

선체중량분포의 변화에 따른 정수중 굽힘모멘트와 파중 굽힘모멘트의 특성에 대하여

권 영 섭*

(96년 6월 21일 접수)

On the Characteristics of Still-Water and Wave Bending Moments
with the Variations of Ship Weight Distribution

Young-Sub Kwon*

Key Words : Weight Distribution(중량분포), Radius of Gyration(관성반경), Timoshenko Beam(티모센코 보), Hydroelasticity(유체탄성동역학), Wave Spectrum(파 스펙트럼), Root Mean Square(rms, 제곱평균), Weight Concentration Effect(중량 집중 효과)

Abstract

An extensive research programme has been aimed at the effect of ship weight distribution on the ship responses applying ship hydroelasticity theory. In the previous works, consistent tendencies of the still-water and the wave bending moments, respectively, were found as the weight distribution was varied systematically. The paper is therefore concerned mainly with any correlation between still-water and wave bending moments with the variations of weight distribution. Although these bending moments share different features with each other, such a comparison of tendencies was plausible and informative. These and other matters for the future are discussed.

1. 서 론

본 논문은 선체중량분포의 변화로 인한 선체응답의 특성을 살펴기 위한 연구의 일환으로서, 중량분포를 특징지을 수 있는 인자에 대한 재조명¹⁾과 중량분포의 선체중굽힘모멘트에 대한 영향²⁾에 이

은 연구결과이다. 이는 이상의 기존 고찰로부터 중량분포의 관련 인자, 즉 중량에 관한 1차 모멘트와 2차 모멘트(또는 관성반경)의 계통적인 변화가 정수중 굽힘모멘트(Still-Water Bending Moment, 이하 SWBM로 표기) 및 파중굽힘모멘트(Wave Bending Moment, 이하 WBM로 표기)의 결과에

* 조선대학교 공과대학 선박해양공학과

각기 일관된 변화를 줌을 확인할 수 있었음에, 이들 두 굽힘모멘트 사이의 중량분포 변화에 따른 특성을 고찰하고자 한다. 즉, 각 인자들의 정수중과 파중 굽힘모멘트에의 영향의 특성이 규명될 수 있는 바, 본 고찰에서는 나아가 이들 성식이 전혀 다른 두 가지 하중 사이의, 중량분포 변화와 관련한, 어떤 관계가 있는 것인지, 있다면 그 특성은 어떠한지를 살펴보고자 한다.

배는 적하화물의 중량분포 및 운항환경의 특성상 부여된(imposed) 하중에 의해 굽힘모멘트를 항상 받게 된다. 이에 정수중 굽힘모멘트와 파중 굽힘모멘트 외에도 슬래밍 등과 같은 충격하중에 의한 과도응답, 또는 온도차에 의한 변형에 따른 굽힘모멘트 등도 있을 것이나 본 고찰에서는 고려되지 않았다.

2. 중량분포와 정수중 및 파중 굽힘모멘트

선박의 중량분포와 파랑하중은 선체가 받는 하중의 지배적인 요소이다. 이때, 전자는 다루기가 용이하고 결정론적인(deterministic) 반면, 후자는 그의 계산이 상대적으로 단순하지가 않고 불확실할 뿐더러 통계적(stochastic) 특성을 갖는다. 특히 파중 굽힘모멘트는 선속이나 고려된 sea spectrum의 특성에 따라 결과의 성격을 달리할 수 있다. 따라서 성격이 전혀 다른 두 요소의 상관관계를 살핀다는 것은 언뜻 무리일 수 있다. 한편, 위의 지배적인 두 하중에 함께 영향을 주는 요소는 (선형이 주어진 이상) 중량분포뿐이며, 나아가 중량분포의 계통적 변화가 두 하중의 변화에 각기 일관된 경향을 줌에 어떠한 측면에서든 이의 비교, 고찰이 필요하게 느껴졌다.

중량분포와 이의 중굽힘모멘트를 포함한 선체응답에의 영향에 관한 문헌은 결코 많다 할 수 없으나 20세기 초의 Alexander³⁾, Thomson⁴⁾ 등의 선구적인 글에서 알 수 있듯, 본 주제는 고전적이고도 중요한 문제이다. 그럼에도 불구하고 상당기간을 중량분포의 문제는 operator의 문제로 다루어져 많은 조선인의 관심이 적었음이 사실이다. 반면에 선박의 대형화가 유난했던 시기에 중량분포의 문제가 다시금 제기되곤 함은 그나마 다행한 일이라

할 수 있다^{5,6,7)}. 한편, 1969년, Murdey⁸⁾는 파장에 대한 파중 굽힘모멘트 곡선에서 이중 정점(double peaks)이 나타나는 이유가 중량분포에 기인함을 보인 바, 이는 특기할 만하다. 1970년대 말 이래로 정수중 굽힘모멘트의 중요성에 대한 인식 및 그에 따른 Loading computer의 소개⁹⁾ 및 선박에서의 그의 필수적 운용에 이르고 있음은 앞서 언급한 중량분포의 정수중 및 파중 굽힘모멘트에의 영향의 중요성을 나타낸다 하겠다.

3. 중량분포의 계통적 변화와 수치계산^{1,2)}

3.1 중량분포의 계통적 변화

중량분포에 관한 두 인자, 즉 (중량에 대한) 1차 모멘트와 관성반경의 계통적인 변화로부터 각 인자의 선체가 받는 굽힘모멘트에의 영향을 파악할 수 있으며, 그 방법은 다음과 같이 그룹별로하여 분석할 수 있다.

- Group A : 1차 모멘트와 관성반경이 서로 비례하여 변화
- Group B : 1차 모멘트가 고정되고 (선수부와 선미부가 대등하게) 관성반경(만)이 변화
- Group C : 관성반경이 고정되고 1차 모멘트(만)이 변화

Table 1 Designations of mass distribution data

		by Symmetric Manipulations
Group	Subgroup	Cases (no. of cases)
A		t5,t17,t3,t8,t1,t2,t21,t4(8)
B	B1	t66,t42,t17,t41,t54,t55,t56(7)
	B2	t97,t71,t36,t12,t1,t34,t16,t49,t61,t94(10)
	B3	t99,t80,t79,t78,t48,t22,t20,t37,t64,(9)
C	C1	t40,t15,t3,t13,t46,t73(6)
	C2	t9,t8,t12,t72,t75,t80(6)
	C3	t47,t50,t78,t81,t86(5)
	C4	t62,t37,t21,t32,t91(5)

이때 총중량의 변화는 없으며, even keel 상태를 유지하여 유체역학적 특성의 영향이 없이 순수한

중량분포의 영향을 유도하였다. 나아가, 다양한 결과를 고려하고자 Group B와 C에 subgroup을 두었고 각 group은 5 - 10가지의 cases로 구성하였으며 이를 Table 1에 나타내었다. 각 case의 계산 결과는 SWBM의 경우 모두 열거하였으나, WBM의 경우는 결과의 선명함을 위해 각 그룹마다 대표적인 세 개의 결과만을 검토, 분석하였다. Table 2는 각각의 (Sub) group의 cases에서 대표적이고 구체적인 중량변화의 양 및 대응하는 1차 모멘트와 관성반경 값을 보여준다. 원래의 (만재상태의) 중량분포를 t1으로 표기하였다.

Table 2 Examples of mass variations and their (dimensionless) mass properties

Group	Sub-group	Case	Variation of mass in Section ($\times 1000\text{ton}$)							First moment	Second moment
			16	15	14	13	12	11			
			5	6	7	8	9	10			
A		t17	-5	-5	+5	-5	+5	-5	0.8990	21690	
		t1	0	0	0	0	0	0	0.9605	22524	
		t21	+5	+5	-5	+5	-5	-5	1.0220	23328	
C	C2	t9	+5	-5	-5	-5	+5	-5	0.9342	22407 (const)	
		t12	-5	+5	+5	-10	+10	-5	0.9605		
		t75	-10	+5	+10	+10	-5	-10	0.9868		
B	B2	t71	-15	0	+25	-5	+10	-15	0.9605 (const)	21891	
		t1	0	0	0	0	0	0		22524	
		t61	+15	-10	-5	-5	-10	+15		23063	

N.B. 변화는 t1을 기준으로 하였고, 이때 (+)는 증가, (-)는 감소를 나타냄.

Table 3 General characteristics and input data

Item	Value	Remarks
Principal dimensions		Fully loaded
Length	348.358	(m)
Beam	51.8	(m)
Draft	19.58	(m)
Displacement	2.79194×10^6	(kN)
Ship speed	6 (11.66)	(m/s) (Knots)
Heading angle	180	(deg.) Head sea
Sea spectra ($H_{1/3}$) (T_1)	6.0, 6.0, 6.0 7.72, 9.46, 10.92	ISSC (m) (s)
Mod. of Elasticity Mod. of Rigidity No. of modes	2.0707×10^8 8.2827×10^7 5	(kN/m^2) (kN/m^2) 3 distortion modes

3.2 모형선과 수치계산

대상 모형선으로 만재상태의 VLCC급 유조선을 다루었다. 이는 자료취합의 제한에 따른 선택으로서 만재상태의 유조선에서 과연 효과적인 중량분포의 변화를 얻을 수 있겠는가하는 문제도 일겠으나, 주안점은 simulation을 통해 결과의 분석이 가능하며, 나아가 비중이 큰 화물을 운반하는 선종과 ballast 상태 등의 경우에 확대 적용할 수 있기에 실질적 문제가 아닌 것으로 사료된다. 단, 선수 및 선미에서의 중량분포는 제한적일 수밖에 없어 본 계산에서는 선체의 0.2L-0.8L (0.0L은 선미, 1.0L은 선수, 이하 동일)에서만 중량변화를 주었다. 해석을 위하여 선체를 등간격으로 20 등분하고 구간별 특성을 달리한 Timoshenko beam으로 이상화하였다. 수치계산을 위한 software는 Bishop et al^(10,11)의 것을 취하였으며 이의 주요특성 및 과정을 Appendix에 첨부하였다. 모형의 주요제원, 이용된 Sea spectra, 선속 등의 입력자료는 Table 3과 같다. 수치계산의 결과에서 파중 굽힘모멘트 값으로는 대응 sea spectrum에서의 rms 값을 취하였으며 정수중 굽힘모멘트의 계산은 일반 적분방법으로 하였다. Fig. 1은 계산의 기준이 된 모형선(t1)의 중량, 부력 그리고 하중곡선을 나타내며, 이 하중곡선의 배 길이 방향 적분에 의한 정수중의 굽힘모멘트와 전단력의 분포는 Fig. 2에 나타내었다. 이로부터 원래의 중량분포는 새김(sagging)을 주며 최대 새김모멘트가 0.4L 지점 근방에서 발생함을 알 수 있다.

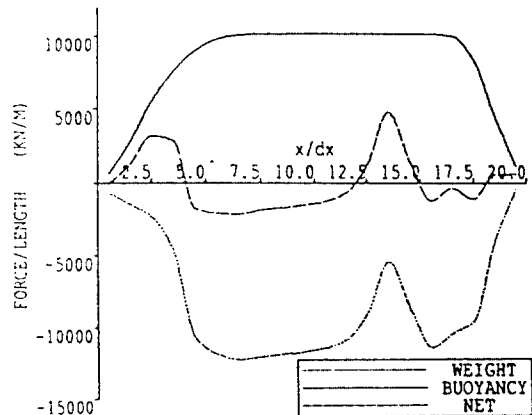


Fig. 1 Weight, buoyancy and net force curves (t1)

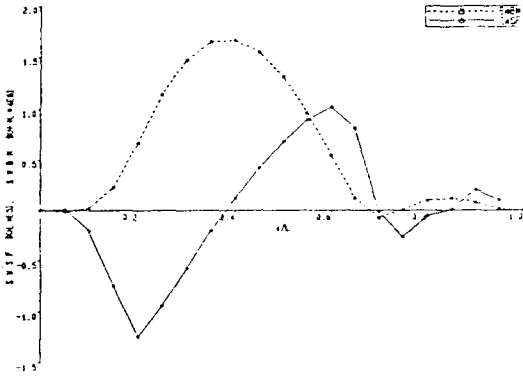


Fig. 2 Still-water bending moments and shearing forces (t1)

4. 결과 및 고찰

Figs. 3과 4는 중량분포 인자, 즉 1차 모멘트와 관성반경의 체계적인 변화와 그에 따른 SWBM과 WBM 값의 결과로서 대응 그룹에서의 두 결과의 특성을 비교함으로써 서로의 상관관계를 고찰할 수 있을 것이다. 참고로 중량변화에 따른 각각의 굽힘모멘트 결과 및 그 특성에 대해서는 문헌[2]에서 고찰되었다. Figs. 3과 4로부터 대응 인자의 변화에 따른 두 굽힘모멘트의, 변화율을 포함한, 결과의 경향이 서로 대체적으로 유사함을 발견할 수 있다. 이들 각 그룹에 대한 결과의 정리 및 고찰을 하면 다음과 같다.

Group A : 중량이 선수와 선미쪽으로 이동할수록 - 즉, 1차 및 2차 모멘트의 값이 (함께) 증가할수록 - 선체의 길이에 걸친 SWBM과 WBM 값은 감소하며, 특히 그 변화가 뚜렷한 지역은 두 결과 공히 0.35L-0.65L이다. 단지, 0.7L 이후의 선수부에서의 WBM 결과는 파의 스펙트럼의 (특성) 주기 T_1 이 증가함에 (앞서의 지배적인 결과에) 반대의 경향을 보인다. 선체의 양단에서의 SWBM의 변화는, 예측할 수 있는 바와 같이 크지 않거나 없으며, 이는 모든 그룹에 대해서도 해당된다. 한편, 중량 분포의 이동에 따른 각각의 모멘트의 최대값 발생 위치의 이동을 비교함은 특기할 만하다. 즉, 인자 값이 증가함에 따라 최대 SWBM의 발생 위치가 다소 선미쪽으로 이동함을 보이며, 이는 T_1 이 작을

때의 최대 WBM의 발생 위치의 변화 경향과 일치한다. 사실 이러한 성향은 모든 그룹에서도 확인할 수 있음을 볼 수 있다. 이때, 한편 T_1 이 증가함에 이와 같은 특성은 사라지며 WBM만의 새로운 경향을 보인다²⁾.

Group B : 관성반경 값이 증가함에 두 굽힘모멘트의 값이, 특히 0.3L-0.4L과 0.6L-0.7L 구간에서 감소한다. 한편, 선체 중앙부에서의 SWBM 값은 무시할 만하지만 WBM의 경우 오히려 다소 증가함을 보인다. 후자의 특성은 WBM과 관련하여 '중량집중 효과(weight concentration effect)'라고 불릴 수 있는 현상을 생각할 수 있을 것이다. 즉, 1차 모멘트 값의 변화없이 관성반경 값만을 증가시키면 선체중앙부와 선수, 선미에 중량이 집중됨을 의미하며 이로서 중앙부에서의 SWBM 값은 일정하나 WBM 값은 증가되는 것으로 생각된다.

Group C : 1차 모멘트 값이 변화함에 두 굽힘모멘트의 값은 서로 유사하게 변화함을 보인다; 1차 모멘트가 증가함에 SWBM과 WBM의 값은 0.25L-0.4L과 0.6L-0.75L에서 증가하고, 0.4L-0.6L에서 감소한다. 또한 1차 모멘트와 T_1 의 변화에 따른 두 굽힘모멘트의 최대값과 그리고/또는 정점(peaks)의 이동을 비교함도 특기할 만하다. 즉, 1차 모멘트가 증가함에 SWBM의 최대값의 발생은 중앙부에서 0.3L 근방으로 이동하며, 이때 두 번째 정점이 0.7L 근방에서 발생한다. 대응 WBM의 변화의 경우, T_1 이 작을 경우에만 비교적 SWBM의 최대값 위치의 이동과 유사함을 보이며 T_1 이 커지면 앞서의 다른 group에서와 같이 상호 유사성은 사라진다. 한편, T_1 이 작을 때에도, 1차 모멘트가 증가함에 따라 두드러지는 SWBM의 이중 정점(double peaks)은 WBM에서 뚜렷하게 나타나지는 않는 바, 이는 주어진 중량 이동이 WBM에 영향을 줄만큼 크지 못했기 때문인 것으로 생각된다.

이상의 결과를 종합하면, 첫째로, SWBM의 선체 길이에 따른 분포 특성은 파 스펙트럼의 특성 주기 T_1 이 작을 때의 WBM의 분포 특성과 유사함을 보임을 확인할 수 있다. 이는 T_1 이 작다는 것은 그만큼 시뮬레이션이 된 해상에 짧은 파 성분이 상대적으로 많다는 것으로 해석할 수 있기에 이의 WBM의 결과는 SWBM 결과의 속성을 지녀, 결국

선체중량분포의 변화에 따른 정수중 굽힘모멘트와 파중 굽힘모멘트의 특성에 대하여

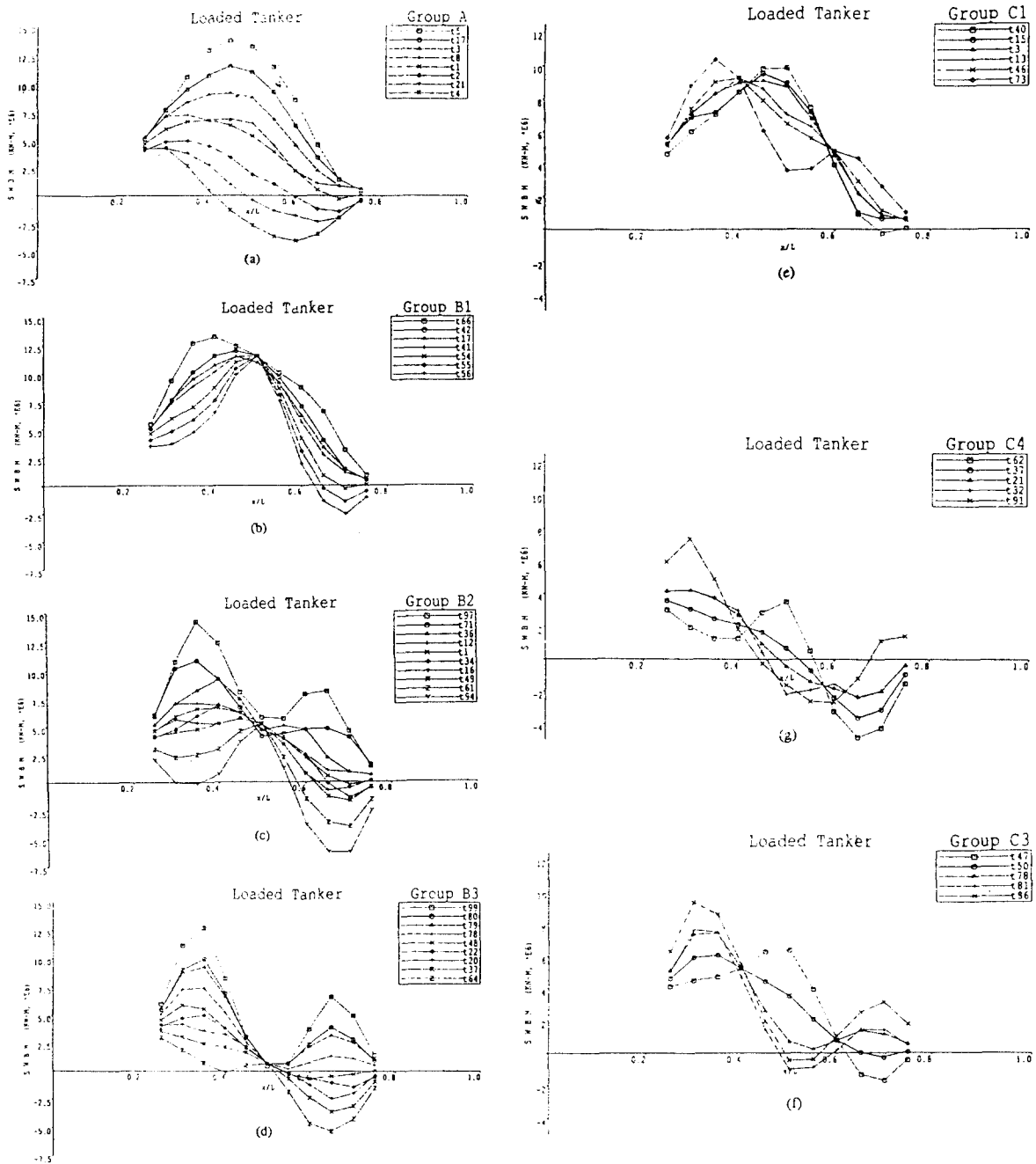


Fig. 3 Variations of SWBM along the length²⁾ (a) Group A (b-d) Group B (e-g) Group C

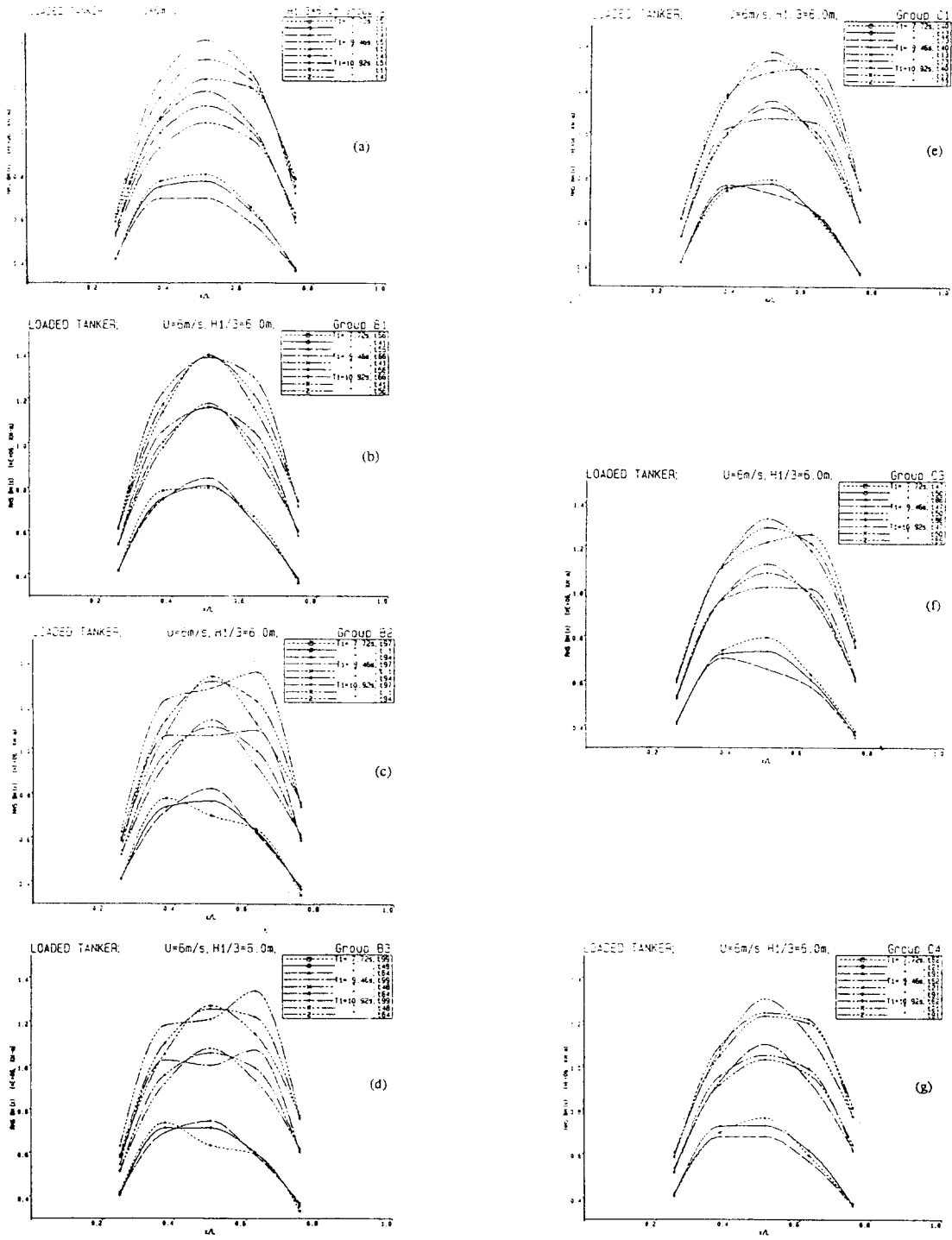
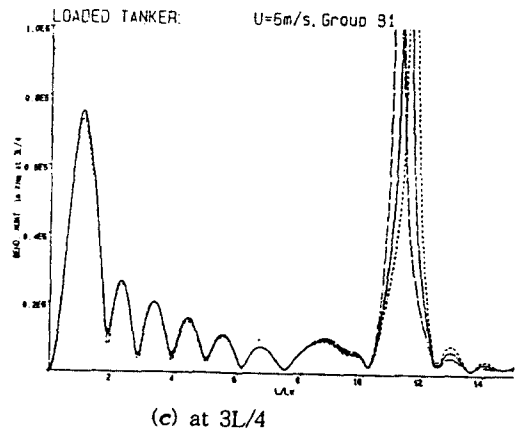
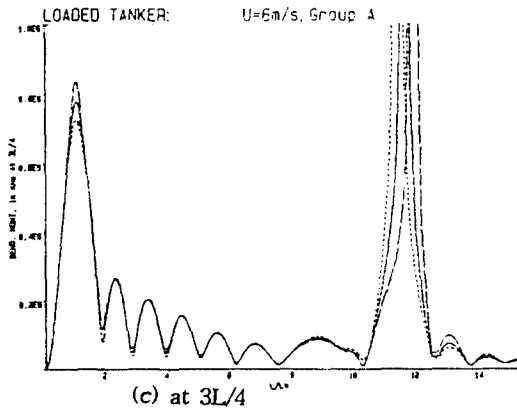
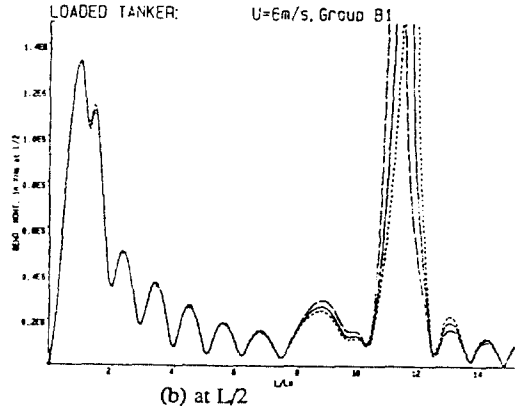
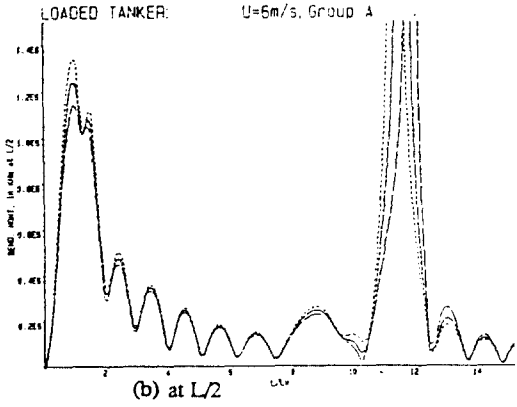
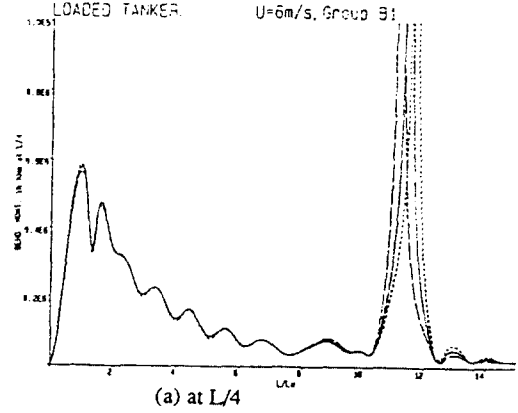
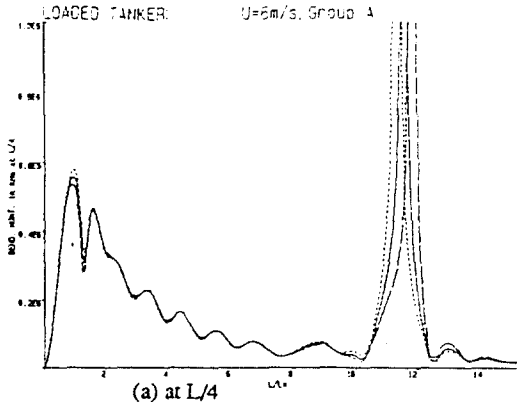


Fig. 4 Variations of WBM (rms values) along the length²⁾ (a) Group A (b-d) Group B (e-g) Group C

상호 유사성을 보인다고 추측된다. 이는 또한 T_1 이 증가된 경우의 그러한 유사성의 상실을 설명해 준

다고 생각된다. 둘째로, T_1 이 증가함에 따라 각기 group의 cases 사이의 WBM 차이의 크기는 대응



---	t = 5
—	t = 1
...	t = 4

---	t = 66
—	t = 41
...	t = 58

Fig. 5 Bending moment RAOs for Group A
 (a) at L/4 (b) at L/2 (c) at 3L/4

Fig. 6 Bending moment RAOs for Group B1
 (a) at L/4 (b) at L/2 (c) at 3L/4

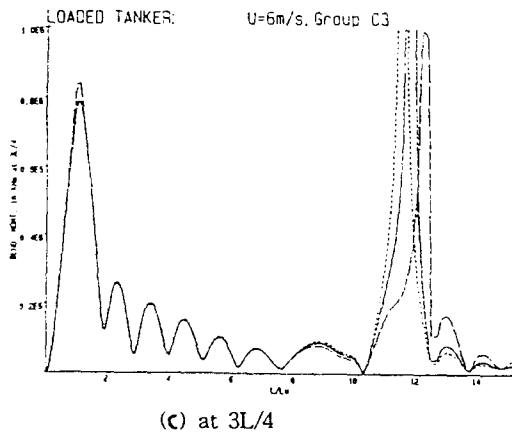
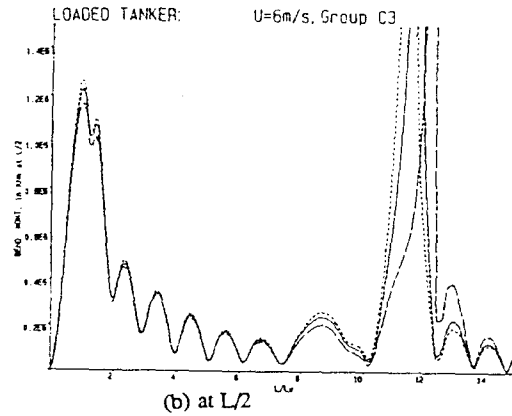
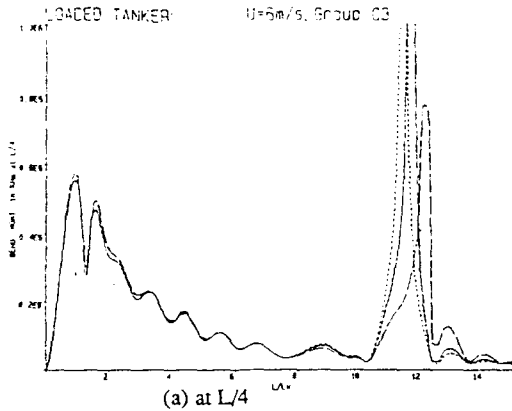


Fig. 7 Bending moment RAOs for Group C3
(a) at L/4 (b) at L/2 (c) at 3L/4

cases 사이의 SWBM 차이의 크기와 그 성격에 있

어 - 물론 절대적 크기가 아닌 - 서로 비교적 유사함을 보인다. 다소의 예외가 나타나는 지역의 경우, 이는 두 굽힘모멘트 사이의 필연적인 특성차에 기인하는 것으로서, 이에 대한 실마리는 어렵지 않게 확인할 수 있는 해당 특성을 헤아림으로서 이해될 수 있을 것으로 사료되며, '중량집중 효과' 역시 이와 무관하지 않다. 한편, 위의 첫번째 결과와는 Alexander³⁾와 Vedeler et al⁷⁾의 결과와도 일치함을 확인할 수 있다.

이상의 두 주요 고찰을 돕기 위해 대표적인 경우의 일부 WBM의 RAO 값과 해석에 사용된 파스펙트럼을 도시하면 각기 Figs. 5-7과 Fig. 8과 같다.

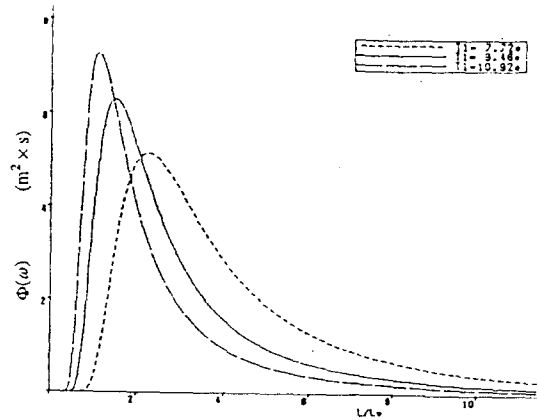


Fig. 8 The ISSC spectra ($H_{1.3}=6m, L=348.358m$)

5. 결 론

선체중량분포의 계통적인 변화는 중량에 관한 인자로서 나타낼 수 있으며, 이때의 정수중 굽힘모멘트 및 파중 굽힘모멘트에의 영향을 분석하였다^{1,2)}. 본 논문에서는 이들 두 굽힘모멘트 사이의 변화 특성을 비교, 고찰하였으며 이를 요약하면 다음과 같다.

(1) 선체의 정수중 굽힘모멘트의 분포 특성은 파스펙트럼의 특성 주기가 작을 때의 파중 굽힘모멘트의 분포 특성과 유사하다.

(2) 파스펙트럼의 특성 주기가 증가함에 따른 중량분포의 cases 사이의 파중 굽힘모멘트의 차이

는 대응 cases 사이의 정수중 굽힘모멘트의 차이와 유사한 특성을 보인다.

(3) 위의 결론에 있어 다소의 예외가 나타남은 두 굽힘모멘트의 특성상 차이점에 따른 필연적인 것으로서, 예를 들어, 파중굽힘모멘트의 경우 상대적으로 정수중 굽힘모멘트보다 중량의 변화에 덜 민감한 것은 하나의 요인이다.

(4) 중량이 집중되는 지역에서의 파중 굽힘모멘트는 증가되는 경향을 보인다.(weight concentration effect) 단, 이는 선체의 중앙부에 대한 고찰로서 다른 지역에서의 특성에 대한 검토가 필요하다.

본 고찰에 따른 후추과제로는 우선, 대상 선종이 만재상태의 유조선인 바, 이의 대표적인 정수중 굽힘모멘트 분포는 새깅(sagging) 상태임을 보인다. 따라서 타 선종일지라도 중량분포 특성이 새깅을 지닌다면, 본 결과의 확장이 가능할 것이다. 반면에 발라스트 상태, 또는 호깅(hogging)이 지배적인 경우에 대한 고찰 또한 필요할 것으로 사료된다. 아울러 실제 중량분포 상황을 참조한 자료입력이 되도록 함과 결과의 운항인에게 실질적인 도움이 될 수 있는 방안에 대해서도 구체적인 고찰이 필요하다고 생각된다.

후 기

본 논문은 1994년도 학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의해 연구되었음을 부기하며 이에 심심한 사의를 드린다.

References

- 1) 권 영섭, "선체중량분포와 그의 특성인자에 대하여", 춘계강연회와 연구발표회 논문집, 대한조선학회, 1994
- 2) 권 영섭, "중량분포의 선체중굽힘모멘트에 대

한 영향", 춘계강연회와 연구발표회 논문집, 대한조선학회, 1995

- 3) Alexander F.H., "The Influence of Longitudinal Distribution of Weight upon the Bending Moments of Ships among Waves", Trans. INA, Vol.53, 1911
- 4) Thomson W., "Effect of Variations in Loading on Longitudinal Structural Stresses in Ships", Trans. INA, Vol.65, 1923
- 5) McDonald J.H. and MacNaught D.F., "Investigation of Cargo Distribution in Tank Vessels", Trans. SNAME, 1949
- 6) Løtveit M., Mürer C., Vedeler B.M. and Christensen H., "Wave Loads on a T-2 Tanker Model - The Influence of Variation in Weight Distribution with Constant Mass Moment of Inertia in Shearing Forces and Bending Moments in Regular Waves", European Shipbuilding, No.1, 1961
- 7) Vedeler B.M. and Løtveit M., "On the Apparent Pitching Axis and the Dynamic Forces Acting upon a T-2 Tanker in Regular Waves", European Shipbuilding, No.4, 1961
- 8) Murdey D.C., "On the Double Peaks in Wave Bending Moment Response Curves", Trans. RINA, Vol.111, 1969
- 9) Burnett R.F., "Loading Calculators", Shipbuilding & Marine Eng. Intn'l., March, 1981
- 10) Bishop R.E.D. and Price W.G., "Hydroelasticity of Ships", Cambridge University Press, 1979
- 11) Bishop R.E.D., Price W.G. and Tam P.K.Y., "A Unified Dynamic Analysis of Ship Responses to Waves", Trans. RINA, Vol.119, 1977

Appendix

I. Mathematical Formulation of Linear Hydroelasticity¹⁰⁾

- A Brief Introduction

A.1 Dry Hull Analysis

To begin with, the linear equations of motion may be written conveniently into matrix form :

$$\mathbf{a}\ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{b}\dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{c}\mathbf{p}(t) = \mathbf{Z}(t), \quad (1)$$

where \mathbf{a} , \mathbf{b} and \mathbf{c} represent the generalized structural system matrices of order $(N+1)$, being those of inertia, damping and stiffness respectively. Their elements are a_{rr} , $b_{rr} = 2\nu_r\omega_r a_{rr}$, ν_r , being the model damping factor, and $c_{rr} = \omega_r^2 a_{rr}$ respectively. To obtain a_{rr} and ω_r of the structure, the hull may be treated as a Timoshenko beam. $\mathbf{p}(t)$ and $\mathbf{Z}(t)$ are column vectors representing response and input loading, namely principal coordinates and generalized forces applied externally respectively. That is to say, dry mode analysis is to solve equation (1) with $\mathbf{Z}_r(t) = \mathbf{0}$ for $\mathbf{p}(t)$ and, accordingly, $p_r(t)$, the r th principal coordinate to obtain the principal modes of $w_r(x)$, $M_r(x)$ and $V_r(x)$. Then, the responses of displacement, bending moment and shearing forces at any point along the structure can be evaluated by summations as follows :

$$\begin{aligned} w(x, t) &= \sum_{r=0}^N w_r(x) p_r(t), \\ M(x, t) &= \sum_{r=2}^N M_r(x) p_r(t), \\ V(x, t) &= \sum_{r=2}^N V_r(x) p_r(x). \end{aligned} \quad (2)$$

Note that $w_0(x) = 1$ and $w_1(x) = 1 - (x/\bar{x})$ represent heave and pitch - i.e. distortion free rigid modes - respectively. In doing so, the

principal modes are scaled to unit deflection at stern $x=0$ and \bar{x} is the abscissa of the centre of gravity of the structure. Also from the boundary conditions for the free-free ended structure of length L , $M_r(0) = 0 = M_r(L) = V_r(0) = V_r(L)$.

A.2 Wet Analysis

A.2.1 Steady-state responses

Now, let us consider a structure of Timoshenko beam, representing a ship. Then, for the ship in waves, the generalized vertical response matrix $\mathbf{p}(t)$ satisfies the equation

$$\begin{aligned} (\mathbf{a} + \mathbf{A})\ddot{\mathbf{p}}(t) + (\mathbf{b} + \mathbf{B})\dot{\mathbf{p}}(t) \\ + (\mathbf{c} + \mathbf{C})\mathbf{p}(t) = \mathbf{E}e^{-i\omega_e t} \end{aligned} \quad (3)$$

The matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} and \mathbf{C} are those representing fluid actions proportional to the generalized acceleration, velocity and displacement respectively - i.e. generalized added mass and hydrodynamic damping matrices, which are dependent on the encounter frequency between ship and wave system, and generalized hydrodynamic stiffness matrix. The generalized quantity \mathbf{E} on the right-hand side represents wave excitation due to a component regular waves.

The (steady-state) solution to the linear equation governing the symmetric motions is given by

$$\bar{\mathbf{p}}(t) = \bar{\mathbf{p}}e^{-i\omega_e t}, \quad (4)$$

of which one element is the r th principal coordinate

$$\bar{p}_r(t) = \bar{p}_r e^{-i\omega_e t}, \quad (5)$$

and so

$$\begin{aligned} [(\mathbf{c} + \mathbf{C}) - \omega_e^2(\mathbf{a} + \mathbf{A}) - i\omega_e(\mathbf{b} + \mathbf{B})] \bar{\mathbf{p}} \\ = \mathbf{D}\bar{\mathbf{p}} = \mathbf{E} \end{aligned} \quad (6)$$

선체중량분포의 변화에 따른 정수중 굽힘모멘트와 파중 굽힘모멘트의 특성에 대하여

By inverting the square matrix \mathbf{D}

$$\mathbf{I}\bar{\mathbf{p}} = \frac{\text{adj}\mathbf{D}}{\det\mathbf{D}} \mathbf{g}, \quad (7)$$

where \mathbf{I} is a unit matrix.

That is to say, we have a means of finding the values of the complex $\bar{p}_0, \bar{p}_1, \dots, \bar{p}_N$. Here, the overbar denotes a steady-state solution and the integer N represents the order of the last principal coordinate thought to be worthy of inclusion. These solutions provide responses of a ship in the r th dry mode to the regular wave system. Then, the summation of all the components allows the response of the hull at any position, distance x from the stern, to be determined. Hence, the responses of, for example, the steady-state vertical displacement, bending moment and shearing force are

$$\begin{aligned} \bar{w}(x, t) &= \sum_{r=0}^N w_r(x) \bar{p}_r(t) = e^{-i\omega_e t} \sum_{r=0}^N w_r(x) \bar{p}_r, \\ \bar{M}(x, t) &= e^{-i\omega_e t} \sum_{r=2}^N M_r(x) \bar{p}_r, \\ \bar{V}(x, t) &= e^{-i\omega_e t} \sum_{r=2}^N V_r(x) \bar{p}_r. \end{aligned} \quad (8)$$

Since a ship is idealized as a free-free beam and its heave ($r=0$) and pitch ($r=1$) modes are distortion free, $M_0(x) = 0 = M_1(x) = V_0(x) = V_1(x)$. That is, these particular structural responses contribute nothing to the stresses in the flexible hull. Provided the wave amplitude is unit, say, 1m, the sums are the appropriate complex response functions, i.e. their amplitudes are the RAOs.

A.3 Statistical Analysis

A.3.1 Irregular seaway

A typical realisation of the surface elevation of a long crested unidirectional seaway experienced

by a moving ship may be expressed in the form

$$\zeta(t) = \sum_{j=1}^R \zeta_j(t) = \sum_{j=1}^R a_j e^{-i(\omega_e t + \epsilon_j)}. \quad (9)$$

Here the seaway is described by R deep water sinusoidal waves each with amplitude a_j , encounter frequency ω_{ej} . The mean square value of the irregular surface elevation is

$$\begin{aligned} \langle \zeta^2(t) \rangle &= \sum_{j=1}^R \frac{1}{2} a_j^2 = \int_0^\infty \Phi(\omega) d\omega \\ &= \int_0^\infty \Phi(\omega_e) d\omega_e \end{aligned} \quad (10)$$

where $\Phi(\omega)$ and $\Phi(\omega_e)$ denote wave (unidirectional) spectral density functions.

A.3.2 Short-term response

The amplitude of any ship response $Y(t)$ - i.e. of distortion, bending moment, shear force, etc. - may be expressed in the form

$$\Phi_{YY}(\omega_e) = |H_Y(\omega_e)|^2 \Phi(\omega_e). \quad (11)$$

The quantity $\Phi_{YY}(\omega_e)$ is the response (unidirectional) spectral density function. The quantity $|H_Y(\omega_e)|$ is the modulus of the appropriate receptance i.e. the response amplitude operator (RAO). The moments of the response spectrum are then given by

$$\begin{aligned} m_n &= \int_0^\infty \omega_e^n \Phi_{YY}(\omega_e) d\omega_e \\ &= \int_0^\infty \omega_e^n |H_Y(\omega_e)|^2 \Phi(\omega_e) d\omega_e \end{aligned} \quad (12)$$

where the mean square value is

$$\langle Y^2(t) \rangle = m_0, \quad (13)$$

while the root mean square i.e. RMS value is $m_0^{\frac{1}{2}}$.