

인장계류식 해양구조물의 동적응답해석(Ⅱ)⁺

구 자 삼* · 박 찬 후** · 이 창 호***

(95년 12월 12일 접수)

A dynamic response analysis of Tension Leg Platforms in waves(Ⅱ)

Ja-Sam Goo* · Chan-Hu Park** · Chang-Ho Lee***

Key Words : Tension Leg Platform(인장계류식 해양구조물), Motion Response(운동응답), 3-D Source Distribution Method(3차원 특이점 분포법), Hydrodynamic Interaction(유체역학적 상호간섭), Restoring Force(복원력), Structural Response(구조응답), Finite Element Method(유한요소법)

Abstract

A numerical procedure is described for predicting the motion and structural responses of tension leg platforms(TLPs) in waves. The developed numerical approach is based on a combination of a three dimensional source distribution method and the dynamic response analysis method, in which the superstructure of TLPs is assumed to be flexible instead of rigid. Restoring forces by hydrostatic pressure on the submerged surface of a TLP have been accurately calculated by excluding the assumption of the slender body theory. The hydrodynamic interactions among TLP members, such as columns and pontoons, and the structural damping are included in the motion and structural analysis. The equations of motion of a whole structure are formulated using element-fixed coordinate systems which have the origin at the nodes of the each hull element and move parallel to a space-fixed coordinate system.

Numerical results are compared with the experimental and numerical ones, which are obtained in the literature, concerning the motion and structural responses of a TLP in waves. The results of comparison confirmed the validity of the proposed approach.

+ 이 논문은 1994학년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의해 연구 되었습.

* 정회원, 부산수산대학교 공과대학 선박공학과

** 부산수산대학교 대학원 선박공학과

*** 정회원, 부산수산대학교 대학원 선박공학과

1. 서 론

최근 3차원 특이점 분포법^{1),2)}과 기존의 탄성응답 해석법³⁾을 결합하는 것에 의해 유체력의 정밀평가 및 구성부재간의 유체역학적인 상호간섭을 고려할 수 있는 규칙과중에서의 TLP의 탄성응답 해석법이 특등에 의해 개발되었다⁴⁾. 이 해석법은 구조물을 다수의 외각요소(hull element)로 분할하고 개개의 외각요소는 강체로 가정하여 각 외각요소간의 유체역학적인 상호간섭을 고려하고 있으며, 각 외각요소의 중앙점을 절점으로 하고 이들 절점을 탄성 보요소로 연결하고 유한요소법에 의해 정식화를 행하여 동적응답을 구하는 방법이다. 이는 개개의 외각요소의 절점에 원점을 가지고 부재의 병진 변위 및 회전 변위에 따라 이동하는 물체고정 좌표계를 기준으로 운동방정식의 정식화가 이루어지고 있으므로, 부재의 회전변위에 의한 좌표계간의 불일치를 초래한다. 따라서 저자들은 전보⁵⁾에서 공간고정 전체좌표계와 평행하고 물체의 병진 변위에 따라 이동하는 새로운 물체고정 좌표계를 기준으로 운동방정식을 정식화하여 구조내력응답을 평가한 바 있다. 그러나 정수압에 의한 복원력은 정적 유체압력의 요소 침수표면상에 대한 적분을 Green정리에 의해 체적적분으로 변환하고, 압력구배를 요소의 중심축상의 값으로 대표시킬 수 있는 것으로 가정하여 근사적으로 산정하였다.

본 논문에서는 이를 보완하기 위하여 이러한 가정을 배제시키는 것에 의해 정수압에 의한 복원력의 계산정도를 높이고자 한다. 또한 정수압에 의한 복원력이 TLP의 동적응답에 미치는 영향을 평가하였다. 이를 검증하기 위해 본 연구의 결과와 특등의 방법에 의한 계산치⁵⁾ 및 Fukuoka에 의한 실험치⁶⁾와 비교·검토 하였다.

2. 이론 해석

2.1 기본가정 및 좌표계

탄성 응답 해석법에 의해 TLP의 구조응답을 해석하기 위한 기본가정은 다음과 같다.

- (1) 상부구조는 3차원 골조 선형 탄성구조로 한다.

- (2) 입사파는 미소진폭의 규칙파로 하고, 유체는 비압축성, 비점성으로 하고, 유체의 운동은 비회전인 것으로 한다.
- (3) 각각의 평형위치에 대해 응답은 미소진폭의 조화진동으로 한다.
- (4) 자유표면은 모든 방향으로 무한히 펼쳐져 있는 것으로 하고, 수심이 유한인 경우에는 수심을 일정으로 한다.
- (5) 계류부재에 작용하는 중력, 관성력, 유체력은 무시할 수 있고, 오직 축방향의 힘만이 계류력으로서 상부구조에 작용한다.
- (6) 모든 계류부재는 이완상태가 되지 않도록 충분한 초기 장력을 갖는다.

전체구조를 Fig. 1과 같이 요소로 분할하고, 각 요소는 그 역할에 따라 다음의 3종류로 분류한다.

- (1) 형상, 크기, 질량을 가지고, 외력을 받으며 강체로서 거동하는 외각요소 (hull element)
- (2) 상부구조의 계류점에 계류력을 작용시키는 계류요소 (mooring element)
- (3) 탄성체로서 외각요소의 절점이나 계류점을 연결하는 보요소 (beam element)

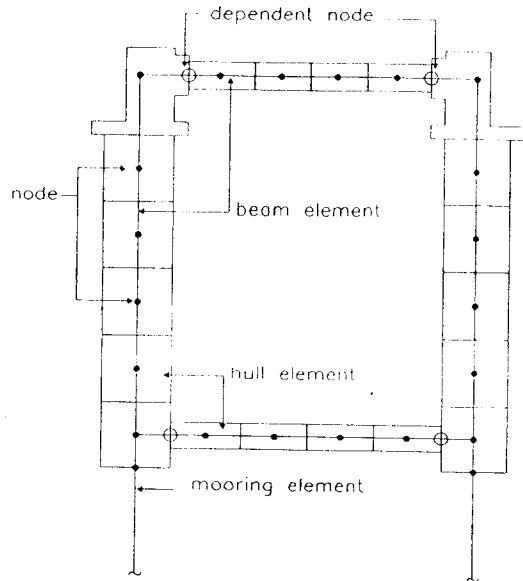


Fig. 1 Element subdivision of the Tension Leg Platform

운동방정식의 정식화에 있어서는 Fig. 2와 같은 7종류의 좌표계를 사용하는데, 공간고정 기준좌표계 $O-XYZ$ 는 원점 O 가 정수면 아래 거리 d 만큼 떨어진 곳에 위치하며, XY -평면은 정수면에 평행하고, Z 축은 윗방향을 양으로 한다.

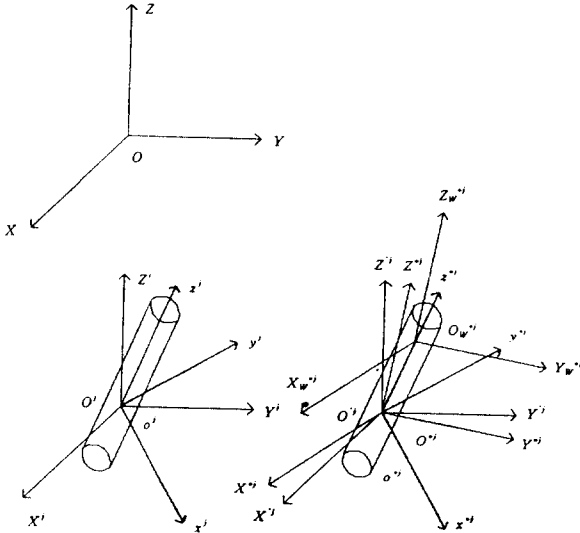


Fig. 2 Coordinate Systems

나머지 6개의 좌표계는, 정적 평형 상태에서 j 번째 부재 절점에 원점을 가지고 $O-XYZ$ 좌표계에 평행한 공간고정 전체 좌표계 $O^j-X^jY^jZ^j$, 부재의 축방향으로 z^j 를 가지고, x^jz^j -평면이 연직으로 되는 공간고정 국소좌표계 $o^j-x^jy^jz^j$, 정적 평형상태에서는 $O^j-X^jY^jZ^j$ 와 국소좌표계 $o^j-x^jy^jz^j$ 에 일치하면서, 부재의 병진 변위 및 회전 변위에 따라 이동하는 물체고정 전체 좌표계 $O^w^j-X^w^jY^w^jZ^w^j$ 와 물체고정 국소좌표계 $o^w^j-x^w^jy^w^jz^w^j$, 공간고정 전체좌표계 $O^j-X^jY^jZ^j$ 가 부재의 병진변위에 따라 이동하는 좌표계 $O^j-X^jY^jZ^j$, 정적 평형시의 수면상에 원점을 두고 물체고정 전체좌표계를 평행 이동한 $O^w^j-X^w^jY^w^jZ^w^j$ 이다. 또한, 모든 좌표계는 右手系로 한다.

$O^j-X^jY^jZ^j$ 좌표계와 $o^j-x^jy^jz^j$ 좌표계로 표현되는 부재 절점의 병진 변위벡터는 $\{U^j\} = \{U^j \ V^j \ W^j\}^T$, $\{u^j\} = \{u^j \ v^j \ w^j\}^T$ 이고, 회전 변위벡터는 $\{U_r^j\} = \{\phi^j \ \theta^j \ \psi^j\}^T$.

$\{u_r^j\} = \{\phi^j \ \theta^j \ \psi^j\}^T$ 로 나타낸다. $O-XYZ$ 좌표계, $O^j-X^jY^jZ^j$ 좌표계, $o^j-x^jy^jz^j$ 좌표계로 표현되는 임의점의 위치벡터를 각각 $\{X\}$, $\{X^j\}$, $\{x^j\}$ 라 하면, 다음의 관계가 성립한다.

$$\{X^j\} = \{X\} - \{X_o^j\} \quad (1)$$

$$\{x^j\} = [C_s^j] \{X^j\} \quad (2)$$

여기서, $\{X_o^j\}$ 는 $O-XYZ$ 좌표계로 표현되는 O^j 의 위치벡터이고, $[C_s^j]$ 는 $O^j-X^jY^jZ^j$ 좌표계와 $o^j-x^jy^jz^j$ 좌표계 사이의 변환행렬로서 다음과 같이 표현되는 것으로 한다.

$$[C_s^j] = \begin{bmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

x^jz^j 평면은 X^jY^j 평면에 대해 연직이 되도록 x^j 축을 취하되, x^j 축이 아래로 향하거나 수평으로 향하는 것을 양의 방향으로 한다. 공간고정 전체 좌표계와 물체고정 전체 좌표계의 위치벡터는 변위를 이용한 변환행렬에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\{X^w^j\} = [A_s^j] (\{X^j\} - \{U_r^j\}) \quad (4)$$

여기서,

$$[A_s^j] = \begin{bmatrix} 1 & \psi^j & -\theta^j \\ -\psi^j & 1 & \phi^j \\ \theta^j & -\phi^j & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

이다. 물체고정 좌표계에 있어서도 전체 좌표계와 국소 좌표계로 표현되는 위치벡터의 관계는 동일하다. 이와같은 좌표변환으로 얻어지는 변환행렬을 이용하면 부재절점의 변위벡터, 부재절점에 작용하는 힘과 모멘트의 벡터는 변환식을 이용하여 여러 좌표계로 표현된 힘과 모멘트를 최종적으로 $O^j-X^jY^jZ^j$ 좌표계로 나타내고, 각 절점에 대한 평형방정식으로부터 운동방정식을 유도한다.

2.2 외각요소에 작용하는 힘과 모멘트

외각요소에 작용하는 외력은 (1) 중력 (2) 관성력 (3) 정적 유체압력에 의한 부력 (4) Froude-

Krylov force (5) radiation force (6) diffraction force 와 같이 6 가지 종류로 분류되며, 이 힘들은 각각 그것에 편리한 좌표계에서 산정된 후, 각 좌표계간의 변환행렬을 이용하여 최종적으로 $O^j - X^j Y^j Z^j$ 좌표계로 표현한다.

2.2.1 중 력

j 번째 외각요소의 중력과 모멘트는 $O^j - X^j Y^j Z^j$ 좌표계로 다음과 같이 표현된다.

$$\{F_G^j\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -M^j g \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\{M_G^j\} = M^j g l_z^j \begin{Bmatrix} -b_z \\ a_z \\ 0 \end{Bmatrix} - M^j g l_z^j \begin{Bmatrix} -c_z & 0 & a_z \\ 0 & -c_z & b_z \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \{U_r^j\} \quad (7)$$

여기서, $[M^j]$ 는 외각요소 j 의 질량이고, l_z^j 는 외각요소의 절점과 重心사이의 거리를 나타내고, a_z, b_z, c_z 는 $[C_s^j]$ 의 성분으로, 요소의 중심축의 방향여현을 나타낸다.

2.2.2 관 성 력

$O^j - X^j Y^j Z^j$ 좌표계에서의 관성력과 모멘트는 $[A_s^j], [C_s^j]$ 를 이용하고 미소변위의 곱차항을 무시하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\{F_I^j\} = -[C_s^j]^T \begin{Bmatrix} M^j & 0 & 0 \\ 0 & M^j & 0 \\ 0 & 0 & M^j \end{Bmatrix} [C_s^j] \{\ddot{U}_r^j\} \\ - [C_s^j]^T \begin{Bmatrix} 0 & M^j l_z^j & 0 \\ -M^j l_z^j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} [C_s^j] \{\ddot{U}_r^j\} \quad (8)$$

$$\{M_I^j\} = -[C_s^j]^T \begin{Bmatrix} 0 & -M^j l_z^j & 0 \\ M^j l_z^j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} [C_s^j] \{\dot{U}_r^j\} \\ - [C_s^j]^T \begin{Bmatrix} I_\phi^j + M^j (l_z^j)^2 & 0 & 0 \\ 0 & I_\theta^j + M^j (l_z^j)^2 & 0 \\ 0 & 0 & I_\psi^j \end{Bmatrix} [C_s^j] \{\dot{U}_r^j\} \quad (9)$$

여기서, $I_\phi^j, I_\theta^j, I_\psi^j$ 는 요소의 관성 모멘트이고, 첨자 I 는 관성에 기인하는 힘과 모멘트임을 나타내는 것이다.

유체력을 산정하기 위하여 유한수심의 *Airy* 파를 이용하면, 수면상승 ξ_w 와 입사파의 속도 포텐셜 Φ_o 는 다음과 같이 표현된다.

$$\xi_w = a \cos \{ k(X \cos \chi + Y \sin \chi) - \omega t \} \quad (10)$$

$$\Phi_o = \text{Re} \{ \phi_o e^{-i\omega t} \}, \quad Z \leq d \quad (11)$$

$$\phi_o = \frac{g a}{i \omega} \frac{\cosh \{ k(Z-d+h) \}}{\cosh kh} \\ \cdot \exp \{ ik(X \cos \chi + Y \sin \chi) \} \quad (12)$$

여기서, a 는 파의 진폭, k 는 파수 (wave number), χ 는 입사파의 각으로 파의 진행방향과 X 축 사이의 각을 나타내며, ω 는 각주파수, t 는 시간, g 는 중력가속도, h 는 수심을 나타내고, d 는 공간고정 기준좌표계 $O - XYZ$ 의 원점 O 에서부터 정수면까지의 거리를 나타낸다. 식 (11)로부터 유체입자의 속도와 가속도가 구해지며, 선형화된 *Bernoulli*의 이론으로부터 유체압력은 다음과 같이 표현된다.

$$p = p_s + p_e \quad (13)$$

$$p_s = \rho g (d - Z), \quad Z \leq d \quad (14)$$

$$p_e = -\rho \frac{\partial \Phi_o}{\partial t} \quad (15)$$

여기서, p 는 유체압력, p_s 는 정적 유체압력, p_e 는 동적 유체압력이고, ρ 는 유체의 밀도이다.

2.2.3. 정수압에 의한 부력

정적 유체압력에 기인하는 부력은 식 (14)의 p_s 를 요소의 침수표면에 대하여 적분함으로써 산정되며 만일 요소가 부분적으로 침수되었다면 적분 구간은 요소와 유체의 수면상승 사이의 상대운동에 의해 시간에 따라 변하게 되나 여기서는 적분상한을 평균 수면상으로 하고, 정적 유체력과 모멘트를 $O^j - X^j Y^j Z^j$ 의 좌표계로 외각요소 j 의 절점에서 평가하기로 하면, 부력과 모멘트는 다음과 같이 쓸 수 있다⁷⁾.

$$\{F_S^j\} = \rho g \iint \{n\} (Z-d) dS^j \quad (16)$$

$$\{M_S^j\} = \rho g \iint [(\{X^j\} - \{U_r^j\}) \times \{n\}] (Z-d) dS^j \quad (17)$$

여기서, $\{n\}$ 은 외향법선벡터, $\{X^j\} - \{U_i^j\}$ 는 $O^j - X^j Y^j Z^j$ 좌표계의 원점에서 임의점까지의 위치벡터이다. 유체정역학적 압력은 zeroth order이므로, $O^j - X^j Y^j Z^j$ 좌표계와 물체고정 전 좌표계 $O^j - X^j Y^j Z^j$ 사이의 구별은 중요하다.

먼저, 반침수 상태의 외각요소 j 에 대해 나타내기로 한다. 침수표면에 대하여 p_s 를 Gauss의 정리에 의해 체적 적분으로 하고, 정적 유체압력에 기인하는 힘과 모멘트를 $O^j - X^j Y^j Z^j$ 좌표계에 대하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F_S^j\} &= \rho g \int \int \int_{V^j} [\nabla(Z-d)] dV^j \\ &= \{k\} \rho g \int \int \int_{V^j} dV^j \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \{M_S^j\} &= -\rho g \int \int \int_{V^j} [\nabla \times (Z-d) (\{X^j\} \\ &\quad - \{U_i^j\})] dV^j \\ &= \rho g \int \int \int_{V^j} [\{i\}(Y^j - V^j) \\ &\quad - \{j\}(X^j - U^j)] dV^j \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, V^j 는 평균 수면상 아래의 외각요소 j 의 순간적인 배수체적이다.

힘 (18)는 배수체적 V^j 에 비례하는 부력이고, 모멘트 (19)는 외각요소 j 의 부력중심의 위치벡터와 부력과의 외적(cross-product)이다. 식 (18)과 (19)에서 체적적분들은 V^j 를 정적 평형시의 외각요소 j 의 배수체적($Z_w^{*j}=0$ 평면아래의 외각요소 j 의 배수체적) V_o^j 및 평면 $Z=d$ 와 $Z_w^{*j}=0$ 평면사이의 체적으로 표현한 후 (1)과 (4)를 이용하면 아래와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \{F_S^j\} &= \{k\} \rho g [V_o^j - \int \int_{S_o^j} (Z-d \\ &\quad - Z_w^{*j}) dX_w^{*j} dY_w^{*j}] \\ &= \{k\} \rho g [V_o^j - \int \int_{S_o^j} \{(Z_o^j + Z_s^{*j} \\ &\quad + W^j - d) + \theta^j(Y_w^{*j} + Y_s^{*j}) \\ &\quad - \theta^j(X_w^{*j} + X_s^{*j})\} dX_w^{*j} dY_w^{*j}] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \{M_S^j\} &= \rho g \int \int \int_{V^j} [\{i\}(Y - Y_o^j - V^j) \\ &\quad - \{j\}(X - X_o^j - U^j)] dV^j \\ &= \rho g [\int \int \int_{V_o^j} [\{i\}\{(Y_w^{*j} + Y_s^{*j}) \\ &\quad + \Psi^j(X_w^{*j} + X_s^{*j}) - \Phi^j(Z_w^{*j} + Z_s^{*j})\} \\ &\quad - \{j\}\{(X_w^{*j} + X_s^{*j}) + \Theta^j(Z_w^{*j} + Z_s^{*j}) \\ &\quad - \Psi^j(Y_w^{*j} + Y_s^{*j})\}] dV_o^j \\ &\quad - \int \int_{S_o^j} [\{(Z_o^j + Z_s^{*j} + W^j - d) \\ &\quad + \theta^j(Y_w^{*j} + Y_s^{*j}) - \theta^j(X_w^{*j} + X_s^{*j})\} \\ &\quad \{ \{i\}(Y_w^{*j} + Y_s^{*j}) - \{j\}(X_w^{*j} \\ &\quad + X_s^{*j}) \}] dX_w^{*j} dY_w^{*j}] \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 S_o^j 는 정적 평형시의 외각요소 j 의 수선면적이다. $(Z_o^j - d + Z_s^{*j}) = 0$ 을 고려하여 식 (20)과 식 (21)은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F_S^j\} &= \{k\} \rho g [V_o^j - W^j S^j - \theta^j(S_2^j \\ &\quad + S^j Y_s^{*j}) + \theta^j(S_1^j + S^j X_s^{*j})] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \{M_S^j\} &= \{i\} \rho g [V_o^j \{(Y_B^j + Y_s^{*j}) \\ &\quad + \Psi^j(X_B^j + X_s^{*j}) - \Phi^j(Z_B^j + Z_s^{*j})\} \\ &\quad - \{W^j(S_2^j + S^j Y_s^{*j}) + \theta^j(S_{22}^j \\ &\quad + 2S_2^j Y_s^{*j} + S^j Y_s^{*j} Y_s^{*j}) \\ &\quad - \theta^j(S_{12}^j + S_1^j Y_s^{*j} + S_2^j X_s^{*j} \\ &\quad + S^j X_s^{*j} Y_s^{*j})\}] \\ &\quad - \{j\} \rho g [V_o^j \{(X_B^j + X_s^{*j}) \\ &\quad + \Theta^j(Z_B^j + Z_s^{*j}) - \Psi^j(Y_B^j + Y_s^{*j})\} \\ &\quad + \{-W^j(S_1^j + S^j X_s^{*j}) - \theta^j(S_{12}^j \\ &\quad + S_2^j X_s^{*j} + S_1^j Y_s^{*j} + S^j X_s^{*j} Y_s^{*j}) \\ &\quad + \theta^j(S_{11}^j + 2S_1^j X_s^{*j} + S^j X_s^{*j} X_s^{*j})\}] \end{aligned} \quad (23)$$

여기서, 부력중심 $\{X_B^j\}$ 는

$$\{X_B^j\} = \frac{1}{V_o^j} \int \int \int_{V_o^j} \{X_W^{*j}\} dV_o^j \quad (24)$$

이고, 수선면적, 수선면 1차 및 2차 모멘트는 아래와 같이 정의된다.

$$S^j = \int \int_{S_o^j} dX_W^{*j} dY_W^{*j} \quad (25)$$

$$S_i^j = \int \int_{S_o^j} \{X_{iW}^{*j}\} dX_W^{*j} dY_W^{*j} \quad (26)$$

$$S_{ik}^j = \int \int_{S_o^j} \{X_{iW}^{*j}\} \{X_{kW}^{*j}\} dX_W^{*j} dY_W^{*j} \quad (27)$$

외각요소 j 가 침수 상태인 경우는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{F_S^j\} = \{k\} \rho g V_o^j \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \{M_S^j\} = \{i\} \rho g [& V_o^j \{ (Y_B^j + Y_S^{*j}) \\ & + \Psi^j (X_B^j + X_S^{*j}) - \Phi^j (Z_B^j + Z_S^{*j}) \} \\ & - \{j\} \rho g [V_o^j \{ (X_B^j + X_S^{*j}) \\ & + \Theta^j (Z_B^j + Z_S^{*j}) - \Psi^j (Y_B^j + Y_S^{*j}) \} \\ & \cdot \end{aligned} \quad (29)$$

단, (28)식의 V_o^j 는 침수된 외각요소 j 의 배수체적이고 $\{X_B^j\} + \{X_S^{*j}\}$ 는 외각요소의 절점에서 부심까지의 위치벡터이다.

2.2.4. Froude-Krylov 력

외각요소 j 에 작용하는 공간고정 전체좌표계에 대한 Froude-Krylov force는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \{F_F^j\} \\ \{M_F^j\} \end{Bmatrix} = Re \{ \{F_{Fk}^j\} e^{-i\omega t} \} \quad (30)$$

여기서, $\{F_{Fk}^j\}$ 는 평면 입사파에 의한 Froude-krylov force의 복소진폭 벡터이며, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{F_{Fk}^j\} = -i\rho\omega \int \int_{S_H^j} \phi_o^j n_k^j ds^j, \\ (k = 1 \sim 6) \end{aligned} \quad (31)$$

단, n_k^j ($k = 1 \sim 6$)는 일반화 방향여현이다.

2.2.5 Radiation 력

외각요소 j 에 작용하는 radiation force는 속도(각속도)에 비례하는 힘(모멘트)과 가속도(각가속도)에 비례하는 힘(모멘트)으로 분리할 수 있고, 속도 및 각속도에 비례하는 힘과 모멘트를 각각 $\{F_N^j\}$, $\{M_N^j\}$ 라 하고, 가속도 및 각가속도에 비례하는 힘과 모멘트를 각각 $\{F_A^j\}$, $\{M_A^j\}$ 라 하면, 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{Bmatrix} \{F_N^j\} \\ \{M_N^j\} \end{Bmatrix} = - [\nu_{ki}^j] \begin{Bmatrix} \{\dot{U}_i^j\} \\ \{\dot{U}_r^j\} \end{Bmatrix} \quad (k, i = 1 \sim 6) \quad (33)$$

$$\begin{Bmatrix} \{F_A^j\} \\ \{M_A^j\} \end{Bmatrix} = - [\mu_{ki}^j] \begin{Bmatrix} \{\ddot{U}_i^j\} \\ \{\ddot{U}_r^j\} \end{Bmatrix} \quad (k, i = 1 \sim 6) \quad (34)$$

여기서,

$$\phi_i^j = \phi_{ic}^j + i \phi_{is}^j \quad (35)$$

로 두면, μ_{ki}^j 와 ν_{ki}^j 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{ki}^j = -\rho \int \int_{S_H^j} \phi_{ic}^j n_k^j ds^j \\ \nu_{ki}^j = -\rho\omega \int \int_{S_H^j} \phi_{is}^j n_k^j ds^j \end{aligned} \quad (36)$$

여기서, S_H^j 는 외각요소 j 의 침수표면, $[\mu_{ki}^j]$, $[\nu_{ki}^j]$ 는 공간고정 전체좌표계에 대한 외각요소 j 의 부가질량 행렬, 조파감쇠 행렬이다.

2.2.6 Diffraction 력

외각요소 j 에 작용하는 공간고정 전체좌표계에 대한 diffraction force는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \{F_D^j\} \\ \{M_D^j\} \end{Bmatrix} = Re \{ \{F_{Dk}^j\} e^{-i\omega t} \}, \quad (k = 1 \sim 6) \quad (37)$$

단, $\{F_{Dk}^j\}$ 는 산란파에 의한 diffraction force 의 복소진폭 벡터이며, 다음과 같다.

$$\{F_{Dk}^j\} = -i\rho\omega \int \int_{S_{H^j}} \phi_{\tau}^j n_k^j ds^j, \quad (k = 1 \sim 6) \quad (38)$$

이고, n_k^j 는 일반화 방향여현이다.

2.3 계류력

계류력은 초기 장력 T_p^j 와 계류 부재의 축방향 (z_T^j) 의 변위 즉 伸縮에 의한 축강성에 기인하는 장력 변동을 더함으로서 평가할 수 있다. 그러므로 계류부재 고정 좌표계에서의 계류력 벡터 $\{f_T^j\}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\{f_T^j\} = \{ 0 \ 0 \ -T_p^j - \frac{EA_t^j}{L^j} w^j \}^T \quad (39)$$

여기서, EA_t^j 와 L^j 는 계류 부재의 축강성과 초기길이를 나타낸다.

계류점의 물체고정 국소 좌표계 $o^j-x^jy^jz^j$ 는 변환행렬 $[C_i^j]^T$ 에 의해 공간고정 국소좌표계로 변환되고, $[C_s^j]^T$ 에 의해 공간고정 전체 좌표계와 평행이 되도록 변환한다. 따라서 계류력은 미소변위의 고차항을 무시하여 다음과 같이 산정된다.

$$\{F_T^j\} = [C_s^j]^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -T_p^j \end{Bmatrix} - [C_s^j]^T \begin{bmatrix} T_p^j/L^j & 0 & 0 \\ 0 & T_p^j/L^j & 0 \\ 0 & 0 & EA_t^j/L^j \end{bmatrix} [C_i^j] \{U_i^j\} \quad (40)$$

계류점은 핀 결함을 가정하여 모멘트는 발생하지 않는 것으로 한다.

$$\{M_T^j\} = \{0\} \quad (41)$$

2.4 보요소의 강성에 기인하는 절점력

j, k 의 2개의 절점을 연결하는 l 번째의 단성 보요소에 있어서, 국소 좌표계에서의 절점력과 절점변위를 결합하는 요소 강성 행렬은 종래의 3차

원 골조 해석법에 의해 정식화시키면 좌표 변환 행렬 $[C^j]$ 에 의해 다음과 같이 $O^j-X^jY^jZ^j$ 좌표계에서의 전체 강성 방정식으로 변환된다.

$$\begin{Bmatrix} \{F_B^j\} \\ \{M_B^j\} \\ \{F_B^k\} \\ \{M_B^k\} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [C^j]^T [K_B^j] [C^j] & [C^j]^T [K_B^k] [C^j] \\ [C^j]^T [K_B^k] [C^j] & [C^j]^T [K_B^j] [C^j] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_i^j\} \\ \{U_r^j\} \\ \{U_i^k\} \\ \{U_r^k\} \end{Bmatrix} \quad (42)$$

여기서, 좌표 변환 행렬 $[C^j]$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$[C^j] = \begin{bmatrix} [C_s^j] & [0] \\ [0] & [C_s^j] \end{bmatrix} \quad (43)$$

여기서, $[C_s^j]$ 은 식 (3)과 같고, 전체 좌표계를 국소 좌표계로 변환시키는 변환행렬이다.

2.5 운동 방정식

각 절점에서 평가한 힘과 모멘트는 변위, 속도, 가속도의 미지량을 포함하기 때문에, 구조 전체의 변위 벡터를 $\{U_w\}$ 라 하고 각 절점에 작용하는 힘과 모멘트를 더해줌으로서 구조 전체에 대한 다음과 같은 운동 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M] \{\ddot{U}_w\} + ([N_w] + [M])\{\dot{U}_w\} + ([K_w] + [K])\{U_w\} = \{F_w\} \quad (44)$$

여기서, $[M]$: 부가질량을 포함하는 질량 행렬

$[N_w]$: 조파감쇠 행렬

$[M]$: 구조감쇠 행렬

$[K_w]$: 중력, 정수압 및 계류력에 의한 복원력 행렬

$[K]$: 구조강성 행렬

$\{F_w\}$: 정적중력, 정적부력, 초기 장력, 파 강제력 벡터

$$\{U_w\} = \{\{U_i^1\} \{U_r^1\} \{U_i^2\}$$

$\{U_r^2\} \dots \}^T$: 구조 전체의 변위 벡터

구조감쇠 행렬은 다음과 같이 *Rayleigh* 감쇠를 이용하기로 한다.

$$[M] = a[M] + b([K_w] + [K]) \quad (45)$$

여기서, *a*, *b* 는 비례상수이다.

$\{F_w\}$ 는 정적인 힘과 동적인 힘으로 나눌 수 있고, 변위 응답은 정상상태의 해로 가정하면 다음의 연립방정식으로 된다.

$$\begin{bmatrix} ([K_w] + [K]) - \omega^2[M] & \omega([N_w] + [N]) \\ -\omega([N_w] + [N]) & ([K_w] + [K]) - \omega^2[M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{U}_i\} \\ \{\bar{U}_j\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\bar{F}_{wi}\} \\ \{\bar{F}_{wj}\} \end{Bmatrix} \quad (46)$$

식 (46)에 의해 각 절점 및 계류점의 cosine 항과 sine 항의 진폭을 구함으로써 임의의 절점의 변위응답은 쉽게 구할 수 있다. 예를들면 *j*절점의 *X*방향 변위응답은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} U^j &= \bar{U}_c^j \cos \omega t + \bar{U}_s^j \sin \omega t \\ &= \sqrt{(\bar{U}_c^j)^2 + (\bar{U}_s^j)^2} \cos(\omega t - \gamma_u) \end{aligned} \quad (47)$$

여기서, $\gamma_u = \tan^{-1} \frac{\bar{U}_s^j}{\bar{U}_c^j}$ 이다.

이와같이 변위응답이 구해지면 다른 응답들은 통상적인 방법에 의해 구할 수 있다.

3. 수치계산 및 고찰

본 탄성응답 해석법의 타당성을 검증하기 위해 *Itu*⁵⁾의 계산치 및 *Fukuoka*의 실험치⁶⁾를 본 탄성응답 해석법의 계산치와 비교·검토하기로 한다. Fig. 3는 보요소(*beam elements*)로 이루어진 골조구조의 요소 분할도이고, 표기된 번호는 절점번호를 나타낸다. 파장제력 및 유체력을 계산하기 위해 Fig. 4와 같이 TLP의 침수표면을 544개의 평면 *panel*로 분할하였다. 횡방향의 lower hull과 deck girder의 등가 굽힘 강성은 각각 1.63×10^5 , $7.61 \times 10^4 \text{ Kg} \cdot \text{cm}^2$ 이고, 1 column 당의 tendon 의 스프링 상수는

5.9 *Kgf/cm* 이다. 또, *Rayleigh* 감쇠의 비례상수 *a*와 *b*는 각각 0.0 과 0.02 로 하였다.

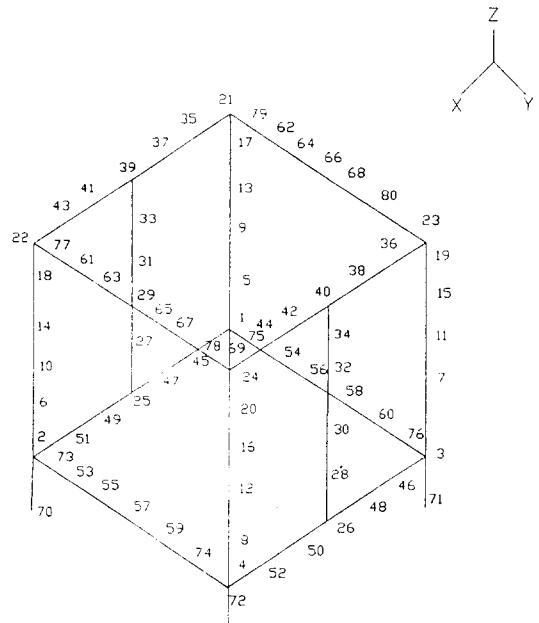


Fig. 3 Node Number of 3-Dimensional Frame Structure for the Tension Leg Platform

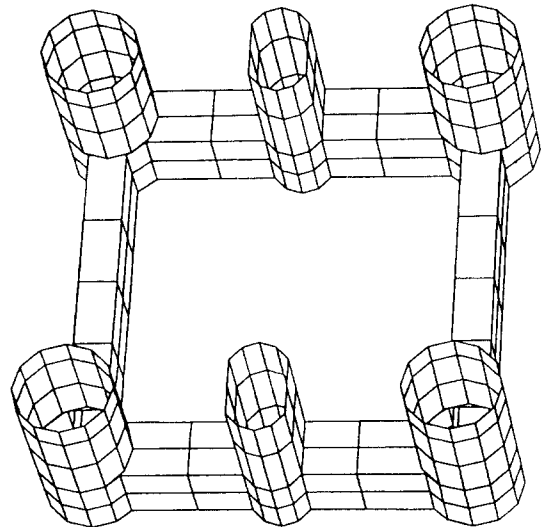


Fig. 4 Submerged surface of the Tension Leg Platform represented by 544 panels

Fig. 5 ~ Fig. 11 은 각종 응답의 계산결과를 나타내

고 있다. 계산결과는 수심 5m, 파 입사각이 90°인 횡파에 대한 것이며, 힘은 $\rho g \zeta_a \Delta^{2/3} = 1.16 Kg_f$, 모멘트는 $\rho g \zeta_a \Delta = 0.394 Kg_f \cdot m$ 로서 무차원화 시킨 것이다.

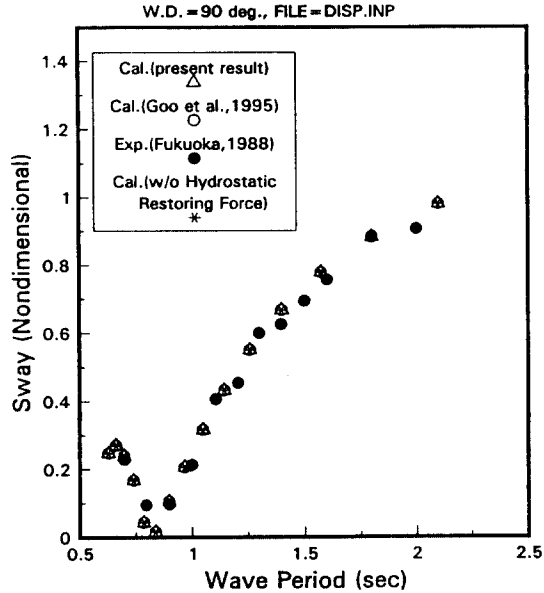


Fig. 5 Sway responses of the Tension Leg Platform

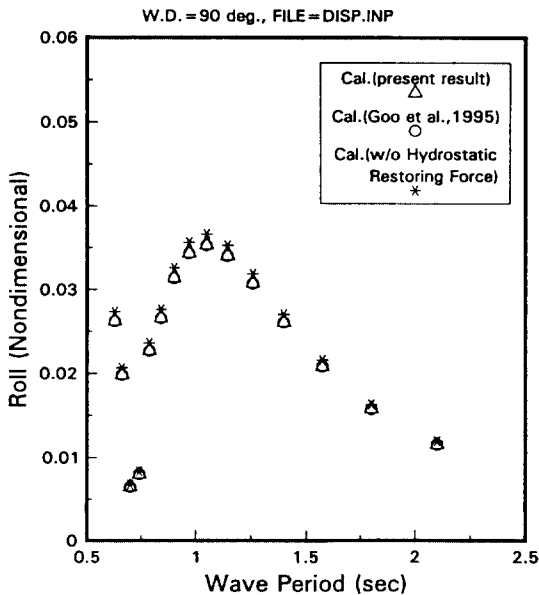


Fig. 6 Roll responses of the Tension Leg Platform

Fig. 5, Fig. 6은 각각 Sway(cm/cm) 및 Roll (rad/cm)의 응답을 나타내고 있다. 원표는 튜브에 의한 정수압에 의한 복원력을 근사적으로 평가한 계산결과이고, 삼각표는 본 방법에 의해 복원력을 정밀하게 계산한 결과이고, 별표는 정수압에 의한 복원력을 무시한 계산결과이며, 흑점이 Fukuoka에 의한 실험 결과이다. Sway 응답에서는 정수압에 의한 복원력의 영향이 나타나지 않으나, Roll 응답에서는 정수압에 의한 복원력의 영향이 약간 나타남을 알 수 있으며, 정수압에 의한 복원력의 근사적 계산 결과와 정밀한 계산 결과의 차이는 나타나지 않음을 알 수 있다. 인장계류식 해양구조물(TLP)은 상부구조물이 유체중으로 끌어당겨져 계류부재에 항상 인장력이 작용하도록 설계된 구조물이므로 초기장력에 의한 복원력의 영향을 주로 받으며, 정수압에 의한 복원력의 영향은 미소하게 나타난다. 그러므로 정수압에 의한 복원력의 근사적 계산 결과와 정밀하게 계산한 결과와의 차이는 거의 나타나지 않는 것으로 평가된다.

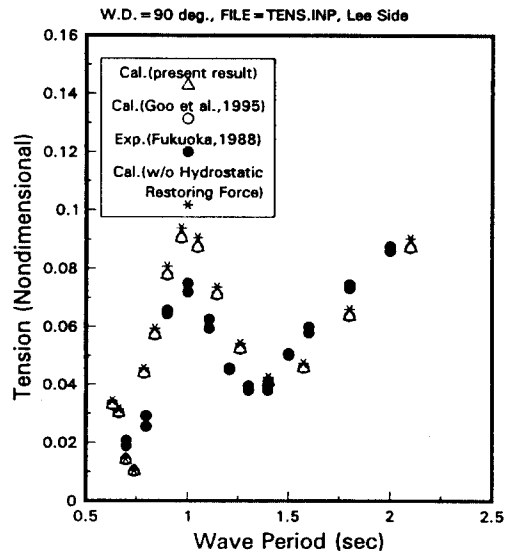


Fig. 7 Tension responses of the tendon on lee side

Fig. 7은 파하측(lee side)의 tendon의 변동장력을 나타내고 있다. 정수압에 의한 복원력의 영향이 약간 나타남을 알 수 있으며, 정수압에 의한 복원력의 계산 방법의 차이는 나타나지 않음을 알 수

있다.

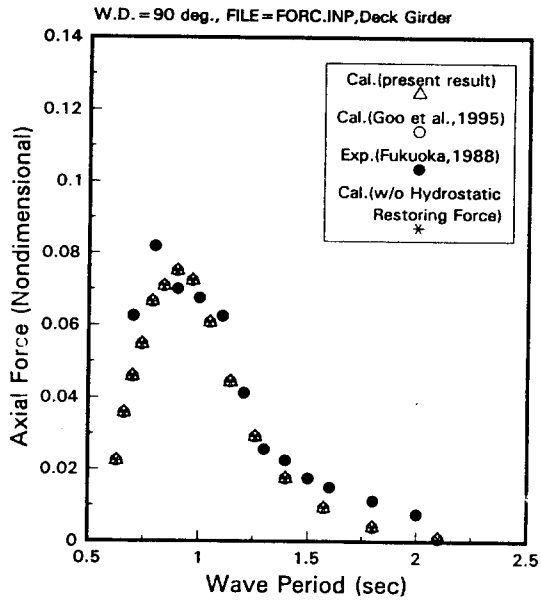


Fig. 8 Axial force responses of the transverse deck girder

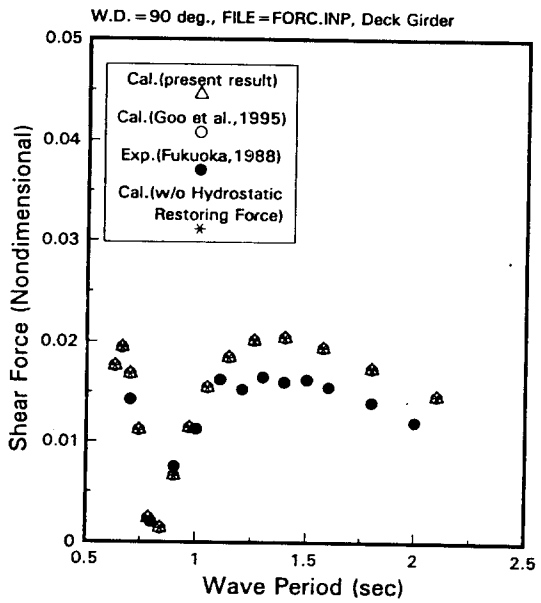


Fig. 9 Shear force responses of the transverse deck girder

Fig. 8, Fig. 9는 각각 deck girder(절점번호 63 과 65 사이의 보요소)의 축력 응답과 전단력 응답을 나타내고 있다. 정수압에 의한 복원력의 영향이 나타나지 않음을 알 수 있다.

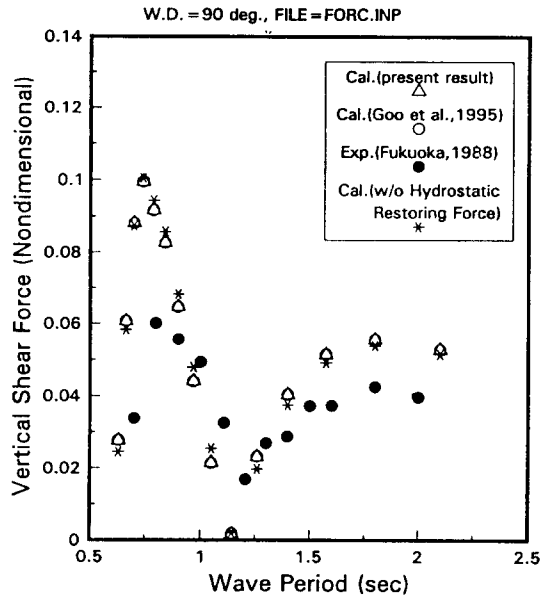


Fig. 10 Vertical shear force on the Tension Leg Platform

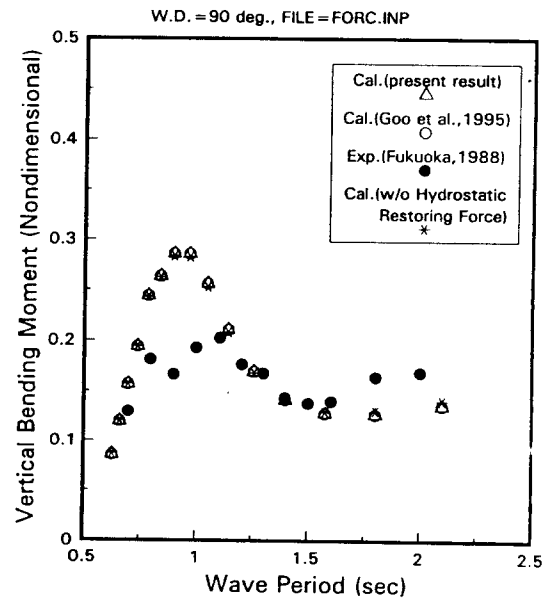


Fig. 11 Vertical bending moment on the Tension Leg Platform

Fig. 10, Fig. 11은 각각 전체구조에 작용하는 수직 전단력 및 수직 굽힘모멘트의 응답을 나타내고 있으며, Fig. 7의 장력변동 응답과 유사한 경향을 보이고 있다.

- 6) 福岡哲二, “JOIA-TLP의 彈性應答計算”, 三井造船昭島研究所, 1988
- 7) J.N.Newman, “Marine Hydrodynamics”, pp. 290-295, 1977

4. 결 론

본 논문에서 취급한 계산모델 및 계산조건하에서 얻어진 주요한 결론은 다음과 같다.

- 1) 인장계류식 해양구조물(TLP)은 정수압에 의한 복원력에 비해 초기장력에 의한 복원력의 영향이 지배적이므로 정수압에 의한 복원력의 개선효과는 거의 나타나고 있지 않다.
- 2) 반잠수식 해양구조물이나 선박의 경우에는 정수압에 의한 복원력의 영향이 크게 나타날 것이며, 이와 같은 경우에는 정수압에 의한 복원력을 정밀하게 평가한 본 방법이 유효할 것으로 사료된다.

5. 참 고 문 헌

- 1) Faltinsen, O.M. and Michelsen, F.C., “Motion of Large Structures in Waves at Zero Froude Number”, International Symposium on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, pp. 91-106, 1974
- 2) Garrison, C.J. and Rao, V.S., “Interaction of Waves in Submerged Objects”, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering Division, ASCE, Vol.97, pp. 259-277, 1971
- 3) 吉田宏一郎, 尾崎雅彦, 岡 德昭, “緊張繫留プラットフォームの構造應答特性”, 日本造船學會論文集, 第 152 號, pp. 329-335, 1983
- 4) 구자삼, 이창호, 홍봉기, “인장계류식 해양구조물의 동적응답해석법의 개발”, 한국해양공학회지, 제 7 권 제 1 호, pp. 133-146, 1993
- 5) 구자삼, 김진하, 이창호, “인장계류식 해양구조물(TLP)의 동적응답해석(I)”, 한국해양공학회지, 제 9 권 제 1 호, pp. 161-172, 1995