

RLS 알고리즘을 이용한 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器

正會員 李相研*, 金在範*, 李基鎔**, 李忠雄*

Complex Fuzzy Adaptive Decision Feedback Equalizer using RLS algorithm

Sang Yun Lee*, Jae Bum Kim*, Ki Yong Lee**, Choong Woong Lee* *Regular Members*

要 約

이 論文에서는 RLS 알고리즘을 이용한 複素 判定饋還 適應 等化器를 提案한다. 이 等化器는 퍼지 適應 等化器를 基礎로 構成되는 것으로 퍼지 適應 等化器의 可變 퍼지 IF-THEN 規則과는 달리 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器의 'IF' 부분은 判定饋還 狀態에 의해서 특징 지워지는 멤버쉽函數를 갖는다. 이 判定饋還의 役割은 計算量을 減少시키는 것이다. 電算 模擬 實驗을 통하여, 채널을 안다고 假定할 때 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器가 複素 퍼지 適應 等化器에 비해서 計算量이 減少될 뿐만 아니라 비트오율도 상당히 改善되는 것을 보였다. 提案된 等化器는 線形 채널뿐만 아니라 非線形 채널에서도 複素 퍼지 適應 等化器에 비해서 우수한 性能을 보였으며 잘못된 判定에 의한 誤謬의 傳播 特性도 살펴보았다.

ABSTRACT

In this paper, a complex fuzzy adaptive decision feedback equalizer using the RLS algorithm is proposed. The proposed equalizer is based on the complex fuzzy adaptive equalizer. The 'IF'-part of the complex fuzzy adaptive decision feedback equalizer has membership functions which are characterized by the state of decision feedback. The role of decision feedback is to reduce the computational complexity. Computer simulation shows that the proposed equalizer not only reduces the computational complexity but also improves the performance compared with the conventional complex fuzzy adaptive equalizers under the assumption of perfect knowledge of the linear and nonlinear channels. The effects of error propagation due to wrong decision feedback is also shown.

I. 序 論

一般的으로 高速 通信 채널은 채널 상의 雜音뿐만 아니라 심불간 干涉과 時間에 따라 변화하는 非線形 歪曲등의 影響을 많이 받는다. 이러한 채널을 사용하는 通信 시스템에서는 非線形 適應 等化器가 필요하다. 最近, 實數 채널에서 사용할 수 있는 퍼지 適應 饋

*서울대학교 大學院 電子工學科
**장원대학교 電子工學科 助教授
論文番號:96084-0306
接受日字:1996年 3月 6日

터를 基礎로 한 非線形 퍼지 適應 等化器가 提案되었다[1]. 또한 複素 채널에서 사용할 수 있는 複素 퍼지 適應 等化器도 提案되었다[2, 3]. 퍼지 適應 等化器는 퍼지 IF-THEN 規則의 집합으로부터 만들어진다. 이 퍼지 規則은 適應 過程을 통하여 얻은 入出力 수치데이터나 專門家로부터 얻은 言語 情報 (linguistic information)에 의해서 設定될 수 있다. 適應 알고리즘은 入出力의 費用函數를 最小化함으로서 퍼지 IF-THEN 規則에서 퍼지 概念을 특징짓는 멤버쉽函數의 매개변수를 更新해 나가는 것이다. 퍼지 適應 等化器의 가장 큰 利點은 入出力의 關係로부터 얻은 수치데이터는 물론 專門家の 言語 情報를 等化器에 직접 이용할 수 있다는 것이다. 그러나 이 퍼지 適應 等化器는 一般的으로 많은 計算量을 필요로 한다.

이 論文에서는 複素 퍼지 適應 等化器를 基礎로 하여 RLS (Recursive Least Squares) 알고리즘을 이용한 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器 (Complex Fuzzy Adaptive Decision Feedback Equalizer: CFADFE)를 提案한다. 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器의 'IF' 부분은 判定饋還의 狀態에 의하여 특징 지워지기 때문에 複素 퍼지 適應 等化器 (Complex Fuzzy Adaptive Equalizer: CFAE)의 計算量을 減少시킬 수 있다. 곧, 判定饋還의 役割은 實數 채널 모델의 경우와 마찬가지로 複素 퍼지 適應 等化器의 計算量을 줄이는 것이다[4]. 채널을 안다고 假定할 때 線形 또는 非線形 特性을 갖는 M -QAM (M -ary Quadrature Amplitude Modulation) 디지털 通信 시스템에 適用하여 複素 퍼지 判定饋還 等化器와 複素 퍼지 適應 等化器의 性能을 比較한다. 또한 잘못된 判定에 의해서 에러가 傳播되는 特性을 살펴본다. 이것은 送信 심볼과 檢出된 신호로부터 判定한 심볼을 饋還 심볼로 각각 사용하여 비트 오류율을 비교하므로써 에러 傳播 特性을 알아 볼 수 있다.

II. 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器

이 論文에서 考慮한 디지털 通信 시스템을 그림 1. 에 圖示하였다. 送信 데이터 열 $s(k)$ 는 M 개의 複素數로부터 취한 等確率의 獨立 열이라고 假定한다. 等化器의 入力열 $r(k), r(k-1), \dots, r(k-m+1)$ 는 複素 값을 갖는 덧셈성 정규 雜音 $e(k)$ 가 섞인 複素 채널 出

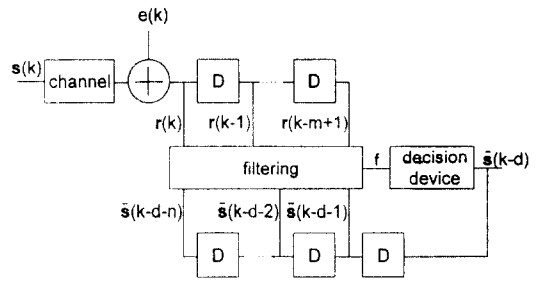


그림 1. 判定饋還 等化器를 포함한 디지털 通信 시스템의 概略圖

Fig. 1 Schematic diagram of digital communication system with decision feedback equalizer

力이다. 一般的으로 複素量 $r(k)$ 는 다음과 같이 定義할 수 있다.

$$r(k) = r_R(k) + jr_I(k) = (r_R, r_I) \quad (1)$$

여기서 $r_R(k)$ 와 $r_I(k)$ 는 각각 $r(k)$ 의 實數部和 虛數部이고, $j = \sqrt{-1}$ 이다. 시간 k 에서 等化器의 判定에 영향을 주는 送信 심볼은 $s(k) = [s(k) \dots s(k-m-n_a+2)]^T$ 이다. 여기서 n_a 는 채널 충격 應答의 길이를 나타낸다. 雜音이 섞인 觀測 벡터 $r(k)$ 는 等化器의 入力空間 U 의 元素이고, $r(k) \in U$, 雜音이 없는 경우의 입력 벡터 $r(k) = [\bar{r}(k) \dots \bar{r}(k-m+1)]^T$ 는 $n_s = M^{m+n_a-1}$ 개의 채널 狀態의 각각에 中心을 둔 條件附 정규 密度를 갖는 확률과정이다. 等化器의 기능은 入力空間 U 를 M 개의 심볼점 중의 하나로 분류하는 것이다. 시간 k 에서 判定에 필요한 入力空間 U 의 副空間은 가능한 한 작을 것이 바람직하다. 이것은 判定饋還에 의해서 가능하다[4].

等化器의 入力空間 U 의 實數部和 虛數部를 각각 작은 區間 $[C_j^-, C_j^+], [B_j^-, B_j^+]$ 으로 나누어 이들의 곱 공간의 각각에 M^j 개의 퍼지집합을 定義한다. 여기서 각각의 퍼지집합을 $F_j^i (i=1, \dots, m, j=1, \dots, M^j)$ 로 표시한다. 等化器의 饋還 벡터 $\bar{s}_f(k-d) = [s(k-d-1), \dots, s(k-d-n)]^T$ 는 饋還 次數를 n 으로 할 때 $n_f = M^n$ 개의 狀態를 갖는다. 여기서 d 는 判定 遲延이다. 이 饋還 狀態를 $s_{f,j}, 1 \leq j \leq n_f$ 로 표시하기로 한다. 等化器의 入力空間 U 는 饋還 狀態에 따라서 n_f 개의 副空

間 U_j 으로 分割할 수 있다. 이 副空間 U_j 는 $\{r(k) | s_{f,j}\} \in U_j, 1 \leq j \leq n_f$ 로 쓸 수 있으며 각각의 副空間에서 定義되는 퍼지 집합을 $F_{i,j}^{l_i}$ 로 표시하기로 한다. 饋還 狀態 $s_{f,j}, 1 \leq j \leq n_f$ 가 주어질 때, 副空間 U_j 상에서 다음과 같은 형태의 $\prod_{i=1}^m M_j^i$ 개의 퍼지 IF-THEN 規則을 만들 수 있다:

$$\begin{aligned} R_j^{l_1, \dots, l_m}: & \text{IF } r_1 \text{ is } F_{1,j}^{l_1} \text{ and } \dots \text{ and } r_m \text{ is } F_{m,j}^{l_m}, \\ & \text{THEN } q \text{ is } G_j^{l_1, \dots, l_m}. \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $l_i = 1, 2, \dots, M_j^i, i = 1, \dots, m$ 이고, q 는 퍼지 시스템의 複素 出力信號이다. 또한 $F_{i,j}^{l_i}$ 와 $G_j^{l_1, \dots, l_m}$ 는 퍼지 멤버십 函數 $\mu_{F_{i,j}^{l_i}}$ 와 $\mu_{G_j^{l_1, \dots, l_m}}$ 에 의하여 定해지는 項이다. 이때 M_j^i 개의 멤버십 函數 $\mu_{F_{i,j}^{l_i}}$ 는 副空間 U_j 의 모든 원소에 대해서 0이 아닌 값을 갖는다. 만일 專家에 의해 만들어진 식 (2)와 같은 형태의 言語 規則 (linguistic rule)이 있으면 $G_j^{l_1, \dots, l_m}$ 를 그 規則의 해당하는 言語 情報 項으로 定하고, 그렇지 않으면 임의의 멤버십 函數로 $\mu_{G_j^{l_1, \dots, l_m}}$ 를 定한다. 이러한 방법으로 퍼지 適應 等化器에 專家로부터 얻은 情報를 사용할 수 있다. 일반적으로 이 言語 情報는 等化器의 초기 값을 定하는 데 사용할 수 있다. 만일 멤버십 函數를 정규 퍼지 函數로 선택하면 이 멤버십 函數 $\mu_{F_{i,j}^{l_i}}(r_i)$ 는 r_{Ri} 와 r_{Li} 의 평균값과 분산 $(m_{Ri,j}^{l_i}, \sigma_{Ri,j}^{l_i}), (m_{Li,j}^{l_i}, \sigma_{Li,j}^{l_i})$ 으로 定義할 수 있다:

$$\begin{aligned} \mu_{F_{i,j}^{l_i}}(r_i) \\ = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r_{Ri} - m_{Ri,j}^{l_i}}{\sigma_{Ri,j}^{l_i}} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{r_{Li} - m_{Li,j}^{l_i}}{\sigma_{Li,j}^{l_i}} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

이제 식 (2)와 같은 $\prod_{i=1}^m M_j^i$ 개의 規則에 기초하여 다음과 같은 퍼지 필터를 구축할 수 있다:

$$f_{k1j}(r) = \frac{\sum_{l_1=1}^{M_j^1} \dots \sum_{l_m=1}^{M_j^m} \theta_j^{(l_1, \dots, l_m)} (\mu_{F_{1,j}^{l_1}}(r_1) \dots \mu_{F_{m,j}^{l_m}}(r_m))}{\sum_{l_1=1}^{M_j^1} \dots \sum_{l_m=1}^{M_j^m} (\mu_{F_{1,j}^{l_1}}(r_1) \dots \mu_{F_{m,j}^{l_m}}(r_m))} \quad (4)$$

여기서 $\theta_j^{(l_1, \dots, l_m)}$ 는 等化器의 出力 空間 R 상에서 $\mu_{G_j^{l_1, \dots, l_m}}$ 가 최대 값을 갖는 점이다. [1]에서 定義된 퍼지 基底

函數 $p_j^{(l_1, \dots, l_m)}(r)$ 를 이용하여 식 (4)는 퍼지 基底 函數와 파라미터 벡터의 線形 結合으로 표시할 수 있다.

$$f_{k1j}(r) = p_j^T(r(k)) \theta_j \quad (5)$$

여기서 $p_j(r) = (p_j^{(1,1, \dots, 1)}(r), \dots, p_j^{(M_j^1, M_j^2, \dots, M_j^m)}(r))^T$ 와 $\theta_j = (\theta_j^{(1,1, \dots, 1)}, \dots, \theta_j^{(M_j^1, M_j^2, \dots, M_j^m)})^T$ 는 $\prod_{i=1}^m M_j^i$ 차원을 갖는 벡터이다. 따라서, 饋還 벡터가 맞게 判定되었다고 假定할 때 매 시간 k 에서 RLS 알고리즘을 이용하여 等化器의 탭 계수 벡터 θ_j 를 更新할 수 있다:

$$\phi_j(k) = p_j(r(k)), \quad (6)$$

$$P_j(k) = \frac{1}{\lambda} \left[P_j(k-1) - \frac{P_j(k-1) \phi_j^T(k) \phi_j^T(k) P_j(k-1)}{\lambda + \phi_j^T(k) P_j(k-1) \phi_j(k)} \right], \quad (7)$$

$$K_j(k) = P_j(k-1) \phi_j(k) [\lambda + \phi_j^T(k) P_j(k-1) \phi_j(k)]^{-1}, \quad (8)$$

$$\theta_j(k) = \theta_j(k-1) + K_j(k)(q(k) - \phi_j^T(k) \theta_j(k-1)), \quad (9)$$

여기서 λ 는 過去 데이터에 대한 가중치 (forgetting factor)로 實數이고 $q(k)$ 는 원하는 複素 信號이다. 식 (6)-(9)를 사용하여 탭 계수를 更新할 때 $P(0) = \delta I$ 로 하고 θ_j 의 초기값은 식 (2)에 의해서 定한다. 여기서 δ 는 양수의 작은 수이고 I 는 $\prod_{i=1}^m M_j^i - by - \prod_{i=1}^m M_j^i$ 차원의 單位 行列이다. 等化器의 出力은 다음과 같이 定義한다[5].

$$\bar{s}(k-d) = \text{sgn}\{f_{k1j}(r(k))\} \quad (10)$$

여기서 d 는 判定 遲延이고, $\text{sgn}(\cdot)$ 는 다음과 같이 定義되는 複素 函數이다.

$$\text{sgn}(f) = \begin{cases} 1+j, & \text{Re}[f] \geq 0 \text{ and } \text{Im}[f] \geq 0 \\ -1+j, & \text{Re}[f] < 0 \text{ and } \text{Im}[f] \geq 0 \\ 1-j, & \text{Re}[f] \geq 0 \text{ and } \text{Im}[f] < 0 \\ -1-j, & \text{Re}[f] < 0 \text{ and } \text{Im}[f] < 0 \end{cases} \quad (11)$$

만일 퍼지 집합이 雜音이 없는 채널 狀態 $\bar{r}(k) = [\bar{r}(k) \dots \bar{r}(k-m+1)]^T$ 에 중심을 둔 멤버십 函數를 사용한다고

하면 饋還이 없는 퍼지 等化器의 퍼지집합은 判定변수를 計算하는데 n_s 개의 채널 狀態를 모두 필요로 한다. 그러나 判定饋還 等化器에서는 判定변수를 計算하는데 n_s/n_f 개의 채널 狀態만이 필요하다. 따라서 饋還 벡터는 等化器가 判定을 하는데 필요한 채널 狀態의 갯수를 줄이는 데 쓰인다는 것은 분명하다.

III. 電算 模擬 實驗

電算 模擬 實驗을 통하여 4-QAM 시스템에 대하여 複素 判定饋還 適應 等化器와 複素 適應 等化器와의 性能을 比較한다. 實驗에 사용한 非線形 特性을 갖는 채널의 出力은 다음과 같다.

$$o(k) = (0.4313 + j0.4311)s(k) + (0.3663 - j1.0996)s(k-1) - (0.5282 - j0.0756)s(k-2) \quad (12)$$

$$r(k) = o(k) + a \times o^2(k) + e(k) \quad (13)$$

여기서 a 는 非線形성을 나타내는 계수이고 $e(k) = e_R(k) + je_I(k)$ 는 백색 정규 雜音으로 $e_R(k)$ 와 $e_I(k)$ 는 각각 평균이 0이고 분산이 $\sigma_R^2 = \sigma_I^2$ 인 성분이다. 식 (12)와 식 (13)로 표현되는 채널에서 $m=2, n=2$ 인 경우에 饋還 狀態의 갯수는 16이다. 이러한 경우 複素 判定饋還 適應 等化器의 퍼지집합의 갯수는 4가지의 饋還 狀態일 때는 $M^j = 16$ 이고, 12가지의 饋還 狀態일 때에는 $M^j = 20$ 이 된다. 한편, 複素 適應 等化器에서 필요한 퍼지집합의 갯수는 $M^i = 64$ 이다. 따라서, RLS 알고리즘을 이용할 때 시간 k 에서 複素 判定饋還 適應 等化器와 複素 適應 等化器에서 計算에 쓰이는 파라미터의 평균 차원은 각각

$$\prod_{i=1}^2 M^i = 4096$$

와

$$\frac{1}{16} \sum_{j=1}^{16} \left(\prod_{i=1}^2 M^i_j \right) = 364$$

이다. 따라서 判定饋還에 의하여 計算량이 減少되는 效果는 약 89%가 된다. 가중치 λ 를 $\lambda = 0.999$, 雜音의 분산을 $\sigma_R^2 = \sigma_I^2 = 0.3$ 으로 할 때, 複素 判定饋還 適應

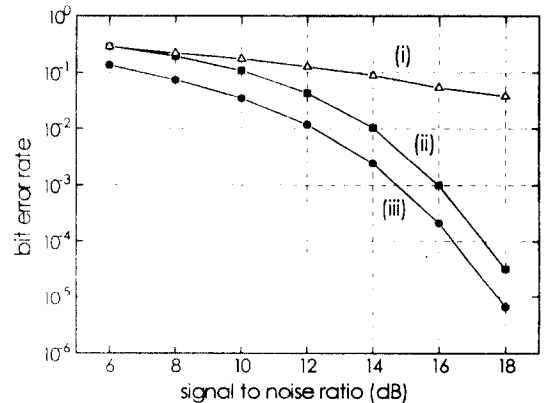


그림 2. 線形 채널에 대한 性能 比較 및 여러 傳播 特性 ($a = 0$)

- (i) 複素 퍼지 適應 等化器
- (ii) 檢出심볼을 사용한 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器
- (iii) 送信심볼을 사용한 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器

Fig. 2 Performance comparison and effects of error propagation for linear channel ($a = 0$)

- (i) CFAE
- (ii) CFADFE with detected symbol
- (iii) CFADFE with corrected symbol

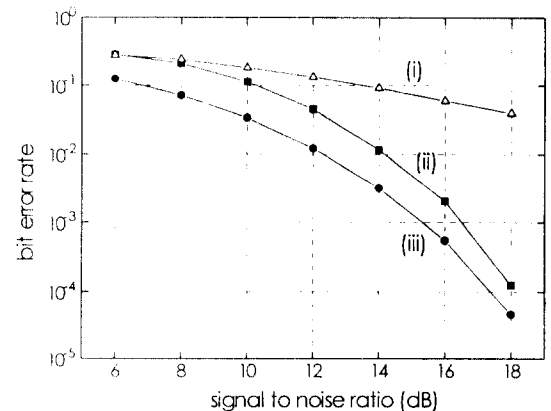


그림 3. 非線形 채널에 대한 性能 比較 및 여러 傳播 特性 ($a = 0.1$)

- (i) 複素 퍼지 適應 等化器
- (ii) 檢出심볼을 사용한 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器
- (iii) 送信심볼을 사용한 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器

Fig. 3 Performance comparison and effects of error propagation for nonlinear channel ($a = 0.1$)

- (i) CFAE
- (ii) CFADFE with detected symbol
- (iii) CFADFE with corrected symbol

等化器와 複素 適應 等化器의 信號 對 雜音比에 따른 비트오율을 比較하였다. 이 때 複素 判定饋還 適應 等化器는 10^4 심볼의 訓練 열을, 複素 適應 等化器는 3×10^4 심볼의 訓練 열을 사용하였으며 信號 對 雜音比에 따라 $10^6 \sim 10^7$ 의 의사 不規則 二進열을 사용하였다. 그림 2와 그림 3은 각각 線形 채널 ($a=0$)과 非線形 채널 ($a=0.1$)에 대해서 等化器의 비트오율을 보인 것으로, 複素 判定饋還 適應 等化器가 複素 適應 等化器보다 性能이 우수함을 알 수 있다. 이 그림에서는 信號 對 雜音比에 따른 비트오율뿐만 아니라 複素 判定饋還 適應 等化器의 잘못된 判定에 의한 에러 傳播 特性도 보이고 있다. 이것은 送信 심볼과 검출한 信號로부터 判定한 심볼을 饋還 심볼로 각각 사용하여 비트오율을 計算한 것이다. 線形채널이나 비線形 채널이나 두 경우 모두 에러 傳播에 의한 性能이 크게 떨어지지 않음을 알 수 있다.

IV. 結 論

이 論文에서는 심볼間 干涉과 덧셈성 雜音이 있는 線形 또는 非線形 複素 채널에 適用할 수 있는 複素 퍼지 判定饋還 適應 等化器(CFADFE)를 提案하였다. 이 等化器는 判定饋還에 의한 채널 狀態에 따라서 等化器 出力 計算에 필요한 퍼지집합의 平均 次元을 줄임으로서 等化器의 出力을 計算하는데 필요한 計算量이 현저히 減少될 뿐만 아니라 信號 對 雜音比에 따른 비트오율 면에서도 複素 適應 等化器(CFAE)에 비해서 우수한 性能을 보임을 알 수 있었다. 또한 線形 채널이나 非線形 채널에서 모두 複素 適應 等化器에 비해서 우수한 性能을 보였다. 잘못된 判定에 의해서 에러가 傳播되는 特性도 살펴보았다. 그 결과 에러 傳播에 대해서 提案된 等化器의 性能이 크게 떨어지지 않음을 알았다.

參 考 文 獻

1. L. X. Wang and J. M. Mendel, "Fuzzy adaptive filters, with application to nonlinear channel equalization," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 1, no. 3, pp. 161-170, August 1993.
2. K. Y. Lee, "Complex RLS fuzzy adaptive filter and

its application to channel equalisation," *Electron. Lett.*, vol. 30, no. 19, pp. 1572-1574, Sept. 1994.

3. K. Y. Lee, "Complex fuzzy adaptive filter with LMS algorithm," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 44, no. 2, pp. 424-427, Feb. 1996.
4. K. Y. Lee, "Fuzzy adaptive decision feedback equaliser," *Electron. Lett.*, vol. 30, no. 10, pp. 749-751, May 1994.
5. S. Chen, S. McLaughlin, B. Mulgrew, and P. Grant, "Adaptive bayesian decision feedback equalizer for dispersive mobile radio channels," *IEEE Trans. commun.*, vol. 43, no. 5, pp. 1937-1946, May 1995.

李 相 研(Sang Yun Lee) 正會員



1961년 2월 11일생

1983년 2월: 韓國航空大學 電子工學科 卒業(工學士)

1985년 2월: 서울大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)

1985년 3월~1987년 3월: 金星電氣(株) 研究員 勤務

1987년 4월~1994년 10월: 엘지情報通信(株) 勤務

1988년 9월~현재: 서울大學校 大學院 電子工學科 博士過程

※主關心分野: 디지털 신호처리, 신경회로망

金 在 範(Jae Bum Kim) 正會員



1966년 7월 29일생

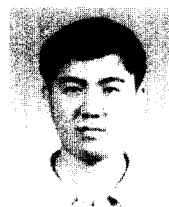
1989년 2월: 서울大學校 電子工學科 卒業(工學士)

1991년 2월: 서울大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)

1991년~현재: 서울大學校 大學院 電子工學科 博士過程

※主關心分野: 디지털 신호처리, 음성신호처리

李 基 鎔(Ki Yong Lee) 正會員



1960년 5월 8일생

1983년 2월: 숭실大學校 電子工學科 卒業(工學士)

1985년 2월: 서울大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學碩士)

1991년 2월: 서울大學校 大學院 電子工學科 卒業(工學
博士)

1991년 9월~현재: 창원大學校 電子工學科 助教授

1994년 9월~1995년 6월: 日本 와세다大學校 招請研究
員 및 韓國科學財團 博士後
過程

1995년 7월~1995년 9월: 영국 에딘버러大學校 博士後
過程

1996년 1월~1996년 3월: 日本學術振興財團 招請 와세
다大學校 短期研究員

※主關心分野: 음성향상 및 디지털 통신을 위한 비선
형 신호처리, 통신이론

李 忠 雄(Choong Woong Lee) 正會員

21권 4호 참조