

# CMA와 豫測 알고리즘을 이용한 判定軌還 適應 自力等化 技法

正會員 徐 潛 錫\*, 李 在 嵩\*, 李 忠 雄\*

## Adaptive Blind Decision Feedback Equalization Using Constant Modulus and Prediction Algorithms

Bo Seok Seo\*, Jae Sul Lee\*, Choong Woong Lee\* *Regular Members*

### 요 약

이 논문에서는 非最小位相(nonminimum phase) 채널을 等化할 수 있는 判定軌還 等化器(decision feedback equalizer)에 대한 自力等化 技法을 제안한다. 등화기는 선형필터와 예측에러 필터(prediction error filter)의 결합으로 이루어지며 각 부분에 대해 서로 다른 알고리즘을 적용한다. 즉 선형필터는 CMA(constant modulus algorithm)를 적용하여 계수를 推定하며, 예측에러 필터는 判定軌還 豫測 알고리즘(decision feedback prediction algorithm)을 적용하여 필터의 계수를 추정한다. 제안한 알고리즘은 判定軌還 等化器의 FFF(feedforward filter)部를 이루는 선형필터가 수렴할 때 항상 작은 誤率을 나타내는 계수로의 수렴을 보장한다. 모의실험을 통해 제안한 자력등화 알고리즘의 유효성을 몇 개의 채널에 대해 예를 들었으며 기존의 자력등화 알고리즘과 성능을 비교하였다.

### Abstract

In this paper, a blind adaptation method for a decision feedback equalizer (DFE) is proposed to deal with nonminimum phase channels. This equalizer is composed of a linear transversal filter and a prediction error filter which are trained separately using constant modulus and decision feedback prediction algorithms, respectively, during the learning time. The proposed algorithm guarantees the DFE to converge to a suboptimal point on the condition that a linear transversal filter, which is a part of feedforward filter of the DFE, converges. Through simulations, the effectiveness of the proposed scheme is illustrated and the performance is compared with conventional blind equalization algorithms.

\*서울대학교 전자공학과  
Dept. of Electronics Engineering, Seoul National Univ.  
論文番號: 95430-1215  
接受日字: 1995年 12月 15日

### I. 서 론

帶域 制限된 디지털 통신 시스템의 수신기에서 채

널 및 소자의 非理想性(진폭 및 위상왜곡)에 의해 발생하는 심볼간 간섭(intersymbol interference, ISI)을 제거하는 필터를 등화器라 한다. 등화기는 수신측이 미리 알고있는 訓練列(training sequence)을 송신측에서 전송하고 이를 이용하여 계수를 추정하는 非自力等化器와, 훈련열없이 수신된 일반 신호열만을 이용하여 필터의 계수를 推定하는 自力等化器로 분류할 수 있다. 이 중 自力等化器는 훈련열이 필요없다는 장점으로 인해 최근 무선통신, HDTV 시스템 등에 이를 적용하고자 하는 연구가 활발히 진행되고 있다. 또한 多重點 通信網(multipoint communication network)과 같이 부득이 自력등화기를 사용해야 하는 경우도 있다[1], [2].

지금까지 제안된 自力等化 알고리즘 중에서 Bussgang 계열 알고리즘은 기존의 非自力等化 알고리즘이 MSE(mean squared error) 기준을 적용한 費用函數를 이용하는 것과는 달리 등화기 출력의 確率分布가 송신열의 확률분포와 일치할 때 최소가 되는 nonconvex의 비용함수를 이용한다. 또 確率傾斜度法(stochastic gradient method)을 적용하여 정의된 비용함수를 최소화함으로써 등화기의 係數를 추정한다. Bussgang 계열 알고리즘은 Sato[3]가 최초로 제안하여 PAM(pulse amplitude modulation) 신호에 적용하였으며, 이 후 QAM(quadrature amplitude modulation) 및 PSK(phase shift keying) 등의 複素信號에 적용할 수 있는 CMA(constant modulus algorithm)[2]를 비롯하여 Stop-and-Go 알고리즘[4] 등 많은 自力等化 알고리즘이 제안되었다[5]-[7]. 이러한 알고리즘은 수렴 속도가 非自力等化 알고리즘의 약 10배 이상 늦지만 필터 계수를 추정하기 위해 LMS(least mean square) 알고리즘을 適用하기 때문에 하드웨어 구성이 간단하여 高速 傳送을 要하는 전송 시스템에 적당하다. 이 중에서 일반적으로 많이 사용하는 CMA는 線形等化器의 탭 수가 채널의 次數에 비해 충분히 크고 계수를 적절히 初期化했을 경우 完全等化되는 점(zero ISI point)으로 收斂하는 것으로 알려져 있다[2]. 그러나 非線形인 判定軌還 等化器(decision feedback equalizer, DFE) 구조에서는 아직 그 수렴성이 완전히 증명되어 있지 않다[8].

DFE는 선형등화기에 비해 채널의 罅(zero)이 單位圓(unit circle)에 가까운 경우에도 등화가 가능하고

잡음의 增幅이 없는 장점이 있기 때문에 훈련열을 이용하는 非自力等化器에서 주로 사용한다[9]. 그러나 DFE는 判定器(slicer)에 의한 非線形성과 잘못 판정된 값이 FBF(feedback filter)에 입력될 때 발생하는 誤謬傳播(error propagation) 현상 때문에 自력등화의 경우 그 수렴성을 증명하기가 상당히 어렵다. 다만 채널이 最小位相(minimum phase)인 경우는 판정기와 FBF 만으로 이루어진 판정제한 필터에 예측 알고리즘을 적용함으로써 自력등화가 가능함이 알려져 있다[10]. 그러나 非最小位相(nonminimum phase) 채널인 경우 예측 알고리즘은 채널의 위상정보를 포함하지 않는 신호열의 自己相關函數에 기초를 두고 있으므로 채널을 등화할 수 없다.

이 논문에서는 CMA와 예측 알고리즘을 적용하여 非最小位相 채널을 등화할 수 있는 判定軌還 自力等化 알고리즘(CMPA-DFE, constant modulus and prediction algorithms for DFE)을 제시한다. CMPA-DFE에서 등화기는 선형필터와 연속되는 예측에러 필터(prediction error filter)로 구성되며 각각 CMA와 예측 알고리즘을 적용하여 필터의 계수를 추정한다. 먼저 2장에서는 채널과 등화기의 모델 및 제안한 CMPA-DFE의 구조에 대해 설명하며, 3장에서는 自력등화 기간 동안과 안정상태에서의 등화 알고리즘(CMPA-DFE)에 대해 설명한다. 4장에서는 CMPA-DFE의 특성에 대해 기술하고, 5장에서는 몇 개의 채널에 대해 CMPA-DFE의 유효성을 예를 들며, 마지막으로 6장에서는 결론에 대해 기술한다.

## II. 시스템 모델 및 CMPA-DFE 구조

ISI 및 부가성 백색 가우스잡음(additive white Gaussian noise, AWGN)이 존재하는 채널을 통과한 帶域 通過 신호를 基底帶域으로 복조한 후 심볼전송률로 표본화했을 때, FIR(finite impulse response) 형태의 線形等化器(linear transversal equalizer, LTE)를 포함하는 기저대역 등가 디지털 시스템의 구획도를 그림 1에 나타내었다. 복조시에 반송파의 위상오차가 없고 심볼 표본화 순간이 정확히 일치했을 때, 標本化한 후의 수신 신호열  $x(n)$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x(n) = \sum_{k=-L_1}^{L_2} h_k a(n-k) + \eta(n) \quad (1)$$

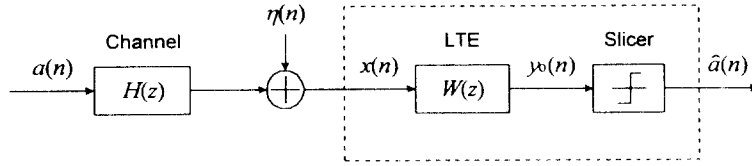


그림 1. 채널 및 동화기를 포함하는 기저대역 통신 시스템의 구조도.  
Fig. 1. Block diagram of a baseband communication system.

$\{h_k\}$ 는 복소채널의 임펄스응답으로 시간에 따라 천천히 변하는 時變 FIR 채널이라 가정한다. 送信列  $a(n)$ 은 일반적으로 複素信號列로서 스펙트럼 분포가 白色(white)이며 독립적이고 동일한 분포(independent and identically distributed, IID)를 갖도록 발생한다. 또 평균이 0이고 對稱이면서 均等한(uniform) 확률분포를 갖는 것으로 가정할 수 있다. 잡음  $\eta(n)$ 은 평균이 0이고 송신열  $a(n)$ 과는 확률적으로 독립인 AWGN이라 가정한다.

채널은 일반적으로 非最小位相이므로 다음과 같이 최소위상 성분과 최대위상 성분으로 분해할 수 있다 [11].

$$H(z) = \sum_{k=-L_1}^{L_2} h_k z^{-k} = H_0 H_{min}(z) H_{max}(z). \quad (2)$$

위 식에서  $H_0$ 는 채널의 이득(또는 감쇠)을 나타내는 상수이며,  $H_{min}(z)$ 와  $H_{max}(z)$ 는 각각 FIR 채널의 최소

위상 성분과 최대위상 성분을 나타내는 monic 다항식으로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$H_{min}(z) = \prod_k [(1 - a_k z^{-1}), |a_k| < 1, \quad (3)$$

$$H_{max}(z) = \prod_k (1 - b_k z), |b_k| < 1. \quad (4)$$

等化器의 목적은 受信列  $x(n)$ 으로부터 일정한 遲延時間과 位相差를 허용하면서 送信列  $a(n)$ 을 복구하는 것으로, 지연시간은 선형동화기인 경우 기준샘의 위치에 의해 결정되며 위상차는 반송파의 위상을 정확히 일치시켰다고 가정할 때 무시할 수 있다.

DFE는 판정한 결과가 옳다고 할 때 그림 2와 같이 선형동화기와 연속하는 예측에러 필터로 구성할 수 있으며, 예측에러 필터는 다시 雜音 白色化 필터(noise whitening filter)와 판정계환 예측기(decision feedback predictor)로 구성된다[9]. 그림 2에서 선형동화기의

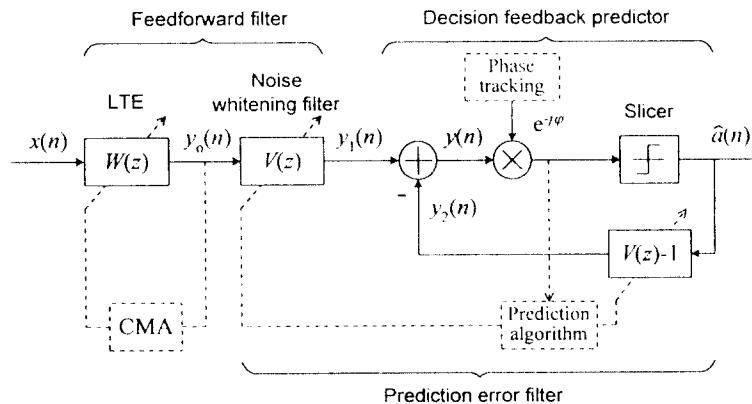


그림 2. 제안한 판정계환 동화기의 구조.  
Fig. 2. The structure of the proposed decision feedback equalizer.

출력  $y_0(n)$ , 잡음 백색화 필터의 출력  $y_1(n)$  및 FBF의 출력  $y_2(n)$ 은 각각 다음과 같이 표시된다.

$$y_0(n) = \sum_{k=-M_1}^{M_2} w_k x(n-k), \quad (5)$$

$$y_1(n) = \sum_{k=0}^N v_k y_0(n-k) = \sum_{k=0}^N \sum_{j=-M_1}^{M_2} v_k w_j x(n-j-k), \quad (6)$$

$$y_2(n) = \sum_{k=0}^N v_k \hat{a}(n-k). \quad (7)$$

따라서 전체 등화기의 출력  $y(n)$ 은

$$\begin{aligned} y(n) &= y_1(n) - y_2(n) \\ &= \sum_{k=0}^N \sum_{j=-M_1}^{M_2} v_k w_j x(n-j-k) - \sum_{k=1}^N v_k \hat{a}(n-k). \end{aligned} \quad (8)$$

$\hat{a}(n)$ 은 등화기의 출력  $y(n)$ 을 판정한 결과이다.

ZF(zero-forcing) 기준으로 동작하는 선형등화기가 완전히 수렴했을 때 그 출력  $y_0(n)$ 은 希望 信號列 (desired sequence)과 有色雜音 (colored noise)을 포함하며 ISI는 존재하지 않는다. 이 때 선형등화기는 逆 채널 (inverse channel) 필터가 된다. 즉

$$W(z) = \frac{1}{H(z)}. \quad (9)$$

다음에 연결되는 예측에러 필터의 역할은 잡음의 相關性을 제거하는 것으로, 最適判定을 위해서는 판정기 입력에 포함된 잡음이 白色이 되어야 하기 때문이다. 이 경우 예측기(또는 잡음 백색화 필터)는 최소위상으로 다음과 같은 monic 다항식이 된다[11].

$$V(z) = H_{\min}(z) H_{\max}^*(1/z^*). \quad (10)$$

여기서  $H_{\max}^*(1/z^*) = \prod_k (1 - b_k^* z^{-1})$ 로서 최소위상 다항식이다.

그림 2에서 희망신호열의 분포는 선형등화기 다음에 연결된 예측에러 필터에 의해 변하지 않으며 판정기의 입력과 선형등화기의 출력에서 동일하게 유지된다.

### Ⅲ. 제안한 판정궤환 적응 자력등화 알고리즘 (CMPA-DFE)

#### 1. 예측알고리즘의 타당성

문제는 그림 2에서 예측에러 필터를 이루는 예측기와 잡음백색화 필터  $V(z)$ 의 계수를 自力으로 추정하는 방법이다. 예측에러 필터의 목적은 입력잡음을 백색화시키는 것이다. 그런데 판정궤환 예측기의 입력  $y_1(n)$ 이 最小位相이면 예측기에 판정궤환 예측 알고리즘(decision feedback prediction algorithm)을 적용하여 백색화된 출력을 얻을 수 있음이 알려져 있다 [10]. 반면에 판정궤환 예측기의 입력이 非最小位相이면 예측기는 비최소위상과 동일한 스펙트럼을 갖는 최소위상에 해당하는 根으로 수렴한다[12]. 즉 판정궤환 예측기 입력의 최소위상 여부에 관계없이  $V(z)$ 는 항상 최소위상이 된다. 한편 선형등화기가 수렴했을 때 출력  $y_0(n)$ 은 ISI가 거의 대부분 제거된 신호열이므로 비최소위상 성분은 있다 하더라도 상당히 적은 양이 존재한다. 따라서 최소위상 필터  $V(z)$ 를 통과한 신호열  $y_1(n)$  또한 근사적으로 최소위상이라고 할 수 있다. 결과적으로 FBF의 계수를 구하기 위해 판정궤환 예측 알고리즘을 적용할 수 있다.

#### 2. 필터 계수 추정

제안한 CMPA-DFE에서 서로 다른 역할을 하는 선형필터와 FBF의 계수는 각각 다른 두 알고리즘을 적용하여 추정해 나간다. 즉 선형필터에는 CMA를 적용하여 수신 신호열에 포함된 비최소위상 성분을 제거하며, 동시에 예측필터에는 판정궤환 예측 알고리즘을 적용하여 선형등화기의 출력에 포함된 잡음을 백색화한다.

$y(n)$ 과  $\hat{a}(n)$ 을 각각  $n$  번째 갱신순간 판정기의 입력과 출력이라고 할 때 (일단 반송파의 위상오차는 없다고 가정한다), 선형등화기  $W(z)$ 와 FBF  $V'(z) (= V(z) - 1)$ 의 계수는 각각 다음과 같이 反復的으로 추정한다[2], [10].

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu_f (R - |y_0(n)|^2) y_0(n) \mathbf{X}^*(n), \quad (11)$$

$$\mathbf{v}'(n+1) = \mathbf{v}'(n) + \mu_b y(n) \hat{\mathbf{A}}^*(n), \quad \mathbf{v}'(0) = 0, \quad (12)$$

여기서  $R$ 은  $E[|a(n)|^4]/E[|a(n)|^2]$ 로서 송신열의 確率分布에 의해서 결정되는 常數이다.  $\mu_f$ 와  $\mu_b$ 는 係數 更新率(step size)이며, \*는 공액복소수를 나타낸다.  $\mathbf{w}(n)$ 과  $\mathbf{v}'(n)$ 은 각각  $(M_1 + M_2 + 1)$ 차 선형등화기

와 N차 FBF의 계수벡터이고,  $X(n)$ 과  $\hat{A}(n)$ 은 각 필터의 입력벡터이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{w}(n) = [w_{-M_1}(n), \dots, w_0(n), \dots, w_{M_2}(n)]^T, \quad (13)$$

$$X(n) = [x(n + M_1), \dots, x(n), \dots, x(n - M_2)]^T, \quad (14)$$

$$\mathbf{v}'(n) = [v_1(n), v_2(n), \dots, v_N(n), \dots, v_N(n)]^T, \quad (15)$$

$$\hat{A}(n) = [\hat{a}(n-1), \hat{a}(n-2), \dots, \hat{a}(n-N)]^T. \quad (16)$$

### 3. FBF의 계수 갱신률

CMPA-DFE가 수렴하기 위해서는 선형동화기가 어느 정도 수렴한 후 다음에 연결된 예측에러 필터가 동작을 시작해야 한다. 이것은 현실적으로 선형동화기의 등화정도에 따라 FBF의 계수 갱신률을 적응적으로 변화시킴으로써 가능하다. 선형동화기 출력의 kurtosis는 다음과 같이 정의되며, 등화정도를 나타내는 기준으로 사용할 수 있다[13].

$$K(y_0) = \frac{E[|y_0|^4]}{E^2[|y_0|^2]}. \quad (17)$$

송신신호열이 PAM이나 QAM 신호같이 sub-Gaussian인 경우 등화가 진행됨에 따라 kurtosis는 점차 감소한다. 따라서 계수 갱신률을 적응시키기 위해 다음과 같은 예의 식을 이용할 수 있다.

$$\mu_b'(n) = \mu_b \frac{1}{\exp\{a(\hat{K}_n - c)\} + 1}. \quad (18)$$

여기서  $a$ 와  $c$ 는 양의 상수이고, kurtosis의 추정치  $\hat{K}_n$ 는 다음과 같이 가중평균에 의해 근사적으로 구한다.

$$\hat{K}_n = \frac{\langle |y_0|^4 \rangle_n}{\langle |y_0|^2 \rangle_n^2}, \quad (19)$$

$$\langle |y_0|^4 \rangle_n = (1 - \delta_1) \langle |y_0|^4 \rangle_{n-1} + \delta_1 |y_0(n)|^4, \quad (20)$$

$$\langle |y_0|^2 \rangle_n = (1 - \delta_2) \langle |y_0|^2 \rangle_{n-1} + \delta_2 |y_0(n)|^2. \quad (21)$$

$\delta_1$ 과  $\delta_2$ 는  $E[|y_0(n)|^4]$ 와  $E[|y_0(n)|^2]$ 의 추정치를 구하기 위한 가중치(weighting factor)이다.

### 4. 위상보정(phase tracking)

선형필터에 적용하는 CMA의 비용함수는 위상에 관한 정보를 포함하고 있지 않다. 따라서 반송파의

위상오차에 관계없이 등화가 가능하며 이 경우 등화기 출력의 위상오차를 제거하기 위한 位相補正이 필요하다. 또 반송파의 위상이 정확히 일치했다고 해도 등화 과정에서 신호열의 星狀圖(constellation)가 회전하는 현상이 발생한다. 위상오차는 추정된 위상오차만큼 판정기의 입력(등화기 출력)신호를 반대로 회전시켜 줌으로써 제거할 수 있다(그림 2 참조). 위상의 보정은 판정기존(decision-directed, DD) 모드로 동작하며 다음과 같이 갱신한다[2].

$$\varphi(n+1) = \varphi(n) + \mu_\varphi \text{Im} [\hat{a}^*(n) y(n) e^{-j\varphi}]. \quad (22)$$

$\mu_\varphi$ 는 위상보정 갱신률을 나타낸다.

### 5. 안정상태에서의 DD(decision-directed) 모드

자력동화 알고리즘은 등화기의 출력이 충분히 작은 에러를 나타낼 때까지(즉 등화기 출력의 eye pattern에서 눈이 열리기까지) 등화기의 계수를 추정하기 위해 적용하는 過渡期의인 알고리즘이다. 보통 채널은 시간에 따라 천천히 변하므로 일단 등화기의 계수를 추정한 후에도 채널 특성의 변화에 따라가기 위한 係數更新을 계속한다. 즉 안정상태에서 등화기의 출력은 에러가 거의 없으므로 판정한 값을 希望信號列로 보고 판정하기 전 값과의 차를 오차로 추정한다. 이 오차에 따라 계속적으로 필터의 계수를 갱신해 나가는 DD 모드로 동작한다. 제한한 CMPA-DFE에서 는 두 가지 방법의 DD 모드를 생각할 수 있다.

먼저 선형필터와 예측에러 필터를 獨立的인 두 개의 필터로 보고 각각을 DD 모드로 동작시키는 방법이 있다(DD1 방법이라고 하자). 이 경우 두 필터  $W(z)$ 와  $V'(z)$ 의 係數更新式은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu_{f1} \{\hat{y}_0(n) - y_0(n)\} X^*(n), \quad (23)$$

$$\mathbf{v}'(n+1) = \mathbf{v}'(n) + \mu_{b1} \{\hat{a}(n) - y(n)\} \{Y_0'(n) - \hat{A}^*(n)\}. \quad (24)$$

위 식에서  $\hat{y}_0(n)$ 은 선형필터의 출력  $y_0(n)$ 을 判定한 값이고,  $\mu_{f1}$ 과  $\mu_{b1}$ 은 DD1 모드에서의 계수 갱신률을 나타낸다. 또  $Y_0'(n) = [y_0(n-1), \dots, y_0(n-N)]^T$ 로서 잡음 백색화 필터의 입력벡터를 나타낸다. DD 모드에서 필터계수의 갱신은 MSE 기준에 기초를 두고 있으므로 이 방법은 선형필터와 예측에러 필터 각각을

MSE 基準으로 동작시키는 것이다.

다음은 선형필터와 잡음 백색화 필터를 결합한 FFF를 하나의 필터로 보고 FBF와 동시에 DD 모드로 동작시키는 방법이 있다(DD2 방법이라고 하자). 이 때 두 필터  $W(z)$ 와  $V(z)$ 의 계수를 convolution한 결과인 FFF를  $F(z)$ 라 하면,  $n$ 번째 갱신 순간에 FFF와 FBF의 계수는 다음과 같이 갱신된다.

$$\mathbf{f}(n+1) = \mathbf{f}(n) + \mu_{f2} \{ \hat{a}(n) - y(n) \} X_2^*(n), \quad (25)$$

$$\mathbf{v}'(n+1) = \mathbf{v}'(n) - \mu_{b2} \{ \hat{a}(n) - y(n) \} \hat{A}^*(n). \quad (26)$$

위 식에서  $\mu_{f2}$ 와  $\mu_{b2}$ 는 DD2 모드에서의 계수 갱신률이다. 또

$$\mathbf{f}(n) = [f_{-M_1}(n), \dots, f_0(n), \dots, f_{M_2+N}(n)]^T, \quad (27)$$

$$X_2(n) = [x(n+M_1), \dots, x(0), \dots, x(n-M_2-N)]^T \quad (28)$$

이며,  $F(z)$ 의 각 계수는

$$f_k(n) = \sum_i w_i(n) v_{k-i}(n), \quad -M_1 \leq k \leq M_2 + M, \quad v_0(n) = 1 \quad (29)$$

로 나타낼 수 있다. 이 방법은 DFE 전체를 MSE 기준으로 동작시키는 것으로 기존의 非自力 DFE를 DD 모드에서 동작시키는 방법과 동일하다.

위에 설명한 두 방법은 각 필터를 모두 MSE 기준으로 동작시키는 것으로, 자력동화 모드에서 DD 모드로 전환할 때 FBF의 계수가 全域 收斂值 부근에 있었다면 理論的인 오울특성은 동일하다[9].

#### IV. CMPA-DFE의 특성

##### 1. 수렴성

CMPA-DFE에서 예측에러 필터는 앞단의 선형동화기가 수렴할 때 판정회환 예측 알고리즘에 의해 항상 희망하는 근으로 수렴한다. 따라서 CMPA-DFE의 수렴성은 선형필터에 적용하는 알고리즘에 의해 좌우된다. 그런데 CMA를 적용한 선형동화기는 실현 가능한 조건에서 ZF 기준의 근으로 수렴하는 것이 알려져 있으므로[2], CMPA-DFE는 항상 수렴을 보장

한다.

한편, CMPA-DFE에 의해 구한 DFE는 최적에는 이르지 못한다. 왜냐하면 예측에러 필터는 앞단의 선형동화기에 대해서는 최적이 되도록 결정되는 반면 선형동화기는 MSE 기준에서 最適의 근에 이르지 못하기 때문이다. 따라서 DD 모드로 전환한 후 MSE 기준으로 동작시켜도 局部最小值가 여러개 존재하는 DFE의 특성상 자력동화 과정에서 수렴한 계수벡터 주변의 국부최소치로 수렴하게 된다. 그러나 이 국부최소치는 선형동화기의 출력에 포함된 잡음을 白色化한 결과이기 때문에 선형동화기보다는 월등히 우수한 誤率性能을 나타낸다.

##### 2. 수렴후의 잔류오차

동화기의 입력에서 가우스잡음의 전력을  $\sigma_n^2$  이라 할 때, CMPA-DFE는 ZF 기준에서 동작하므로 동화기 출력의 평균자승오차  $MSE(n) = E[|y(n) - a(n)|^2]$ 의 최소한계치(lower bound)는 (9)와 (10) 식으로 부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$MSE_{ZF-DFE} = \frac{\sigma_n^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |W(e^{jw})|^2 |V(e^{jw})|^2 dw \\ = \frac{\sigma_n^2}{|H_o|^2}. \quad (30)$$

반면에 ZF 기준의 선형동화기 출력의 평균자승오차는

$$MSE_{ZF-LE} = \frac{\sigma_n^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |W(e^{jw})|^2 dw \\ = \frac{\sigma_n^2}{|H_o|^2} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{|H_{\min}(e^{jw})|^2 |H_{\max}(e^{jw})|^2} dw \right] \quad (31)$$

이 되며 두 번째 식의 대괄호 내의 값은 항상  $\geq 1$  이다. 따라서 MSE 기준 DFE의 최소 평균자승오차를  $MSE_{MSE-DFE}$ 라고 하면  $MSE_{MSE-DFE} \leq MSE_{ZF-DFE} \leq MSE_{ZF-LE}$ 의 관계가 있다[9].

##### 3. 이득제어(gain control)

판정기 입력신호의 전력을 정해진 희망 신호열의 전력과 동일하게 유지하기 위해서는 等化하는 동안 이득 또한 자력으로 제어해야 한다. 그런데 선형필터에 적용하는 CMA에서 모듈러스  $R$ 은 송신열의 통계적 특성에 의해 결정되며,  $R$ 의 크기는 단순히 동화기

의 증폭률(이득)을 결정한다[2]. 즉  $R$ 이 결정되면 선형필터 출력의 평균전력이 결정된다. 따라서 선형필터 다음에 연결되는 예측에러 필터의 이득은 1이므로 이득을 특별히 따로 제어할 필요가 없다.

#### 4. 복잡도 및 계산량

기존의 DFE의 FFF가 단일한 선형 횡단선 필터인 반면 제안한 DFE는 앞 절에서 설명한 DD 모드와 동작 방법에 따라 두 가지의 구조가 가능하다.

먼저 DFE의 FFF를 구성하기 위해 두 개의 선형 횡단선 필터를 직렬로 연결하는 방법(DD1 모드)의 경우 기존의 DFE 구조에 선형필터를 하나 더 추가해야 한다. 반면에 DFE 전체를 DD 모드로 동작시키는 DD2 방법에서는 기존의 DFE와 동일한 구조이다. 그러나 後者의 경우 自力等化 期間 동안 FFF를 선형필터와 잡음 백색화 필터로 분리하여 갱신한 후 (29)식에 따라 FFF의 계수를 계산해야 하므로 두 필터의 계수를 convolution하는 연산이 필요하고, 또 필터계수 벡터와 입력벡터를 임시로 저장하기 위한 메모리가 필요하다. 따라서 전자의 방법이 후자의 방법보다 고속전송 시스템에 적합하며 이 경우 하드웨어의 복잡도 및 계산량은 기존의 非自力 DFE에 비해 약간 증가한다.

### V. 모의실험 결과

제안 알고리즘의 성능을 평가하기 위해 컴퓨터 모의실험에서 Monte-Carlo 방법을 사용하였다. 채널은 非最小位相인 FIR 복소채널로서 峯의 위치와 임펄스 응답이 다음과 같은 3개의 채널에 대해 실험하였다 (채널 2와 3은 각각 [11], [14]에서 인용하였으며 반송파 위상오차는 무시하였다).

$$\begin{aligned} \text{채널 1: 영: } & -2.2325 + j1.1680, -0.5553 - j0.3627, \\ & 0.3560 - j0.5733, 0.6383 + j0.5671, 0.1755 + j0.3765 \\ \text{H} = & [0.4045 + j0.2939, 1, -0.5543 - j0.2296, \\ & 0.3536 - j0.3536, 0.2121 + j0.2121, -j0.2] \\ \text{채널 2: 영: } & 1.4161 + j0.3042, 1.4866 - j2.7750, -0.2 \\ \text{H} = & [0.1763 + j0.2056, -0.9491 + j0.1524, 1, \\ & 0.2393 - j0.0077] \\ \text{채널 3: 영: } & -0.2948 - j1.4796, -1.0276 + j0.1631, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0.4402 + j0.8115, 0.3341 - j0.5046 \\ \text{H} = & [0.4152 - j0.7648, 1, 0.2731 - j0.3278, \\ & -0.0984 - j0.7485, 0.7430 + j0.1748] \end{aligned}$$

채널 1은 최소위상 성분이 주를 이루는 채널이고, 채널 2는 최대위상 성분이 주가 되며 채널 3은 최대 및 최소 위상성분이 모두 뚜렷한 상당히 골이 깊은 채널이다. 그림 3에 각 채널의 임펄스 응답 및 주파수 특성을 나타냈다.

전체 DFE를 이루는 선형필터와 예측기의 차수( $M_1 + M_2 + 1, M$ )은 채널 1, 2 및 3에 대해 각각 (23, 20), (23, 10), (33, 15)이며, 선형필터는 중앙에 기준타이 위치한다. 제안 알고리즘을 적용한 DFE (CMPA-DFE)는 Bussgang 계열의 Stop-and-Go 알고리즘[4]을 적용한 같은 구조의 DFE (SGA-DFE) 및 CMA를 적용하고 전체 차수가 동일한 선형동화기 (CMA-LTE)와 그 성능을 비교하였으며, 안정상태에서의 誤率性能은 혼련열에 의해 혼련된 DFE와도 비교하였다.

전송열은  $M^2$ -QAM 신호로서 복소신호열  $a(n) = a_R(n) + ja_I(n)$ 이며,  $a_R(n)$ 과  $a_I(n)$  각각은  $a_R(n), a_I(n) \in \{-M+1, -M+3, \dots, M-1\}$ 으로 서로 독립인 두  $M$ -PAM 신호열을 이용하였다. 각 심볼은 백색 스펙트럼을 갖고 IID이며 동일한 확률로 발생한다. 복소잡음  $\eta(n)$ 은 AWGN으로 송신열  $a(n)$ 과는 무관하게 발생한다.

성능 비교를 위해서 갱신 횟수에 따른 MSE와 심볼 오류율(symbol error rate, SER)의 수렴특성 및 수렴 후의 심볼오율을 기준으로 삼았다. MSE는 관성기의 입력과 희망 신호열과의 차를 제곱하여 100번의 독립적인 모의실험 결과를 평균하였으며, SER은 폭이 500 심볼인 移動窓(sliding window) 내에서 구한 誤率에 대해 20회의 실험 결과를 평균하였다.

그림 4, 5, 6에 채널 1, 2, 3에서의 4-QAM과 16-QAM 신호열에 대한 동화기의 MSE와 SER 수렴 특성을 보였다. 또 (30)식에서 구한 CMPA-DFE에 대한 제곱평균오차의 최소한계치도 같이 나타내었다. SNR은 채널 1과 2에서 4-QAM 신호열인 경우 16dB 이고 16-QAM 신호열인 경우 25dB이며, 채널 3에서는 각각 20dB, 32dB이다. 동화기의 계수 갱신률은 실험적으로 수렴 가능한 내에서 큰 값을 선택하였다. 각 알고리즘의 계수 갱신률 및 다른 파라미터의 값을

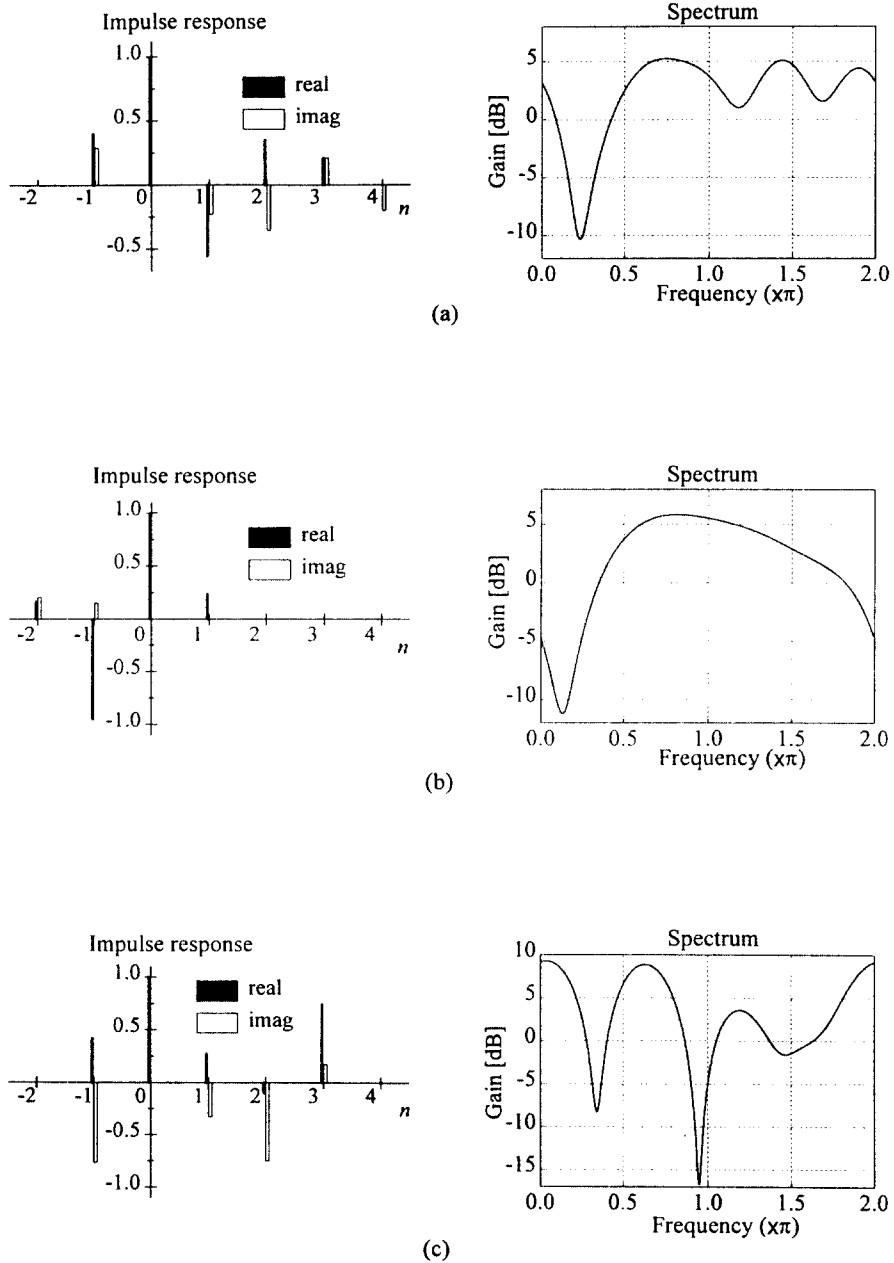


그림 3. 모의실험에 사용한 채널의 임펄스 및 주파수 특성,  
(a) 채널 1, (b) 채널 2, (c) 채널 3.

Fig. 3. Time and frequency characteristics of channel examples, (a)channel 1, (b)channel 2, (c) channel 3.

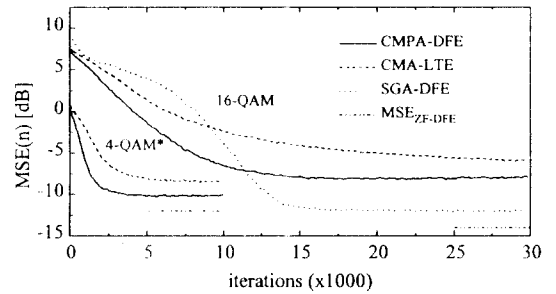


표 1. 모의실험에서 사용한 파라미터의 값  
Table 1. Parameter values used in simulation.

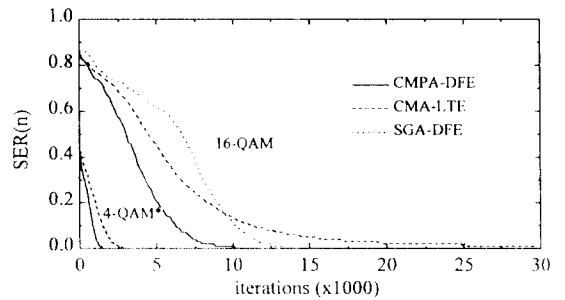
		채널 1		채널 2		채널 3	
		4-QAM	16-QAM	4-QAM	16-QAM	4-QAM	16-QAM
CMA-DFE	$\mu_r$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$3.8 \cdot 10^{-6}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$7.6 \cdot 10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$2.7 \cdot 10^{-6}$
	$\mu_b$	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-5}$	$5.0 \cdot 10^{-5}$	$7.0 \cdot 10^{-6}$
CMA-LTE	$\mu$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$3.8 \cdot 10^{-6}$	$10 \cdot 10^{-3}$	$7.6 \cdot 10^{-6}$	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$3.8 \cdot 10^{-6}$
SGA-DFE	$\alpha$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$3.0 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{-4}$
	$\delta$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{-4}$
	$\beta$	1.0	2.5	1.0	2.5	1.0	2.5

표 1에 나타내었으며, SGA-DFE에 대한  $\alpha$ ,  $\delta$  및  $\beta$ 는 [4]에서 정의한 것과 동일한 것을 의미한다. 그 외의 파라미터는 4-QAM인 경우  $\mu_\varphi = 0.0005$ ,  $a = 20$ ,  $c = 2.0$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = 0.005$ , 16-QAM인 경우  $\mu_\varphi = 0.0001$ ,  $a = 15$ ,  $c = 1.7$ ,  $\delta_1 = \delta_2 = 0.002$  이다. 그림에서 \* 표시는 SGA-DFE가 올바르게 수렴하지 않은 경우를 나타낸다. SGA-DFE는 수렴하는 경우 다른 알고리즘에 비해 잔류오차가 상당히 작지만 수렴하지 않는 채널이 존재한다. 그러나 CMA-DFE의 경우 3개의 채널 모두 경우에 대해 잘 수렴하며, SER 관점에서는 가장 먼저 0에 다가간다. 또 CMA-LTE 보다는 훨씬 작은 잔류오차를 보인다. 이것은 CMA-DFE의 수렴특성이 최대. 최소 위상 성분의 정도와 변조 레벨의 수에 관계 없이 선형동화기보다 우수함을 나타낸다. 그림에서 동화기출력의 잔류오차는 최소한계치와 큰 차이를 보인다. 이것은 잔류오차가 잡음에 의한 오차외에 필터계수의 추정오차와 필터계수의 변동에 따른 오차를 포함하기 때문이다.

그림 7은 채널 2에 대해 동화기가 안정한 상태에 도달했을 때 선형동화기와 판정제한 동화기의 FFF의 주파수 응답을 나타낸 것이다. LMS-DFE는 LMS 알고리즘을 적용하여 DFE를 훈련한 것을 가리킨다. 그림에서 DFE의 FFF의 특성이 채널의 역을 추정하는 선형동화기에 비해 全通過 필터에 좀 더 접근하고 있음을 볼 수 있다. 특히 채널특성이 깊은 골을 나타내는 주파수 부근에서 그 차이가 뚜렷한데 선형동화기의 경우 이 부분에서 雜音增幅이 일어난다. CMA-DFE를 적용한 DFE의 FFF 특성은 訓練列에 의해 훈련된 DFE의 그것과 상당히 비슷함을 볼 수 있다.



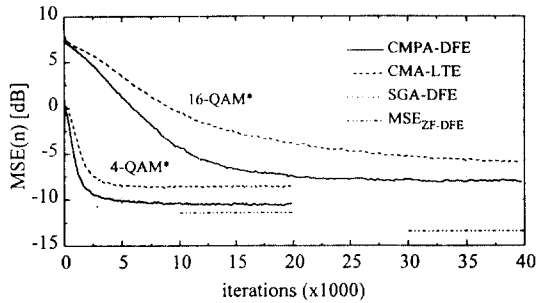
(a)



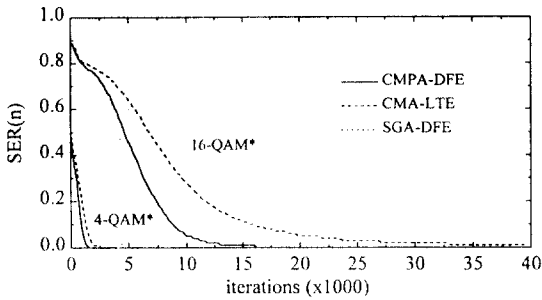
(b)

그림 4. 채널 1에 대한 MSE 및 SER의 수렴곡선: (a) MSE. (b) SER.

Fig. 4. Convergences of MSE and SER with example channel 1: (a) MSE. (b) SER.



(a)

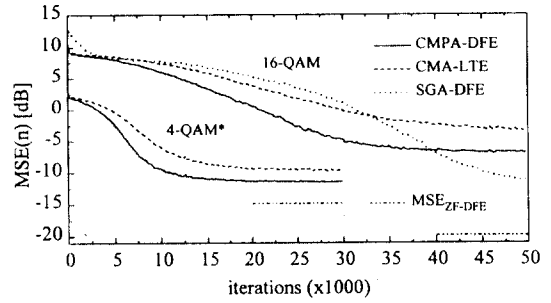


(b)

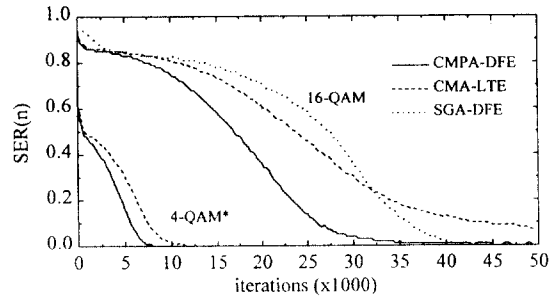
그림 5. 채널 2에 대한 MSE 및 SER의 수렴곡선: (a) MSE. (b) SER.

Fig. 5. Convergences of MSE and SER with example channel 2: (a) MSE. (b) SER.

그림 8은 채널 2에서 16-QAM 신호에 대한 安定狀態에서의 오율성능을 SNR에 따라 나타낸 것이다. 이 경우 계수 갱신률은 자력등화 기간에 비해 모두 같은 비율(=1/10)로 감소시켰다. 예상대로 잡음증폭이 없는 DFE의 誤率性能은 선형등화기에 비해 월등히 우수하다. 또 이론적으로 동일한 성능을 나타내는 DFE DD1과 DFE\_DD2는 실험 결과도 상당히 비슷한 오율특성을 나타낸다. 이 결과는 무한 탭일 경우 성립하는 이론적인 특성이 필터의 탭 수가 유한한 경우에도 근사적으로 유효함을 보여준다. 두 곡선과 훈련열을 이용한 DFE 곡선과의 차이는 自力等化 期間동안 CMA를 적용한 선형필터가 最適의 필터계수로 수렴하지 못했기 때문이다. 그 결과 安定狀態에 도달한後 DD 모드로 전환하여 MSE 기준으로 동작해도 수렴치 부근의 국부최소치로 수렴한다. 그러나 그 영향



(a)



(b)

그림 6. 채널 3에 대한 MSE 및 SER의 수렴곡선: (a) MSE. (b) SER.

Fig. 6. Convergences of MSE and SER with example channel 3: (a) MSE. (b) SER.

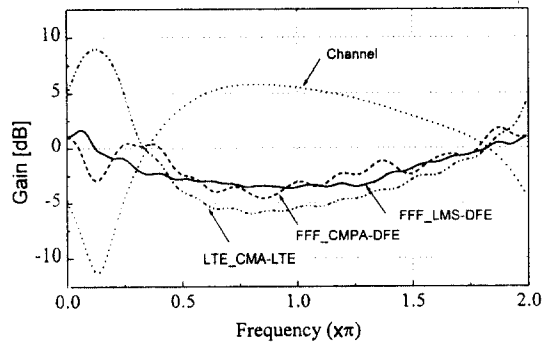
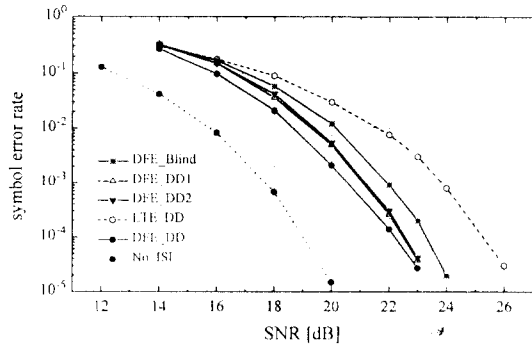


그림 7. 수렴 후 주파수 특성 비교.

Fig. 7. Comparison of frequency characteristics after convergence.

은 상당히 작으며 SNR이 22dB 이상에서는 SER의 차이가 점점 감소한다. 이것은 채널잡음이 없으면 선형필터의 계수가 최적치에 수렴하기 때문이다.

그림 8에서 특이한 것은 동화기가 안정상태에 도달한 후 단순히 계수 갱신률만 감소시킨 채 자력동화 알고리즘을 계속적으로 적용하는 경우(DFE Blind)이다. 이 경우 선형동화기 보다는 훨씬 나은 오율성능을 나타내며 그 차이는 SNR이 증가함에 따라 더 뚜렷해진다. 이러한 특징은 실제로 동화기의 수렴속도를 증가시키기 위해 처음에는 계수 갱신률을 크게 하고 점차 감소시키는 방법(gear shift 알고리즘)을 이용하는 점을 고려하면 하드웨어 구현시에 상당한 장점이 된다. 즉 DD 모드로 전환하지 않아도 되기 때문에 하드웨어가 간단해진다.



DFE\_Blind : CMPA-DFE operating in blind mode  
 DFE\_DD1 : CMPA-DFE operating in DD1 mode  
 DFE\_DD2 : CMPA-DFE operating in DD2 mode  
 LTE\_DD : CMA-trained LTE operating in decision-directed mode  
 DFE\_DD : Trained DFE operating in decision-directed mode  
 No\_ISI : LTE operating in noisy channel without ISI

그림 8. 안정상태에서의 오율성능.  
 Fig. 8. Error probability performance at steady-state.

## VI. 결 론

이 논문에서는 非最小位相 채널을 等化할 수 있는 判定軌選 等化器 및 이를 위한 自力等化 알고리즘(CMPA-DFE)을 제시하였다. 동화기는 선형필터와 예측에러 필터의 결합으로 이루어지며 自力等化 기간동안 각각 CMA와 판정계환 예측 알고리즘을 적용

한다. CMPA-DFE는 FFF를 이루는 線形等化 알고리즘이 수렴할 때 항상 작은 誤率을 나타내는 계수로의 수렴을 보장한다. 또 필터계수의 갱신에 LMS 알고리즘을 적용하기 때문에 하드웨어 구성이 간단하여 고속전송 시스템에 적합하다.

모의실험을 통하여 몇 개의 채널에 대해 제안 알고리즘의 수렴성을 예로 보였다. 수렴 후 필터의 특성은 훈련열을 이용하여 계수를 추정된 DFE와 비슷하며 결과적으로 오율특성도 훈련된 DFE에 근접한 성능을 나타내었다.

이 논문에서는 제안한 판정계환 동화기의 FFF를 이루는 선형필터의 계수를 추정하기 위해 CMA를 적용하였다. 그러나 수렴성이 증명한 다른 線形等化 알고리즘도 적용이 가능하며, 특히 Stop-and-Go 알고리즘[4]과 같이 자력동화하는 동안 자동으로 MSE 기준으로 전환되는 알고리즘을 적용하면 진류오차 관점에서 성능의 향상을 얻을 수 있을 것이다.

## 참 고 문 헌

1. C. R. Johnson, "On the Interaction of Adaptive Filtering, Identification, and Control", *IEEE Signal Processing Mag.*, pp. 22-37, Mar. 1995.
2. D. N. Godard, "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems", *IEEE Trans. Comms.*, vol. COM-28, no. 11, pp. 1867-1875, Nov. 1980.
3. Y. Sato, "A Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude-Modulation Systems" *IEEE Trans. Comms.*, vol. COM-23, no. 6, pp. 679-682, June 1975.
4. G. Picchi and G. Prati, "Blind Equalization and Carrier Recovery Using a Stop-and-Go Decision-Directed Algorithm", *IEEE Trans. Comms.*, vol. COM-35, no. 9, pp. 877-887, Nov. 1980.
5. A. Benveniste, M. Goursat and G. Ruget, "Robust Identification of a Nonminimum Phase System: Blind Adjustment of a Linear Equalizer in Data Communications", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-25, no. 3, pp. 385-397, June 1980.
6. A. Benveniste and M. Goursat, "Blind Equalizers",

- IEEE Trans. Comms.*, vol. COM-32, no. 8, pp. 871-883, Aug. 1984.
7. O. Shalvi and E. Weinstein, "New Criteria for Blind Deconvolution of Nonminimum Phase Systems (Channels)", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-36, pp. 312-321, no. 2, Mar. 1990.
  8. R. A. Kennedy, "Blind Adaptation of Decision Feedback Equalizers: Gross Convergence Properties", *Inter. J. of Adapt. Contr. and Signal Proces.*, vol. 7, pp. 497-523, 1993.
  9. E. A. Lee and D. G. Messerschmitt, *Digital Communication*, Kluwer Academic Publishers, pp. 442-481, 1994.
  10. O. Macchi and A. Hachicha, "Self-Adaptive Equalization Based on a Prediction Principle", *Proc. IEEE-GLOBECOM '86*, pp. 1641-1645, 1986.
  11. D. Hatzinakos and C. L. Nikias, "Blind Equalization Using a Tricepstrum-Based Algorithm", *IEEE Trans. Comms.*, vol. COM-39, no. 5, pp. 669-682, May 1991.
  12. F. Zheng and S. McLaughlin, B. Mulgrew, "Blind Equalization of Nonminimum Phase Channels: Higher Order Cumulant Based Algorithm", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. SP-41, no. 2, pp. 681-691, Feb. 1993.
  13. E. H. Satorius and J. J. Mulligan, "An Alternative Methodology for Blind Equalization", *Digital Signal Processing* 3, pp. 199-209, 1993.
  14. B. Porat and B. Friedlander, "Blind Equalization of Digital Communication Channels Using High-Order Moments", *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. SP-39, no. 2, pp. 522-526, Feb. 1991.



徐 漕 錫(Bo Seok Seo) 정회원  
 1987년 2월: 서울대학교 전자공학과 졸업(학사)  
 1989년 2월: 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사)  
 1989년 3월~현재: 서울대학교 대학원 전자공학과 박사과정



李 在 高(Jae Sul Lee) 정회원  
 1985년 2월: 서울대학교 전자공학과 졸업(학사)  
 1987년 2월: 서울대학교 대학원 전자공학과 졸업(석사)  
 1987년 3월~현재: 서울대학교 대학원 전자공학과 박사과정  
 1988년 5월~1994년 2월: 한국통신 연구개발단 전임 연구원  
 1994년 3월~현재: 동양공업전문대학교 전자통신과 전임강사

李 忠 雄(Choong Woong Lee) 정회원  
 제20권 4호(1995년 4월) 참조