

# 신경회로망에 의한 구간 벡터의 비선형 사상

正會員 권기택\*, 배철수\*\*

## Nonlinear Mappings of Interval Vectors by Neural Networks

Kitaek Kwon\*, Cheol-Soo Bac\*\* *Regular Members*

### 요 약

본 연구에서는 구간 벡터의 비선형 사상의 근사를 행하기 위한 4 가지 신경회로망의 학습 알고리즘을 제안한다. 제안된 방법에 있어서, 신경회로망의 학습에 이용되는 입출력 데이터 쌍은 구간으로 구성되어 있다. 첫번째 방법은 전처리된 학습용 데이터 상을 통상의 역전파 알고리즘에 직접 응용하는 것이고, 두번째 방법은 두 개의 역전파 알고리즘을 이용하는 것이다. 세번째 방법은 구간 입출력 데이터를 처리할 수 있는 역전파 알고리즘으로 확장한 것이다. 마지막 방법은 구간 결합강도 및 구간 역치를 가진 신경회로망으로 확장한 것이다. 제안된 이 방법들은 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 서로 비교 평가된다.

### ABSTRACT

This paper proposes four approaches for approximately realizing nonlinear mapping of interval vectors by neural networks. In the proposed approaches, training data for the learning of neural networks are the pairs of interval input vectors and interval target output vectors. The first approach is a direct application of the standard BP (Back-Propagation) algorithm with a pre-processed training data. The second approach is an application of the two BP algorithms. The third approach is an extension of the BP algorithm to the case of interval input-output data. The last approach is an extension of the third approach to neural network with interval weights and interval biases. These approaches are compared with one another by computer simulations.

### I. 서 론

다층 전방향 신경회로망(Multilayer Feedforward Neural Network)은 다차원 입력 공간에서 다차원 출력

공간으로의 사상을 행하는 비선형 시스템이라고 볼 수 있다. 이 신경회로망에 의한 비선형 사상의 근사 능력은 많은 연구자들[1-3]로부터 증명되고 있다. 또한 신경회로망으로부터 비선형 함수를 실현하고자 하는 시험은, Rumelhart 등[4]에 의해 역전파(Back-Propagation) 알고리즘이 제안된 이후 활발히 이루어지고 있다.

현실 세계에서 우리 인간들이 이용할 수 있는 데이

\*동양대학교 산업공학과  
\*\*관동대학교 전자통신공학과  
論文番號: 95290-0825  
接受日字: 1995年 8月 25日

터에는, 결락치(Missing Value)가 포함된 불완전한 데이터, 속성치가 일정하지 않고 변동하고 있는 데이터, 속성치의 정확한 측정이 불가능한 데이터, 속성치를 실수치로 표현하기 어려운 데이터, 즉 불확실한 데이터가 포함되어 있는 경우도 많다. 이러한 데이터를 표현하기 위한 현실적이고 가장 간단한 방법으로서, 그 가능한 값의 범위(상한치와 하한치)로 나타내는 구간(Interval) 표현 방법이 있다. 예를 들면, 신경회로망에 의한 간장병 진단에의 응용[5]에 있어서, 신경회로망의 학습에 이용되는 결락치를 구간으로 대응함으로써 실수치로 대응하는 방법보다 좋은 학습과 진단 결과를 보여주고 있다. 또한 주어진 목표 출력치가 구간인 경우의 데이터를 취급하기 위한 신경회로망의 학습 알고리즘도 제안되어 있다[6]. 그 밖의 구간 데이터를 취급하기 위한 신경회로망의 학습 기법들에는, 구간 벡터의 2군 식별문제를 취급하기 위해, 역전과 학습 알고리즘의 입력을 구간 벡터인 경우로 확장한 기법[7], 통상의 신경회로망을 이용하여 실수에서 구간으로의 비선형 사상의 근사를 행한 기법[8] 등이 있다. 이러한 기법들은 불확실한 데이터의 값을 어느 특정한 실수치로 대응함으로써 발생하는 부적당한 결과를 보완할 수 있다. 그러나 이들 기법 모두는 입력치와 목표 출력치 중 어느 한쪽만이 구간으로 주어져 있는 경우에 학습이 가능하다. 따라서 입력치와 목표 출력치 모두가 구간으로 주어져 있는 경우에 대해서는 학습이 불가능하다. 주어진 입출력 데이터 모두가 불확실 데이터(구간)로 구성되어 있는 경우에도 처리할 수 있는 신경회로망의 학습 알고리즘이 요구되고 있다.

본 연구에서는, 구간 입력벡터에서 구간 출력벡터로의 비선형 사상의 근사를 행하기 위해, 구간 입출력 데이터를 처리할 수 있는 네 가지 신경회로망의 학습 알고리즘을 제안한다. 또한 제안된 네 가지 접근 방법에 대한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 서로 비교 평가한다. 첫번째 접근 방법은 전처리한 입출력 데이터를 통상의 역전과 알고리즘에 직접 응용하는 것이다. 이 방법은 구간 입출력 데이터를 처리할 수 있는 방법들 중 가장 간단하다. 두번째 접근 방법은 두 개의 역전과 신경회로망을 이용하는 것이다. 즉, 구간 입출력 데이터의 상한에 관한 신경회로망과 하한에 관한 신경회로망을 이용함으로써 구간 표현을 할 수

있다. 세번째 접근 방법은 통상의 역전과 알고리즘을 구간 입출력 데이터에도 대체할 수 있는 알고리즘으로 수정한 것이다. 네번째 접근 방법은 구간 결합강도(Interval Weight)와 구간 역치(Interval Bias)를 가진 신경회로망으로 확장한 것이다. 즉, 세번째 방법의 결합강도와 역치를 구간으로 확장한 방법이다.

## II. 문제의 정형화

### 2.1 학습용 데이터

본 연구에서는 실수를 영소문자  $a, b, c, \dots, z$ , 구간을 영대문자  $A, B, C, \dots, Z$ 로 표현하기로 한다. 구간은 그 하한치와 상한치를 이용하여 다음과 같이 표현한다.

$$A = [a^L, a^U] \quad (1)$$

여기서,  $L$ 은 하한치,  $U$ 는 상한치를 나타낸다.

학습용 데이터로서  $m$  개의  $n_I$ 차원 구간 입력벡터와  $n_O$ 차원 구간 출력벡터 쌍이 다음과 같이 주어져 있다고 한다.

$$\{(X_p; T_p) \mid p=1, 2, \dots, m\} \quad (2)$$

여기서, 구간 입력벡터  $X_p$ 와 구간 목표출력벡터  $T_p$ 의 원소는 구간이고, 다음과 같이 나타낸다.

$$X_{pi} = [x_{pi}^L, x_{pi}^U], \quad i=1, 2, \dots, n_I \quad (3)$$

$$T_{pk} = [t_{pk}^L, t_{pk}^U], \quad k=1, 2, \dots, n_O \quad (4)$$

### 2.2 구간연산

여기서는 3.3절, 3.4절의 구간 신경회로망에 이용되는 구간연산, 즉 구간의 합, 곱, 구간 함수의 시그모이드 함수에 대하여 간단히 기술한다(일반적인 구간연산에 대해서는 문헌 [9] 참조).

$$A + B = [a^L, a^U] + [b^L, b^U] = [a^L + b^L, a^U + b^U] \quad (5)$$

$$A \cdot B = [a^L, a^U] \cdot [b^L, b^U]$$

$$= [\min\{a^L b^L, a^L b^U, a^U b^L, a^U b^U\}, \max\{a^U b^L, a^U b^U\}] \quad (6)$$

식(6)에 있어서, 구간  $B$ 가 양( $0 \leq b^L \leq b^U$ )인 경우, 구간의 곱은 다음과 같이 간단히 계산할 수 있다.

$$A \cdot B = [a^L, a^U] \cdot [b^L, b^U] = [\min\{a^L b^L, a^L b^U\}, \max\{a^U b^L, a^U b^U\}] \quad (7)$$

구간 신경회로망의 각 유니트의 입출력 함수로 이용되는 시그모이드(Sigmoid) 함수  $f(x)$ 를 입력치가 구간인 경우로 다음과 같이 확장한다.

$$f(Net) = \{f(x) | x \in Net\} \quad (8)$$

여기서,  $Net$ 는 구간 입력치이고,  $f(x)$ 는

$$f(x) = 1 / \{1 + \exp(-x)\} \quad (9)$$

이다. 식(9)의 시그모이드 함수  $f(x)$ 가 단조 증가 함수임을 고려하면, 구간 입력치  $Net = [net^L, net^U]$ 에 대한 식(8)의 구간 출력치  $f(Net)$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$f(Net) = f[net^L, net^U] = [f(net^L), f(net^U)] \quad (10)$$

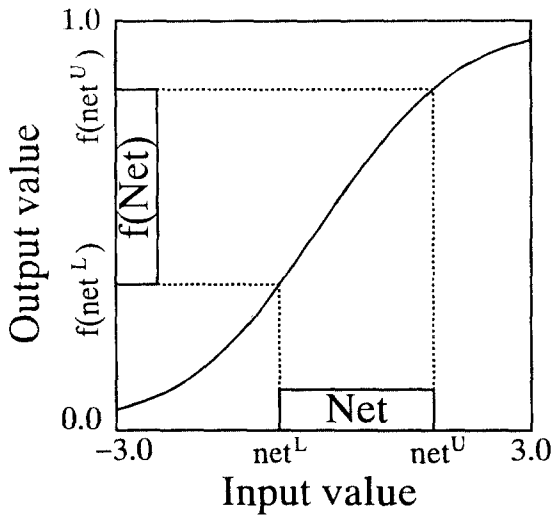


그림 1. 각 유니트의 구간 입출력 관계

이 입출력 관계는 그림 1과 같이 된다.

또한, 구간에 대한 포함관계는 다음과 같이 정의된다.

$$[a^L, a^U] \subseteq [b^L, b^U] \Leftrightarrow b^L \leq a^L, a^U \leq b^U \quad (11)$$

구간연산이 가진 포함관계의 단조성(문헌[9] 참조)으로부터 상술의 구간연산에 대해서 다음과 같은 포함관계가 성립한다.

$$A_1 \subseteq A_2, B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow A_1 + B_1 \subseteq A_2 + B_2 \quad (12)$$

$$A_1 \subseteq A_2, B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow A_1 \cdot B_1 \subseteq A_2 \cdot B_2 \quad (13)$$

$$Net_1 \subseteq Net_2 \Rightarrow f(Net_1) \subseteq f(Net_2) \quad (14)$$

### 2.3 코스트 함수

학습용 데이터로 주어져 있는 목표출력벡터  $T_p$ 는 구간 벡터이기 때문에 신경회로망으로부터의 출력 역시 구간 벡터이다. 구간 입력벡터  $X_p$ 에 대응하는 구간 출력벡터를  $O_p$ 로 표현하고 그 원소를 다음과 같이 나타낸다.

$$O_{pk} = [o_{pk}^L, o_{pk}^U], \quad k = 1, 2, \dots, n_o \quad (15)$$

본 연구에 있어서 최소화되는 코스트 함수(Cost Function)는 구간 목표출력벡터  $T_p$ 와 구간 출력벡터  $O_p$ 를 이용하여 다음과 같이 정의한다.

$$e = \sum_{p=1}^m e_p \quad (16)$$

$$e_p = \sum_{k=1}^{n_o} \{ (t_{pk}^L - o_{pk}^L)^2 / 2 + (t_{pk}^U - o_{pk}^U)^2 / 2 \} \quad (17)$$

이 코스트 함수는 신경회로망으로부터의 구간 출력벡터  $O_p$ 를 구간 목표출력벡터  $T_p$ 에 되도록 일치시키는 것을 목적으로 한 것이다.

### Ⅲ. 네 가지 접근 방법

본 연구에서는, 구간 입출력 데이터가 식(2)와 같이 주어져 있을 경우, 식(16)의 코스트 함수  $e$ 를 최소화하기 위한 네 가지 방법을 제안한다.

### 3.1 접근 방법 1

구간 입출력 데이터를 취급하기 위한 통상의 역전파 신경회로망의 학습 방법을 제안한다. 구간 입출력 데이터로부터 통상적인 실수 입출력 데이터를 얻기 위해 다음과 같이 구간 데이터의 전처리 작업을 행한다. 먼저, 식(2)의  $n_l$ 차원 구간 입력벡터  $\mathbf{x}_p$ 를 다음과 같은  $2n_l$ 차원 실수 입력벡터  $\mathbf{x}_p$ 로 변형한다.

$$\mathbf{x}_p = (x_{p1}^L, x_{p1}^U, x_{p2}^L, x_{p2}^U, \dots, x_{pn_l}^L, x_{pn_l}^U), \quad p=1, 2, \dots, m \quad (18)$$

다음으로, 식(2)의  $n_o$ 차원 구간 목표출력벡터  $\mathbf{T}_p$ 도 역시 다음과 같은  $2n_o$ 차원 실수 목표출력벡터  $t_p$ 로 변형한다.

$$t_p = (t_{p1}^L, t_{p1}^U, t_{p2}^L, t_{p2}^U, \dots, t_{pn_o}^L, t_{pn_o}^U), \quad p=1, 2, \dots, m \quad (19)$$

바꾸어 말하면, 통상적인 실수 입출력 데이터  $\{(x_p; t_p) \mid p=1, 2, \dots, m\}$ 를 전처리함으로써 식(2)와 같은 구간 입출력 데이터가 얻어진다고 할 수 있다.

이와 같은 입출력 데이터는 역전파 알고리즘[4][10]을 이용한 신경회로망의 학습에 적용될 수 있다. 즉,  $2n_l$  입력 유니트와  $2n_o$  출력 유니트를 가진 신경회로망을 이용함으로써 구간 입출력 데이터를 처리할 수 있다.

구간 출력벡터  $\mathbf{O}_p$ 는 신경회로망으로부터의  $2n_o$  출력벡터  $\mathbf{o}_p$ 를 다음과 같이 해석함으로써 구성된다.

$$\mathbf{o}_p = (o_{p1}^L, o_{p1}^U, o_{p2}^L, o_{p2}^U, \dots, o_{pn_o}^L, o_{pn_o}^U), \quad p=1, 2, \dots, m \quad (20)$$

즉, 구간 출력벡터  $\mathbf{O}_p$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$\mathbf{O}_p = ([o_{p1}^L, o_{p1}^U], [o_{p2}^L, o_{p2}^U], \dots, [o_{pn_o}^L, o_{pn_o}^U]), \quad p=1, 2, \dots, m \quad (21)$$

이 방법에서는, 구간 입출력 데이터가 전처리 작업에 의해 통상적인 실수 입출력 데이터로 변형되므로 그림 2와 같은 역전파 신경회로망이 이용된다.

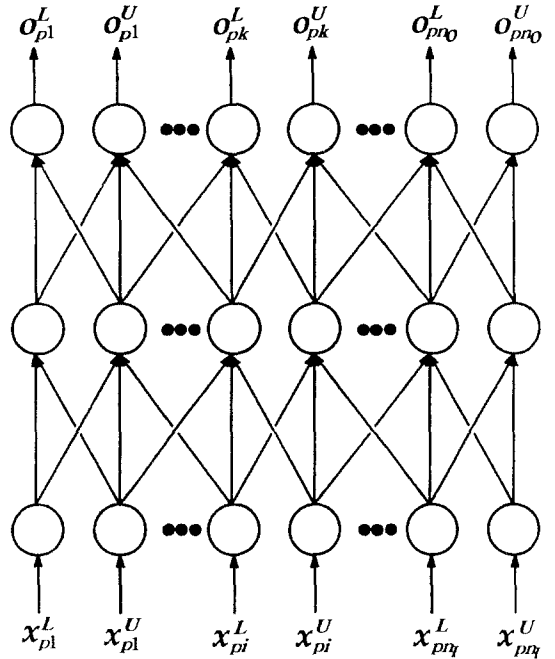


그림 2. 통상의 신경회로망을 이용한 방법

### 3.2 접근 방법 2

통상의 신경회로망에 의해 구간 입출력 데이터를 취급하기 위한 또 다른 방법으로서 그림 3과 같은 두 개의 역전파 신경회로망을 이용한다. 즉, 구간 데이터의 하한치에 대한 신경회로망과 상한치에 대한 신경회로망의 학습을 각각 행한다. 두 개의 신경회로망 각각에 대한 학습용 데이터를 다음과 같이 표현한다.

(i) 하한치에 대한 신경회로망의 학습에 대하여:

입력벡터:

$$\mathbf{x}_p = (x_{p1}^L, x_{p2}^L, \dots, x_{pn_l}^L), \quad p=1, 2, \dots, m \quad (22)$$

목표출력벡터:

$$t_p = (t_{p1}^L, t_{p2}^L, \dots, t_{pn_o}^L), \quad p=1, 2, \dots, m \quad (23)$$

(ii) 상한치에 대한 신경회로망의 학습에 대하여:

입력벡터:

$$\mathbf{x}_p = (x_{p1}^U, x_{p2}^U, \dots, x_{pn_l}^U), \quad p=1, 2, \dots, m \quad (24)$$

목표출력벡터:

$$t_p = (t_{p1}^U, t_{p2}^U, \dots, t_{pn_o}^U), \quad p = 1, 2, \dots, m \quad (25)$$

구간 출력벡터  $O_p$ 는 3.1절의 방법과 같은 방법으로 두 개의 신경회로망으로부터의 실수 출력벡터로부터 구성된다.

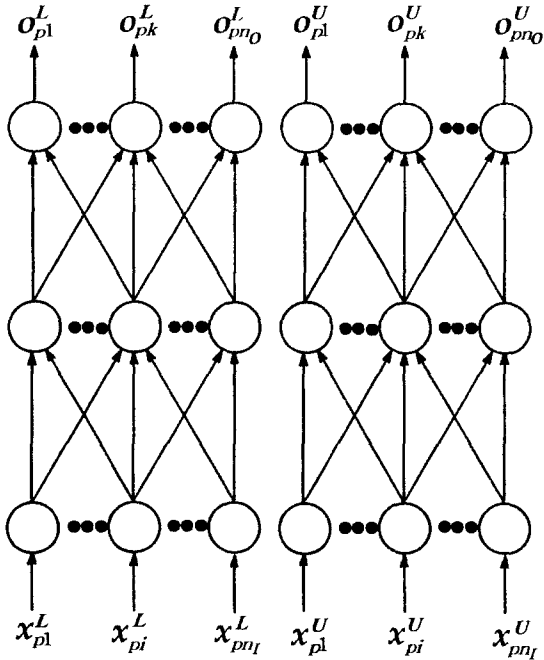


그림 3. 두 개의 통상의 신경회로망을 이용한 방법

### 3.3 접근 방법 3

여기서는, 구간 입력벡터와 구간 목표출력벡터를 바로 취급할 수 있는 역전파 알고리즘으로 수정한다. 이 방법은 구간 입력벡터의 2군 식별문제를 위해 제안된 학습 알고리즘[7]을 확장한 것이라고 볼 수 있다.

구간 입력벡터  $X_p$ 에 대하여, 입력층에  $n_I$ 개, 중간층에  $n_H$ 개, 출력층에  $n_O$ 개의 유닛을 가진 3층형 전방향 신경회로망의 입출력 관계를 정의한다. 각 유닛의 입출력 관계는 구간연산[9]에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Input unit: } O_{pi} = X_{pi}, \quad i = 1, 2, \dots, n_I \quad (26)$$

$$\text{Hidden unit: } O_{pj} = f(\text{Net}_{pj}), \quad j = 1, 2, \dots, n_H \quad (27)$$

$$\text{Net}_{pj} = \sum_{i=1}^{n_I} O_{pi} w_{ji} + \theta_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_H \quad (28)$$

$$\text{Output unit: } O_{pk} = f(\text{Net}_{pk}), \quad k = 1, 2, \dots, n_O \quad (29)$$

$$\text{Net}_{pk} = \sum_{j=1}^{n_H} O_{pj} w_{kj} + \theta_k, \quad k = 1, 2, \dots, n_O \quad (30)$$

여기서, 결합강도  $w_{ji}$ ,  $w_{kj}$ 와 역치  $\theta_j$ ,  $\theta_k$ 는 실수이고,  $O_{pi}$ ,  $O_{pj}$ ,  $O_{pk}$ ,  $\text{Net}_{pj}$ ,  $\text{Net}_{pk}$ 는 구간이다. 중간층과 출력층에 있는 함수  $f(\cdot)$ 는 식(9)와 같은 시그모이드 함수이고, 중간층 유닛 및 출력층 유닛의 입출력 관계는 그림 1과 같다.

이와 같은 신경회로망의 구조는 그림 4에 나타낸다.

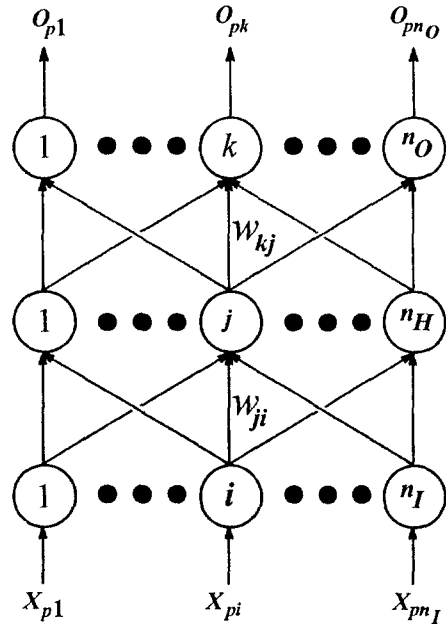


그림 4. 신경회로망의 구조 (방법 3)

식(26)-(30)에 의한 입출력 관계는 구간연산[9]로부터 다음과 같이 구체적으로 계산된다.

$$\text{Input unit: } [O_{pi}^L, O_{pi}^U] = [X_{pi}^L, X_{pi}^U], \quad i = 1, 2, \dots, n_I \quad (31)$$

**Hidden unit:**

$$[o_{pj}^l, o_{pj}^u] = [f(\text{net}_{pj}^l), f(\text{net}_{pj}^u)], \quad j = 1, 2, \dots, n_H \quad (32)$$

$$\text{net}_{pj}^l = \sum_{\substack{i=1 \\ u_p > 0}}^{n_I} w_{ji} o_{pi}^l + \sum_{\substack{i=1 \\ u_p < 0}}^{n_I} w_{ji} o_{pi}^u + \theta_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_H \quad (33)$$

$$\text{net}_{pj}^u = \sum_{\substack{i=1 \\ u_p > 0}}^{n_I} w_{ji} o_{pi}^u + \sum_{\substack{i=1 \\ u_p < 0}}^{n_I} w_{ji} o_{pi}^l + \theta_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_H \quad (34)$$

**Output unit:**

$$[o_{pk}^l, o_{pk}^u] = [f(\text{net}_{pk}^l), f(\text{net}_{pk}^u)], \quad k = 1, 2, \dots, n_O \quad (35)$$

$$\text{net}_{pk}^l = \sum_{\substack{j=1 \\ w_o > 0}}^{n_H} w_{kj} o_{pj}^l + \sum_{\substack{j=1 \\ w_o < 0}}^{n_H} w_{kj} o_{pj}^u + \theta_k, \quad k = 1, 2, \dots, n_O \quad (36)$$

$$\text{net}_{pk}^u = \sum_{\substack{j=1 \\ w_o > 0}}^{n_H} w_{kj} o_{pj}^u + \sum_{\substack{j=1 \\ w_o < 0}}^{n_H} w_{kj} o_{pj}^l + \theta_k, \quad k = 1, 2, \dots, n_O \quad (37)$$

식(31)-(37)에 의한 각 유니트의 입출력 관계는 구간 연산에 의해 계산되기 때문에, 구간연산의 특성은 상술한 구간 신경회로망에 대해서도 성립한다. 여기서, 구간연산의 몇 가지 특성을 나타낸다.

정리 1:

구간 입력벡터의 쌍  $X_p = (X_{p1}, X_{p2}, \dots, X_{pn})$ 와  $X_q = (X_{q1}, X_{q2}, \dots, X_{qn})$ 에 대하여 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$X_{pi} \subseteq X_{qi}, \quad i = 1, 2, \dots, n_I \Rightarrow O_{pk} \subseteq O_{qk}, \quad k = 1, 2, \dots, n_O \quad (38)$$

여기서,  $O_{pk}$ 와  $O_{qk}$ 는 각각 구간 입력벡터  $X_p$ 와  $X_q$ 에 대응한  $k$ 번째 출력층 유니트로부터의 구간 출력치이다. 이 정리는 구간 입력벡터 사이의 포함관계가 구간 신경회로망을 통하여 전파되는 것을 의미한다.

다음의 관계는 정리 1로부터 간단히 유도된다.

$$X_{pi} \cap X_{qi} \neq \emptyset, \quad i = 1, 2, \dots, n_I \Rightarrow O_{pk} \cap O_{qk} \neq \emptyset, \quad k = 1, 2, \dots, n_O \quad (39)$$

정리 2:

구간 입력벡터  $X_p$ 에 대한 구간 출력  $O_{pk} = [o_{pk}^l, o_{pk}^u]$ 는 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$o_{pk}^l \leq o_{pk}^u, \quad k = 1, 2, \dots, n_O \quad (40)$$

신경회로망의 학습 알고리즘은 통상의 역전파 학습법과 같은 방법으로 도출할 수 있다. 즉, 결합강도  $w_{kj}$ ,  $w_{ji}$ 의 수정량은 다음과 같다.

$$\Delta w_{kj}(t+1) = \eta(-\partial e_p / \partial w_{kj}) + \alpha \Delta w_{kj}(t) \quad (41)$$

$$\Delta w_{ji}(t+1) = \eta(-\partial e_p / \partial w_{ji}) + \alpha \Delta w_{ji}(t) \quad (42)$$

여기서,  $t$ 는 결합강도의 수정 횟수,  $\eta$ 는 학습계수(Learning rate),  $\alpha$ 는 모멘텀항계수(Momentum constant)이다. 또한,  $\partial e_p / \partial w_{kj}$ 와  $\partial e_p / \partial w_{ji}$ 는 식(9)의 코스트 함수로부터 도출된다(부록 A 참조).

### 3.4 접근 방법 4

구간 입출력 데이터에 대한 구간 결합강도와 구간 역치를 가진 다층형 전방향 신경회로망을 제안한다. 즉, 이 방법은 방법 3에 의한 신경회로망의 결합강도와 역치를 구간으로 확장한 것으로 볼 수 있다. Ishibuchi 등[6]은 실수 입력벡터에 대하여 구간 결합강도 및 구간 역치를 가진 신경회로망의 구조를 제안하고 있다. 따라서, 이 방법은 역시 Ishibuchi 등[6]에 의해 제안된 방법을 입력벡터와 목표출력벡터를 구간인 경우로 확장한 것으로 볼 수 있다.

신경회로망의 구조는 입력층에  $n_I$ 개, 중간층에  $n_H$ 개, 출력층에  $n_O$ 개의 유니트를 가진 3층형으로 한다. 여기서, 결합강도 및 역치는 구간으로 주어지고 있다. 이와 같은 신경회로망에  $n_I$ 차원 구간 입력벡터  $X_p = (X_{p1}, X_{p2}, \dots, X_{pn})$ 가 입력된 경우의 각 유니트의 입출력 관계를 다음과 같이 정의한다.

$$\text{Input unit: } O_{pi} = X_{pi}, \quad i = 1, 2, \dots, n_I \quad (43)$$

$$\text{Hidden unit: } O_{pj} = f(\text{Net}_{pj}), \quad j = 1, 2, \dots, n_H \quad (44)$$

$$\text{Net}_{pj} = \sum_{i=1}^{n_I} O_{pi} W_{ji} + \Theta_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_H \quad (45)$$

**Output unit:**  $O_{pk} = f(Net_{pk}), \quad k=1, 2, \dots, n_o \quad (46)$

$$Net_{pk} = \sum_{j=1}^{n_o} O_{pj} W_{kj} + \Theta_k, \quad k=1, 2, \dots, n_o \quad (47)$$

여기서, 결합강도  $W_{ji}, W_{kj}$ 와 역치  $\Theta_j, \Theta_k$ 는 구간이다. 따라서 중간층 유닛 및 출력층 유닛의 입출력 관계는 그림 1과 같고, 신경회로망의 구조는 다음 그림과 같다.

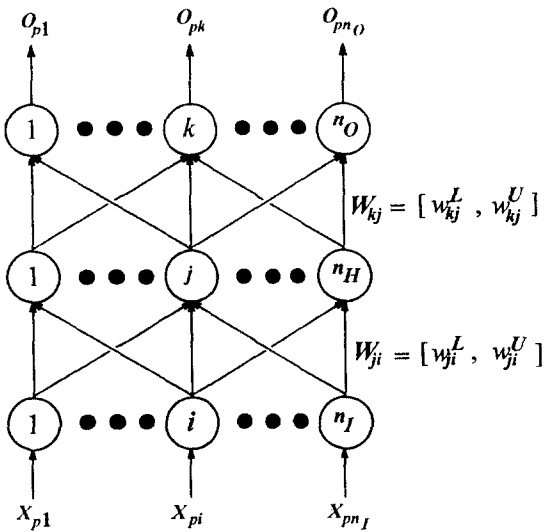


그림 5. 신경회로망의 구조 (방법 4)

식(43)-(47)에 의한 각 유닛의 구체적인 입출력 관계는 구간연산[9]으로부터 다음과 같이 행해진다.

**Input unit:**  $O_{pi} = [o_{pi}^L, o_{pi}^U] = [x_{pi}^L, x_{pi}^U], \quad i=1, 2, \dots, n_I \quad (48)$

**Hidden unit:**

$$O_{pj} = [o_{pj}^L, o_{pj}^U] = [f(net_{pj}^L), f(net_{pj}^U)], \quad j=1, 2, \dots, n_H \quad (49)$$

$$net_{pj}^L = \sum_{i=1}^{n_I} w_{ji}^L o_{pi}^L + \sum_{i=1}^{n_I} w_{ji}^U o_{pi}^U + \theta_j^L, \quad j=1, 2, \dots, n_H \quad (50)$$

$$net_{pj}^U = \sum_{i=1}^{n_I} w_{ji}^U o_{pi}^U + \sum_{i=1}^{n_I} w_{ji}^L o_{pi}^L + \theta_j^U, \quad j=1, 2, \dots, n_H \quad (51)$$

**Output unit:**

$$O_{pk} = [o_{pk}^L, o_{pk}^U] = [f(net_{pk}^L), f(net_{pk}^U)], \quad k=1, 2, \dots, n_o \quad (52)$$

$$net_{pk}^L = \sum_{j=1}^{n_H} w_{kj}^L o_{pj}^L + \sum_{j=1}^{n_H} w_{kj}^U o_{pj}^U + \theta_k^L, \quad k=1, 2, \dots, n_o \quad (53)$$

$$net_{pk}^U = \sum_{j=1}^{n_H} w_{kj}^U o_{pj}^U + \sum_{j=1}^{n_H} w_{kj}^L o_{pj}^L + \theta_k^U, \quad k=1, 2, \dots, n_o \quad (54)$$

식(48)-(54)에 의해 정의된 신경회로망의 학습 알고리즘은, 식(16)의 코스트 함수에 의해 3.3절의 방법과 유사한 방법으로 도출된다. 구간 결합강도  $W_{kj} = [w_{kj}^L, w_{kj}^U]$ ,  $W_{ji} = [w_{ji}^L, w_{ji}^U]$ 에 대한 수정량을, 하한과 상한 각각에 대하여 다음과 같이 설정한다.

$$\Delta w_{kj}^L(t+1) = \eta(-\partial e_p / \partial w_{kj}^L) + \alpha \Delta w_{kj}^L(t) \quad (55)$$

$$\Delta w_{kj}^U(t+1) = \eta(-\partial e_p / \partial w_{kj}^U) + \alpha \Delta w_{kj}^U(t) \quad (56)$$

$$\Delta w_{ji}^L(t+1) = \eta(-\partial e_p / \partial w_{ji}^L) + \alpha \Delta w_{ji}^L(t) \quad (57)$$

$$\Delta w_{ji}^U(t+1) = \eta(-\partial e_p / \partial w_{ji}^U) + \alpha \Delta w_{ji}^U(t) \quad (58)$$

식(55)-(58)에 의한 구체적인 수정량의 도출은 식(16)의 코스트 함수로부터 계산할 수 있다(부록 B 참조). 이러한 수정으로부터 구간 결합강도의 하한치와 상한치의 역전이 일어날 것을 고려하여, 구간 결합강도를 다음과 같이 설정한다.

$$W_{kj}(t+1) = [\min\{w_{kj}^L(t+1), w_{kj}^U(t+1)\}, \max\{w_{kj}^L(t+1), w_{kj}^U(t+1)\}] \quad (59)$$

$$W_{ji}(t+1) = [\min\{w_{ji}^L(t+1), w_{ji}^U(t+1)\}, \max\{w_{ji}^L(t+1), w_{ji}^U(t+1)\}] \quad (60)$$

구간 역치  $\Theta_k, \Theta_j$ 는 상술한 구간 결합강도  $W_{kj}, W_{ji}$ 의 수정 방법과 같은 방법으로 수정된다.

### IV. 컴퓨터 실험결과

본 실험에서는, 1입력 1출력 시스템에 관한 구간 데이터를 이용하여, 4 가지 방법에 의한 구간에서 구간으로의 미선형 사상의 근사를 행한다.

#### 4.1 수치예 1

구간 입력  $X_p$ 와 구간 목표출력  $T_p$ 의 쌍으로 구성된 학습용 구간 데이터가 다음과 같이 주어져 있다고 한다.

$$\{(X_p, T_p)\} = \{([0.1, 0.2], [0.1, 0.3]), ([0.3, 0.4], [0.2, 0.6]), ([0.5, 0.6], [0.5, 0.8]), ([0.7, 0.8], [0.3, 0.4])\}$$

이와 같은 학습용 구간 데이터를 도시하면 그림 6과 같다.

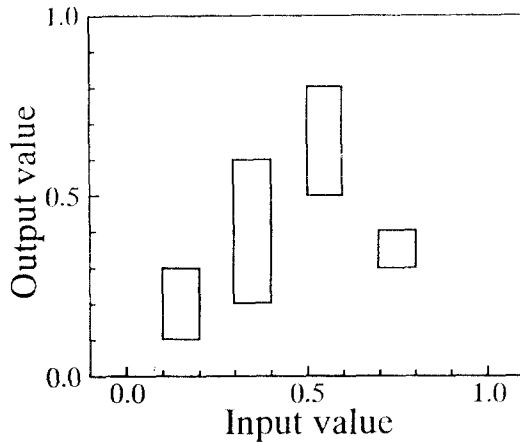


그림 6. 학습용 데이터 (수치예 1)

그림 6의 학습용 데이터를 이용하여, 네 가지 방법에 의한 신경회로망의 학습을 행하였다. 단, 각 방법의 학습률  $\eta$ 는 0.5, 모멘텀항  $\alpha$ 는 0.9, 결합강도 및 역치의 초기값은 페구간  $[-1, 1]$  사이의 임의수로 주었다. 또한 중간층 유니트의 수  $n_H$ 가 2, 4, 6인 경우에 대하여 각각 실험되었다.

각 방법에 의한 학습속도를 비교하기 위하여 식(16)의 코스트 함수를 표 1에 나타낸다. 단, 표 1의 결과는 임의로 주어지는 결합강도 및 역치의 초기값에 따라 신경회로망으로부터의 구간 출력치가 조금씩 달라지

는 것을 고려하여, 10000번의 학습을 한 실험을 20회 행한 경우에 대한 중앙치로 계산되었다. 이 표로부터, 학습속도는 통상의 신경회로망을 이용한 방법 1, 방법 2가 구간 신경회로망을 이용한 방법 3, 방법 4보다 빠르다는 것을 알 수 있다.

표 1. 코스트 함수  $e$ 의 중앙치 (20회: 학습용 데이터)

학습방법	중간층 유니트의 수: $n_H$		
	2	4	6
방법 1	0.00024	0.00000	0.00000
방법 2	0.00000	0.00000	0.00000
방법 3	0.00700	0.00012	0.00011
방법 4	0.00030	0.00029	0.00027

또한, 각 방법에 의해 학습된 신경회로망에 10 개의 구간 입력치:  $[0.0, 0.1], [0.1, 0.2], \dots, [0.9, 1.0]$ 를 입력한 경우, 신경회로망으로부터의 구간 출력치를 그림 7~그림 10에 나타낸다. 구간 출력치 가운데 6 개는 학습에 이용되지 않은 구간 입력치에 대한 구간 출력치이다. 단, 이 결과들은 학습에 있어서 중간층 유니트의 수를 6 개로 행한 결과이다. 그림 6의 학습용 데이터와 이들 결과로부터, 각 방법에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치는 주어진 구간 목표출력치와 거의 일치한다는 것을 알 수 있다. 또한, 학습에 이용되지 않은 평가용 구간 입력치에 대한 구간 출력치는, 학습용 데이터 사이를 보간한다는 뜻에서 우리 인간들의 직관적인 추론 결과와 가깝다는 사실을 알 수 있다. 한편, 방법 1, 2에 의한 결과는 식(39)와 같은 관계를 항상 만족시키지 못한다. 예를 들면, 그림 7과 그림 8에서 알 수 있듯이 구간 입력치  $[0.7, 0.8]$ 과  $[0.8, 0.9]$ 에 대응하는 두 개의 구간 출력치는 서로 교차하지 않는다. 즉, 두 개의 구간 입력치 사이는  $[0.7, 0.8] \cap [0.8, 0.9] = [0.8, 0.8] \neq \emptyset$ 인 반면에, 이 구간 입력치에 대한 구간 출력치 사이의 공통부분은 공집합이다. 그러나 방법 3, 4에 의한 결과는 그림 9와 그림 10에서 알 수 있듯이 식(39)와 같은 결과를 만족시키고 있다. 따라서, 방법 3과 방법 4에 의한 결과는 구간연산의 특성을 갖는 반면, 방법 1, 2에 의한 결과보다 학습속도가 뒤떨어진다.

3.3절의 정리 1의 설명을 위해, 각 방법에 의해 학습된 신경회로망에 다음과 같은 8 개의 구간 입력치



를 입력했다.

$X_1 = [0.1, 0.2], \quad X_5 = [0.05, 0.25]$   
 $X_2 = [0.3, 0.4], \quad X_6 = [0.25, 0.45]$   
 $X_3 = [0.5, 0.6], \quad X_7 = [0.45, 0.65]$   
 $X_4 = [0.7, 0.8], \quad X_8 = [0.65, 0.85]$

즉,  $X_p \subseteq X_{p+4}$ ,  $p=1, 2, 3, 4$ 라는 포함관계가 성립하는 구간 입력치를 각각의 학습된 신경회로망에 입력했다. 이와 같은 구간 입력치에 대응하는 8 개의 구간 출력치를 그림 11~그림 14에 나타낸다. 이 결과로부터 그림 13, 14는 다음의 포함관계를 만족하고 있으나 그림 11, 12는 만족하지 못하고 있다는 것을 알 수 있다.

$$O_p \subseteq O_{p+4}, \quad p=1, 2, 3, 4 \quad (61)$$

여기서,  $O_p$ 와  $O_{p+4}$ 는 각각 구간 입력치  $X_p$ 와  $X_{p+4}$ 에 대응한 구간 출력치이다. 즉, 방법 1, 2는 구간연산의 특성인 구간 출력치 사이의 포함관계가 만족되어 있지 않다는 것을 알 수 있다.

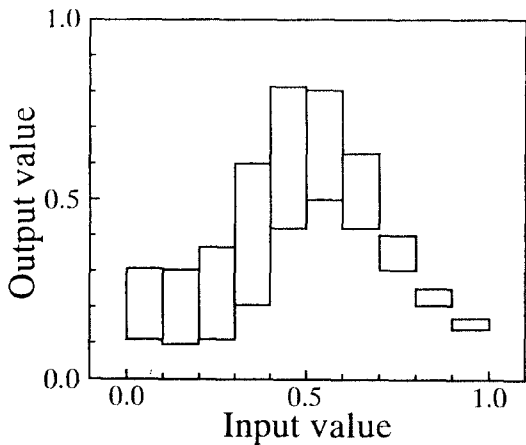


그림 7. 방법 1에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치

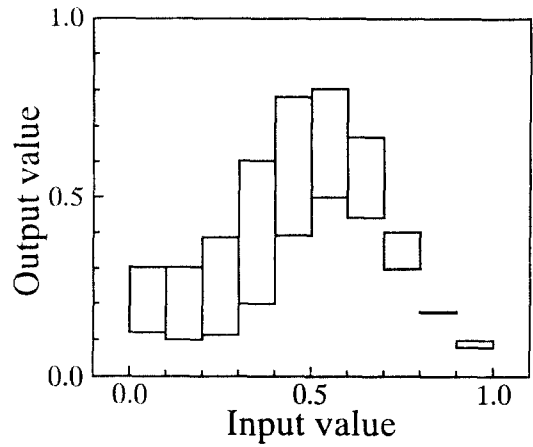


그림 8. 방법 2에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치

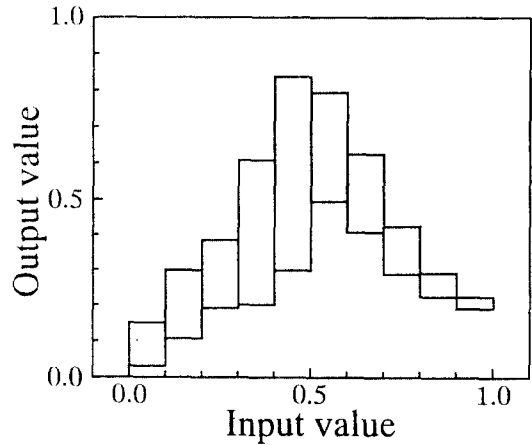


그림 9. 방법 3에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치

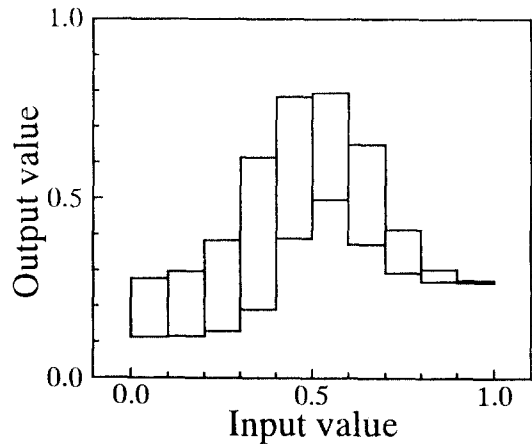


그림 10. 방법 4에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치

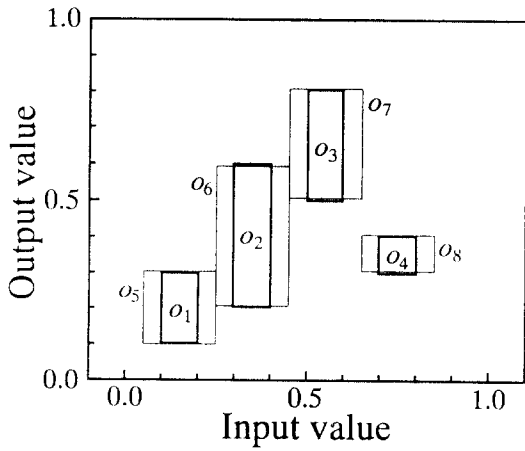


그림 11. 방법 1에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치

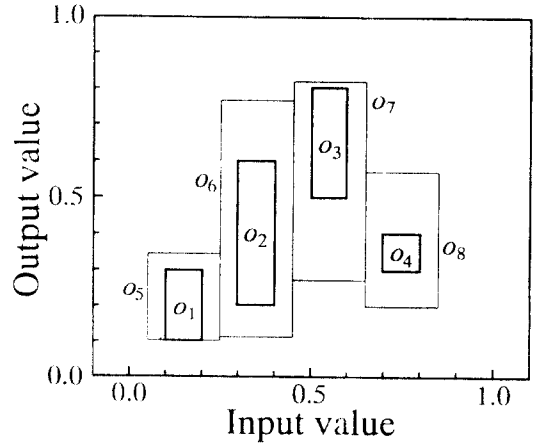


그림 14. 방법 4에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치

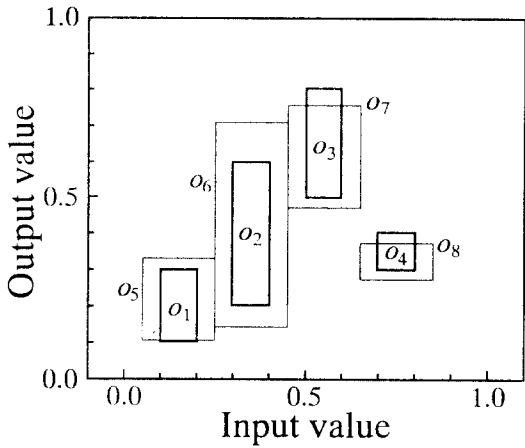


그림 12. 방법 2에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치

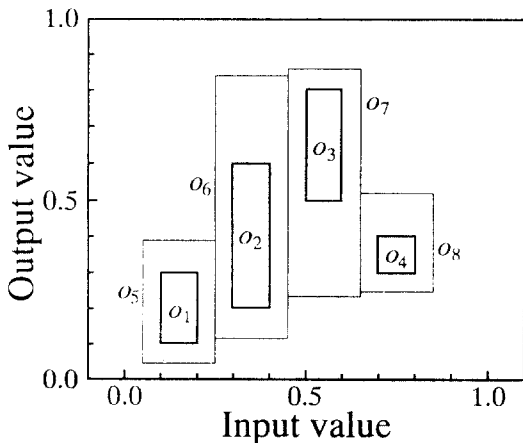


그림 13. 방법 3에 의해 학습된 신경회로망으로부터의 구간 출력치

#### 4.2 수치예 2

구간 입력  $X_p$ 와 구간 목표출력  $T_p$ 의 쌍으로 구성된 학습용 구간 데이터가 다음과 같이 주어져 있다고 한다.

$$\{(X_p, T_p)\} = \{([0.05, 0.1], [0.05, 0.95]), ([0.15, 0.2], [0.15, 0.85]), ([0.25, 0.3], [0.25, 0.75]), ([0.35, 0.4], [0.45, 0.55]), ([0.6, 0.65], [0.45, 0.55]), ([0.7, 0.75], [0.25, 0.75]), ([0.8, 0.85], [0.15, 0.85]), ([0.9, 0.95], [0.05, 0.95])\}$$

이와 같은 학습용 구간 데이터를 도시하면 그림 15와 같다.

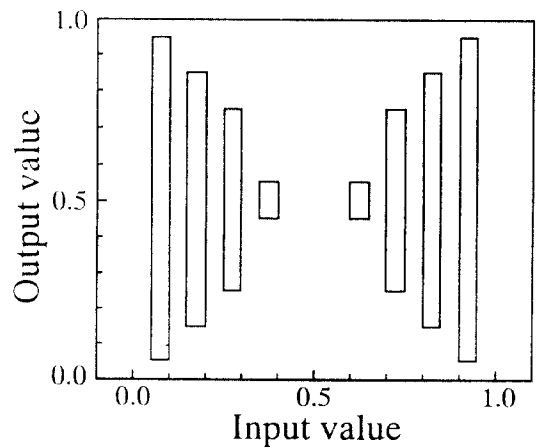


그림 15. 학습용 데이터 (수치예 2)

그림 15의 학습용 데이터를 이용하여, 네 가지 방법에 의한 신경회로망의 학습을 각각 행하였다. 단, 중간층 유닛의 수는 6, 학습률은 0.5, 모멘텀항 계수는 0.9, 결합강도 및 역치의 초기치는 폐구간  $[-1, 1]$  사이의 임의수로 주었다. 또한 학습은 각각 10000 회 행하였다. 각 방법에 의해 학습된 신경회로망에 18 개의 구간 입력치:  $[0.05, 0.1], [0.1, 0.15], \dots, [0.9, 0.95]$ 를 입력한 경우의 신경회로망으로부터의 구간 출력치를 그림 16~그림 19에 나타낸다. 여기서, 두 개의 실선은 구간 출력치의 하한과 상한의 변화를 나타내기 위해 사용된 연속된 입력치에 대한 출력치(하한과 상한)이다. 그림 16과 그림 17에서 밝혀진 바와 같이 통상의 신경회로망에 의해 얻어진 비선형 구간 모델에서는 그 하한과 상한의 역전이 발생하고 있다. 한편 방법 3과 방법 4에 의해 얻어진 비선형 구간 모델에서는 그 하한과 상한의 역전이 발생하고 있지 않다는 것을 알 수 있다. 즉, 방법 3과 방법 4에 의한 결과는 식(40)의 관계를 만족하고 있다는 것을 알 수 있다. 이것은 신경회로망의 입출력 관계의 계산에 구간 연산이 이용되고 있기 때문이다.

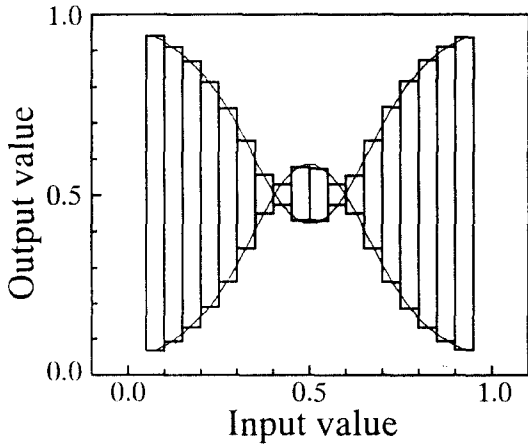


그림 16. 방법 1에 의한 실험 결과

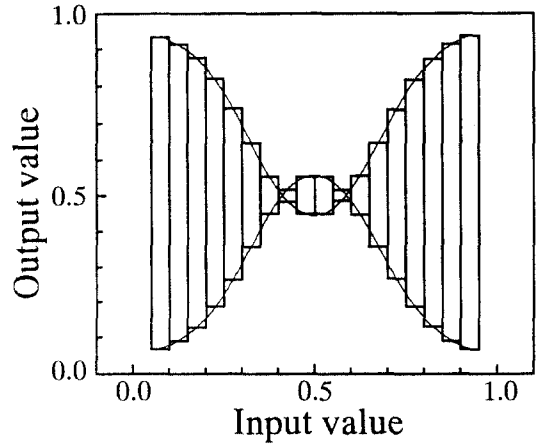


그림 17. 방법 2에 의한 실험 결과

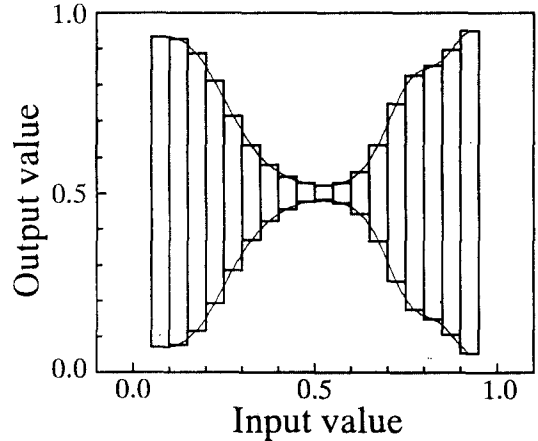


그림 18. 방법 3에 의한 실험 결과

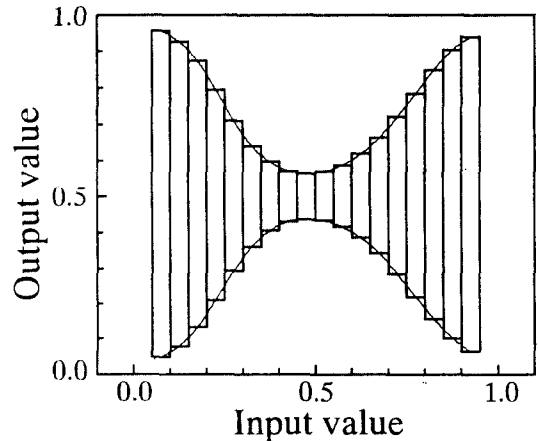


그림 19. 방법 4에 의한 실험 결과

### V. 결 론

본 연구에서는 구간 벡터의 비선형 사상을 위한 네 가지 신경회로망의 학습 방법을 제안하였다. 통상의 신경회로망을 이용한 방법 1과 방법 2는, 수치예에서 보여준 것같이 다른 방법들보다 학습속도가 빠르고 학습 알고리즘도 간단하다는 장점을 갖고 있다. 한편, 방법 3과 방법 4는 구간연산의 특성인 정리 1과 정리 2를 만족하고 있다. 이는 구간연산의 특성이 신경회로망을 통하여 전파됨을 의미한다. 방법 4의 학습 알고리즘은 방법 3보다 복잡한 반면에 실수 입력벡터에서 구간 출력벡터로의 비선형 사상의 근사를 행할 수 있다는 특징이 있다. 제안된 이 기법들은 입출력 데이터가 구간으로 구성된 경우의 학습 알고리즘이라고 볼 수 있다.

본 연구에서 제안한 신경회로망에 의한 구간 함수의 표현능력이나 학습 알고리즘의 수렴성 등에 관한 이론적인 고찰, 제안 기법의 유효성에 관한 실증적인 고찰, 학습 알고리즘의 고속화 등의 개량은 다음의 연구 과제로 하고 싶다.

### 참 고 문 헌

1. Funahashi K., "On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks", *Neural Networks*, Vol.2, pp.183-192 (1989).
2. White H., "Connectionist Nonparametric Regression: Multilayer Feedforward Networks Can Learn Arbitrary Mappings", *Neural Networks*, Vol.3, pp. 535-549 (1990).
3. Hornik K., "Approximation Capabilities of Multilayer Feedforward Networks", *Neural Networks*, Vol.4, pp.251-257 (1991).
4. Rumelhart D.E., McClelland J.L. and PDP Research Group, *Parallel Distributed Processing* Vol.1, MIT Press, Cambridge (1986).
5. Ishibuchi H., Miyazaki A., Kwon K. and Tanaka H., "Learning from Incomplete Training Data with Missing Values and Medical Application", *Proc. of IJCNN'93-Nagoya*, Vol.2, pp.1871-1874 (1993).
6. Ishibuchi H., Okada H. and Tanaka H., "An Ar-

chitecture of Neural Networks with Interval Weights and Application to Fuzzy Regression Analysis", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.57, pp.27-39 (1993).

7. Ishibuchi H. and Tanaka H., "An Extension of the BP-Algorithm to Interval Input Vectors", *Proc. of IJCNN'91-Singapore*, Vol.2, pp.1594-1599 (1991).
8. Ishibuchi H. and Tanaka H., "Fuzzy Regression Analysis Using Neural Networks", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.50, pp.257-265 (1992).
9. Alefeld G. and Herzberger J., *Introduction to Interval Computations*, Academic Press, New York (1983).
10. Rumelhart D.E., Hinton G.E. and Williams R.J., "Learning Representations by Back-Propagation Errors", *Nature*, Vol.323, pp.533-536 (1986).

### 부 록 A

식(41), (42) 우변에 있는 미계수의 구체적인 계산은 식(31)-(37)을 고려함으로써 다음과 같이 행해 진다.

(1)  $\partial e_p / \partial w_{kj}$ 의 도출

(a)  $w_{kj} \geq 0$  일때

$$\partial e_p / \partial w_{kj} = -\delta_{pk}^U o_{pj}^U - \delta_{pk}^L o_{pj}^L \quad (A.1)$$

여기서,

$$\delta_{pk}^U = (t_{pk}^U - o_{pk}^U) o_{pk}^U (1 - o_{pk}^U) \quad (A.2)$$

$$\delta_{pk}^L = (t_{pk}^L - o_{pk}^L) o_{pk}^L (1 - o_{pk}^L) \quad (A.3)$$

이다.

(b)  $w_{kj} < 0$  일때

$$\partial e_p / \partial w_{kj} = -\delta_{pk}^U o_{pj}^L - \delta_{pk}^L o_{pj}^U \quad (A.4)$$

(2)  $\partial e_p / \partial w_{ji}$ 의 도출

(a)  $w_{ji} \geq 0$  일때

$$\begin{aligned} \partial e_p / \partial w_{ji} = & - \sum_{\substack{k=1 \\ w_{kj} > 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj} o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^U \\ & + \delta_{pk}^L w_{kj} o_{pj}^L (1 - o_{pj}^L) o_{pi}^L \} \end{aligned}$$

$$-\sum_{\substack{k=1 \\ w_k < 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj} o_{pj}^L (1 - o_{pj}^L) o_{pi}^L \\ + \delta_{pk}^L w_{kj} o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^U \} \quad (\text{A.5})$$

(b)  $w_{ji} < 0$  일때

$$\begin{aligned} \partial e_p / \partial w_{ji} = & - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k > 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj} o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^L \\ & + \delta_{pk}^L w_{kj} o_{pj}^L (1 - o_{pj}^L) o_{pi}^U \} \\ & - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k < 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj} o_{pj}^L (1 - o_{pj}^L) o_{pi}^U \\ & + \delta_{pk}^L w_{kj} o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^L \} \quad (\text{A.6}) \end{aligned}$$

### 부 록 B

식(55)-(58) 우변에 있는 미계수의 구체적인 계산은 식(48)-(54)를 고려함으로써 다음과 같이 행해 진다.

(1)  $\partial e_p / \partial w_{kj}^L$ 의 도출

(a)  $w_{kj}^L \geq 0$  일때

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_p}{\partial w_{kj}^L} &= \frac{\partial}{\partial w_{kj}^L} \{ (t_{pk}^L - o_{pk}^L)^2 / 2 \} \\ &= \frac{\partial}{\partial o_{pk}^L} \{ (t_{pk}^L - o_{pk}^L)^2 / 2 \} \frac{\partial o_{pk}^L}{\partial net_{pk}^L} \frac{\partial net_{pk}^L}{\partial w_{kj}^L} \\ &= -\delta_{pk}^L o_{pj}^L \quad (\text{B.1}) \end{aligned}$$

(b)  $w_{kj}^L < 0$  일때

$$\frac{\partial e_p}{\partial w_{kj}^L} = -\delta_{pk}^L o_{pj}^U \quad (\text{B.2})$$

(2)  $\partial e_p / \partial w_{kj}^U$ 의 도출

(a)  $w_{kj}^U \geq 0$  일때

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_p}{\partial w_{kj}^U} &= \frac{\partial}{\partial w_{kj}^U} \{ (t_{pk}^U - o_{pk}^U)^2 / 2 \} \\ &= \frac{\partial}{\partial o_{pk}^U} \{ (t_{pk}^U - o_{pk}^U)^2 / 2 \} \frac{\partial o_{pk}^U}{\partial net_{pk}^U} \frac{\partial net_{pk}^U}{\partial w_{kj}^U} \\ &= -\delta_{pk}^U o_{pj}^U \quad (\text{B.3}) \end{aligned}$$

(b)  $w_{kj}^U < 0$  일때

$$\frac{\partial e_p}{\partial w_{kj}^U} = -\delta_{pk}^U o_{pj}^L \quad (\text{B.4})$$

(3)  $\partial e_p / \partial w_{ji}^L$ 의 도출

(a)  $w_{ji}^L \geq 0$  일때

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_p}{\partial w_{ji}^L} &= \partial \sum_{k=1}^{n_o} \{ (t_{pk}^L - o_{pk}^L)^2 / 2 + (t_{pk}^U - o_{pk}^U)^2 / 2 \} / w_{ji}^L \\ &= - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k^L > 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^L w_{kj}^L o_{pj}^L (1 - o_{pj}^L) o_{pi}^L \} \\ &\quad - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k^U < 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj}^U o_{pj}^L (1 - o_{pj}^L) o_{pi}^L \} \quad (\text{B.5}) \end{aligned}$$

(b)  $w_{ji}^L < 0$  일때

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_p}{\partial w_{ji}^L} &= \partial \sum_{k=1}^{n_o} \{ (t_{pk}^L - o_{pk}^L)^2 / 2 + (t_{pk}^U - o_{pk}^U)^2 / 2 \} / w_{ji}^L \\ &= - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k^U > 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^L w_{kj}^L o_{pj}^L (1 - o_{pj}^L) o_{pi}^U \} \\ &\quad - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k^U < 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj}^U o_{pj}^L (1 - o_{pj}^L) o_{pi}^U \} \quad (\text{B.6}) \end{aligned}$$

(4)  $\partial e_p / \partial w_{ji}^U$ 의 도출

(a)  $w_{ji}^U \geq 0$  일때

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_p}{\partial w_{ji}^U} &= \partial \sum_{k=1}^{n_o} \{ (t_{pk}^L - o_{pk}^L)^2 / 2 + (t_{pk}^U - o_{pk}^U)^2 / 2 \} / w_{ji}^U \\ &= - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k^U \geq 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj}^U o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^U \} \\ &\quad - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k^U < 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^L w_{kj}^L o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^U \} \\ &\quad - \sum_{\substack{k=1 \\ w_k^L < 0 \leq w_k^U}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj}^U o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^U \\ &\quad + \delta_{pk}^L w_{kj}^L o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^U \} \quad (\text{B.7}) \end{aligned}$$

(b)  $w_{ji}^U < 0$  일때

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial e_p}{\partial w_{ji}^u} &= \partial \sum_{k=1}^{n_o} \{ (t_{pk}^L - o_{pk}^L)^2 / 2 + (t_{pk}^U - o_{pk}^U)^2 / 2 \} / w_{ji}^u \\
 &= - \sum_{\substack{k=1 \\ w_{kj}^u \geq 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj}^u o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^L \} \\
 &\quad - \sum_{\substack{k=1 \\ w_{kj}^L < 0}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^L w_{kj}^L o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^L \} \\
 &\quad - \sum_{\substack{k=1 \\ w_{kj}^L < 0 \leq w_{kj}^u}}^{n_o} \{ \delta_{pk}^U w_{kj}^u o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^L \\
 &\quad + \delta_{pk}^L w_{kj}^L o_{pj}^U (1 - o_{pj}^U) o_{pi}^L \} \quad (B.8)
 \end{aligned}$$



배철수(Cheol Soo Bae) 정회원  
 1950년 3월 14일  
 1979년 2월: 명지대학교 전자통신 공학과 졸업  
 1981년 2월: 명지대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학 석사)  
 1987년 2월: 명지대학교 대학원 박사과정 수료

1988년 2월: 명지대학교(공학박사)  
 1990년 12월~현재: 한국통신학회 강원지부장  
 1992년 3월~현재: 생기원 공업기반기술개발 평가위원  
 1992년 6월~현재: 관동대학교 전자통신공학과 교수  
 1995년 3월~현재: 관동대학교 대학원 교학부장  
 1995년 3월~현재: 전자, 정보통신공학부 학부장



권기택(Kitaek Kwon) 정회원  
 1965년 1월 13일생  
 1990년 2월: 大邱大學校 工科大學 産業工學科 卒業(工學士)  
 1993년 3월: 日本 大阪府立大學 大學院 工學研究科 經營工學專攻 碩士課程 卒業(工學碩士)

1995년 3월: 日本 大阪府立大學 大學院 工學研究科 經營工學專攻 博士課程 卒業(工學博士)

1995년~현재: 東洋大學校 産業工學科 專任講師  
 ※주요관심분야: Fuzzy Theory, Neural Networks