기 위한 흐름도로 과도상태와 정상상태 모두에 적용이 가능하다. 초기상태에 상태 변수  $\tau(k)$ 과  $v_{OPEN}(k)$ 는 초기값으로 설정되어 있어야 한다. 그림 5의 흐름도에서  $\tau(k) \leq 0$ 이고  $T_i$ 에 2배 이상인 경우에  $\tau(k) \geq T_i$ 이면 그림 5에서처럼  $\tau(k) \geq T_i$  경우에

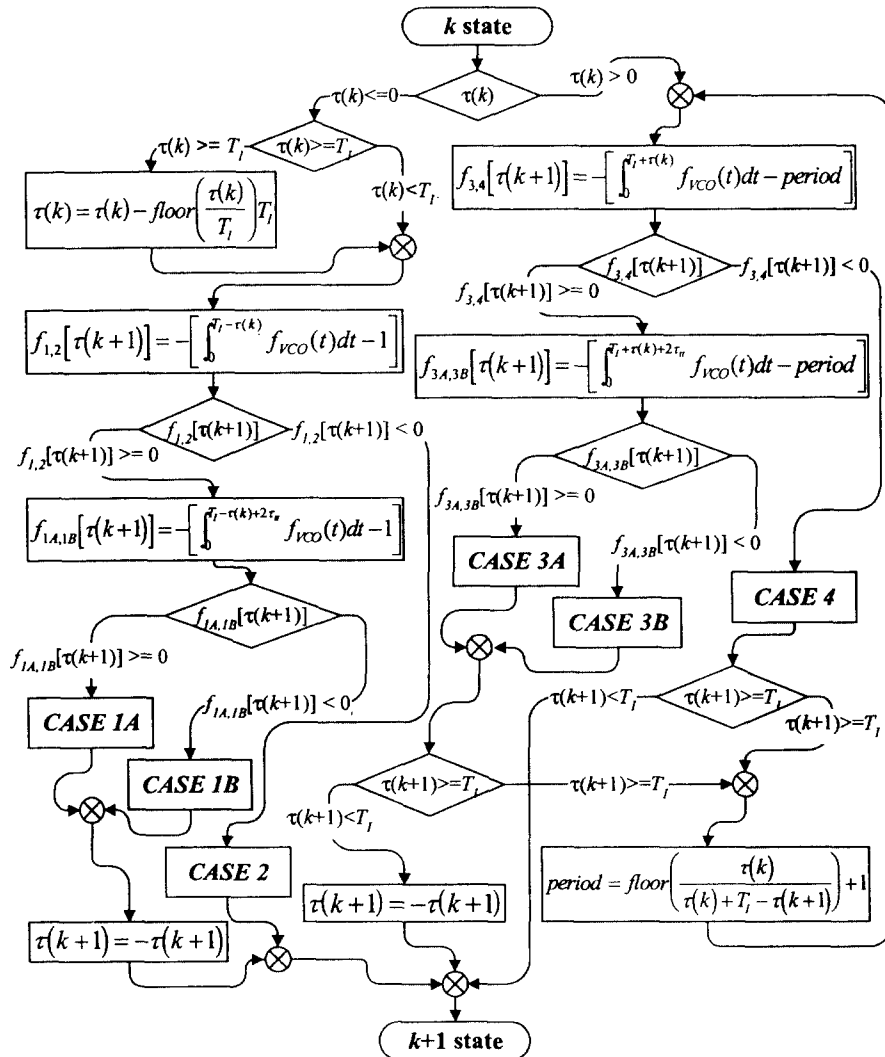


그림 5. 정확한 charge-pump PLL 모델 흐름도  
 Fig. 5 The flow charter of an exact charge-pump model



대해서 보상식을 추가하면 된다. 그림 5에서  $floor$ 는 소수점 이하를 버리는 정수 값 함수이다. 그림 5의 흐름도에서  $\tau(k) > 0$ 이고  $T_{VCO}$ 가  $T_I$ 에 2배 이하인 경우에  $\tau(k) \geq T_I$ 이면 그림 5에서처럼  $\tau(k) \geq T_I$  경우에 대해서 보상식을 추가하면 된다.

### Ⅲ. 과부하(overload) 및 안정도

이 절에서는 II 절에서 구한  $\tau(k+1)$ 에 대한 차동 방정식을 사용하여 charge-pump PLL의 과부하 및 안정도를 해석하게 된다.

Charge-pump PLL을 해석하는 대부분의 논문들[1, 2, 3]이 위상 차이에 대한 차동 방정식을 유도한 후에 시간 연속 근사 기법을 사용하여 s-영역에서 2차 시스템의 기본 파라미터인 감소 계수  $\zeta$ 와 자연 주파수  $\omega_n$ 으로 charge-pump PLL를 해석했다.

그러나, 시간 불연속 시스템에서는 s-영역에서의 파라미터로 charge-pump PLL을 해석하는 것보다 시간 영역의 파라미터로 해석하는 것이 불연속 시스템에 대한 물리적인 의미를 잘 파악할 수 있기 때문에 본 논문에서는 시간 영역에서의 파라미터를 사용하기로 한다.

본 논문에서 charge-pump PLL을 해석하기 위한 시간 영역 파라미터는

- VCO 주파수 특성이 식(6)과 같을 때, VCO free run 주파수  $f_f$ 를 입력되는 기준 주파수  $f_I$ 로 정규화 된 free run 주파수  $f_{fN}$ ,
- charging 전류  $I_P$ 가 입력되는 기준 주파수의 주기  $T_I$ 만큼 루프 필터의 capacitor에 가해졌을 때, 가해진  $T_I I_P / C$  전압에 의해서 VCO에서 변화되는 평균 주파수 편이  $\Delta f$ 를  $f_I$ 로 정규화 된 평균 주파수 편이  $\Delta f_N$ ,
- 루프 필터의 시정수  $\tau_{RC} = R_2 C$ 를  $T_I$ 로 정규화 된 루프 필터 시정수  $\tau_{RCN}$ ,
- 위상 검출기 및 charge-pump에서의 천이 시간  $\tau_{in}$ 을  $T_I$ 로 정규화 된 천이 시간  $\tau_{inN}$
- 입력되는 기준 주파수의 위상과 VCO의 주파수의 위상 사이에 위상 차이  $\tau_{error}$ 를  $T_I$ 로 정규화된 정적 위상오차  $\tau_{errorN}$ ,

일반적으로  $\tau_{errorN}$ 는 정규화 된 정적 위상 오차이고,

상기의 파라미터를 식으로 나타내면

$$\left. \begin{aligned} f_{fN} &= \frac{(1 + K_V V_B T_{MIN})}{f_I T_{MIN}} \\ \Delta f_N &= \frac{K_V I_P T_I}{f_I C} \\ \tau_{RCN} &= \frac{R_2 C}{T_I} \\ \tau_{inN} &= \frac{\tau_{in}}{T_I} \\ \tau_{errorN} &= \frac{\tau_{error}}{T_I}, \quad \tau_{error} = \tau(k)|_{k=\infty} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

이다.

#### A. 과부하(Overload) 조건

최근 칩 내장형 PLL을 많이 사용함에 따라 charge-pump 및 VCO에 공급되는 전압이 상용 칩의 공급 전압이 5V, 3.3V, 2V 등으로 낮아져 PLL에서 과부하 문제가 자주 발생하고 있다. PLL에서 과부하는 charge-pump 과부하와 VCO 과부하로 나눌 수가 있다. charge-pump 과부하는 charge-pump의 출력이 물리적으로 한계를 갖기 때문에 루프 필터의 출력이 charge-pump 하한 전압( $V_{CP,min}$ )과 charge-pump 상한 전압( $V_{CP,max}$ )으로 제한된다. charge-pump 과부하가 발생하면, PLL이 필연적으로 불안정한 상태로 되는 것은 아니지만 더 이상 II 절에서 제시한 2차 charge-pump PLL 모델로는 해석이 되지 않는다. VCO 과부하는 식(6)에서  $v(t) + V_B$ 은 0보다 크거나 같아야 한다. 이것은 물리적으로 VCO의 주파수-전압 특성 곡선에서 VCO 하한 전압이 있다는 것을 의미한다. 실제로 VCO의 주파수-전압 특성 곡선에서 선형성이 보장되는  $V_{VCO,min}$  및  $V_{VCO,max}$ 가 존재한다.

대부분 PLL에서 charge-pump 과부하 전압에 대한 한계 범위가 VCO 과부하 전압에 대한 한계 범위보다 좁게 설계되어야 한다. 이것은 VCO에서 과부하가 발생할 경우에 VCO가 발진을 중단하거나 또는 PLL이 불안정해지는 비선형 구간에서 VCO가 발진을 할 수도 있는 반면에, charge-pump에서 과부하가 발생할 경우에는 PLL이 갑자기 불안정한 상태로 되지 않기 때문이다.

Charge-pump 과부하인 경우 더 이상 2차 charge-pump PLL 모델은 선형성을 갖지 않으며 경우에 따르는 별개의 해석을 하여야 한다. charge-pump 과부하가 발생하지 않는 조건에서, 식(6)은

$$f_{VCO}(t) = f_{\min} + K_V(v(t) + V_B), V_{CP,max} \geq v(t) + V_B \geq V_{CP,min} \quad (13)$$

로 되며,  $v(t)$ 은  $V_B$ 의 바이어스가 배제된 루프 필터의 출력 전압이다.  $v(t)$ 은 식(3) 및 식(4)에서 구할 수 있으며, 식(3)과 식(4)에서  $t$ 는 위상 및 주파수 비교기의 출력의 펄스 너비( $\tau$ )이다.

2차 charge-pump PLL이 과도상태에 있으면서 초기상태이면 루프 필터의 capacitor  $C$ 에 전압이 0이고,  $2R_2C > \tau_{II}$ 이라고 가정하면  $v(t)$ 는 식(3)에서  $\tau_{II} < t \leq \tau - \tau_{II}$ 인 경우에 최대 값을 갖는다. 또한, 최악 경우에 식(3)에서  $\tau$ 는 입력 기준 주파수의 주기인  $T_I$ 가 되며, 이때에 charge-pump에서 과부하가 발생하지 않기 위한 조건은 식(3)에서  $\tau_{II} < t \leq \tau - \tau_{II}$  경우의 식을 식(13)의 조건식에 대입하면 구할 수 있다. 따라서, 과도상태에서 2차 charge-pump PLL에서 과부하가 발생하지 않을 조건은

$$V_{CP,max} > V_B + I_P R_2 + \frac{I_P(T_I - \tau_{II})}{C} + \frac{I_P \tau_{II}}{2C}$$

$$V_{CP,min} < V_B - \left( I_P R_2 + \frac{I_P(T_I - \tau_{II})}{C} + \frac{I_P \tau_{II}}{2C} \right) \quad (14)$$

이다.

Charge-pump 과부하에서, 루프 필터의 출력이  $V_{CP,min}$ 일 때 VCO의 주파수는 charge-pump 과부하 하한 주파수  $f_{CP,min}$ 이고 루프 필터의 출력이  $V_{CP,max}$ 일 때 VCO의 주파수는 charge-pump 과부하 상한 주파수  $f_{CP,max}$ 이다. 식(12)를 식(14)에 대입하면 과도상태에서 charge-pump 과부하가 발생하지 않을 조건을  $f_{CP,min}$ 와  $f_{CP,max}$ 에 대해서 구할 수 있다. 즉, 과도상태에서 최악 경우에 charge-pump 과부하가 발생하지 않을 조건은

$$f_{CP,maxN} - \Delta f_N \left( 1 + \tau_{RCN} - \frac{\tau_{II N}}{2} \right) > f_{fRN} \quad (15)$$

$$f_{CP,minN} - \Delta f_N \left( 1 + \tau_{RCN} - \frac{\tau_{II N}}{2} \right) < f_{fRN}$$

이고 여기서  $f_{CP,minN}$ 와  $f_{CP,maxN}$ 는  $f_{CP,min}$ 와  $f_{CP,max}$ 을  $f_I$ 로 각각 정규화한 것이고,  $f_{CP,min} = f_{\min} + K_V V_{CP,min}$ 이고,  $f_{CP,max} = f_{\max}$ 이다.

과도상태에서 charge-pump에 과부하가 발생하면 식(15)에 의해서 II 절에서 해석한 모델은 수정되어야 한다. 2차 charge-pump PLL이  $f_{CP,minN}$ 와  $f_{CP,maxN}$ 에 대해서 대칭적으로 동작하려면,

$$f_{fRN} = \frac{f_{CP,maxN} + f_{CP,minN}}{2} \quad (16A)$$

이어야 하고, 이 경우에는 식(15)는

$$\frac{f_{CP,maxN} - f_{CP,minN}}{2} > \Delta f_N \left( 1 + \tau_{RCN} - \frac{\tau_{II N}}{2} \right) \quad (16B)$$

이 된다. 식(16A)와 식(16B)는 2차 charge-pump PLL에서, 과도상태인 경우에, charge-pump 하한 전압 및 charge-pump 상한 전압에 대해서 각각 대칭적으로 charge-pump 과부하가 발생하지 않도록 설계하기 위한 조건이다.

정상상태에서 정적 위상 오차가  $\tau_{error}$ 이고, 정상상태에서는 루프 필터의 capacitor에 저장된 전압이  $K_V(f_I - f_I)$ 이므로, 정상상태에서 charge-pump 과부하가 발생하지 않는 범위를 구하기 위해 식(14)에  $T_I$  대신에  $\tau_{error}$ 를 대입하고 식(12)를 식(14)에 대입하면

$$f_{CP,maxN} - \Delta f_N \left( \tau_{RCN} + \tau_{errorN} - \frac{\tau_{II N}}{2} \right) > 1 \quad (17)$$

$$f_{CP,minN} - \Delta f_N \left( \tau_{RCN} + \tau_{errorN} - \frac{\tau_{II N}}{2} \right) < 1$$

이고, 식(17)은 정상상태에서 정규화된 정적 위상 오차가  $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{II N}$  경우에 charge-pump에서 과부하가 발생하지 않기 위한 조건이다.

식(4)에서  $2R_2C > \tau_{II}$ 이라고 가정하면  $\tau = \tau_{errorN}/2$ 에서  $v(t)$ 가 최대가 되므로 식(4)에서  $0 < t \leq \frac{\tau}{2}$  일 때의 식과 식(13)의 조건 식과 식(12)를 사용하여 정상상태에서 정규화된 정적 위상 오차가  $\tau_{errorN} < 2\tau_{II N}$ 일 때에, charge-pump에서 과부하가 발생하지 않기 위한 조건을 구할 수 있다. 따라서,  $\tau_{errorN} < 2\tau_{II N}$ 일 때에, charge-pump에서 과부하가 발생하지 않기 위한 조건은 식

(18)이 된다.

$$f_{CP,maxN} - \Delta f_N \left( \frac{\tau_{RCN} + \tau_{errorN}}{2\tau_{iIN}} + \frac{\tau_{errorN}^2}{8\tau_{iIN}} \right) > 1$$

$$f_{CP,minN} - \Delta f_N \left( \frac{\tau_{RCN} + \tau_{errorN}}{2\tau_{iIN}} + \frac{\tau_{errorN}^2}{8\tau_{iIN}} \right) < 1$$
(18)

앞에서도 기술했듯이 대부분에 charge-pump PLL에서 charge-pump 과부하 전압에 대한 한계의 범위가 VCO 과부하 전압에 대한 한계 범위보다 좁게 설계되기 때문에 이 논문에서는 VCO의 과부하를 깊이있게 해석하지는 않지만 참고 문헌에서 제시한 조건으로 VCO 과부하 예를 들어본다.

Gardner[3] 모델에서 같이 VCO가 과부하 상태에서  $f_{vco} \leq 0$  특성을 갖는다면 식(14)에서 Gardner[3] 모델에서는  $f_{min} = 0, V_B = 0, V_{VCO,min} = V_{CP,min} = 0$ 이므로 식(17)은

$$-I_P R_2 - \frac{I_P(\tau_{error} - \tau_{iI})}{C} - \frac{I_P \tau_{iI}}{2C} + \frac{f_I}{K_V} \geq 0$$
(19)

가 된다. Gardner[3] 모델에서는  $\tau_{iI} = 0$ 이고,  $\tau_{error} = 0$ 이므로 이를 식(19)을 대입하면 F. M. Gardner[3]의 VCO 과부하 식과 동일한 식을 얻을 수 있다.

고전적 charge-pump PLL 모델의 charge-pump 과부하 조건 결과 식은 식(17) 중에서 charge-pump 하한 전압에 대한 식에  $f_{CP,minN} = 0, \tau_{errorN} = \tau_{iIN} = 0$ 을 대입한 것과 같다. 그러나, 실제로는  $f_{CP,minN} = 0$ 이 아니며,  $\tau_{errorN} = \tau_{iIN} = 0$ 도 아니기 때문에 고전적 charge-pump PLL 모델의 charge-pump 과부하 조건 결과와 구현된 charge-pump PLL의 charge-pump 과부하 결과는 다르게 된다.

그림 6에  $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{iIN}$ 인 경우 charge-pump 하한 전압에 대한 charge-pump 과부하를 각  $f_{CP,minN}, \Delta f_N, \tau_{RCN}$ 에 대해서 나타내었다. 식(17)에서 알 수 있듯이  $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{iIN}$ 인 조건만 만족하면  $\tau_{errorN} - \tau_{iIN}$ 의 크기가  $\tau_{RCN}$ 보다 작아서  $\tau_{errorN} - \tau_{iIN}$ 에 대한 charge-pump 과부하가 크게 영향을 받지 않기 때문에,  $\tau_{errorN} - \tau_{iIN}$ 의 변화에 대한 charge-pump 과부하 변화는 그림 6에 나타내지 않았다. 그림 6에서 알 수 있듯이  $f_{CP,minN}$ 의 값에 따라 charge-pump 과부하의 변화가 민감하게 반응을 한다. 고전적 charge-pump PLL 모델에서는  $f_{CP,minN}$

을 0로 하였기 때문에 charge-pump 과부하가 최선 경우(best case)로 계산이 되었음을 알 수 있다. 실제의 경우에 대부분에 charge-pump PLL에서  $f_{CP,minN}$ 은 0.5 이상의 값을 가지며 이 경우에는  $f_{CP,minN} = 0$  경우에 비해서 charge-pump 과부하가 낮은  $\Delta f_N$  값에서 발생하는데 유의할 필요가 있다.

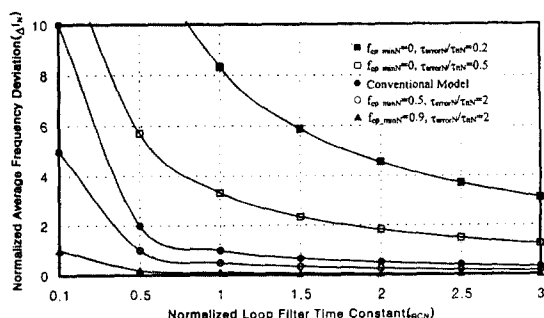


그림 6.  $f_{CP,minN}, \Delta f_N, \tau_{RCN}, \tau_{errorN}/\tau_{iIN}$ 에 대한 charge-pump overload

Fig. 6 Charge-pump overload for  $f_{CP,minN}, \Delta f_N, \tau_{RCN}, \tau_{errorN}/\tau_{iIN}$

정상상태에서의 위상 오차인 정적 위상 오차가 작을 때에는  $\tau_{errorN} < 2\tau_{iIN}$ 인 경우가 되며 이 경우에 charge-pump 과부하 조건 결과 식은 식(18)을 사용하게 된다. 그림 6에  $\tau_{errorN} < 2\tau_{iIN}$ 인 경우 charge-pump 하한 전압에 대한 charge-pump 과부하를 각  $\tau_{errorN}/\tau_{iIN} = 0.5, \tau_{errorN}/\tau_{iIN} = 0.2$ 일 때에  $f_{CP,minN}, \Delta f_N, \tau_{RCN}$ 에 대해서 나타내었다.  $\tau_{errorN}$ 의 값에 따라 정상상태 charge-pump 과부하 조건 식을 식(17) 또는 식(18)을 적용할 것인가를 정하게 되며, 정적 위상 오차가 작을 때( $\tau_{errorN} < 2\tau_{iIN}$ 인 경우)에는 고전적 charge-pump PLL 모델의 정상상태 charge-pump 과부하 조건이 과도하게 계산된 범위가 있을 수 있다.

Charge-pump PLL의  $\tau_{errorN}$ 이 커지면 커질 수록  $\tau_{errorN}/\tau_{iIN}$ 의 값이 커지므로( $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{iIN}$ 인 경우)  $\tau_{errorN}$ 이 큰 charge-pump PLL에서는 고전적 charge-pump PLL 모델의 charge-pump 과부하 조건은 최선 경우로 기술되었고, charge-pump PLL의  $\tau_{errorN}$ 이 작아지면 작아질 수록  $\tau_{errorN}/\tau_{iIN}$ 의 값이 작아지므로( $\tau_{errorN} < 2\tau_{iIN}$ 인 경우)  $\tau_{errorN}$ 이 작은 charge-pump PLL에서는 고전적 charge-pump PLL 모델의 charge-pump 과부하 조

건은 최악 경우로 기술되었다고 할 수 있다. 그러나,  $\tau_{errorN} < 2\tau_{IH}$ 인 경우에서 조차도 포착 과정에서 반드시  $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{IH}$ 인 과정을 거치게 된다.

**B. Charge-pump 과부하(Overload)인 경우 차동 방정식 변경 사항**

Charge-pump 과부하가 발생하면 II장에서 해석한 정확한 charge-pump PLL 모델이 더 이상 적용되지 않기 때문에 식(13)이 성립되도록 II장의 결과 식들을 수정해야 한다. 그러나, charge-pump 과부하가 발생하였을 때에 charge-pump PLL에 대한 정확한 모델은 불행하게도 charge-pump PLL 회로에 따라 다를 수 있다. 본 논문에서는 상식적인 전기적 현상에 근거하고 해석적인 수식 유도를 위하여

- charge-pump 과부하가 발생하면 루프 필터의 출력 전압  $v(t) + V_B$ 가 식(13)의 전압으로 유지되고,
- charge-pump의 전류  $i_P(t)$ 가 0이 아니면 charge-pump 과부하가 발생하더라도 루프 필터의 capacitor C의 전압  $v_c(t)$ 는  $V_{CP,max} - V_B$  또는  $V_{CP,min} - V_B$ 가 될 때까지 계속해서 충전이 되며,
- $\tau(k) \geq 2\tau_{IH}$ 인 경우에,  $\tau(k) - \tau_{IH}$ 인 순간에 charge-pump의 전류  $i_P(\tau(k) - \tau_{IH}) = (V_{CP,max} - V_B - V_C(\tau(k) - \tau_{IH})) / R_2$  또는  $i_P(\tau(k) - \tau_{IH}) = (V_{CP,min} - V_B - V_C(\tau(k) - \tau_{IH})) / R_2$ 이며,  $\tau(k)$ 인 순간에 전류  $i_P(t)$ 는 0이며,  $\tau(k) - \tau_{IH}$ 에서  $\tau(k)$ 까지는 전류  $i_P(t)$ 가 선형적으로 감소하고(해석적인 수식 유도를 위하여),
- $\tau(k) < 2\tau_{IH}$ 인 경우에,  $\tau_M$ 을 charge-pump 과부하 발생 순간이라고 하면  $\tau_M$ 부터  $\tau(k)$ 까지 루프 필터의 출력은  $V_{CP,max} - V_B$  또는  $V_{CP,min} - V_B$ 를 유지하고(해석적인 수식 유도를 위하여),
- charge-pump 상한 전압 및 charge-pump 하한 전압에 대한 charge-pump 과부하가 대칭적으로 유사하게 나타나고,
- charge-pump 과부하가 발생한 후 정상상태로 복귀하면 charge-pump PLL 모든 요소들이 정상적으로 복귀한다고 가정한다.

Charge-pump 과부하가 발생하면 CASE 2와 CASE 4는  $v(k)$ 가 수정되어  $t(k+1)$ 이 변경되게 되고, CASE 1A와 CASE 1B는  $v(k)$ 와  $\tau(k+1)$ 이 변경되고, CASE

3A와 CASE 3B는  $\int v(t) dt$ ,  $v(k)$ 와  $\tau(k+1)$ 가 변경된다.

II절에서 유도한 차동 방정식의 변경되는 부분을 해석하기 위해서 charge-pump 과부하를 크게 3가지 유형으로 나눌 수 있다.  $\tau(k) \geq 2\tau_{IH}$  또는  $\tau(k+1) \geq 2\tau_{IH}$ 인 경우에 charge-pump 과부하가 발생하는 시점을  $\tau_M$ 이라고 하면

- $\tau_M > \tau_{IH}$ 인 경우,
- $\tau_M \leq \tau_{IH}$ 인 경우,
- $\tau(k) < 2\tau_{IH}$  또는  $\tau(k+1) < 2\tau_{IH}$ 인 경우에  $\tau_M \geq \tau(k)/2$  또는  $\tau_M \geq \tau(k+1)/2$ 로 나누어 진다.

상기 3가지 경우에 대한 수식의 전개는 부록에 상세히 나타내었다.

**C. 안정도**

위상 검출기의 출력을 나타내는 식의 분모가 특성 방정식이기 때문에, 위상 검출기의 출력을 나타내는 차동 방정식인 식(9)의  $\tau(k) \geq 2\tau_{IH}$  경우를  $z$  변환하고 선형화 시킨 후에  $z$  변환식에서의 안정도 판별 법을 적용하여 2차 charge-pump PLL에 대한 안정도를 구한다. 이 논문에서 제시한 모델에서 6가지의 경우에 대한 결과식 중에서 식(9)의  $\tau(k) \geq 2\tau_{IH}$  경우를 안정도 구하는 식으로 선택한 것은 식(9)의  $\tau(k) \geq 2\tau_{IH}$  경우가 최악 경우이기 때문이다. 결과를 보면 알 수 있겠지만, 안정도는  $T_I$ 에 반비례하는데  $T_I$ 가 커지면 결국  $T_{VCO}$ 도 커지게 된다. 식(9)는 포착하는 동안에  $T_{VCO}$ 를 크게 하는 동작을 기술하고 있다. 따라서 식(9)는 안정도 측면에서 최악 경우이다.

식(9)에서  $v(t)$ 에 대한 적분 항은 식(11)을 사용하여 구할 수 있는데,  $\tau(k) \geq 2\tau_{IH}$ 이며  $\tau(k)$ 가 충분히 작다고 가정하면,  $\tau(k)^2$  항은 비선형식을 유발하고 충분히 작기 때문에 무시한다.  $v_{OPEN}(k-1)$ 은 식(5)을 사용하여 정리한 후에  $T_I > \tau(k)$ 이므로  $T_I - \tau(k) \approx T_I$ 이라고 근사하면,

$$\int_0^{\tau(k)} v(t) dt \approx -I_P R_2 \tau(k) + I_P R_2 \tau_{IH} + v(k-1) \left\{ 1 - \frac{T_I}{(R_2 + R_3)} \right\} \tau(k) \quad (20)$$

이 되며, 식(20)을 식(9)에 대입하고, 식(9)를  $z$  변환하

여 정리하면,

$$\begin{aligned} \tau(z) & \left\{ \frac{R_3 K_V v(z)}{R_2 + R_3} - \frac{K_V v(z)}{z} \left( 1 - \frac{T_I}{(R_2 + R_3)C} \right) \right\} \\ & + \tau(z) \left\{ \frac{1 + K_V V_B T_{MIN}}{T_{MIN}} \left( 1 - \frac{1}{z} \right) + \frac{K_V I_P R_2}{z} \right\} - \frac{K_V R_3 T_I v(z)}{R_2 + R_3} \\ & = \frac{(1 + K_V V_B T_{MIN}) T_I}{T_{MIN}} + K_V I_P R_2 \tau_{II} - 1 \end{aligned} \quad (21)$$

이 된다. 그런데,  $v(z)$ 은 식(9), 식(10), 식(5)에 의해서 구하고,  $z$  변환을 한후,  $T_I - \tau(k+1) \approx T_I$ 이라고 근사하면,

$$v(z) \approx \frac{I_P (\tau(z) - \tau_{II})}{\left\{ z - \left( 1 - \frac{T_I}{(R_2 + R_3)C} \right) \right\} C} \quad (22)$$

이 된다.

식(21)에 좌변 첫 번째 중괄호에 식(22)를 대입하면 식(21)은  $\tau(z)$ 에 대한 2차 항이 다시 유도되므로 선형 방정식이 되지 않기 때문에 식(21)에 좌변 세 번째 항에만 식(22)를 선별적으로 대입하고, 정상상태이어서  $\tau(z)$ 가 작다고 가정하면  $\int_{vco} (z) \approx \frac{1}{T_I}$ 가 되어 식(21)에 좌변의 첫 번째 중괄호 안에  $v(z)$ 은 식(6)에 의해서

$$v(z) \approx \frac{1}{K_V T_I} - \frac{1}{K_V T_{MIN}} - V_B \quad (23)$$

이라고 근사 시킬 수 있다. 식(23)을 식(21)에 좌변의 첫 번째 중괄호 안의  $v(z)$ 에 선별적으로 대입하고,  $(R_2 + R_3)C \gg T_I$ 이면, 식(21)은

$$\begin{aligned} \tau(z)|_{4z} & = \frac{a_{4z}}{b_{4z}} \\ a_{4z} & = \frac{K_V R_3 I_P \tau_{II}}{(R_2 + R_3)(z-1)C} + \frac{(1 + K_V V_B T_{MIN}) T_I}{T_{MIN}} \\ & \quad + K_V I_P R_2 \tau_{II} - 1 \\ b_{4z} & = \left\{ \begin{aligned} & \left( \frac{1}{T_I} - \frac{1 + K_V V_B T_{MIN}}{T_{MIN}} \right) \left( \frac{R_3}{R_2 + R_3} - \frac{1}{z} \right) \\ & + \frac{1 + K_V V_B T_{MIN}}{T_{MIN}} \left( 1 - \frac{1}{z} \right) + \frac{K_V I_P R_2}{z} \\ & - \frac{K_V R_3 I_P T_I}{(R_2 + R_3)(z-1)C} + \frac{K_V R_3 I_P \tau_{II}}{(R_2 + R_3)(z-1)C} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (24)$$

이 된다. 그런데 식(24)의 분모는 2차 charge-pump PLL 모델의 특성 방정식이므로 안정도 판별 법에 따라 식(24)에서 분모  $b_{4z}$ 에  $z = -1$ 을 대입하고, 분모  $b_{4z} > 0$ 이면 안정 조건이 된다. 식(24)에서  $z = -1$ ,  $b_{4z} > 0$ 로 놓고, 정리하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2K_V T_I} \left( 1 + \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) + \frac{1 + K_V V_B T_{MIN}}{2K_V T_{MIN}} \left( 1 + \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) \\ & - \frac{I_P R_2}{2} > \frac{I_P}{4C} \left( \frac{R_3(T_I - \tau_{II})}{R_2 + R_3} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

이 되고, 식(25)에  $\tau_{II} = 0$ ,  $R_3 \gg R_2$ 를 대입하면 F. M. Gardner[3]가 구한 2차 charge-pump PLL 모델의 안정도 조건식과 같음을 알 수 있다.

식(12)를 식(25)에 대입하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) + f_{fN} \left( 1 - \frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) \\ & > \Delta f_N \left( \frac{R_3}{4(R_2 + R_3)} + \frac{\tau_{RCN}}{2} - \frac{\tau_{II N}}{4} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

로 기술되는 2차 charge-pump PLL의 안정도 범위를 구할 수 있다.

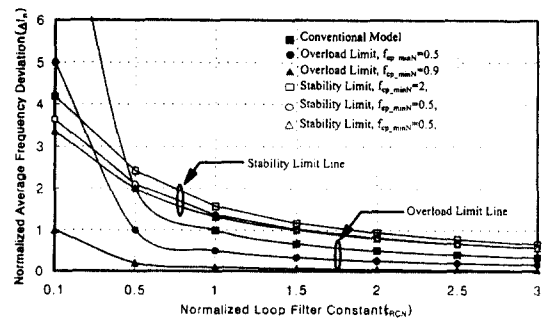


그림 7.  $f_{CP,minN}$ ,  $\Delta f_N$ ,  $\tau_{RCN}$ 에 대한 안정도 및 charge-pump overload

Fig. 7 Stability and charge-pump overload for  $f_{CP,minN}$ ,  $\Delta f_N$ ,  $\tau_{RCN}$

그림 7에 2차 charge-pump PLL에서 안정도를 각  $\Delta f_N$ ,  $\tau_{RCN}$ 에 대해서 charge-pump 과부하와 같이 나타내었다. 일반적으로  $R_3$ 이  $R_2$ 보다 크기 때문에 식(26)

에서  $f_{jN}$ 의 효과는 미소하다.  $\tau(k) \geq 2\tau_{iN}$ 이면서  $f_{cp,minN} = 0.5$ 보다 클 때에는 일반적으로 사용되는  $\tau_{RCN}$  값 범위( $\tau_{RCN} > 0.5$ )에서 charge-pump 과부하 조건이 안정도 조건보다 우선한다.

#### IV. 시뮬레이션 및 논의

##### A. 시뮬레이션

이 논문에서 시뮬레이션은 2차 charge-pump PLL 모델에서 charge-pump 과부하와 안정도에 초점이 맞추어져 있다. III절에서 기술하였듯이 고전적 charge-pump PLL 모델에서는 charge-pump 과부하가 단편적으로 해석되었기 때문에 정확한 charge-pump PLL 모델의 경우와는 차이가 있었다. 본 논문에서는 제시된 charge-pump PLL 모델의 charge-pump 과부하와 안정도에 대한 시뮬레이션을 통해서 제시된 charge-pump PLL 모델에 대한 타당성을 검증한다. 지면 문제로 charge-pump 과부하는 charge-pump 하한 전압 및 charge-pump 상한 전압 모두에 대해서 기술하지 않고, 구현할 때에 더 심각한 charge-pump 하한 전압에 대해서만 고찰을 한다.

시뮬레이션은 그림 5의 흐름도를 기본으로 하고 charge-pump 과부하가 발생시에는 III절에서 계산된  $v(k)$ ,  $\int v(t) dt$ 가 적용되어 수정된  $\tau(k+1)$  식으로 수행되었다.

$f_{cp,minN} = 0, 0.5, 0.9$ 이고  $\tau_{iN} = 0.001$ 이고  $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{iN}$  경우에, 정규화 한 시정수  $\tau_{RCN}$ 와 정규화한 평균 주파수 편이  $\Delta f_N$ 를 변화시켜 가면서 시뮬레이션을 수행하여 charge-pump 과부하의 한계를 추출한 결과와 III절에서 식(17)과 결과를 비교한 그림을 그림 8에 각각 나타내었다.

그림 9는 charge-pump 과부하 조건이 아닐 때( $\Delta f_N = 0.5, \tau_{RCN} = 0.5, f_{cp,minN} = 0.5, \tau_{iN} = 0.001, \tau_{errorN}/\tau_{iN} = 100, 1$ )와 charge-pump 과부하 조건일 때( $\Delta f_N = 1, \tau_{RCN} = 0.5, f_{cp,minN} = 0.5, \tau_{iN} = 0.001, \tau_{errorN}/\tau_{iN} = 100$ )와 불안정 조건일 때( $\Delta f_N = 5, \tau_{RCN} = 0.5, f_{cp,minN} = 0.5, \tau_{iN} = 0.001, \tau_{errorN}/\tau_{iN} = 1$ )에, 직류 바이어스 전압  $V_B$ 가 제외된 루프 필터의  $R_2$ -C 양단의 출력 전압  $v(k)$ 를 정상 상태 전압으로 정규화한  $v_N(k)$ 와 정규화한 static phase error  $\tau_{errorN}$ 의 변화를 상태 수  $k$ 에 따라서 각각 알아보기 위해서  $k$ 를 1부터 30까지 증가시켜 가면서 반복

수행한 결과를 나타낸 그림이다. 여기서  $v_N(k)$ 는

$$v_N(k) = \frac{v(k)}{\frac{1}{K_V T_I} - \frac{1}{K_V T_{MIN}} - V_B} \quad (27)$$

이다.

##### B. 논의

그림 8은  $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{iN}$ 인 경우(charge-pump 하한 전압에 대해서만 고찰) 앞에서 기술한 바와 같이 고전적 charge-pump PLL 모델에서는 charge-pump 과부하가 본 논문의 모델의 것에 비해 최선 경우로 해석되었다는 것을 나타내고 있다. 그림 6에서 나타낸 것과 같이 그림 8에서도 charge-pump 과부하는  $f_{CP,minN}$ 에 민감하게 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 또한 이론적으로 유도한 식(17)의 결과와 시뮬레이션으로 추출한 결과가 일치하는 것을 알 수 있다.

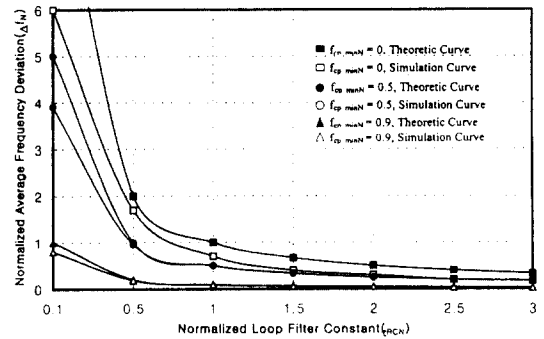


그림 8.  $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{iN}$ 일 때,  $f_{CP,minN}, \Delta f_N, \tau_{RCN}$  대한 charge-pump overload 이론 값과 시뮬레이션 값 비교  
Fig. 8 The comparison of charge-pump overload theory and simulation values on  $f_{CP,minN}, \Delta f_N, \tau_{RCN}$  in case of  $\tau_{errorN} \geq 2\tau_{iN}$

그림 9는  $\Delta f_N = 0.5, \tau_{RCN} = 0.5, f_{cp,minN} = 0.5, \tau_{iN} = 0.001, \tau_{errorN}/\tau_{iN} = 100$ 일 경우 charge-pump 과부하가 발생하지 않으며 수렴하는 것을 볼 수 있으며,  $\Delta f_N = 0.5, \tau_{RCN} = 0.5, f_{cp,minN} = 0.5, \tau_{iN} = 0.001, \tau_{errorN}/\tau_{iN} = 1$ 일 경우도 charge-pump 과부하가 발생하지 않으며 수렴하는 것을 볼 수 있으며,  $\Delta f_N = 1, \tau_{RCN} = 0.5, f_{cp,minN} = 0.5, \tau_{iN} = 0.001, \tau_{errorN}/\tau_{iN} = 100$ 일 경우는 charge-

pump 과부하가 발생하여 수렴을 하지 못 하는 것을 알 수 있고,  $\Delta f_N=5$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=1$  일 경우는 불안정하여 수렴을 하지 못 할 뿐만 아니라  $\tau_{errorN}$  및  $v_N(k)(v_N(k))>2$ 보다 커지기에  $k=6$  이상에서는 생략됨)가 최대값으로 치우치는 것을 볼 수 있다.

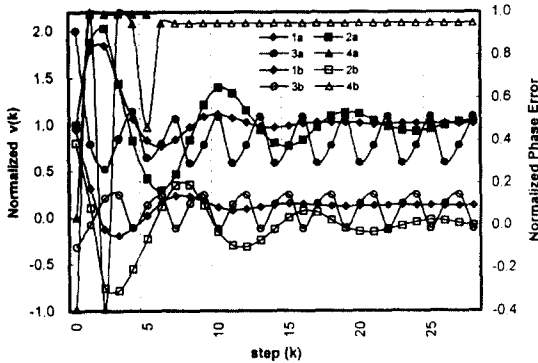


그림 9.  $\Delta f_N=0.5$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=100$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$  일 때에  $v_N(k)$ (1a)와  $\tau_{errorN}$ 와,  $\Delta f_N=0.5$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=1$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$  일 때에  $v_N(k)$ (2a)와  $\tau_{errorN}$ (2b)와,  $\Delta f_N=1$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=100$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$  일 때에  $v_N(k)$ (3a)와  $\tau_{errorN}$ (3b)와,  $\Delta f_N=5$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=1$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$  일 때에  $v_N(k)$ (4a)와  $\tau_{errorN}$ (4b)에 대한 시뮬레이션 결과

Fig. 9 Results of  $v_N(k)$ (1a) and  $\tau_{errorN}$ (1b) for  $\Delta f_N=0.5$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=100$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$ ;  $v_N(k)$ (2a) and  $\tau_{errorN}$ (2b) for  $\Delta f_N=0.5$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=1$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$ ;  $v_N(k)$ (3a) and  $\tau_{errorN}$ (3b) for  $\Delta f_N=1$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=100$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$ ;  $v_N(k)$ (4a) and  $\tau_{errorN}$ (4b) for  $\Delta f_N=5$ ,  $\tau_{RCN}=0.5$ ,  $f_{cp,minN}=0.5$ ,  $\tau_{errorN}/\tau_{tIN}=1$ ,  $\tau_{tIN}=0.001$

그림 8 및 그림 9에서 알 수 있듯이 일반적으로 사용되는 charge-pump PLL 조건에서는 charge-pump PLL의 안정도는 항상 charge-pump 과부하가 발생된 후에 발생하기 때문에 charge-pump PLL에서 charge-pump 과부하가 안정도보다 더 중요하다. 비록 charge-pump 과부하 상태이면 반드시 charge-pump PLL이 불안정해지는 것은 아니지만(그림 9의 3a 및 3b 경우), charge-pump 과부하 상태에서는 더 이상 II절에서 해석한 모델을 적용할 수 없고 구현된 charge-

pump PLL에 종속적인 해석을 하여야 하기 때문에 경우에 따르는 해석을 해야 하고, 선형 영역의 해석이 아니기 때문에 charge-pump PLL 설계할 때에 이 영역을 피하는 것이 바람직하다.

## V. 결 론

위상 및 주파수 비교기와 charge-pump에서 천이 시간, 루프 필터의 누설 저항, charge-pump 과부하가 고려된 정확한 charge-pump PLL 모델을 제시하고 제시된 모델을 사용하여 이론적인 해석을 하였다. 정확한 charge-pump PLL 모델을 사용하여 과부하 및 안정도를 기술했으며 시뮬레이션을 통해서 고전적 charge-pump PLL 모델과 비교하고 검증하였다.

고전적 charge-pump PLL 모델로 해석한 charge-pump 과부하 조건을 적용할 때 측정값과 시뮬레이션 값이 일치하지 않는 이유는 고전적 charge-pump PLL 모델의 charge-pump 과부하 조건이 최선 경우(정적 위상 오차가 클 때)로 되어 있거나 또는 고전적 charge-pump PLL 모델의 charge-pump 과부하 조건이 과도하게(정적 위상 오차가 작을 때) 제시되어 있기 때문이라는 것을 밝혔다.

Charge-pump PLL이 불안정한 조건으로 가기 전에 반드시 charge-pump 과부하 상태를 겪기 때문에 charge-pump PLL을 임계의 안정 조건에서 사용하려면 순간적인 charge-pump 과부하상태에서도 charge-pump PLL의 모든 요소가 정상적으로 동작할 수 있도록 설계해야 하는 이유를 제시 하였다.

제시된 정확한 charge-pump PLL 모델은, 고전적 charge-pump PLL 모델에서는 나타낼 수 없었던 charge-pump PLL의 정상상태와 과도상태 동작을 정확하게 나타낼 수 있기 때문에, charge-pump PLL의 안정 조건 및 과부하 조건을 정확하고 빠르게 파악할 수 있게 할 뿐만 아니라 SPICE 계열에서나 얻을 수 있는 정확한 시뮬레이션 결과를 빠른 시간에 얻을 수 있도록 해준다.

## 부 록

■  $\tau(k) \geq 2\tau_H$ 이면서  $\tau_M > \tau_H$ 인 경우 charge-pump 과부하가 발생하는 조건은

$$\begin{cases} V_{CP\_max} < V_B + I_p R_2 + \frac{I_p(\tau(k) - \tau_n)}{C} + \frac{I_p \tau_n}{2C} + \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_{CPN}(k-1) \\ V_{CP\_min} > V_B - \left( I_p R_2 + \frac{I_p(\tau(k) - \tau_n)}{C} + \frac{I_p \tau_n}{2C} \right) + \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_{CPN}(k-1) \end{cases} \quad (A1)$$

이고, 앞에서 기술하였듯이  $\tau(k+1) \geq 2\tau_n$ 인 경우는 식 (A1)에 단지  $\tau(k)$  대신에  $\tau(k+1)$ 를 대입하고  $v_{OPEN}(k-1)$  대신에  $v_{OPEN}(k)$ 를 각각 대입하면 된다. 이 경우에 상한 charge-pump 과부하 발생시에  $\int v(t) dt$ 와  $v(k)$ 는

$$\begin{aligned} \int^{(k)} v(t) dt \approx \tau(k) & \left\{ \frac{V_{CP\_max} \tau_n}{2R_3 C} + \frac{\tau_n^2}{3(R_2 C)^2} \left( -V_{CP\_max} + V_B - \frac{I_p \tau_n}{2C} + \frac{I_p \tau_{M1}}{C} \right) \right. \\ & \left. + V_{CP\_max} - V_B \right. \\ & \left. + \frac{I_p \tau_n}{C} \left\{ \frac{7\tau_n + \tau_{M1}}{12} - \frac{(\tau_n + \tau_{M1})\tau_n}{4R_3 C} - \frac{\tau_n^2}{6R_3 C} + \frac{\tau_{M1}\tau_n}{3R_3 C} \right\} \right. \\ & \left. + \frac{\tau_n^2(\tau_n + \tau_{M1})}{(R_2 C)^2} + \frac{\tau_{M1}\tau_n(\tau_n + \tau_{M1})}{3(R_2 C)^2} \right\} \\ & + (V_{CP\_max} - V_B) \left\{ \frac{\tau_n}{2} + \tau_{M1} - \frac{\tau_n^2}{3R_2 C} + \frac{\tau_n^2(\tau_n + \tau_{M1})}{3(R_2 C)^2} \right\} \\ & + \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{CPN}(k-1) (\tau_n + \tau_{M1}) + \frac{I_p \tau_{M1}^2}{2C} + I_p R_2 \left( -\frac{\tau_n}{2} + \tau_{M1} \right), \\ v(k) = v_c(\tau - \tau_n) & + \frac{\left\{ V_{CP\_max} - V_B - v_c(\tau - \tau_n) \right\} \tau_n}{2R_3 C} \end{aligned} \quad (A2-A)$$

이고, 여기서  $v_c(\tau - \tau_n)$ 와  $\tau_{M1}$ 은

$$\begin{aligned} v_c(\tau - \tau_n) \approx & \left\{ V_{CP\_max} - V_B - \left( \frac{I_p \tau_n}{2C} + \frac{I_p(\tau_n + \tau_{M1})}{C} \right) \right\} \left( \frac{\tau(k) - (\tau_n + \tau_{M1})}{R_2 C} \right) \\ & + \frac{I_p \tau_n}{2C} + \frac{I_p(\tau_n + \tau_{M1})}{C} + \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{CPN}(k-1), \\ \tau_{M1} = & \frac{I_p}{C} \left\{ -I_p R_2 + \frac{3I_p \tau_n}{2C} - \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{CPN}(k-1) + V_{CP\_max} - V_B \right\} \end{aligned} \quad (A2-B)$$

이다.

■  $\tau(k) \geq 2\tau_n$ 이면서  $\tau_M \leq \tau_n$ 인 경우 charge-pump 과부하가 발생하는 조건은

$$\begin{cases} V_{CP\_max} < V_B + I_p R_2 + \frac{I_p \tau_n}{2C} + \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_{OPEN}(k-1) \\ V_{CP\_min} > V_B - \left( I_p R_2 + \frac{I_p \tau_n}{2C} \right) + \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_{OPEN}(k-1) \end{cases} \quad (A3)$$

이 경우에 상한 charge-pump 과부하 발생시에  $\int v(t) dt$ 와  $v(k)$ 는

$$\begin{aligned} \int^{(k)} v(t) dt \approx \tau(k) & \left\{ \frac{V_{CP\_min} - V_B}{R_3 C} - \frac{I_p \tau_{M1}^2}{2C \tau_n (R_2 C)} \left( \frac{\tau_n}{2} + \frac{\tau_n^2}{3R_2 C} \right) + V_{CP\_min} - V_B \right\} \\ & + \frac{I_p \tau_n}{C} \left\{ \frac{\tau_{M1}^2}{4R_3 C} + \frac{\tau_{M1}^2}{4R_3 C \tau_n} + \frac{\tau_n^2}{6R_3 C} + \frac{\tau_{M1}^2 \tau_n}{(R_2 C)^2} - \frac{\tau_{M1}^3}{(R_2 C)^2} \right\} \\ & + (V_{CP\_min} - V_B) \left\{ \frac{\tau_n}{2} - \tau_{M1} + \frac{\tau_n^2}{3R_2 C} - \frac{\tau_n \tau_{M1}}{2R_2 C} + \frac{\tau_n^2 \tau_{M1}}{3(R_2 C)^2} + \frac{\tau_{M1}^2}{3(R_2 C)^2} \right\} \\ & + \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{CPN}(k-1) \tau_n + I_p R_2 \left( \frac{\tau_n^2}{2C} + \frac{I_p \tau_{M1}^2}{4C} \right), \\ v(k) = v_c(\tau - \tau_n) & + \frac{\left\{ V_{CP\_min} - V_B - v_c(\tau - \tau_n) \right\} \tau_n}{2R_3 C} \end{aligned} \quad (A4-A)$$

이고, 여기서  $v_c(\tau - \tau_n)$ 와  $\tau_{M1}$ 은

$$\begin{aligned} v_c(\tau - \tau_n) \approx & \left\{ V_{CP\_min} - V_B - \left( \frac{I_p \tau_n}{2C} + \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{CPN}(k-1) \right) \right\} \left( \frac{\tau(k) - (\tau_n + \tau_{M1})}{R_2 C} \right) \\ & + \frac{I_p \tau_n}{2C} + \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{CPN}(k-1) \\ \tau_{M1} = & \frac{-\frac{I_p R_2}{\tau_n} + \left( \frac{I_p R_2}{\tau_n} \right)^2 - \left( \frac{I_p}{2C \tau_n} \right) \left( \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{CPN}(k-1) - V_{CP\_min} + V_B \right)}{2 \left( \frac{R_2 + R_3}{R_3} v_{CPN}(k-1) - V_{CP\_min} + V_B \right)} \end{aligned} \quad (A4-B)$$

이다.

■  $\tau(k) < 2\tau_n$ 인 경우 charge-pump 과부하가 발생하는 조건은



$$\begin{cases} V_{CP, \max} < \frac{I_p R_2 \tau(k)}{2\tau_n} + \frac{I_p R_2 \tau(k)^2}{8C\tau_n} + \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_{CP,N}(k-1) \\ V_{CP, \min} > \frac{I_p R_2 \tau(k)}{2\tau_n} - \frac{I_p R_2 \tau(k)^2}{8C\tau_n} + \frac{R_3}{R_2 + R_3} v_{CP,N}(k-1) \end{cases} \quad (A5)$$

이고, 이 경우에 상한 charge-pump 과부하 발생시에  $\int v(t) dt$ 와  $v(k)$ 는

$$\begin{aligned} \int_0^{\tau(k)} v(t) dt &\approx \tau(k) \left( V_{CP, \min} - V_n \right) + \frac{I_p R_2 \tau_n^2}{2\tau_n} \left( V_{CP, \min} - V_n \right) \tau_M + \frac{I_p \tau_n^3}{6C\tau_n} \\ v(k) &= v_c(\tau - \tau_n) + \frac{\left\{ V_{CP, \min} - V_n - v_c(\tau(k) - \tau_n) \right\} \tau_n}{2R_2 C} \end{aligned} \quad (A6-A)$$

이며, 여기서  $v_c(\tau - \tau_n)$ 와  $\tau_M$ 은

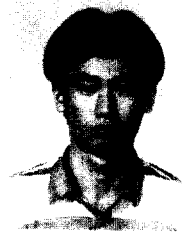
$$\begin{aligned} v_c(\tau - \tau_n) &\approx \left\{ V_{CP, \min} - V_n - \left( \frac{I_p \tau_n^2}{2C\tau_n} + \frac{R_3 + R_2}{R_2} v_{CP,N}(k-1) \right) \right\} \left( \frac{\tau(k) - \tau_n}{R_2 C} \right) \\ &\quad + \frac{I_p \tau_n^2}{2C\tau_n} + \frac{R_3 + R_2}{R_2} v_{CP,N}(k-1) \\ \tau_M &= \frac{-\frac{I_p R_2}{2\tau_n} + \sqrt{\left( \frac{I_p R_2}{2\tau_n} \right)^2 - \left( \frac{I_p}{8C\tau_n} \right) \left( \frac{R_3 + R_2}{R_2} v_{CP,N}(k-1) - V_{CP, \min} + V_n \right)}}{2 \left( \frac{R_3 + R_2}{R_2} v_{CP,N}(k-1) - V_{CP, \min} + V_n \right)} \end{aligned} \quad (A6-B)$$

이다.

Charge-pump 과부하일 때에 charge-pump PLL의 알고리즘은  $v(k)$  값이 수정되고,  $\tau(k)$  부호에 따라서  $v(t)$ 의 적분 값이 수정되고, CASE 1A와 CASE 3A에서는  $\tau_M$ 의 크기에 따라서 앞서 기술한 바와 같이 두 가지 식(A1)과 식(A3)으로 분류되어 식(A2-A)와 식(A2-B) 또는 식(A4-A)와 식(A4-B)에 의해서  $\tau(k+1)$ 가 수정되고, CASE 1B와 CASE 3B의 경우는 식(A6A)와 식(A6-B)에 의해서  $\tau(k+1)$ 가 수정된다. CASE 2 또는 CASE 4는 단지  $v(k)$ 에 의해서  $\tau(k+1)$ 가 수정된다.

### 참고 문헌

1. M. V. Paemel, Analysis of a charge-pump PLL: a new model, *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, pp. 2490-2498, Jul. 1994.
2. R. S. Co, J. H. Mulligan, Optimization of phase-locked loop performance in data recovery systems, *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 29, pp. 1022-1034, Sep. 1994.
3. F. M. Gardner, Charge-pump phase-locked loops, *IEEE trans. Commun.*, vol.COM-28, pp. 1849-1858, Nov. 1980.
4. F. M. Gardner, Phase accuracy of charge-pump PLLs, *IEEE trans. Commun.*, vol.COM-30, pp. 2362-2363, Oct. 1982.
5. 이범철, 김재영, 박권철, 김봉열, Charge-pump 위상 동기 회로의 위상 오차에 대한 정확한 해석, *대한전자공학회지*, vol. 33, pp. 27-37, Oct. 1996.



崔 恩 暢(Eun Chang Choi) 정회원  
 1990년 2월: 경북대학교 공과대학  
 전자공학과 졸업(학사)  
 1992년 2월: 경북대학교 공과대학  
 전자공학과 졸업(석사)  
 1992년 2월~1993년 5월: 한국원  
 자력연구소

1993년 5월~현재 한국전자통신연구소  
 ※주관심분야: Synchronization, GaAs Logic and Analog Circuits

李 範 哲(Bhum Cheol Lee) 정회원  
 한국통신학회지 제20권 10호 참조.