

# 데이터 재활용 LMS Equalizer의 수렴성능 분석

正會員 金 南 用\*

## Convergence Analysis of Data-Recycling LMS Equalizer

Nam Yong Kim\* *Regular Member*

### 요 약

이 논문에서는 수신된 데이터를 재활용하여 사용함으로써 하나의 심볼 주기동안 계수를 다중 갱신하는 새로운 LMS 형태의 적응 Equalizer에 대해 수렴 특성을 분석하였다. 이 논문에서 수행한 이론적 분석에 의하면 재활용된 데이터 수를  $B$ 이라 할 때, 이 데이터 재활용 기법은 Equalizer의 수렴속도를  $B + 1$  배 만큼 증가시킬 수 있음을 증명하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 수행한 결과에서 성능의 우수성과 함께 이론적 분석에서 나타난 결과와 실험적 결과가 잘 일치함을 보였다.

### ABSTRACT

The convergence characteristics of an LMS type Equalizer whose coefficients are multiple adapted in a symbol time period by recycling the received data are analyzed. The theoretical analysis shows that the data-recycling LMS technique can increase convergence speed by  $(B + 1)$  times, where  $B$  is the number of recycled data. The results of the computer simulation demonstrate that the simulation results are in accordance with the theoretical analysis and the superiority of the equalizer algorithm.

### I. 서 론

디지털 통신 시스템에서 향상된 성능을 얻고자하는 계속되는 요구에 대처하기 위해서는 적응 Equalizer가 필수적이며 더욱 빠른 수렴속도와 낮은 BER, 더 작은 값의 MSE(Mean Squared Error)를 갖으며 성능면

에서나 하드웨어 구현면에서도 채택 타당한 새로운 적응 Equalizer의 구조와 그 구조에 적절한 알고리즘 개발에 대한 연구가 크게 요구되고 있는 실정이다.

대부분의 통신시스템 수신기로서 사용되는 적응 Equalizer는 대개 탭계수값이 채널특성에 따라 변화될 수 있는 transversal(TDL) 필터 형태로 실현되며, 이때 탭이격은 심볼간 간격인  $T$ 에 맞추어져 있다. 전송 초기단계에 탭이득값을 자동적으로 맞추는 것과, 전송이 이루어지는 전주기동안의 탭이득 조절에는 적응방식에 의해 조절되도록 하고 있는데 이러한 탭이

\*관동대학교 전자통신공학과 조교수  
論文番號:9524-0120  
接受日字:1995年 1月 20日

득 조절에 최소자승 평균(LMS) 알고리즘이 표준방법으로 사용되어 왔다[1-5].

일반적으로 Equalizer에 반복적 최소자승(Recursive Least Square, RLS) 알고리즘[6]을 사용하여 수렴속도에 있어서 Stochastic-Gradient 알고리즘[5]보다 성능향상을 이룰 수 있었지만 계산량이나 안정도 면에서 이러한 RLS 알고리즘은 큰 결점을 보이기도 한다[6][7]. 최근의 국내에서도 연구된 TDL Equalizer 알고리즘 중에는 LMS 알고리즘의 단순성과 효율성의 장점을 살리고 최소자승 알고리즘이 가지는 수렴성, MSE 성능의 장점을 함께 가지는 알고리즘들이 연구되었다[8].

이 논문에서는 보다 빠른 수렴속도(탭계수 적응속도)를 가지도록 설계된 Equalizer를 소개한다. 이 알고리즘의 기본 개념은 버려진 데이터를 한 샘플시간 동안 탭계수 갱신에 재활용하는 데 있다. 이것은 탭계수의 적응 속도가 재활용 데이터수 만큼 빨라져 채널의 시변성에 빠르게 대처하게 되어 에러를 줄이고, 다경로 페이딩으로 인한 채널 왜곡에도 신뢰성 있는 정보 전송을 이루도록 자승평균오차(MSE)의 최소화를 실현하는 새로운 구조의 Equalizer이다.

## II. Equalizer 알고리즘

TDL Equalizer(그림 1)은 MSE, 즉  $E[e^2(k)]$ 을 최소화 하도록 탭계수  $c_j$ 를 시간에 따라 연속적으로 갱신하는 적응 알고리즘을 사용한다. 샘플시간에 해당하는 첨자  $k$ 를 도입하여  $c_j$ 를  $c_j(k)$ 로 정의하면 TDL 적응 Equalizer의 추정치  $\tilde{I}(k)$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{I}(k) = \sum_{j=0}^L c_j(k) \cdot x(k-j) = C^T(k) \cdot X(k) \quad (2-1)$$

$$\text{이 때, } e(k) = I(k) - \tilde{I}(k) \quad (2-2)$$

탭 계수에 대하여 이차 곡면 함수를 이루는 MSE는 유일한 최소점을 가진다. 이 최소점으로 계수값을 갱신하는 방법에는 기울기(gradient)를 이용하게 되는데 현재의 계수 벡터  $C(k)$ 에 대한 MSE의 부정 기울기(negative gradient)에 비례하는 변화량을 현재의 계수 벡터에 더하므로써 갱신된 계수 벡터를 얻는 알고리즘이 다음과 같은 steepest descent 알고리즘이다.

$$C(k+1) = C(k) - \mu \cdot \nabla(k) \quad (2-3)$$

여기서

$$\nabla(k) = \frac{\delta E[e^2(k)]}{\delta C(k)} \quad (2-4)$$

파라미터  $\mu$ 는 알고리즘의 수렴 속도와 안정도를 제어하는 스텝 크기이며  $0 < \mu < 1/\lambda_{\max}$ 에서 안정하다. 한편 각 갱신 과정마다 정확한 기울기가 구해진다면 계수 벡터는 Wiener 최적 계수 벡터에 접근할 것이지만 실제 정확한 기울기 추정은 가능하지 않으며 기울기 벡터는 한정된 통계의 심볼로부터 추정될 수 밖에 없다. 그래서 Widrow[9]는 R과 P의 행렬 연산없이 기울기의 추정치를 사용하는 LMS(Least Mean Square) 알고리즘을 개발하였다.

LMS 알고리즘은 보다 효율적인 기울기 추정치 방법을 사용하여 steepest descent 알고리즘을 구현한 것으로서 다음과 같이 계수를 갱신하게 된다.

$$\begin{aligned} C(k+1) &= C(k) - \mu \cdot \left( \frac{\delta e^2(k)}{\delta C(k)} \right) \\ &= C(k) + 2\mu [I(k) \cdot X(k) - X(k) \cdot X^T(k) \cdot C(k)] \end{aligned} \quad (2-5)$$

식 (2-5)에 식 (2-1)과 식 (2-2)를 대입하여 정리하면 다음과 같은 LMS 알고리즘이 구해진다.

$$C(k+1) = C(k) + 2\mu \cdot e(k) \cdot X(k) \quad (2-6)$$

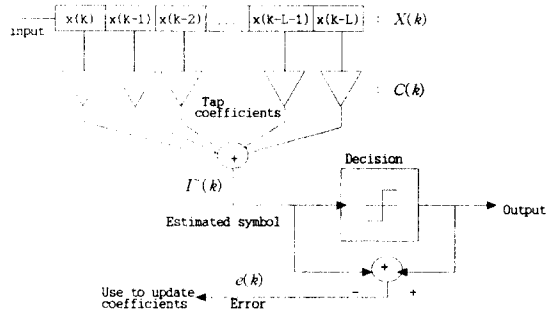


그림 1. 선형 TDL Equalizer

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (2-7)$$

### III. Data-Recycling Equalizer

여기서 제안하고 있는 이 구조의 특징은 탭계수 갱신에 쓰일 데이터의 효율성을 높여보고자 하는데 있다. 즉 한번의 탭계수 갱신을 위해 쓰인 데이터는 다음 레지스터 이동해 가므로 일단 버려진다고 볼 수 있는데 여기서 제안한 방법은 그렇게 버려지는 데이터를 일정 버퍼에 모아 재활용하자는데 있다.

재활용 버퍼에 모인 데이터는 채널의 통계적 특성을 불충분하나마 어느정도 지니고 있으므로 이것을

탭계수 갱신에 재활용한다면 보정된 탭계수는 기존의 일회용 갱신 방식보다 최적 계수값에 보다 많이 접근해 있게 된다.

즉, 한개의 Equalizer 출력을 만들어 내는 과정에 기존 방식의 탭계수값들은 한번 갱신되지만 여기서 제안한 방식에서는 한개의 출력값을 만들어 내는 과정에 재활용 버퍼에 든 데이터 갯수 만큼 반복 갱신을 거치게 된다. 따라서 보다 빠른 수렴속도를 기대할 수 있다. 물론 계산량이 기존의 방식보다 반복횟수 배 만큼 계산량이 증가하게 되는 단점을 피할 수 없으나 계산량으로 말미암은 구현상의 어려움보다 성능향상에서 오는 이득이 더 중요한 과제이므로 만족할 만한 성능을 기대할 수 있다면 큰 성과라 할 수 있다.

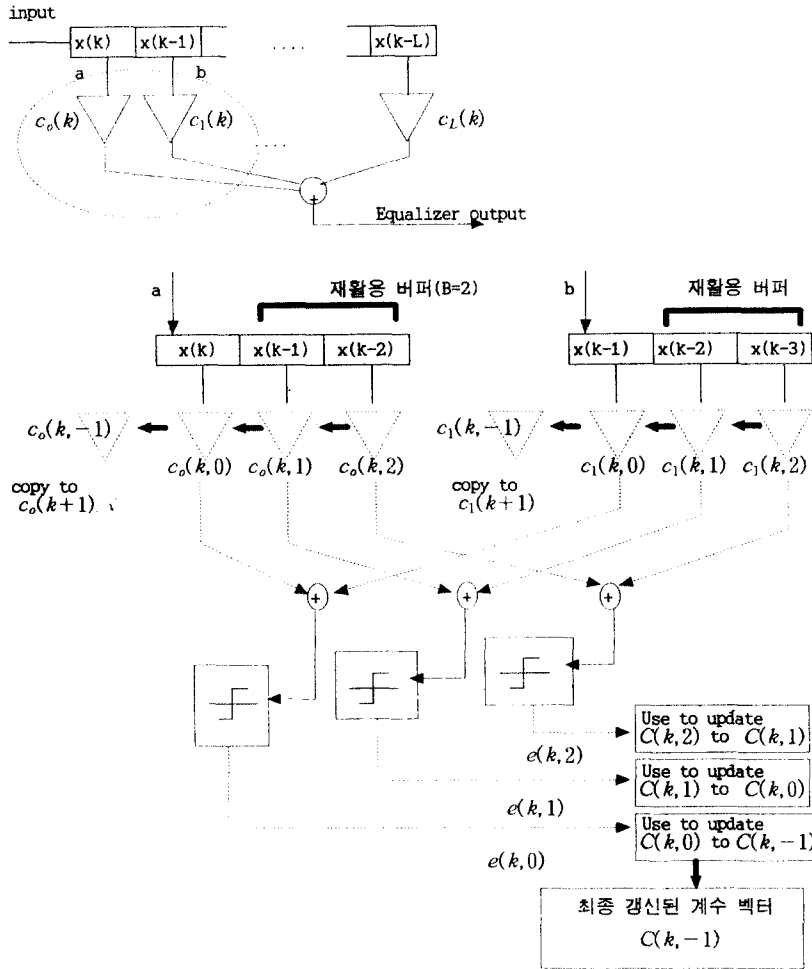


그림 2. 제안한 Recycling LMS Equalizer의 구조

아래 그림 2에서 재활용 버퍼 및 계수 갱신을 위한 구조를 예를 들고 있는데 여기서는 a, b 두개의 탭계수와 2개의 재활용 버퍼(B=2)를 예로 구성하여 놓았다. 처음, 재활용 데이터 벡터  $X(k-2)=[x(k-2), x(k-3)]^T$ 와 재활용 데이터 수 만큼 반복 갱신될 계수 벡터  $C(k, 2)=[c_0(k, 2), c_1(k, 2)]^T$ 를 사용하여 첫 번째 오차  $e(k, 2)$ 를 얻게 되고 이로 부터 LMS 알고리즘에 의해, 갱신된 계수벡터  $C(k, 1)$ 을 얻는다. 다음, 재활용 데이터 벡터  $X(k-1)=[x(k-1), x(k-2)]^T$ 와  $C(k, 1)=[c_0(k, 1), c_1(k, 1)]^T$ 를 사용하여 두 번째 오차  $e(k, 1)$ 를 얻게 되고 이로 부터 갱신된 계수벡터  $C(k, 0)$ 를 얻는다. 끝으로, 재활용 데이터 벡터  $X(k-0)=[x(k-0), x(k-1)]^T$ 와  $C(k, 0)=[c_0(k, 0), c_1(k, 0)]^T$ 를 사용하여 세 번째 오차  $e(k, 0)$ 를 얻게 되며 이로 부터 갱신된 계수벡터  $C(k, -1)$ 을 얻는다. 이렇게 3번 갱신(B+1=3)된  $C(k, -1)$ 은 Equalizer의 다음 출력을 위해 쓰일 계수 벡터  $C(k+1, 0)$ 로 복사된다. 결국 재활용 버퍼 데이터들이 가진 채널의 통계적 특성을 재활용할 수 있게 되므로서 탭계수는 기존 방식에서보다 최적 계수값에 보다 더 접근해 있게 된다.

그림 3은 Equalizer의 탭계수  $C(k)$ 를 갱신하기 위한

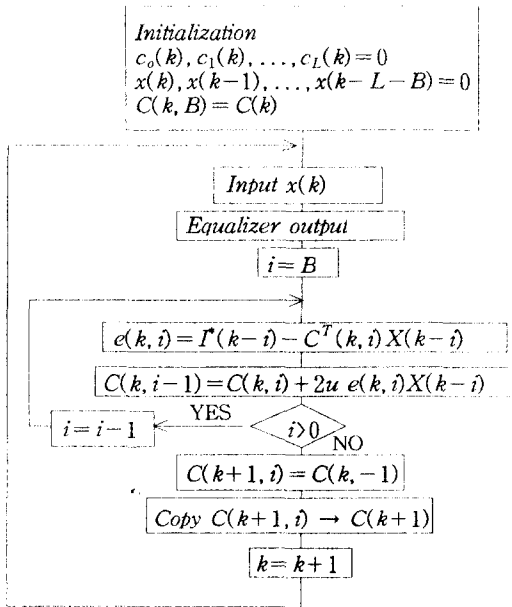


그림 3. Equalizer 탭계수  $C(k)$ 를 갱신하기 위한 흐름도

알고리즘 흐름도이다. 여기서  $I^*(k)$ 는 Equalizer의 출력이 decision device를 통과한 값이다.

#### IV. 수렴성능 분석

그림 3의 흐름도에서  $C(k+1)$ 와  $C(k)$ 의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$C(k+1) = C(k) + 2u \sum_{i=0}^B e(k, i) X(k-i) \quad (4-1)$$

여기서  $C(k)$ 는  $C(k, i)$ 가 최종 갱신된 상태( $i=0$ )인  $C(k, 0)$ 를 말한다(흐름도 마지막 행). 한편,  $e(k, i) = I^*(k-i) - C^T(k, i)X(k-i)$ 이므로 이것을 대입하고  $E[\cdot]$ 를 취한 후, 입력 데이터와 탭계수가 서로 correlation이 없다는 가정[9]하에 위 식을 정리하면 다음과 같다.

$$E[C(k+1)] = E[C(k)] + 2u \sum_{i=0}^B (E[I^*(k-i)X(k-i)] - E[X(k-i)X(k-i)^T]E[C(k, i)]) \quad (4-2)$$

입력 벡터의 auto correlation을  $R = E[XX^T]$ 로 정의하면 위 식은 다음과 같이 표현된다.

$$E[C(k+1)] = E[C(k)] + 2u \sum_{i=0}^B (E[I^*(k-i)X(k-i)] - R \cdot E[C(k, i)]) \quad (4-3)$$

또한, Equalizer의 출력에 에러가 없다고 가정하면  $E[I^*(k-i)X(k-i)]$ 는 입력의 auto correlation  $R$ 과 최적 탭계수 벡터  $C^0$ 의 곱으로 표현된다[9].

$$E[C(k+1)] = E[C(k)] + 2u \sum_{i=0}^B (RC^0 - R E[C(k, i)]) = (I - 2uR)E[C(k)] + 2uRC^0 + 2u \sum_{i=1}^B R(C^0 - E[C(k, i)]) \quad (4-4)$$

다시 쓰면,

$$E[C(k+1)] - C^0 = (I - 2uR)(E[C(k)] - C^0) - 2u \sum_{i=1}^B R(E[C(k, i)] - C^0) \quad (4-5)$$

여기서 마지막 항은 LMS Equalizer 알고리즘에 추가된 항으로 나타나 있음을 알 수 있다. 식 (4-5)의 끝항을 편의상  $E[C(k, i)] - C^o \equiv V(k, i)$ 로, 이 벡터의 j번째 요소값을  $v(k, i, j)$ 라고 정의한다. 앞서 언급했듯이  $C(k, i)$ 의 최종 갱신된 상태( $i=0$ )인  $C(k, 0)$ 가  $C(k)$ 와 같으므로 벡터  $E[C(k)] - C^o$ 은  $V(k)$ 로, 그리고 이것의 j번째 요소값은  $v(k, 0, j)$ 로 표기될 수 있다. 따라서 식 (4-5)는 다음 식 (4-6)으로 표현된다.

$$V(k+1) = (I - 2\mu R)V(k) - 2\mu \sum_{i=1}^B R V(k, i) \quad (4-6)$$

한편, 입력의 auto correlation 행렬  $R$ 은 고유치 행렬  $\Lambda$ 와 고유벡터  $Q$ 로 이루어진 normal form인  $R = Q\Lambda Q^{-1}$ 로 표현될 수 있다. 이 때, 벡터  $Q^{-1}$ 로 벡터  $V(k)$ 를 회전시킨 새로운 벡터  $V' = Q^{-1}V$ 를 도입하여 위 식에 적용하면 식 (4-6)은 다음과 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} V'(k+1) &= Q^{-1}(I - 2\mu R)QV'(k) - 2\mu \sum_{i=1}^B Q^{-1}RQV'(k, i) \\ &= (I - 2\mu\Lambda)V'(k) - 2\mu \sum_{i=1}^B \Lambda V'(k, i) \end{aligned} \quad (4-7)$$

여기서 벡터  $V'(k+1)$ ,  $V'(k)$ ,  $V'(k, i)$ 의 j번째 요소값은 각각  $v'(k+1, 0, j)$ ,  $v'(k, 0, j)$ ,  $v'(k, i, j)$ 이므로 식 (4-7)을 이 들 요소값들로 다시 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v'(k+1, 0, j) &= (1 - 2\mu\lambda_j)v'(k, 0, j) - 2\mu\lambda_j[v'(k, 1, j) \\ &\quad + v'(k, 2, j) + \dots + v'(k, B, j)] \\ &= v'(k, 0, j) - 2\mu\lambda_j[v'(k, 0, j) + v'(k, 1, j) \\ &\quad + v'(k, 2, j) + \dots \\ &\quad + v'(k, B, j)] \end{aligned} \quad (4-8)$$

흐름도에 의하면 한 심볼 시간  $k$  동안 LMS 알고리즘에 의해  $v'(k, B, j)$ 가  $v'(k, B-1, j)$ 로, 그리고 이  $v'(k, B-1, j)$ 는  $v'(k, B-2, j)$ 로, 다시 이러한 과정을 거쳐  $v'(k, 0, j)$ 까지 갱신되며,  $v'(k, B-i, j)$ 와  $v'(k, B-i+1, j)$ 의 관계는 다음과 같이  $1 - 2\mu\lambda_j$  배 만큼 곱해진 양이 된다.

$$v'(k, B-i, j) = (1 - 2\mu\lambda_j)v'(k, B-i+1, j) \quad (4-9)$$

식 (4-8)의 괄호 [ ]속의 항들은  $1 - 2\mu\lambda_j$ 를 공비( $=r$ )

로 하는 등비수열이며  $r$ 의 절대값이 1 보다 작다는 수렴 조건하에 등비급수의 합의 형태로 줄일 수 있다. 따라서

$$\begin{aligned} v'(k+1, 0, j) &= v'(k, 0, j) - 2\mu\lambda_j[v'(k, 0, j)(1 - r^{B+1})/(1-r)] \\ \text{또는 } v'(k+1, j) &= v'(k, j)[1 - 2\mu\lambda_j(1 - r^{B+1})/(1-r)] \end{aligned} \quad (4-10)$$

이제 재활용 갯수  $B$ 를 무한개로하여 갱신하는 경우와 유한개로 하여 갱신하는 경우에 대해 수렴성 및 수렴속도를 분석하기로 한다.

(I)  $B \rightarrow \infty$

$r$ 의 절대값이 1 보다 작으므로 이 경우  $r^{B+1} = 0$ 이 되므로 식 (4-10)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v'(k+1, j) &= v'(k, j)[1 - 2\mu\lambda_j/(1 - (1 - 2\mu\lambda_j))] \\ &= v'(k, j)(1 - 2\mu\lambda_j/2\mu\lambda_j) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4-11)$$

이 경우는 샘플시간을  $k \rightarrow \infty$ 로 한 경우와 같으므로 탭계수는 최적 탭계수에 접근해 있게 되어 나타난 당연한 결과이다.

(II)  $B \rightarrow finite$

식 (4-10)의  $r$ 에  $1 - 2\mu\lambda_j$ 를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v'(k+1, j) &= v'(k, j) - 2\mu\lambda_j \left[ \frac{v'(k, j)}{2\mu\lambda_j} - \frac{v'(k, j)}{2\mu\lambda_j} (1 - 2\mu\lambda_j)^{B+1} \right] \\ &= v'(k, j)(1 - 2\mu\lambda_j)^{B+1} \end{aligned} \quad (4-12)$$

이 경우는 샘플시간  $k$ 가 증가됨에 따라 현 탭계수와 최적 탭계수와의 간격이  $(1 - 2\mu\lambda_j)^{B+1}$ 의 비율로 줄어들어감을 의미하고 있다. 기존의 LMS Equalizer에서 간격 감소비율이  $1 - 2\mu\lambda_j$ 인 점과 비교하면 재활용 데이터 수(엄밀히  $B+1$ ) 만큼 지수적으로 향상되었음을 관찰할 수 있다. 또한 MSE의 경우 그 감소비율

이 탭계수 간격의 감소비율에 제공된 형태로 표현되므로  $j$ 번째 탭계수에 대한 자승평균오차  $MSE(k, j)$ 는 최소MSE인  $MSE_{min}$ 과 함께 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} MSE(k, j) &= MSE_{min} + \lambda_j v'(k, j)^2 \\ &= MSE_{min} + \lambda_j (1 - 2u\lambda_j)^{(B+1)2k} v'(0, j)^2 \end{aligned} \quad (4-13)$$

여기서  $\lambda_j, v'(0, j)^2$ 는 상수이므로  $j$ 번째 탭계수에 대한 MSE의 감소비율 즉 수렴속도는 다음과 같다.

$$MSE \text{ ratio} = (1 - 2u\lambda_j)^{2(B+1)}$$

log 형태로 나타내면

$$\log(MSE \text{ ratio}) = (B+1) \log(1 - 2u\lambda_j)^2 \quad (4-14)$$

식 (4-14)의 이 수렴속도는 LMS Equalizer의 수렴속도인  $\log(1 - 2u\lambda_j)^2$  보다  $B+1$  배 증가된 MSE 수렴속도임을 밝혀주고 있다.

### V. 계산량 비교

제안한 알고리즘의 이러한 성능 향상은 계산량 증가라는 단점을 가져온다. Equalizer의 전체 탭수(L+1)을 N이라고 정의할 때, 그림 3의 흐름도로 부터 탭계수 갱신에 사용된 계산량(total multiplications, divisions)을 산출해 보면 다음 표 1과 같으며 이것을 탭수와 계산량을 각각 가로 및 세로 축으로 나타낸 그래프가 다음 그림 4이다.

그림 4에서  $B=10$ 인 곡선과 RLS 곡선이 만남 점을 살펴보면 탭수  $N=6$  이하인 경우에 대하여 재활용 데이터 LMS 알고리즘이 보다 적은 계산량을 가지며,  $B=20$ 인 경우의 곡선과 RLS 곡선이 만남 점을 살펴

표 1. 알고리즘 별 탭계수 갱신에 사용된 계산량 비교

Equalizer 알고리즘	탭계수 갱신에 쓰인 곱셈, 나눗셈 량
LMS	$2N + 1$
데이터 재활용 LMS ( $B$ =재활용 데이터 수)	$(2N + 1)(B + 1)$
RLS	$4N^2 + 3N + 1$

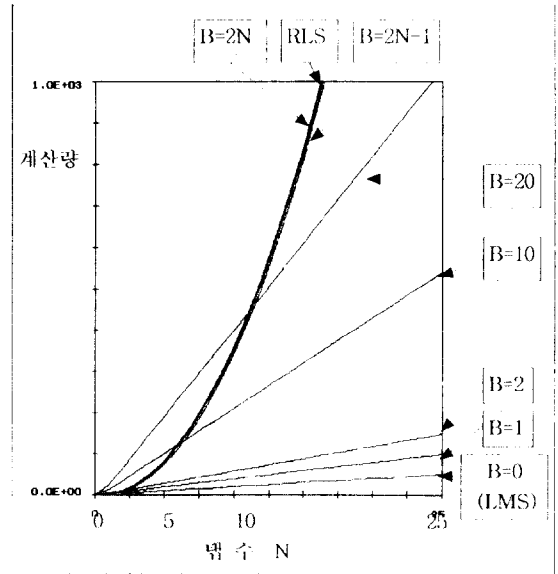


그림 4. 알고리즘 별 계산량 비교

보면 탭수  $N=11$  이하인 경우에 대해 재활용 데이터 LMS 알고리즘이 보다 적은 계산량을 가짐을 알 수 있다. 다시 말하면 재활용 데이터 수인  $B$ 가 탭수의 두 배인  $2N$  보다 작은 조건하에서 RLS 알고리즘 보다 작은 계산량을 가짐을 알 수 있다. 이것은 다음 수식 전개에 의해 보다 쉽게 알 수 있다. 즉, 재활용 데이터 LMS 알고리즘이 RLS 알고리즘보다 작은 계산량을 가지기 위해서는

$$(2N + 1)(B + 1) < 4N^2 + 3N + 1 \quad (5-1)$$

$$B + 1 < \frac{4N^2 + 3N + 1}{2N + 1} \approx 2N + 1 \quad (5-2)$$

$$B < 2N \quad (5-3)$$

그림 4에서  $B=2N$ 인 그래프와 RLS 그래프는 거의 같은 곡선을 이루고 있으며 RLS 그래프가  $B=2N$  그래프와  $B=2N-1$  그래프의 사이에 존재하여 식 (5-3)을 뒷받침해 준다. 예를 들어 탭수를 11개로 한 Equalizer의 경우, 재활용 데이터 LMS 알고리즘이 RLS 알고리즘보다 작은 계산량을 가질 조건은  $B < 22$ 이어야 한다. 그러나 다음 절에서 나타내었듯이 재활용

데이터 LMS 알고리즘은 B=11에서 이미 충분한 수렴을 보이고 있다.

### VI. 실험 및 결과고찰

성능분석을 위해 선택한 채널의 임펄스 응답은 다음 식 (6-1)과 같이 3개의 탭으로 구성된 모델을 사용하였다[9]. 이 채널은 고유치 분포비가 11인 시불변 페이딩 채널이다. Equalizer에 입력되는 심볼에 대한 자기상관 행렬의 고유치 분포비는 Equalizer 성능을 좌우하는 주된 요인이되고 있다. 이 고유치들은 채널의 스펙트럼 특성에 의해 결정지워지며 최대 고유치와 최소 고유치의 비  $\lambda_{max}/\lambda_{min}$ 는 채널 주파수 응답의 크기 자승에 대한 최대값과 최소값의 비와 같다. 이러한 고유치 분포비가 크게되면 채널의 주파수 응답은 깊은 골(null)을 갖게되며 주파수 선택성 페이딩이 심각하게 발생하여 LMS 알고리즘의 수렴속도가 느려지게 된다[8]. 성능비교를 위해 [7]이 시행한 동일한 채널모델에 동일한 환경하에서 시뮬레이션을 시행하였다. 즉, Equalizer의 탭수는 11, 잡음의 분산은 0.001로 하고 Equalizer의 MSE를 log 값으로 나타낸 시뮬레이션 결과가 다음 그림 5와 같다.

$$H(z) = 0.26 + 0.93Z^{-1} + 0.26Z^{-2} \quad (6-1)$$

이 그림 5에서 B=0인 수렴곡선은 데이터 재활용이 적용되지 않은 경우로서 기존의 LMS와 동일하다. 이 수렴곡선을 살펴보면, 샘플수 900 정도에서 수렴한 경우라고 볼 수 있고 이 때 MSE는 log 값으로 -2.8을 나타내고 있다. 이것은 [7]에서와 같은 결과이다. B=2인 곡선과 B=5, 그리고 B=8, B=11인 수렴속도를 비교해 보기 위해 이 곡선들이 가장 선형적인 부분의 MSE를 택하여 그 지점까지 소요된 샘플수를 비교해 보는 것이 현실적으로 가장 타당하다고 볼 수 있다. 따라서 가장 선형적인 부분의 최저 MSE (log 값)은 약 -2.5이므로 이를 기준으로 비교해 본다. 그림 5로부터, B=0의 수렴곡선에서는 기준 값까지 약 600 샘플이 소요되었고, B=2인 곡선은 약 200 샘플이 소요되었으며, B=5인 곡선은 약 100 샘플, B=8인 곡선은 약 65 샘플이고, B=11인 곡선은 약 50 샘플이 소요되었음을 관찰할 수 있다. 이것을 표 2로 요

약해 놓았다. 이 표를 살펴보면, B+1과 수렴에 소요된 샘플 수를 곱한 값이 어느 곡선이나 약 600이라는 상수를 가진다는 것을 알 수 있다. 이것은 각 곡선의 수렴속도가 B+1 배 만큼 향상되었음을 가리키며 또한 이론적 수렴특성 분석의 결과와 정확히 일치하고 있음을 의미한다.

표 2 수렴곡선과 수렴에 소요된 샘플 수 비교

재활용 데이터 수 B에 따른 수렴곡선	MSE(log)=2.5 기준의 수렴에 소요된 샘플 수
B=0 (LMS)	600
B=2	200
B=5	100
B=8	65
B=11	50

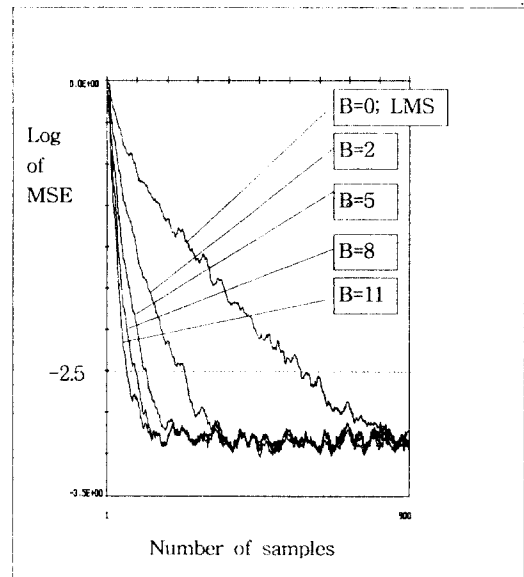


그림 5. 재활용 데이터 수 B에 따른 MSE 수렴곡선

다음은 기존의 LMS, 제안한 데이터 재활용 LMS, 그리고 RLS 알고리즘의 성능 비교를 위해 동일한 시뮬레이션 상황에서 얻은 각각의 MSE 수렴 곡선을 살펴본다. 기존의 LMS 알고리즘(B=0)이 900 샘플 정도에서 수렴한 반면, B=11인 데이터 재활용 LMS 알고리즘과 RLS 알고리즘은 50-80 샘플내에 수렴하는 거의 대등한 수렴상태를 보이고 있다. 그러나 이 경

우 재활용 데이터 수  $B=11$ 은 Equalizer 탭수인 11의 두배, 즉 22에 훨씬 못 미치는 값으로서 RLS 알고리즘의 계산량보다 약 1/2 배 정도 더 적은 상태이다. 그리고 RLS 알고리즘은 LMS 알고리즘 보다 매우 불안정하고 시변(nonstationary) 환경에서 LMS 알고리즘이 보다 우월한 추적 성능을 가지는 것으로 밝혀져 있다[10]. 그러므로 LMS 알고리즘을 채용하여 제안한 데이터 재활용 LMS 알고리즘이 수렴속도 및 최소 MSE 성능 면에서 RLS 알고리즘과 대등하면서도 계산량이 적고 시변환경에서 보다 우월한 추적 성능을 발휘할 것으로 판단된다.

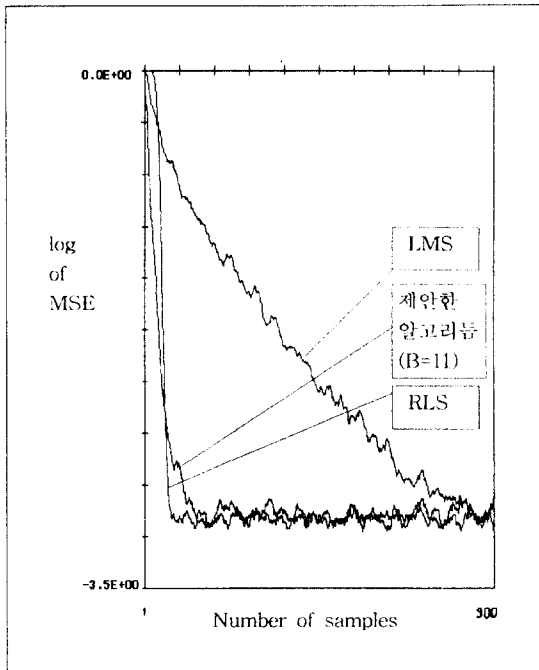


그림 6. RLS, LMS, 데이터 재활용 LMS 알고리즘의 수렴 성능

## Ⅶ. 결 론

이 논문에서 소개된 Equalizer는 보다 빠른 수렴속도(탭계수 적응속도)를 가지도록 설계된 Equalizer로서 버려진 입력 샘플을 한 샘플시간 동안 탭계수 갱신에 재활용하는 것을 기본 개념으로 하고 있다. 이것은 탭계수의 적응 속도가 재활용 데이터수 만큼 빨

라져 채널의 시변성에 빠르게 대처하게 되어 에러를 줄이고, 채널왜곡에도 신뢰성 있는 정보 전송을 이루도록 자승평균오차(MSE)의 최소화를 실현하는 새로운 구조의 Equalizer이다.

제안한 Equalizer의 알고리즘의 수렴성능을 이론적으로 분석한 결과 이 알고리즘은 기존의 LMS 알고리즘보다 재활용에 쓰인 데이터 수 만큼 수렴속도가 향상되었음을 보였다. 이것을 실험적으로 입증하기 위해 시불변 페이딩 채널에 시뮬레이션을 시행하였다. 시뮬레이션 결과로부터, 데이터 재활용이 적용되지 않은 기존의 LMS는 샘플수 900 정도에서 최소 MSE (log 값)인  $-2.8$ 에 수렴하였지만 재활용 데이터 수를 3, 6, 9, 12로 한 각각의 수렴곡선들은 최소 MSE에 소요된 샘플수가 약 600, 200, 100, 65, 50를 나타내었다. 이것은 재활용 데이터 수 (엄밀히  $B + 1$ ) 만큼 각 수렴속도가 배증되었음을 의미하여 이론적인 수렴특성 분석의 결과와 정확히 일치하는 결과를 보였다. 그리고 제안한 알고리즘은 RLS 알고리즘과 수렴 성능면에서 대등하면서도 보다 적은 계산량을 가짐을 알 수 있었다. 물론 계산량이 기존의 LMS 알고리즘 보다 재활용 데이터 수 만큼 계산량이 증가하게 되는 단점을 피할 수 없으나 성능향상에서 오는 이득이 더 중요한 성과이므로 이 논문에서 소개된 적응 Equalizer가 여러가지 통신 시스템에 적용될 경우 큰 성능 개선을 기대할 수 있다. 특히, 시변(nonstationary) 환경에서 RLS 알고리즘이 가지는 불안정성과 LMS 알고리즘보다 열악한 추적성능을 고려하면 제안한 알고리즘이 더욱 향상된 성능을 보일 것으로 기대되며 이에 대한 연구가 뒤따라야 할 것이다.

## 참 고 문 헌

1. J. G. Proakis and J. H. Miller, "An Adaptive Receiver for Digital Signalling Through Channel With Intersymbol Interference," IEEE Trans, Inform. vol. IT-15, pp. 484-497, July 1969.
2. R. W. Lucky and H. R. Rudin, "An Automatic equalizer for general-purpose communication channels," B.S.T.J., vol. 46, pp. 2179-2208, Nov. 1967.
3. A. Gersho, "Adaptive equalization of high dispersive channels for data transmission," B.S.T.J., vol.



48, pp. 55-70, Jan. 1969.

4. C. A. Belfiore and J. H. Park. "Decision Feedback Equalization," Proc. IEEE, vol. 67, pp. 1143-1156, Aug. 1979.
5. S. U. H. Qureshi, "Adaptive Equalization," Proc. IEEE, vol. 73, No. 9, pp. 1349-1387, Sep. 1985.
6. S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, 1991.
7. J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1983.
8. 김 남용, 강 창언, "개별탭 LMS 알고리즘을 이용한 이동통신 페이딩 채널의 적응 등화," 한국통신학회 논문집, 제16권 제8호, pp. 745-757, 1991.
9. B. Widrow, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, 1985.
10. E. Eleftherion and D. D. Falconer, "Tracking Properties and Steady State Performance of RLS Adaptive Filter Algorithms," IEEE Trans, Acoust. Speech Signal Process., vol. ASSP-34, pp. 1097-1110, July 1984.



金 南 用(Nam Yong Kim) 정회원  
 1963년 12월 24일생  
 1986년 2월:연세대학교 전자공학과 졸업(공학사)  
 1988년 2월:연세대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)  
 1991년 8월:연세대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

1992년 5월~현재:관동대학교 전자통신공학과 조교수