

# 원통구조의 최종강도 추정을 위한 효율적인 유한요소해석

박 치 모\*  
(96년 10월 10일 접수)

## Efficient Finite Element Analysis for the Ultimate Strength Estimation of Cylindrical Structure

Chi-Mo Park\*

**Key Words** : Cylinder Structure(원통구조), Elasto-Plastic Large Deformation(탄소성 대변형), Ultimate Strength(최종강도), Initial Shape Imperfection(초기형상결함), Flow Theory of Plasticity(소성흐름 이론)

### Abstract

A finite element analysis code considering elasto-plastic large deformation is developed to predict the ultimate strength of circular cylinders subject to external pressure loading by introducing a new type of axisymmetric shell element which can take into account the plasticity effect due to the circumferential bending while drastically saving the computing efforts compared with the three dimensional finite element analysis. It is observed that analysis results of present approach show good agreement with the test results of previous works.

Parametric study gives the effects of initial imperfections on ultimate strength and this information is recommended to be used to modify the actual test data to the ones which can be used more reasonably in making empirical design formulas.

### 1. 서론

잠수함의 주선각이나 각종 해양구조물의 주요 구조부재로 널리 사용되어 오고 있는 원통구조의 최종강도 추정은 이론적인 접근이 어려워 전적으로 실험에 의존하고 있는 실정이다.

이론적인 해석방법중 선형탄성 좌굴해석은 별 문제가 없으나 실제 구조물의 경우 극히 얇은 셸

로 이루어진 경우를 제외하고는 대부분 붕괴하중에 도달하기 전에 대변형, 탄소성 거동을 거치게 되어 있어 실용적인 의미가 별로 없는 상태이다.

한편 비선형(탄소성, 대변형 거동을 포함)해석의 경우 3차원 유한요소해석은 이론 자체에는 별 문제가 없으나 계산시간이 방대하여 어느 한 모델의 최종강도 추정은 가능하겠지만 여러 모델에 대한 parametric study를 통한 설계식의 개발에는

\* 울산대학교 조선해양공학과

실용성이 없어 거의 활용되지 못하는 실정이다. 그렇다면 탄소성, 대변형 거동을 포함하는 비선형 해석을 수행하면서 계산시간을 줄여 실용성을 확보하는 유일한 방법은 원통의 축대칭성을 활용하는 것이다. 이와 같은 기본개념은 이미 오래전 부터 많은 연구자들이 공감하여 기하학적 축대칭성을 이용하여 길이방향으로만 요소를 분할하고 원주방향으로의 좌굴굽힘 변형은 몇 개의 wave를 갖는 sin함수로 가정하는 방법을 도입하여 많은 연구가 진행되어 왔으나 종래의 연구에서는 강성행렬 구성시 요구되는 원주방향 적분을 해석적으로 수행하였기 때문에 원주방향의 위치마다 다른 두께방향의 탄소성 계수들의 변화를 수용하지 못하여 종래의 1차원 비선형 해석은 대변형만을 고려하는 해석에서 더 이상의 진전을 보지 못하고 있다<sup>1)</sup>.

본 연구에서는 원주방향으로 요소분할은 하지 않았지만 길이방향과 같은 방법으로 적절한 수의 Gauss point 를 설정하고 각 Gauss point 에서 쉘 두께방향으로의 탄소성계수 변화를 감안하여 두께 방향으로 적분하는 층요소 접근법을 도입하고 이들을 다시 원주방향으로 Gauss quadrature 를 이용하여 적분하는 방법을 택하므로써 탄소성 문제를 완전히 해결하였다.

원통구조는 그 보강방식에 따라 비보강 원통, 원환보강 원통, 종골재보강 원통, 원환-종골재 보강 원통등으로 분류할 수 있으며 이들 비보강 및 보강 원통구조의 붕괴양식은 1) 축대칭 항복 2) 보강재 사이의 쉘의 국부좌굴 3) 보강재의 국부좌굴 4) 원환보강재 사이의 쉘과 종골재의 좌굴 5) 쉘과 보강재의 전체좌굴 등으로 분류할 수 있다<sup>2)</sup>.

이 중 본 연구에서는 원환보강 원통구조를 해석 대상으로 하였으며 이 경우 위의 네번째 붕괴양식은 두번째 붕괴양식에 포함된다고 볼 수 있으므로 모두 네 가지의 붕괴양식이 존재하게 되는데 여기서 보강재의 국부좌굴을 제외한 모든 양식을 고려하였다<sup>3)</sup>.

최종강도 해석을 위한 비선형 문제의 해법으로는 Total Lagrangian 법에 의해 증분형 평형 방정식을 구성하고 수정 Newton-Raphson 법을 이용하여 방정식을 풀도록 하는 하중증분

법과 반복법을 적용하므로써 하중-변위 관계를 구하고 극히 작은 하중증가에 의해서도 변형이 무한히 커지는 위치의 하중을 최종강도값으로 취하였다.

한편 원통의 최종강도에 큰 영향을 미치는 초기형상결함은 원통의 붕괴모우드와 같은 형상으로 가정하여 모우드를 바꿔가면서 최종강도값을 계산한 후 그중에서 최소값과 그에 대응되는 모우드를 각각 그 구조의 최종강도와 붕괴모우드로 백하도록 하였다. 또한 원통에 작용하는 하중 중 쉘의 표면에 작용하는 유체정수압은 항상 변형된 표면에 수직으로 작용하도록 하는 추종력효과를 포함시켰다. 이와같은 방법에 의한 수치해석 결과는 기존의 실험결과와 비교하여 그 해석방법의 타당성을 검증하였고 본 해석방법을 이용하여 각 초기형상결함이 최종강도에 미치는 영향을 조사하였다. 끝으로 이와같은 이론연구가 전적으로 실험자료에 근거한 설계식의 개선에 활용될 수 있는 방안을 제시하였다.

## 2. 원통쉘의 탄소성 대변형 이론

### 2-1. 증분형 변형도-변위 관계식

박판 원통쉘 이론에 의하면 변형도-변위 관계식은 다음과 같이 막변형도와 굽힘변형도가 조합된 형태로 표현된다<sup>4),5)</sup>.

$$\begin{aligned} e_s &= u_{,s} + \frac{1}{2}(w_{,s})^2 - zw_{,ss} \\ e_\theta &= \frac{1}{4}(v_{,\theta} + w) + \frac{1}{2r^2}(w_{,\theta} - v)^2 - z\frac{1}{r^2}(w_{,\theta\theta} - v_{,\theta}) \\ \gamma_{s\theta} &= \frac{1}{r}u_{,\theta} + v_{,s} + \frac{1}{r}w_{,s}(w_{,\theta} - v) - z\frac{2}{r}(w_{,s\theta} - \frac{1}{2}v_{,s}) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $u, v, w$ 는 각각 쉘 중앙면에서 길이방향( $s$ ), 원주방향( $\theta$ ), 반경방향( $r$ )의 변위를 나타낸다 [Fig. 1 참조]. (1)식에 변위성분  $u, v, w$  대신 각각  $u + \Delta u, v + \Delta v, w + \Delta w$ 를 변형도성분  $e_s, e_\theta, \gamma_{s\theta}$  대신 각각  $e_s + \Delta e_s, e_\theta + \Delta e_\theta, \gamma_{s\theta} + \Delta \gamma_{s\theta}$ 를 대입하여 정리한 뒤 (1)식을 빼면 다음과 같은 변형도증분과 변위증분 사이의 관계식을 얻게 된다.

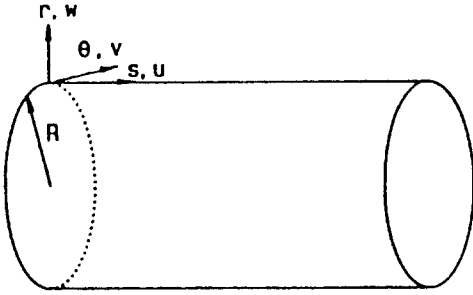


Fig. 1 Coordinate system of circular cylinder

$$\begin{aligned} \Delta e_s &= \Delta u_{,s} + w_{,s} \Delta w_{,s} - z \Delta w_{,ss} + \frac{1}{2} (\Delta w_{,s})^2 \\ \Delta e_\theta &= \frac{1}{r} (\Delta v_{,\theta} + \Delta w) + \frac{1}{r^2} (w_{,\theta} - v) (\Delta w_{,\theta} - \Delta v) \\ &\quad - z \frac{1}{r^2} (\Delta w_{,\theta\theta} - \Delta v_{,\theta}) + \frac{1}{2r^2} (\Delta w_{,\theta} - \Delta v)^2 \\ \Delta \gamma_{s\theta} &= \left( \frac{1}{r} \Delta u_{,\theta} + \Delta v_{,s} \right) + \frac{1}{r} (w_{,s} (\Delta w_{,\theta} - \Delta v) \\ &\quad + (w_{,\theta} - v) \Delta w_{,s}) - z \frac{2}{r} (\Delta w_{,s\theta} - \frac{1}{2} \Delta v_{,s}) \\ &\quad + \frac{1}{r} \Delta w_{,s} (\Delta w_{,\theta} - \Delta v) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 각 식의 끝항은 변위증분에 대한 2차항으로서  $\{\Delta e^{(2)}\} = \{\Delta e_s^{(2)}, \Delta e_\theta^{(2)}, \Delta \gamma_{s\theta}^{(2)}\}^T$ 로 이것을 제외한 선형 1차항 부분을  $\{\Delta \epsilon\} = \{\Delta \epsilon_s, \Delta \epsilon_\theta, \Delta \epsilon_{s\theta}\}^T$ 로 표현하기로 하면 (2)식은 벡터형태로 다음과 같이 간략히 쓸 수 있다.

$$\{\Delta e\} = \{\Delta \epsilon\} + \{\Delta e^{(2)}\} \quad (3)$$

한편 (3)식의 1차항 부분은 다시 막변형도 항  $\{\Delta \epsilon_m\}$ , 현 단계까지의 변위에 영향을 받는 비선형 항  $\{\Delta \epsilon_n\}$ , 굽힘변형도 항  $\{\Delta \epsilon_b\}$ 로 다음과 같이 나눌 수 있다.

$$\{\Delta \epsilon\} = \{\Delta \epsilon_m\} + \{\Delta \epsilon_n\} + \{\Delta \epsilon_b\} \quad (4)$$

### 2-2. 증분형 응력-변형도 관계식

증분형 응력-변형도 관계는 일반적인 형태로 다음과 같이 표현된다.

$$\{\Delta \sigma\} = [D] \{\Delta \epsilon\} \quad (5)$$

여기서  $\{\Delta \sigma\}$ 는  $\{\Delta \sigma_s, \Delta \sigma_\theta, \Delta \sigma_{s\theta}\}^T$ 로서 응

력증분을 나타내고 [D]는 재료의 탄성영역에서는 탄성계수행렬 [D<sub>e</sub>]를 탄소성 영역에서는 소성흐름 이론(Flow theory of plasticity)<sup>6)</sup>에 의해 얻어지는 탄소성계수 행렬 [D<sub>ep</sub>]를 나타낸다.

### 2-3. 유체정수압의 추종력효과를 고려한 증분형 가상일의 방정식

Lagrangian 법에 의한 증분이론을 이용하면 가상일의 원리는 다음과 같이 표현된다<sup>4)</sup>.

$$\int_V (\sigma_{ij} + \Delta \sigma_{ij}) \delta \Delta e_{ij} dv^0 - \int_S (F_i + \Delta F_i) \delta \Delta u_i ds^0 = 0 \quad (6)$$

여기서 F<sub>i</sub>는 외력성분을 나타내고 dv<sup>0</sup>와 ds<sup>0</sup>는 각각 초기상태에서의 미소 체적, 미소 표면적의 미하는데 이후부터는 편의상 각각 dv와 ds로 표현하기로 한다. 한편, 유체정수압의 추종력효과를 고려하기 위하여 (6)식의 둘째항을 Q로 놓고 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>7)</sup>.

$$Q = - \int_S (F_i + \Delta F_i) \delta \Delta u_i ds = - \int (p + \Delta p) dA \cdot \delta \Delta U \quad (7)$$

여기서 p는 유체정수압의 크기이고 dA는 쉘 표면에 수직하고 크기 rdθds를 갖는 미소 면적벡터이고 δΔU는 변위증분 벡터의 가상량으로 (δΔu, δΔv, δΔw)<sup>T</sup>를 의미한다. 몇 단계의 과정을 거치면 (7)식은 다음과 같이 된다<sup>7)</sup>.

$$Q = -(p + \Delta p) \int_S \delta \{\Delta q\}^T \{d_i\} ds \quad (8)$$

여기서 {d<sub>i</sub>}는 각각 0, 1, 2차 항으로 이루어지는데 각각은 다음과 같다.

$$\{d_{i0}\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{pmatrix}, \quad \{d_{i1}\} = \begin{pmatrix} -rw_{,s} \\ -(w_{,\theta} - v) \\ v_{,\theta} + w + ru_{,s} \end{pmatrix},$$

$$\{d_{i2}\} = \begin{pmatrix} v_{,s}(w_{,\theta} - v) - w_{,s}(v_{,\theta} + w) \\ w_{,s}u_{,\theta} - u_{,s}(w_{,\theta} - v) \\ u_{,s}(v_{,\theta} + w) - v_{,s}u_{,\theta} \end{pmatrix}$$

(3), (5), (8)식에 (6)식에 대입하고 고차항을 무

시하면 다음과 같이 증분형 가상일의 방정식이 행렬식의 형태로 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 & \int_{\text{sh}} \delta \{ \Delta \varepsilon \}^T [ D ] \{ \Delta \varepsilon \} dv + \int_{\text{st}} \{ \Delta \varepsilon \}^T [ D ]_{\text{st}} \{ \Delta \varepsilon \} dv \\
 & + \int_{\text{sh}} \delta \{ \Delta \phi \}^T [ S_0 ] \{ \Delta \phi \} dv + \int_{\text{st}} \delta \{ \Delta \phi \}^T [ S_0 ]_{\text{st}} \{ \Delta \phi \} dv \\
 & = \Delta p \int_0^L \int_0^{2\pi} \delta \{ \Delta q \}^T \{ d_i \} d\theta ds - \left( \int_{\text{sh}} \{ \Delta \varepsilon \}^T \{ \sigma \} dv \right. \\
 & \left. + \int_{\text{st}} \{ \Delta \varepsilon \}^T \{ \sigma \}_{\text{st}} dv \right) \\
 & - p \int_0^L \int_0^{2\pi} \delta \{ \Delta q \}^T \{ d_i \} d\theta ds - \pi^2 (p + \Delta p)_{s=0} + \pi^2 (p + \Delta p)_{s=L}
 \end{aligned} \tag{10}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 \{ \Delta \phi \} &= [ \Delta w, s, \frac{1}{r} (\Delta w, \theta - \Delta v) ]^T, \\
 \{ \Delta q \} &= [ \Delta u, \Delta v, \Delta w ]^T \\
 \{ \sigma \} &= [ \sigma_s, \sigma_\theta, \tau_{s\theta} ]^T, \{ \sigma \}_{\text{st}} = [ 0, \sigma_\theta, 0 ]^T \\
 [ S_0 ] &= \begin{bmatrix} \sigma_s & \tau_{s\theta} \\ \tau_{s\theta} & \sigma_\theta \end{bmatrix}, [ S_0 ]_{\text{st}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

### 3. 유한요소의 정식화

#### 3-1. 변위함수의 가정

원통셀에 유한요소법을 적용하기 위하여 원통셀 전체를 길이방향으로 분할하고 각 축대칭 셀요소 [Fig. 2] 내의 변위함수를 축대칭 성분( $u_0, w_0$ )과 비축대칭 성분( $u_1, v_1, w_1$ )으로 나누어 다음과 같이 가정한다<sup>1)</sup>.

$$\begin{aligned}
 u_0 &= \alpha_1 + \alpha_2 \xi, \quad w_0 = \alpha_3 + \alpha_4 \xi + \alpha_5 \xi^2 + \alpha_6 \xi^3 \\
 u_1 &= (\alpha_7 + \alpha_8 \xi) \cos j\theta, \quad v_1 = (\alpha_9 + \alpha_{10} \xi) \sin j\theta \\
 w_1 &= (\alpha_{11} + \alpha_{12} \xi + \alpha_{13} \xi^2 + \alpha_{14} \xi^3) \cos j\theta
 \end{aligned} \tag{11}$$

윗식에 포함된 14개의 계수( $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{14}$ )는 절선변위 자유도  $\{d^e\} = [u_{0i}, w_{0i}, \beta_{0i}, u_{1i}, v_{1i}, w_{1i}, \beta_{1i}, u_{0j}, w_{0j}, \beta_{0j}, u_{1j}, v_{1j}, w_{1j}, \beta_{1j}]^T$ 와 연관지을 수 있으며 각각  $\xi, \theta, r$  방향의 변위 벡터장  $\{q\} = [u_0 + u_1, v_1, w_0 + w_1]^T$ 는  $\{d^e\}$ 의 향으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\{ \Delta q \} = [ N ] \{ \Delta d^e \} \tag{12}$$

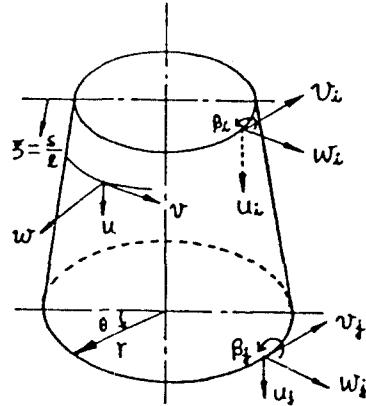


Fig. 2 Displacement degree of freedom of circular cylindrical element

여기서  $[ N ]$  는  $3 \times 14$  의 형상함수 행렬이다. (12)식은 다시 증분형으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\{ \Delta q \} = [ N ] \{ \Delta d^e \} \tag{13}$$

(4)식으로 표현된 변형도 증분은  $\{ \Delta d^e \}$  의 향으로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \{ \Delta \varepsilon \} &= [ B ] \{ \Delta d^e \} = ([ B_m ] + [ B_n ] \\
 &\quad - z [ B_b ] ) \{ \Delta d^e \}
 \end{aligned} \tag{14}$$

또한 (9)식의  $\{d_{r1}\}, \{d_{r2}\}$ , (10)식의  $\{ \Delta \phi \}$  는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \{d_{r1}\} &= [ B_{r1} ] \{d^e\}, \quad \{d_{r2}\} = [ B_{r2} ] \{d^e\} \\
 \{ \Delta \phi \} &= [ A ] \{ \Delta d^e \}
 \end{aligned} \tag{15}$$

#### 3-2. 증분형 평형방정식의 구성

(13), (14), (15)식을 (10)식에 대입하고 양변을 가상변위 증분  $\delta \{ \Delta d^e \}^T$ 로 나누면 다음과 같은 형태의 증분형 평형방정식이 얻어진다.

$$[ K ] \{ \Delta d \} - \{ \Delta F^e \} = \{ R \} \tag{16}$$

(16)식에서  $\{ \Delta d \}$  는 전체변위 증분벡터이고,  $[ K ], \{ \Delta F^e \}, \{ R \}$  는 각각 전체강성행렬, 등가절점력 증분벡터, Residual force 벡터로서 다음과 같다.

$$[K] = \sum_{sh} ([k_{mm}]_{sh} + [k_{nb}]_{sh} + [k_{nn}]_{sh} + [k_{bb}]_{sh} + [k_G]_{sh} + [k_{mm}]_{st} + [k_{nb}]_{st} + [k_{nn}]_{st} + [k_{bb}]_{st} + [k_G]_{st})$$

여기서

$$[k_{mm}] = \int_V [B_m]^T [D] [B_m] dv^e$$

$$[k_{bn}] = [k_{nb}]^T = \int_V [B_n]^T [D] ([B_n] - z([B_b])) dv^e$$

$$[k_{bb}] = \int_V ([B_n]^T [D] [B_n] - z([B_n]^T [D] [B_b]) + [B_b]^T [D] [B_n]) + z^2 [B_b]^T [D] [B_b]) dv^e$$

$$[k_G] = \int_V [A]^T [S_0] [A] dv^e; \text{ initial stress matrix}$$

$$[dF^e] = \Delta p \sum_{\theta} \int_0^{2\pi} ([N]^T [d_{\theta}] + [N]^T [B_r] [d^e]) d\theta d\xi - [\pi r^2 \Delta p]_{\theta} + [\pi r^2 \Delta p]_L$$

(17)

$$[R] = \sum_{sh} \int_V [B]^T \{\sigma\} dv^e + \sum_{st} [B]^T \{\sigma_s\} dv^e - p \int_0^1 \int_0^{2\pi} ([N]^T [d_{\theta}] + [N]^T [B_r] [d^e]) d\theta d\xi - [\pi r^2 p]_{\theta} + [\pi r^2 p]_L$$

(18)

### 3-3. 비선형문제의 해법

(16)식으로 주어진 증분형 평형방정식을 풀어 하중-변위 관계를 구하기 위해 하중증분법과 반복법이 조합된 방법을 사용하였으며 계산과정을 간략히 요약하면 다음과 같다.

- 1) 초기 형상결합을 전체변위 벡터의 출발점으로 놓는다.
- 2) 현재의 변위상태에서 강성행렬과 하중증분 벡터를 계산한다.
- 3) 증분형 평형방정식을 풀어 변위증분 벡터를 구하고 이것을 전체변위 벡터에 누적시킨다.
- 4) 현단계의 전체변위를 이용하여 Residual force 벡터를 계산하고 이를 하중벡터로 하여 증분형 평형방정식을 다시 풀어 얻어지는 변위를 전체변위에 누적시킨다.
- 5) 4)의 과정을 Residual force 벡터의 Norm 이 어떤 지정된 값 이하가 되면 반복을 멈춘다.
- 6) 최종강도점에 도달할 때까지 2)~5)의 과정을 반복한다.

## 4. 원통셸의 초기형상결합

### 4-1. 형상결합의 가정

원통셸의 일반적인 형상결합은 다음과 같이 Fou-

rier의 급수로 표현할 수 있다<sup>9),10)</sup>.

$$\tilde{w}(s, \theta) = \sum_i A_{oi} \cos \frac{is}{L} + \sum_n \sum_k A_{kn} \cos \frac{k\pi s}{L} \cos n\theta$$

윗 식에서 첫째항은 축대칭 형상결합, 둘째항은 비축대칭 형상결합을 나타내고 있는데, 원통셸의 최종강도는 주로 비축대칭 탄소성좌굴에 지배될 뿐 아니라 축대칭 붕괴는 형상결합에 크게 영향을 받지 않는다는 가정하에 본 연구에서는 단지 비축대칭 형상결합만을 고려하였다. 게다가 비축대칭 여러모우드들 간에 상호작용이 크지 않을 것이라는 가정하에 이들 모우드를 크게 두 종류로 나누어 개별적으로 적용시켰다<sup>1),11)</sup>.

원환보강재 사이의 셸좌굴;

$$w_1 = e \sin \frac{\pi s}{l_s} \cos n\theta$$

보강재와 셸의 전체좌굴;

$$w_1 = e \sin \frac{\pi s}{L} \cos n\theta$$

여기서 e, n, l<sub>s</sub>, L 은 각각 형상결합의 진폭, 원주방향의 wave 수, 원환보강재의 간격, 원통의 전체길이이다.

### 4-2. 형상결합에 대한 설계규정

ASME<sup>12)</sup>, DnV-OS<sup>13)</sup> 등에서는 비축대칭 형상결합에 대하여 원형으로 부터의 탄성좌굴 모우드의 반파장에 걸친 최대 이탈량의 허용한도를 다음과 같이 규정하고 있다.

$$\frac{e}{t} < \text{less value between } \left[ \frac{1.8}{n(100t/D_0)} + 0.015n \right] \text{ and } 1.0$$

여기서 n, D<sub>0</sub>, t는 각각 탄성좌굴모우드의 원주방향 wave 수, 평균직경, 셸두께이다.

## 5. 수치해석 및 검토

### 5-1. 경계조건

실제 원통의 양단에서의 경계조건은 변위성분들

이 부분적으로 구속되는 탄성지지에 해당하겠으나 본 연구에서는 두 극단적인 경우로서 단순지지와 고정지지를 고려하였으며 각각 다음과 같이 정의하였다[1,8].

- 1) 단순지지 :  $w_0 = v_1 = w_1 = 0$
- 2) 고정지지 :  $w_0 = \beta_0 = v_1 = w_1 = \beta_1 = 0$

5-2. 붕괴모우드의 결정

본 논문에서는 n 값을 변화시키며 하중-변위를 계산하고 각 하중-변위곡선의 최고하중 중 최소값과 그에 대응되는 n 값을 각각 그 원통구조의 최종강도와 붕괴모우드로 선택하도록 하였다. 다른 한편 Kendrick[14]은 단순지지조건의 원통셸의 탄성 좌굴하중을 주는 다음식을 제안한 바 있다.

$$P_m = \left(\frac{Et}{R}\right) \left[ n^2 - 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi R}{L}\right)^2 \right]^{-1} \left\{ \left[ n^2 \left(\frac{L}{\pi R}\right)^2 + 1 \right]^{-2} + \left[ \frac{t^2}{12R^2(1-\nu^2)} \right] \left[ n^2 - 1 + \left(\frac{\pi R}{L}\right)^2 \right]^2 \right\}$$

이 식에서 P<sub>m</sub>의 최소값을 주는 n 이 탄성좌굴 모우드이다. 본 연구에서는 탄성 좌굴모우드 n<sub>e</sub>와 탄소성 좌굴모우드 n<sub>p</sub>가 크게 다르지 않을 것이라는 가정하에 탄성 좌굴모우드 근처에서 붕괴모우드를 찾으므로써 계산시간을 크게 절감할 수 있었다.

5-3. 하중

본 논문의 이론은 축압축, 측면 외압, 이들의 조합하중등을 다룰 수 있도록 구성되었으나 여기서는 조합하중중 축방향 압력과 측면외압이 같은 경우인 유체정수압의 경우만을 택하였다.

5-4. 실험결과와의 비교

본 논문의 이론전개와 전산프로그램의 해석정도 및 타당성 검증을 위해 본 논문의 수치해석 결과를 Miller & Kinra<sup>15)</sup>의 실험결과와 비교하였다. Fig. 3 은 원환보강원통의 치수에 대한 부호정의를 나타내고 Table 1 은 실험모델들의 기하학적, 물리적 특성들을 보여주고 있다.

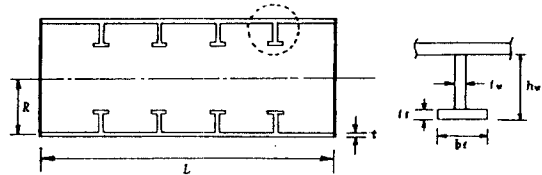


Fig. 3 Notation for ring-stiffened cylinders

Table 1 에서 e<sub>act</sub>와 e<sub>al</sub>은 각각 모델의 형상결합의 진폭에 대한 실제 측정치와 설계규정의 허용치를 나타낸다. Table 2 에는 본 논문의 수치해석 결

Table 1. Geometric and material properties of test specimens<sup>15)</sup>

Model No.	L (mm)	R (mm)	t (mm)	Lr/R	R/t	stiffener(mm) h <sub>w</sub> * t <sub>w</sub>	E [GPa]	σ <sub>y</sub> [MPa]	e <sub>act</sub> (mm)	e <sub>al</sub> (mm)
1	4877	197.2	12.57	4.1	15	-78.7 13.28	204	272	4.12	3.00
2	4877	196.2	13.08	4.1	14	-78.5 13.13	204	408	5.23	3.02
3	4877	196.9	13.13	6.2	14	-77.2 13.03	194	242	5.99	4.05
4	4877	197.0	13.13	8.3	15	-77.7 13.03	194	242	6.15	4.05
5	4877	197.3	11.02	8.2	17	-78.2 11.13	196	260	4.52	3.97
6	4877	197.7	9.75	3.1	20	-76.5 9.91	202	289	2.67	2.87
7	4877	198.8	9.60	8.2	20	-79.5 9.78	200	231	3.96	3.96
8	4877	198.2	8.28	8.2	23	-80.0 8.18	201	287	2.74	3.89
9	4877	199.4	6.60	2.0	30	-65.8 6.96	194	278	1.93	1.95
10	4877	198.9	6.83	2.2	29	-69.6 6.88	206	371	2.13	2.23

NOTE; Negative sign in h<sub>w</sub> means external ring-stiffener

Table 2. Comparison of the calculated values with test results for the collapse load

Model No.	Imperf. $e_{act}/e_{al}$	$n_e$	$n_p$	$P_{test}$ [MPa]	$P_{FEM}$ [MPa]	$P_{test}/P_{theory}$		
						FEM	Tim <sup>16)</sup>	G&B <sup>17)</sup>
1	1.37	3	4	15.20	11.20	1.36	2.41	2.17
2	1.73	3	3	18.60	16.00	1.16	2.33	2.11
3	1.48	2	3	14.10	9.40	1.50	3.21	2.24
4	1.51	2	2	2.40	9.00	1.38	2.85	2.57
5	1.14	2	3	9.32	7.80	1.19	2.35	1.99
6	0.93	3	4	12.80	9.40	1.36	2.24	1.66
7	1.00	2	3	7.45	6.00	1.24	2.47	2.04
8	0.71	2	3	6.00	6.20	0.97	1.86	1.51
9	0.99	5	5	7.87	5.90	1.33	2.25	1.65
10	0.96	4	5	8.31	7.40	1.12	1.89	1.44
Mean						1.26	2.39	1.94
COV(%)						11.66	14.62	15.64

과와 실험결과 및 다른 해석결과들<sup>16),17)</sup> 과의 비교를 보여주고 있다. 이로 부터 본 연구의 해석결과는 실험결과와 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

5-5. 최종강도 해석

5-5-1. 하중-변위 관계

앞서 언급한 바와 마찬가지로 원통에 발생하는 변위는 축대칭 성분과 비축대칭 성분으로 나누어 지는데 여기서는 변위성분중 가장 두드러진 반경 방향 변위의 비축대칭 성분인  $w_1$ 에 대한 고찰을 통해 최종강도를 결정하였다. Fig. 4 에는 No. 1 모델이 몇가지 형상결함의 크기를 갖는 경우에 대해

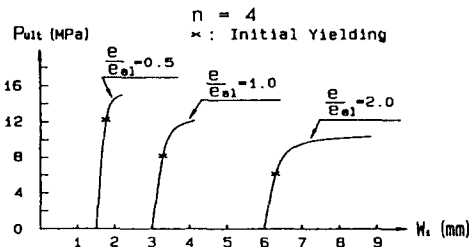
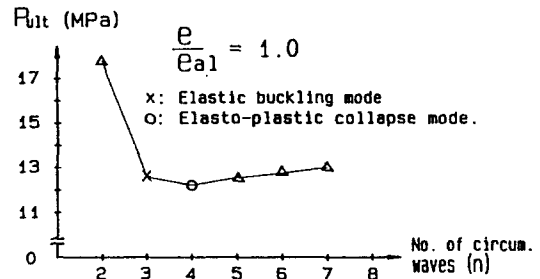
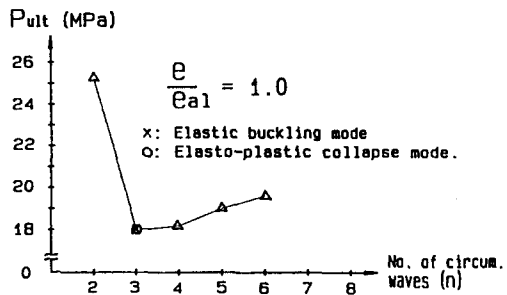


Fig. 4 Load-displacement relation [No.1 Model]



a) No.1 model



a) No.2 model

Fig. 5 Collapse loads for various cllapse modes

하중과  $w_1$ 과의 관계를 나타내었다. 처음 항복이 시작되는 점은 x 표로 표시하였다. 이 그림으로부터

형상결함이 증가할수록 초기항복점이 낮아지고 붕괴전에  $w_1$ 이 크게 증가하여 붕괴가 비축대칭 굽힘에 지배됨을 알 수 있다. 한편 Fig. 5는 몇가지 좌굴모우드에 대한 최종강도들을 보여주고 있는데 이로부터 탄소성 좌굴모우드는 탄성 좌굴모우드와 항상 일치하지는 않는다는 것을 알 수 있다.

5-5-2. 형상결함에 대한 최종강도의 민감도

Fig. 6과 Table 3에는 형상결함의 크기가 최종강도에 미치는 영향을 나타내었다.

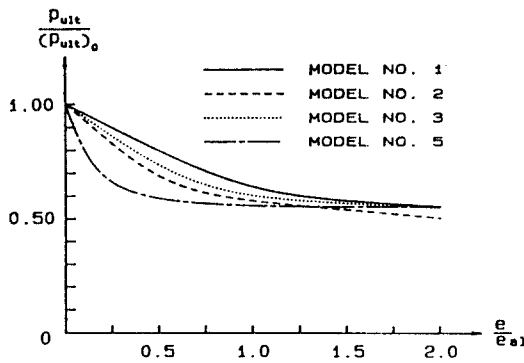


Fig. 6 Ultimate strengths varying with the magnitude of shape imperfections

여기서  $(P_{ult})_0$ ,  $(P_{ult})_{al}$ ,  $(P_{ult})_{act}$ 는 각각 초기형상결

합이 0 인 경우, 설계규정의 허용치인 경우,

실제모델의 측정치인 경우에 대한 최종강도값을 나타낸다. 이들은 관련규정의 허용범위에서 평균 41%의 최종강도 감소를 보여줌으로써 보강원통구조가 형상결함에 아주 민감하다는 것을 보여주고 있다. 한편 Fig. 6으로부터 서로 다른 기하학적 특성을 갖는 원통마다 형상결함의 크기에 따라 최종강도가 감소하는 양상이 다르지만 전반적으로는 형상결함이 작은 부분에서 급격히 감소하고

관련규정의 허용치를 넘어서는 오히려 감소가 완만한 것을 관찰할 수 있다.

6. 설계식의 개선방안

원통구조의 최종강도에 대한 대부분의 설계식들은 해석적인 방법이나 수치해법 등에 의해 합리적으로 이루어지지 못하고 선형탄성 좌굴하중에 실험자료들로부터 유도된 감소계수를 곱해서 최종강도를 추정하는 반경험적인 방법에 기초하고 있다. 이와같은 설계식의 정확도는 제한된 실험자료로부터 얻어지는 감소계수의 정확도에 의존하게 되는데 현재까지 측정된 자료자체가 부족할 뿐 아니라 종래의 대부분의 실험자료들이 초기결함의 측정없이 수행된 것들이어서 초기결함에 민감한 최종강도 값들이 그대로 설계식의 개발에 활용된 것은 크게 불합리한 것으로 사료된다. 따라서 본

Table 3. Imperfection sensitivities within the tolerance limit and the modification of the actual test data

Model No.	$(P_{ult})_0$	$(P_{ult})_{al}$	$\frac{(P_{ult})_{al}}{(P_{ult})_0}$	$(P_{ult})_{act}$	Correction Ratio	$P_{test}$	$P_{mod}$
1	19.00	12.20	0.64	11.20	1.09	15.20	16.57
2	31.00	18.00	0.58	16.00	1.13	18.60	21.02
3	16.80	10.00	0.59	9.40	1.06	14.10	14.95
4	16.80	9.40	0.55	9.00	1.04	12.40	12.90
5	14.20	7.80	0.54	7.80	1.00	9.32	9.32
6	14.90	9.20	0.62	9.40	0.98	12.80	12.54
7	10.60	6.00	0.56	6.00	1.00	7.45	7.45
8	8.50	6.20	0.72	6.20	1.00	6.00	6.00
9	10.20	5.80	0.57	5.90	0.98	7.87	7.71
10	14.00	7.40	0.52	7.40	1.00	8.31	8.31
Mean			0.59				



논문에서는 설계식의 개선을 위한 다음의 두 가지 점을 제안하고자 한다.

첫째, 앞으로 수행될 실험에서는 반드시 초기 형상결합이 엄밀히 측정되어야 한다.

둘째, 실험자료를 분석하여 설계식에 반영할 때 실험에서 얻은 최종강도 값을 규정의 허용치에 대한 값으로 환산하여 사용하는 것이 바람직하다.

본 연구에서 개발된 유한요소 해석법이 직접 설계 Code 로 활용되기에는 좀 더 검증이 필요하다고 보여지나 어떤 실험모델의 최종강도값을 규정의 허용치에 대한 값으로 환산하는 데에는 상당히 효율적으로 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

Table 3 에는 규정의 허용치에 대한 최종강도값과 실제의 형상결합에 대한 최종강도값을 비교하여 이들 비율(Correction ratio)로 실험값을 수정하는 예를 보여주고 있는데  $P_{mod}$ 가 이와같이 수정된 값이다.

## 7. 결 론

이상의 해석결과를 통해 다음의 몇가지 결론을 도출하였다.

- 1) 본 연구의 수치해석 결과는 기존의 실험결과<sup>15)</sup>와 만족할만한 일치를 보이고 있으며 특히 타이론<sup>16),17)</sup>에 의한 해석결과에 비해 탁월한 정확도를 갖는다. 불가피하게 나타난 어느정도의 차이는 실험모델에 대해 측정된 형상결합이 정확히 붕괴모우드에 대한 것인지 또한 얼마나 정확한 것인지의 여부와 크게 관련이 있을 것으로 보이며 원통구조 자체의 형상결합에의 민감성을 감안하면 이 정도의 일치는 만족스러운 것으로 판단된다.
- 2) 유체정수압을 받는 원환보강 원통의 경우 형상결합에 대한 관련규정의 허용치내에서 대부분의 최종강도가 급격히 감소하고 그 이후의 감소는 극히 완만한 점으로 미루어 형상결합의 허용치를 대폭 줄여 강도향상을 도모하든지 아니면 허용치를 대폭 완화해서 제작상의 편의를 제공하든지하는 등의 개선이 요구된다.
- 3) 본 연구의 해석법은 좀 더 심도있는 검증과 보완을 거친후 Parametric study 를 통해 더욱

합리적인 설계식을 유도하는데 활용될 수 있을 것이며 그 이전이라도 실험결과를 수정하여 좀 더 합리적으로 실험식에 반영되도록 하는데 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- 1) Subbiah, J., "Nonlinear Analysis of Geometrically Imperfect Stiffened Shells of Revolution", Journal of Ship Research, Vol.32, No.1, March, 1988
- 2) American Petroleum Institute, "Bulletin on Stability Design of Cylindrical shells", API Bulletin 2U, 1st Edition, May 1, 1987
- 3) Park, C.M. and Yim, S.J., "Ultimate Strength Analysis of Ring-Stiffened Cylinders under Hydrostatic Pressure", Proc. of the 12th Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering(OMAE), Vol.1, 1993
- 4) Washizu, K., "Variational Methods in Elasticity and Plasticity", 2nd Ed., 1975
- 5) Brush, D.O. and Almroth, B.O., "Buckling of Bars, Plates and Shells", McGRAW-Hill, 1975
- 6) Owen, D.R.J. and Hinton, E., "Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice", Pineridge Press Ltd. 1980
- 7) 박 치모, "원환으로 보강된 원통형 쉘의 최종강도 해석", 박사학위논문, 서울대학교, 1990
- 8) Bushnell, D., "Computerized Analysis of Shell-Governing Equations", Comput. & Structures, Vol. 18, No.1-4, 1984
- 9) Kenny, J.P., "Buckling of Offshore Structure", GULF, 1984
- 10) Arbocz, J. and Babcock, C.D., "The Effect of General Imperfections on the Buckling of Cylindrical Shell", Journal of Applied Mechanics, pp. 28-38, 1969
- 11) Sachinis, A., "Ultimate Strength of Unstiffened and Ring-stiffened Circular Cylinders", Ph.D. Thesis, Univ. of Glasgow,

- 1982
- 12) American Society of Mechanical Engineers Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII, Divisions 1 and 2 and section III, Division 1, 1980 Ed.
  - 13) Det Norske Veritas(DnV-OS) Rules for the Design, Construction and Inspection of Offshore Structure - Appendix C : Steel Structure, Hfvik, Norway, 1982
  - 14) Vandepitte, D., "The Background to the New ECCS Recommendations for the Buckling", Buckling of Shells in Offshore Structures. Edited by J.E. Harding, P.J. Dowling and N. Agelidis, Granada, 1982
  - 15) Miller, C.D. and Kinra, R.K., "External Pressure Tests of Ring-Stiffened Fabricated Cylinders", Offshore Tech. Conf., Paper OTC 4107, 1981
  - 16) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., "Theory of Elastic Stability", 2nd Ed., McGraw Hill, New York, 1961
  - 17) Galletly, G.D. and Bart, R., "Effect of Boundary Conditions and Initial Out-of-Roundness on the Strength of Thin-walled Cylinders Subjected to External Hydrostatic Pressure", DTMB Report 1505, May 1962