

분할에 의한 네트워크의 국간신뢰도 계산

正會員 徐 熙 宗*, 崔 宗 秀**

Source to Terminal Reliability Evaluation by Network Decomposition

Hee Jong Suh*, Jong Soo Choi** *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 네트워크를 분할하여 국간신뢰도를 계산하는 효과적인 방법이 기술된다. 네트워크를 그래프로 모델화하고 그 그래프를 2개의 부분그래프로 부분그래프로 분할한다. 한 부분그래프의 논리적 항을 계산하고 논리적 항을 갖는 사상에 따라서 다른 부분그래프의 그래프를 만들고 논리적 항을 계산한다. 부분그래프의 논리적 항을 서로 곱해서 국간신뢰도를 계산하는 방법을 제안한다. 한 부분그래프의 모든 논리적 항은 2의 그 부분그래프가 갖는 가지 수 제곱으로 계산되고 다른 부분그래프의 그래프가 갖는 논리적 항은 그래프가 갖는 가지 수와 논리적 항 수의 곱으로 계산할 수 있다. 이 방법은 분할하지 않고 국간 신뢰도를 계산하는 방법에 비해서 적은 계산시간을 갖는다.

ABSTRACT

In this paper, an effective method for computing source to terminal reliability of network by decomposition is described. A graph is modeled after a network, and decomposed into two subgraphs. A logic product term of one subgraph is computed, and a graph of the other subgraphs is made according to the event representing the logic product term, and it's logic product term is computed. By multiplying the logic product term of one subgraph by that of the other subgraphs, a method for computing the source to terminal reliability is proposed. The time complexity for computing all the logic product terms of one subgraph is the product of copies of the number of edges in the subgraph of 2, and that of the other subgraph is the number of edges multiplied by the number of logic product terms. This method requires less computation time than that not by decomposition.

I. 서 론

*여수수산대학교 부교수

**중앙대학교 교수

論文番號: 95121-0328

接受日字: 1995년 3월 28일

네트워크의 신뢰도를 해석할 때 네트워크의 구성

요소가 대규모화되는 경우 해석의 복잡도는 급속히 상승한다. 대규모 시스템을 해석하는 경우 해석의 복잡도를 줄이기 위해서 시스템을 분할하여 문제를 해결하는 방법이 알려져 있다.

네트워크를 분할하여 신뢰도를 해석했던 경우로 H. Nakazawa와 A. M. Rushdi는 Bayes분할을 사용하여 신뢰도를 계산했다.[2, 3] K. K. Aggarwal등과 A. M. Rushdi는 부분네트워크의 패스(path)를 열기하고 논리연산에 의해서 신뢰도를 계산하였다.[4, 5] J. deMercado등은 부분네트워크의 패스를 만든 사상에 배반인 사상을 갖는 확률에 의해서 신뢰도를 계산했다.[6]

패스를 찾고 모든 패스에 대해서 논리연산을 행한다면 패스를 계산하는 것 이외에 패스 수의 2승에 비례하는 계산복잡도를 더 갖는다.[7]

본 논문에서는 시점과 종점이 연결 가능한 확률인 국간신뢰도를 새롭고 효율적인 방법으로 계산한다. 2개의 부분네트워크로 분할한 후 패스를 찾고 패스에 대해서 논리연산을 행하지 않는다. 네트워크를 그래프로 모델화하고 시점을 갖는 부분그래프와 종점을 갖는 부분그래프로 관절점집합에 의해서 분할하여 국간신뢰도를 계산한다. 한 부분그래프의 시점과 관절점을 연결하는 서로 배반인 사상을 갖는 논리적항(logic product term)을 계산하고, 다른 부분그래프에서 한 부분그래프의 논리적항을 갖는 사상에 따라서 그래프를 만들고 그래프의 관절점과 종점을 연결하는 서로 배반인 사상을 갖는 논리적항을 계산한 후, 한 부분그래프의 논리적항과 다른 부분그래프의 논리적항을 곱하여 논리적항으로 한다. 한 부분그래프의 논리적항과 다른 부분그래프의 논리적항을 곱하여 네트워크의 국간신뢰도를 표현하는 논리적항을 계산한다. 이 방법은 네트워크를 분할해서 국간신뢰도를 계산하므로 네트워크를 분할하지 않고 국간신뢰도를 계산하는 방법에 비해서 계산복잡도가 감소하고, 패스에 대한 논리연산을 행하지 않고 국간신뢰도를 계산하는 효과적인 방법이다.

다음 장에서는 논문에 사용된 기호를 정의한다. III장에서는 그래프의 논리적항을 설명하고 네트워크를 분할하여 국간신뢰도를 계산하는 방법을 제안하고, IV장에서는 제안된 방법에 의해서 한 예제를 준다. V장은 결론이고 그 다음은 참고문헌이다.

II. 기호 및 정의

네트워크를 절점집합 V 와 가지집합 E 를 갖는 그래프 $G = (V, E)$ 로 모델화한다. 고장은 가지에만 발생하고 가지에 발생하는 고장은 통계적으로 독립으로 발생한다고 가정한다. 네트워크의 시점과 종점이 연결될 확률을 국간신뢰도라고 한다.

본 논문에 사용된 기호를 다음과 같이 정의한다.

e_i	동작상태인 i번째 가지
\bar{e}_i	고장상태인 i번째 가지
N_c	그래프를 분할하는 관절점집합
$f(G)$	그래프 G 의 패스(path)를 표현하는 논리적항
$\bar{f}_i(G)$	논리적항 $f(G)$ 에 배반인 사상을 갖는 논리적항
G_i	관절점집합 N_c 에 의해서 분할된 그래프 G 의 i번째 부분그래프
$f(G_2 f(G_1))$	논리적항 $f(G_1)$ 의 사상에 따라 만들어진 부분그래프 G_2 의 패스를 표현하는 논리적항
G^{*e_i}	그래프 G 의 가지 e_i 를 단락축소하여 만들어진 그래프
$G-e_i$	그래프 G 의 가지 e_i 를 개방제거하여 만들어진 그래프
$T_i(uv)$	부분그래프 G_i 시점과 관절점 u, v 을 연결하는 사상을 갖는 논리적항
$\Phi_{i,u}$	논리적항 $T_i(u)$ 의 i번째 항
$T_2(uv)$	부분그래프 G_2 에서 종점과 관절점 u, v 를 연결하는 사상을 갖는 논리적항
Ψ	국간신뢰도를 표현하는 논리적항
p_i	가지 e_i 의 가능율
q_i	가지 e_i 의 비가동율($=1-p_i$)
R	신뢰도

III. 신뢰도 계산

1. 논리적항

네트워크의 국가이 연결될 사상을 표현하는 논리적항은 국간신뢰도를 가지의 동작과 고장에 의해서 표현된다. 그림 1(a)의 그래프의 모든 절점이 연결된 트리(tree)인 스파닝 트리(spanning tree)는 그림 1(b)이다. 그림 1(b) 스파닝 트리의 실선은 가지의 동작상

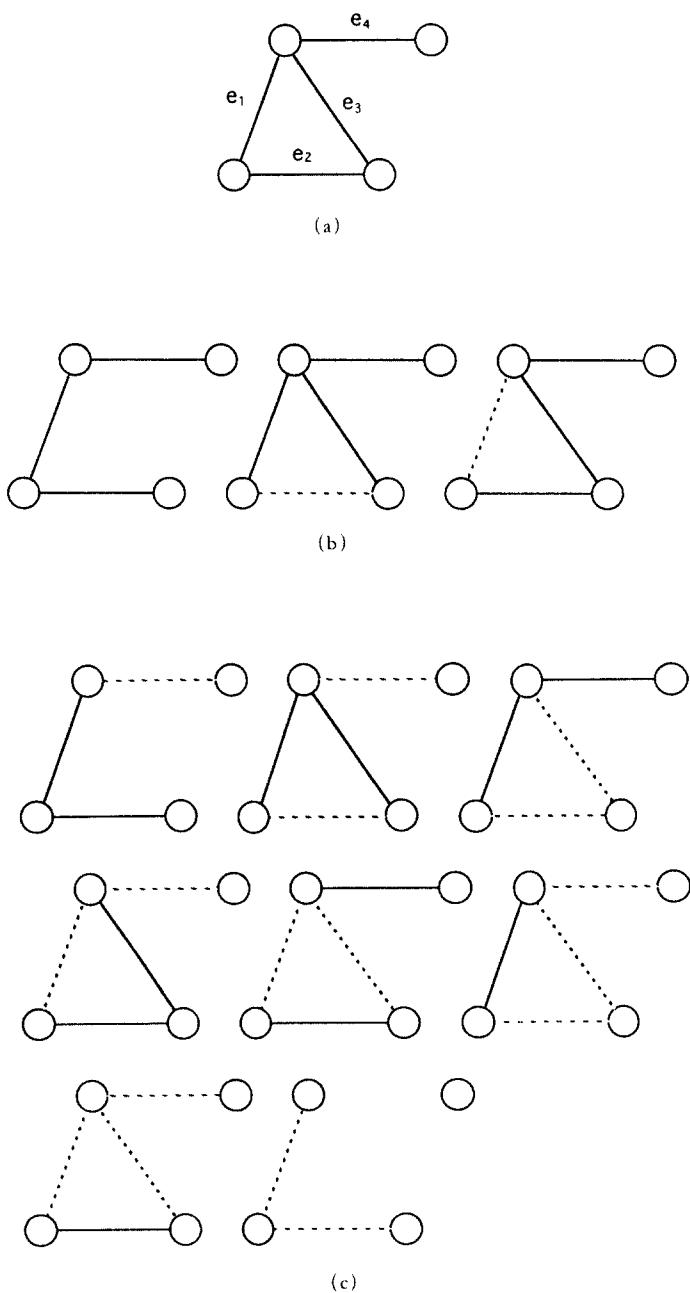


그림 1. (a) 그래프
 (b) 스패닝 트리
 (c) 스패닝 트리에 배반인 사상을 갖는 트리

Fig. 1 (a) A graph,
 (b) Spanning trees.
 (c) Trees complementary to a spanning tree.

태를 점선은 가지의 고장상태를 나타낸다. 그림 1(c)는 그림 1(b)의 스패닝 트리에 배반인 사상을 나타내는 트리이다.

스패닝 트리에 대한 논리적 항은 $e_1 e_2 e_4, \bar{e}_1 \bar{e}_2 e_3 e_4, \bar{e}_1 e_2 e_3 e_4$ 이고 스패닝 트리에 배반인 사상을 갖는 트리에 대한 논리적 항은 $e_1 e_2 e_4, e_1 e_2 e_3 e_4, e_1 e_2 e_3 e_4, e_1 e_2 e_3 e_4, \bar{e}_1 e_2 e_3 e_4, e_1 e_2 e_3 e_4, e_1 e_2 e_3 e_4, e_1 e_2 e_3 e_4$ 이다.

2. 국간신뢰도 계산

네트워크의 2국사이에 연결될 확률인 국간신뢰도를 계산하기 위해서 네트워크를 분할할 수 있고 네트워크를 분할하여 신뢰도를 계산하는 경우에 계산복잡도의 지수차수가 분할하자 않고 신뢰도를 구할 때의 계산복잡도의 지수차수 보다도 작다면 분할하여 신뢰도를 구하는 것이 더욱 효율적이다.

그때서 $G = (V, E)$ 를 2개의 부분그래프로 나눌 수 있는 관절점집합 N_c 를 대상으로 시점을 갖는 부분그래프 $G_1 = (V_1, E_1)$ 과 종점을 갖는 부분그래프 $G_2 = (V_2, E_2)$ 로 분할한다. 관절점집합 N_c 는 임의로 선정되어질 수 있지만 부분그래프 G_1 과 부분그래프 G_2 의 질감과 가지집합의 요소수가 같다면 이상적이다. 그레프를 3개 이상으로 분할할 수도 있지만 본 논문에서는 2개로 분할하는 경우만 고려한다. 여기서 $E = E_1 \cup E_2 = E_1 + E_2, V = V_1 \cup V_2 = V_1 + V_2 - N_c$ 이다.

부분그래프 G_1 의 시점과 관절점을 연결하는 사상을 갖는 신뢰도를 표현하는 논리적 항은 $f(G_1)$ 이라고 하고 부분그래프 G_2 의 관절점과 종점을 연결하는 사상을 갖는 신뢰도를 표현하는 논리적 항은 $f(G_2)$ 이라고 한다.

관절점집합 N_c 의 구성요소가 하나의 절점인 경우 논리적 항 $f(G_1)$ 을 갖는 사상과 논리적 항 $f(G_2)$ 을 갖는 사상을 서로 동립이다. 그레프 $G = (V, E)$ 의 국간신뢰도를 표현하는 논리적 항 $f(G_1, G_2)$ 은 다음 식과 같다.

$$f(G_1, G_2) = f(G_1) \times f(G_2)$$

관절점집합 N_c 의 구성요소가 2개 이상의 절점인 경우 그레프 $G = (V, E)$ 는 분할하는 절점집합 N_c 를 갖는 평행인 2개의 부분그래프 G_1 과 G_2 로 분할되는 경우이다. 관절점집합 N_c 를 모두 연결할 사상을 갖는 논리적 항은 논리적 항을 $f(G_1)$ 이라고 할 때 $f(G_1)$ 이 갖

는 사상에 배반인 사상을 갖는 논리적 항은 $\bar{f}(G_1)$ 이라고 한다. 논리적 항 $f(G_1)$ 을 갖는 사상이 관절점집합 N_c 를 모두 연결할 때 논리적 항 $f(G_2)$ 을 갖는 사상은 논리적 항 $f(G_2 | f(G_1))$ 을 갖는 사상이다. 논리적 항 $f(G_1)$ 을 갖는 사상이 관절점집합 N_c 를 모두 연결하지 않을 때 논리적 항 $f(G_2)$ 을 갖는 사상은 논리적 항 $f(G_2 | \bar{f}(G_1))$ 을 갖는 사상이다. 그래서 $G = (V, E)$ 의 국간신뢰도를 표현하는 논리적 항 $f(G_1, G_2)$ 는 다음 식과 같다.

$$f(G_1, G_2) = f(G_1) \times f(G_2 | f(G_1)) + \bar{f}(G_1) \times f(G_2 | \bar{f}(G_1))$$

부분그래프 G_1 의 논리적 항은 $f(G_1)$ 과 $\bar{f}(G_1)$ 을 구하기 위해서 가지 e_i 를 단락축소하여 만든 그래프를 $G_1 * e_i$ 라고 하고 개방제거하여 만든 그래프를 $G_1 - e_i$ 라고 한다. 동작상태인 가지 e_i 와 고장상태인 가지 \bar{e}_i 의 사상을 나타내는 논리변수를 e_i 와 \bar{e}_i 라고 하면 다음 식이 성립한다.[1]

$$f(G_1) = e_i \times f(G_1 * e_i) + \bar{e}_i \times f(G_1 - e_i)$$

상기 식에 의해서 그래프의 시점에서 탐색하여 논리적 항을 구한다. 단락축소하는 경우 셀프루프(self-loop)가 생기면 제거한다. 시점과 관절점집합을 연결하는 사상을 갖는 논리적 항을 $f(G_1)$ 으로 한다. 논리적 항 $f(G_1)$ 을 갖는 사상에 배반인 사상을 갖는 논리적 항 $f(G_1)$ 에서 시점과 관절점집합 N_c 의 일부분 절점을 연결하는 사상을 갖는 논리적 항은 $f(G_1)$ 이다.

관절점집합 $N_c = \{u\}$ 일 때 시점과 관절점을 연결하는 사상을 갖는 논리적 항을 $T_1(u)$, 논리적 항 $T_1(u)$ 의 h 번째 항을 $\Phi_{h,u}$ 라고 할 때 논리적 항 $T_1(u)$ 의 항수가 i 이면 논리적 항

$$T_1(u) = \Phi_{1,u} + \Phi_{2,u} + \dots + \Phi_{i,u}$$

이다.

관절점집합 $N_c = \{u, v\}$ 일 때 시점과 절점 u와 v에 연결되는 사상을 갖는 논리적 항 $T_1(uv)$, 시점과 절점 u에 연결되는 사상을 갖는 논리적 항 $T_1(u)$, 시점과 절점 v에 연결되는 사상을 갖는 논리적 항 $T_1(v)$ 를 갖는다. 논리적 항 $T_1(uv), T_1(u), T_1(v)$ 의 항 수가 각각 j, k,

이면 논리적 항

$$T_1(uv) = \Phi_{1,uv} + \Phi_{2,uv} + \cdots + \Phi_{k,uv}$$

$$T_1(u) = \Phi_{1,u} + \Phi_{2,u} + \cdots + \Phi_{k,u}$$

$$T_1(v) = \Phi_{1,v} + \Phi_{2,v} + \cdots + \Phi_{k,v}$$

이다.

일반적으로 관절점집합 $N_c = \{u, v, \dots, w\}$ 일 때 논리적 항 $T_1(uv\dots w)$, $T_1(uv\dots)$, \dots , $T_1(uv)$, \dots , $T_1(u)$, $T_1(v)$, \dots , $T_1(w)$ 등의 논리적 항을 갖는다. 논리적 항 $T_1(uv\dots w)$, $T_1(uv\dots)$, \dots , $T_1(uv)$, \dots , $T_1(u)$, $T_1(v)$, \dots , $T_1(w)$ 등의 항 수가 각각 $m, o, p, \dots, q, r, \dots, s$ 등이면 논리적 항

$$T_1(uv\dots w) = \Phi_{1,uv\dots w} + \Phi_{2,uv\dots w} + \cdots + \Phi_{m,uv\dots w}$$

$$T_1(uv\dots) = \Phi_{1,uv\dots} + \Phi_{2,uv\dots} + \cdots + \Phi_{o,uv\dots}$$

\dots

$$T_1(uv) = \Phi_{1,uv} + \Phi_{2,uv} + \cdots + \Phi_{p,uv}$$

\dots

$$T_1(u) = \Phi_{1,u} + \Phi_{2,u} + \cdots + \Phi_{q,u}$$

$$T_1(v) = \Phi_{1,v} + \Phi_{2,v} + \cdots + \Phi_{r,v}$$

\dots

$$T_1(w) = \Phi_{1,w} + \Phi_{2,w} + \cdots + \Phi_{s,w}$$

이다.

부분그래프 G_2 의 논리적 항은 부분그래프 G_1 의 논리적 항이 갖는 사상에 따라 만들어진 그래프의 관절점과 종점을 연결하는 사상을 갖는 논리적 항 $f(G_2)$, $f(G_2 | f(G_1))$, $f(G_2 | \bar{f}(G_1))$ 이다. 논리적 항을 구하는 방법은 부분그래프 G_1 의 논리적 항 $f(G_1)$ 을 구하는 방법과 같다.

부분그래프 G_2 의 한 논리적 항을 $T_2(uv)$ 라고 할 때 논리적 항 $T_2(uv)$ 는 부분그래프 G_1 의 논리적 항 $T_1(uv)$ 을 갖는 사상에 따라서 만들어진 부분그래프 G_2 의 그래프가 관절점 u, v 와 종점을 연결하는 사상을 갖는 논리적 항이다.

관절점집합 $N_c = \{u\}$ 일 때 그래프 $G = (V, E)$ 의 국간신뢰도를 나타내는 논리적 항

$$\Psi = T_1(u) \times T_2(u)$$

이다.

관절점집합 $N_c = \{u, v\}$ 일 때 그래프 $G = (V, E)$ 의 국간신뢰도를 나타내는 논리적 항

$$\Psi = T_1(uv) \times T_2(uv) + T_1(u) \times T_2(u) + T_1(v) \times T_2(v)$$

이다.

(정리1)

부분그래프 G_1 의 서로 배반인 사상을 갖는 논리적 항 $T_1(u)$ 와 $T_1(v)$ 에 부분그래프 G_2 의 논리적 항 $T_2(u)$ 와 $T_2(v)$ 를 각각 곱한 $T_1(u) \times T_2(u)$ 와 $T_1(v) \times T_2(v)$ 는 서로 배반인 사상을 갖는다.

(증명)

$T_1(u)$ 과 $T_1(v)$ 는 서로 배반인 사상을 갖는다. $T_1(u) \times T_2(u)$ 는 $T_1(u)$ 영역에 놓인다. $T_1(v) \times T_2(v)$ 는 $T_1(v)$ 영역에 놓인다. 그러므로 $T_1(u) \times T_2(u)$ 와 $T_1(v) \times T_2(v)$ 는 서로 배반인 사상을 갖는다. \square

관절점집합 $N_c = \{u, v, \dots, w\}$ 일 때 그래프 $G = (V, E)$ 의 국간신뢰도를 나타내는 논리적 항

$$\begin{aligned} \Psi = & T_1(uv\dots w) \times T_2(uv\dots w) + T_1(uv\dots) \times T_2(uv\dots) + \dots \\ & + T_1(uv) \times T_2(uv) + \dots \\ & + T_1(u) \times T_2(u) + T_1(v) \times T_2(v) + \dots \\ & + T_1(w) \times T_2(w) \end{aligned}$$

이다.

국간신뢰도

$$R = Pr.(\Psi)$$

이다.

본 논문에서는 국간신뢰도를 계산하기 위해서 2개의 부분그래프 중 한 부분그래프에는 시점이 있고 다른 부분그래프에는 종점이 있도록 분할하였지만 한 부분그래프에 시점과 종점이 모두 있게 분할하여도 된다. 이 경우 시점과 종점을 모두 갖는 부분그래프에서 시점과 종점사이의 논리적 항을 계산하고 논리적 항에서 관절점집합을 연결하는 가지의 단락축소 혹은 개방제거를 표현하는 사상에 따라 다른 한 부분그래프에서 관절점집합을 연결하는 가지를 단락축소 혹은 개방제거하여 부분그래프를 만들고 만들어진

부분그래프에서 총합신뢰도에 대한 논리적 항을 계산하고 그 논리적 항을 곱하여 국간신뢰도에 대한 논리적 항으로 한다. 본 논문의 방법을 다음과 같이 알고리듬으로 표현한다.

Algorithm

Input is $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$, N_c .

Output is reliability R.

Initialize: $i=0$, $j=0$, $N=0$, $N_i=0$, $N_j=0$, $T_i=1$, $T_{2i}=1$, $R=0$;

// u in G_1 is source vertex.//

a) while($e = (u, v)$ in G_1) {

 go to b);

 if($v == \text{vertex in } N_c$) {

$N = N \cup v$;

 }

$u = v$;

}

if($|N| > 0$) {

if($|N| > 1$) {

$j=j+1$, $N_j=N$;

short-circuit to make each N_j one vertex in G_2 ,
 every $N_j=0$, $j=0$;

}

$T_1(N) = T_i$;

go to c);

$R = R + \text{Pr. } \{T_1(N) \times T_2(N)\}$;

}

$G_1 = (G_1 - e)_i$,

$N = N_i$, $T_{i-1} = T_{2i}$, $i = i-1$; //delete G_1 , backtracking to $(G_1 - e)_i$ //

if(there is no edge incident on u in G_1) {

if($i = 0$) {

terminate algorithm;

}

if($|N| > 1$) {

$j=j+1$, $N_j=N$;

}

$N = 0$;

}

go to a);

b) $G_1 = G_1' * e$;

if(self-loop in G_1) {

delete the self-loops;

}

$i = i + 1$, $(G_1 - e)_i = G_1' - e$;

$N_i = N$, $T_{2i} = T_{i-1} \times \tilde{e}$, $T_i = T_{i-1} \times e$;

c) compute $T_2(N)$ between N and terminal in G_2 ; //

$T_2(N)$ is computed by $G_1 = G_1' * e$, $(G_1 - e)_i = G_1' - e$; //

국간신뢰도를 계산하기 위해서 $O(|V| + |N_c| + 2|E|)$ 의 기억영역이 필요하다. 부분그래프 G_1 의 가지 수가 B 이면 부분그래프 G_1 의 논리적 항을 구하기 위한 계산복잡도는 $O(2^B)$ 이다. 부분그래프 G_2 의 그래프가 갖는 가지 수가 $|E_2|$ 이고 논리적 항 수가 t 이면 논리적 항 $T_2(\dots)$ 을 구하기 위한 계산복잡도는 $O(|E_2|t)$ 이다. 실제 계산시간은 분할된 부분그래프에서 계산되는 계산시간이 적으면 적은 계산시간으로 계산된다. 각 부분그래프에서의 계산시간은 그 그래프의 가지 수에 의존하므로 가지 수가 동등하도록 각 부분그래프를 분할하는 것이 바람직하다. 동일한 논리적 항 $T_2(\dots)$ 을 반복적으로 계산하지 않기 위해서 논리적 항 $T_2(\dots)$ 을 기억할 기억영역이 필요하다.

K국간신뢰도나 총합신뢰도의 경우도 같은 방법으로 계산되어질 수 있다.

IV. 예 제

그림 2(a)의 그래프를 그림 2(b)의 그래프와 같이 분할하여 절점 1과 절점 5사이의 국간신뢰도를 본 논문의 알고리듬에 의해서 계산한다.

(a)

380

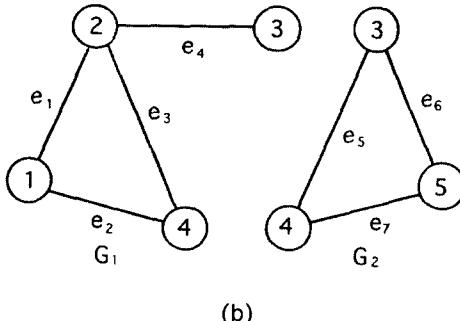


그림 2. 그래프

- (a) 분할하지 않는 그래프
- (b) 분할된 그래프 G_1, G_2

Fig. 2 Graph.

- (a) Graph not decomposed,
- (b) Decomposed graph G_1, G_2 .

$$T_1(34) = e_1 e_2 e_4$$

$$T_2(34) = e_6 + \bar{e}_6 e_7$$

$$T_1(34) \times T_2(34) = e_1 e_2 e_4 e_6 + e_1 e_2 e_4 \bar{e}_5 e_7$$

$$T_1(4) = e_1 e_2 \bar{e}_4$$

$$T_2(4) = e_5 e_7 + e_5 \bar{e}_7 e_6 + \bar{e}_5 e_7$$

$$T_1(4) \times T_2(4) = e_1 e_2 \bar{e}_4 e_5 e_7 + e_1 e_2 \bar{e}_4 e_5 \bar{e}_7 e_6 + e_1 e_2 \bar{e}_4 \bar{e}_5 e_7$$

$$T_1(34) = e_1 \bar{e}_2 e_3 e_4$$

$$T_1(34) \times T_2(34) = e_1 \bar{e}_2 e_3 e_4 e_6 + e_1 \bar{e}_2 e_3 e_4 \bar{e}_6 e_7$$

$$T_1(4) = e_1 \bar{e}_2 e_3 \bar{e}_4$$

$$T_1(4) \times T_2(4) = e_1 \bar{e}_2 e_3 \bar{e}_4 e_5 e_7 + e_1 \bar{e}_2 e_3 \bar{e}_4 e_5 \bar{e}_7 e_6 + e_1 \bar{e}_2 e_3 \bar{e}_4 \bar{e}_5 e_7$$

$$T_1(3) = e_1 \bar{e}_2 \bar{e}_3 e_4$$

$$T_2(3) = e_5 e_6 + e_5 \bar{e}_6 e_7 + \bar{e}_5 e_6$$

$$T_1(3) \times T_2(3) = e_1 \bar{e}_2 \bar{e}_3 e_5 e_6 + e_1 \bar{e}_2 \bar{e}_3 e_4 e_5 \bar{e}_6 e_7 + e_1 \bar{e}_2 \bar{e}_3 e_4 \bar{e}_5 e_6$$

$$T_1(34) = \bar{e}_1 e_2 e_3 e_4$$

$$T_1(34) \times T_2(34) = \bar{e}_1 e_2 e_3 e_4 e_6 + \bar{e}_1 e_2 e_3 e_4 \bar{e}_6 e_7$$

$$T_1(4) = \bar{e}_1 e_2 e_3 \bar{e}_4$$

$$T_1(4) \times T_2(4) = \bar{e}_1 e_2 e_3 \bar{e}_4 e_5 e_7 + \bar{e}_1 e_2 e_3 \bar{e}_4 e_5 \bar{e}_7 e_6 + \bar{e}_1 e_2 e_3 \bar{e}_4 \bar{e}_5 e_7$$

$$T_1(3) = \bar{e}_1 e_2 \bar{e}_3 e_4$$

$$T_1(3) \times T_2(3) = \bar{e}_1 e_2 \bar{e}_3 e_4 e_5 e_6 + \bar{e}_1 e_2 \bar{e}_3 e_4 e_5 \bar{e}_6 e_7 + \bar{e}_1 e_2 \bar{e}_3 e_4 \bar{e}_5 e_6$$

$$R = \Pr(\Psi)$$

$$\begin{aligned} &= p_1 p_2 p_4 p_6 + p_1 p_2 p_4 q_6 p_7 \\ &\quad + p_1 p_2 q_4 p_5 p_7 + p_1 p_2 q_4 p_5 q_7 p_6 + p_1 p_2 q_4 q_5 p_7 \\ &\quad + p_1 q_2 p_3 p_4 p_6 + p_1 q_2 p_3 p_4 q_6 p_7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\quad + p_1 q_2 p_3 q_4 p_5 p_7 + p_1 q_2 p_3 q_4 p_5 q_7 p_6 + p_1 q_2 p_3 q_4 q_5 p_7 \\ &\quad + p_1 q_2 q_3 p_5 p_6 + p_1 q_2 q_3 p_4 p_5 q_6 p_7 + p_1 q_2 q_3 p_4 q_5 p_6 \\ &\quad + q_1 p_2 p_3 p_4 p_6 + q_1 p_2 p_3 p_4 q_6 p_7 + q_1 p_2 p_3 q_4 p_5 p_7 \\ &\quad + q_1 p_2 p_3 q_4 p_5 p_6 + q_1 p_2 p_3 q_4 p_5 q_6 p_7 + q_1 p_2 q_3 p_4 q_5 p_7 \end{aligned}$$

이다.

그림 2(b)에서 부분그래프 G_1 의 논리적항은 그림 3의 이진트리로 표현된다.

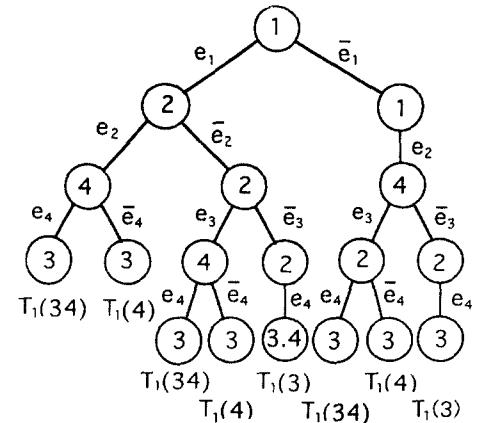
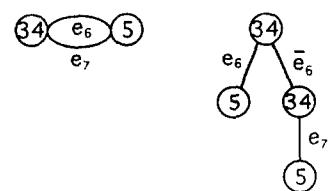


그림 3. 그림 2(b)의 부분그래프 G_1 의 논리적항을 표현하는 이진트리

Fig. 3 Binary tree representing the logic expressions of subgraph G_1 of Fig. 2(b).

부분그래프 G_2 의 절점 3과 4를 하나의 절점으로 하여 만들어진 그래프와 논리적항 $T_2(34)$ 를 표현하는 이진트리와 부분그래프 G_2 , 논리적항 $T_2(3)$ 과 $T_2(4)$ 를 표현하는 이진트리는 그림 4와 같다.



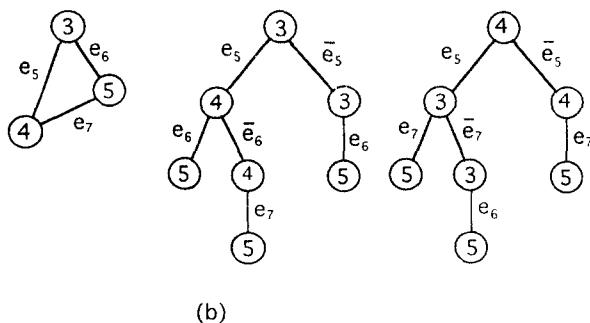


그림 4. G_2 의 그레프와 논리적 항을 표현하는 이진트리
 (a) G_2 의 절점 3과 4를 하나의 절점으로 한 그레프
 와 $T_2(34)$ 를 표현하는 이진트리
 (b) G_2 , $T_2(3)$ 와 $T_2(4)$ 를 표현하는 이진트리

Fig. 4 Graph and binary tree representing logic expression of G_2 .

- (a) Graph which made the vertex 3 and 4 of G_2 one vertex, and binary tree representing $T_2(34)$.
- (b) G_2 , and binary tree representing $T_2(3)$ and $T_2(4)$.

V. 결 론

본 논문에서는 네트워크를 그레프로 모델화하고 그 그레프를 편집점으로 2개의 부분그레프로 분할한 다음 한 부분그레프의 시점과 관점점을 연결하는 사상을 갖는 논리적 항과 다른 한 부분그레프의 관점점과 종점을 연결하는 사상을 갖는 논리적 항을 끌하여 국간신뢰도를 계산하였다. 부분그레프 G_1 과 G_2 로 분할하여 국간신뢰도를 계산할 때 부분그레프 G_1 의 가지 수가 B 이면 논리적 항은 계산복잡도 $O(2^B)$ 로 계산하였다. 부분그레프 G_2 는 부분그레프 G_1 의 논리적 항에 따라서 1개 이상의 그레프가 만들어지고 각 그레프의 논리적 항을 구하는 경우 부분그레프 G_2 의 계산회수가 지배적이 된다. 부분그레프 G_2 의 계산복잡도는 부분그레프 G_2 의 가지 수를 m , 논리적 항 수를 t_1 이라고 하면 $O(mt_1)$ 이었다. 또한 분할하지 않고 국간신뢰도를 계산하는 경우 논리적 항 수를 t 라고 하면 계산복잡도는 $O((B+m)t)$ 이다. $O(2^B) + O(mt_1) < O((B+m)t)$ 식이 성립한다.

본 논문의 국간신뢰도 계산방법은 패스에 대해서 논리연산을 행하지 않고 국간신뢰도를 계산한다. 네트워크를 분할하지 않고 국간신뢰도를 계산하는 방

법에 대해서 계산복잡도의 지수차수가 적으며 대규모 네트워크의 국간신뢰도를 계산하는 방법에 매우 적합하다.

참 고 문 헌

1. R. Johnson, "Network Reliability and Acyclic Orientations," Networks, Vol. 14, pp. 489-505, 1984.
2. H. Nakazawa, "Baysian Decomposition Method for Computing the Reliability of an Oriented Network," IEEE Trans. Reliability, Vol. R-25, pp. 77-80, June 1976.
3. A. M. Rushdi, "Symbolic Reliability Analysis with the aid of Variable-entered Karnaugh Maps," IEEE Trans. Reliability, Vol. R-32, pp. 134-139, June 1983.
4. K. K. Aggarwal, Y. C. Chopra, J. S. Bajwa, "Reliability Evaluation by Network Decomposition," IEEE Trans. Reliability, Vol. R-31, No. 4, pp. 355-358, October 1980.
5. A. M. Rushdi, "On Reliability Evaluation by Network Decomposition," IEEE Trans. Reliability, Vol. R-33, No. 5, pp. 379-384, December 1984.
6. J. deMercado, N. Spyros, B. A. Bowen, "A Method for Calculation of Network Reliability," IEEE Trans. Reliability, Vol. R-25, pp. 71-76, June 1976.
7. J. M. Wilson, "An Improved Minimizing Algorithm for Sum of Disjoint Product," IEEE Trans. Reliability, Vol. 39, No. 1, pp. 42-45, April 1990.



徐熙宗(Hee Jong Suh) 정회원

1975년 2월: 한국항공대학 졸업

1993년 9월: 중앙대학교 대학원

박사과정 입학

1980년 4월~1987년 4월: 어수수

산정분대학 교수

1987년 5월~현재: 어수수산대학

교조교수, 부교수

*주관심분야: 그레프이론, 네트워크의 신뢰도 등

崔宗秀(Jong Soo Choi)

전재: 중앙대학교 교수

정회원