퍼지 船席配定計劃 問題에 관한 研究

琴宗洙* · 李弘杰** · 李哲榮***

A Study on a Fuzzy Berth Assignment Programming Problem

J-S, Keum · H-G, Lee** · C-Y, Lee****

<목 차>

Abstract

A berth assignment problem has a direct impact on assessment of charges made to ships and goods. In this paper, we concerned with of fuzzy mathematical programming models for a berth assignment problem to achieve an efficient berth operation in a fuzzy environment.

In this paper, we focus on the berth assignment programming with fuzzy parameters which are based on personal opinions or subjective judgement. From the above point of view, assume that a goal and a constraint are given by fuzzy sets, respectively, which are characterized by membership functions. Let a fuzzy decision be defined as the fuzzy set resulting from the intersection of a goal and constraint. This paper deals with fuzziness in all parameters which are expressed by fuzzy numbers. A fuzzy parameter defined by a fuzzy number means a possibility distribution of the parameters. These fuzzy 0-1 integer programming problems are formulated by fuzzy functions whose concept is also called the extension principle. We deal with a berth assignment problem with triangular fuzzy coefficients and propose a

* 한국해양대학교 대학원 해사수송과학과 박사과정
** 한국해양대학교 대학원 항만운송공학과 석사과정 졸업
*** 한국해양대학교 물류시스템공학과 교수

branch and bound algorithm for solving the problem. We suggest three models of berth assignment to minimizing the objective functions such as total port time, total berthing time and maximum berthing time by using a revised Maximum Position Shift(MPS) concept. The berth assignment problem is formulated by min-max and fuzzy 0-1 integer programming.

Finally, we gave the numerical solutions of the illustrative examples.

1. 序 論

船席配定問題에 관한 既存의 硏究들은 大部分 通常의 數理計劃法으로 그 解를 求하고 있으나 이러한 通常의 數理計劃法에서는 모든 파라메타들이 明確히 알려지고 確定値로서 나타낼 수 있어야 한다는 假定下에서 이루어지고 있으나 現實問題에 適用할 때 매우 rough한 近似값에 지나지 않으며 意思決定者의 主觀이나 判斷이 介入되는 問題의 모델링에 대한 tool로서 많은 弱點을 지니고 있다. 從來의 船席配定問題에 관한 數理計劃法은 數學모델에 依存하고 있기 때문에 다음과 같은 問題가 있다.

(1) 現實의 問題를 數學모델로 變換하는 問題 (Model Building)

(2) 數學모델에 있어서 評價函數를 最適으로 하는 解를 求하는 問題(Model Solving)가 있다.

또한 現實問題와 그 數學모델과는 近似關係이고 항상 gap이 存在한다. 一般的으로 數學모델을 現實問題에 한없이 가깝게 하면 數學모델이 複雜하게 되고 解를 求하는 것이 困難하게 되며, 解가 容易하게 求해지는 數學모델은 現實問題와 乖離되어 數學모델로부터 求한 解가 現實問題의 有效한 解가 되지 않는 境遇가 發生한다. 이상과 같이 (1)과(2)의 關係는 矛盾的이고 또한 相互補完的이다. 따라서 (1),(2)의 問題를 同時에 考慮하는 것이 必要하며 여기에 퍼지槪念을 導入할 必要가 있다고 생각된다.

따라서, 本 論文에서는 이러한 点에 注目하여 船舶의 到着時間 및 荷役時間에 關한 情報에 曖昧性(fuzziness)이 介在되어 있을 수가 있기 때문에 確定領域을 가지고 있는 問題에 대해서 適用하는 通常의 數理計劃法으로 그 解를 求한다는 것이 非合理的이라고 사료되고, 퍼지集合을 確定領域을 갖는 一般集合으로 人爲的으로 調整하는 데 따른 矛盾이 惹起될 수가 있다. 그러므로 船舶의 到着時間과 荷役時間에 關한 퍼지情報를 퍼지數로 取扱하여 퍼지數理計劃法에 의해 在港時間과 繫留時間을 最小化하는 船席配定問題의 解를 求하고자 하며, 船社와 港灣運營者間의 trade-off 關係의 問題點을 克復하기 위하여 MPS(Maximum Position Shift) 槪念을 導入하여 정식화 한다.

本 論文에서는 船舶到着時間과 繫留時間에 對한 퍼지情報의 曖昧性을 考慮하여 係數를 實用性과 簡便性을 갖춘 三角形퍼지數(triangular fuzzy number)로 取扱하고 目的函數의 係數의 曖昧性을 反映하여 係數가 취할 수 있는 範圍를 三角形 퍼지數로부터 定해지는 可能性 分布로서 나타내고, 制約式의 成立程度의 解釋으로는 可能性理論에 基礎하여 制約式의 左邊과 右邊의 멤버쉽函數의 交點의 값을 制約式의 成立程度로 한다. 從來의 퍼지線型計劃問題는 주로 連續變數를 取扱하고 있지만 船席配定問題는 決定變數가 0 또는 1 이어야 하는 離散變數問題라는 本質的인 차이가 있으며, 퍼지數를 係數로 가진 離散變數 問題의 硏究의 수는 거의 없는 實情이다. 따라서, 本 硏究에서는 船席配定問題를 決定變數가 0 또는 1 이고 係數가 퍼지數로 表現된 數理計劃모델로 擴張하여 計算過程에 있어서도 퍼지數 그대로 演算을 행하고 最適解와 퍼지數로 表現된 目的函數値를 求하는 解法을 提案하고, 船席配定모델1의 數値 適用例를 보인다.

2. 퍼지 0-1 船席配定모델의 構成

2.1 모델의 槪要

既存硏究의 船席配定 모델의 대부분은 數理計劃法(mathematical programming)을 使用하여 制約

條件下에서 目的函數를 最小로 하는 解를 求하고 있으며, 이러한 旣存의 모델들은 모든 파라메타를 明確히 알 수 있고 確定値로서 表現될 수 있다는 假定下에서 이루어지고 있다. 그러나 이 가정은 現實問題에 適用함에 있어서 매우 rough한 近似값이며 항상 gap이 存在한다.

실제로 船席配定問題에 있어서도 船舶의 到着時刻 및 繫留時間은 氣象의 變化, 크레인의 故障 등 여러가지 原因으로 인하여 確定値로서 表現하는 것은 많은 問題点이 있다고 생각된다. 따라서 古典的인 數學技法의 弱點을 改善하기 위한 하나의 方法으로서 퍼지集合의 槪念을 導入하여 퍼지 環境下에서의 意思決定에 대한 모델을 提案하고자 하며 目的函數의 係數가 可能性分布로서 表現되어 있는 問題를 다루고자 한다.

먼저, 船席配定 모델은 提供하는 서비스 方式과 評價函數의 組合으로 總 9개의 모델로 構成되어 있으며 서비스 方式은 對象船舶의 到着順序를 考慮하지 않고 無作爲로 割當하는 方案인 Random(RD)한 割當方式, 船舶의 到着順으로 繫留하는 方案인 First In(FI) 割當, 船舶을 到着順으로 荷役을 끝내고 出港하는 方案인 First Out(FO) 割當으로 나누고 있다.

또한, 評價函數는 考慮 對象 船舶의 在港時間(待期時間 + 繫留時間)의 總合, 각 船席에 割當된 對象 船舶의 繫留時間 總合, 船席의 計劃開始 時刻으로부터 全體 對象 船舶의 繫留가 끝날 때 까지의 最終 作業終了時刻을 對象으로 하고 있다.

實際問題에 있어서 船舶이 到着順序를 갖고 割當을 기다리는 狀態에서 進入을 위한 順序를 配定하는 問題는 船社의 側面에서 살펴보면 먼저 到着한 船舶이 되도록 遲滯하지 않고 進入하기를 원할 것이고, 管理者의 立場에서는 順序에 關係없이 效率性을 높이는 方向으로 順序列을 構成하기를 원하게 될 것이므로 優先權이 相衡하는 Trade off 關係를 지니고 있다.

一般的으로 FIFO方式과 Random方式 사이에는 어떤 連續性을 지니고 있다. 만약 n척의 船舶이 到着하여 船席配定을 위해 待期中인 狀態라고 할 때 n척의 船舶을 待期時間의 最小化, 總 繫留時間의 最小化, 最終 作業完了時間의 最小化 등의 目的으로 船舶의 到着列을 中心으로 無作爲로 順序를 配定할 境遇 (Random 方式) n척의 船舶의 順序는 n! 의 境遇의 順序列을 가지게 되며 이 중에서 評價目的에 가장 附合되는 順序列이 構成되어 船席에 投入되게 된다.

이러한 觀點을 MPS(Maximum Position Shift : 順序變動 許容幅)이라고 定義한다. n척의 船舶을 考慮한다면, 無作爲한 배열은 MPS = n-1 로써 구현될 수 있으며 到着順序列과 無作爲한 順序列 사이에는 MPS의 값이 작으면 작을수록 到着順序에 充實한 船社의 立場을 反映한 形態가 되며 MPS의 값이 크면 클수록 港灣管理者의 側面을 反映하는 形態가 된다. 따라서, 이러한 槪念의 導入은 서비스 方式(FIFO 및 Random方式)을 모두 包含한 統合的인 모델의 具現을 可能하게 한다. 그리고 意思決定問題에 있어서 通常 使用할 수 있는 情報가 曖昧한 것이 많고, 曖昧한 情報로부터 問題의 定式化가 어렵게 된다. 그러므로, 本章에서는 船席配定問題를 船舶의 繫留時間 및 到着時刻에 關한 情報의 曖昧性을 考慮하여 이들을 對稱三角形 퍼지數로 取扱하여 目的函數의 係數가 퍼지數로 表現된 퍼지모델로 定式化한다.

2.2 모델의 定式化

<기본가정>

1) 對象 船舶의 荷役時間은 船席에 따라 다르며 그 時間은 大略 알고 있는 것으로 한다.
2) 計劃開始까지 港內에 到着하는 船舶을 對象으로 하고, 該當 船舶의 到着豫定時間(E.T.A.)은 이미 알고 있는 것으로 假定한다.
3) 計劃 對象이 아닌 船舶의 割當은 考慮하지 않는 것으로 한다.

<變數 및 파라메터>

(變數)

x_{ijk} : 만일 船舶 j가 i번 船席에 k번째 繫留되면 1, 그렇지 않으면 0 인 0-1 整數變數

(鐵子)

$i(=1,2,3,\cdots,B)$ 船席番號 (B : 船席數)

$j(=1,2,3,\cdots,T)$ 船舶番號 (到着順으로 賦與),
(T : 對象船舶의 隻數)

$k(=1,2,3,\cdots,T)$ 繫留順序

(파라메터)

$\widetilde{A_j}$: 퍼지수로 表現된 船舶 j의 到着時刻

$\widetilde{C_{ij}}$: 퍼지수로 表現된 船席 i에서의 船舶 j의 繫留時間

F_i : 船席 i에 割當된 船舶의 數

$\widetilde{S_i}$: 퍼지수로 表現된 計劃開始 以前부터 船席 i에 繫留되어 있는 船舶이 出港하여 計劃期間內에 船席 i가 비게 되는 時刻

ST : 計劃開始時刻 ($\min_{1\le i\le B}\{\widetilde{S_i}\}$)

MPS : 順序變動 許容幅

$\widetilde{S_i}$: 퍼지수로 表現된 計劃開始 時刻으로부터 어느 時點에 船席 i에 割當되는 船舶의 繫留가 끝날 때까지의 時間 ($\min_{1\le i\le B}\{\widetilde{S_i}\}$ 인 船席 i 以外에서는 計劃開始時刻 以前부터 繫留되어 있는 船舶의 ST로부터 出港할 때까지의 繫留時間을 包含하는 것으로 한다.)

<모델1>

- 定式化 -

$$\text{minimize} \ \sum_{i=1}^{B}\sum_{j=1}^{T}\sum_{k=1}^{T}\{(T-k+1)\cdot\widetilde{C_{ij}}+\widetilde{S_i}-\widetilde{A_j}\}\cdot x_{ijk} \qquad (2\text{-}1)$$

$$\text{subject to} \ \sum_{i=1}^{B}\sum_{k=1}^{T}x_{ijk}=1, \quad j=1,2,3,\cdots,T \qquad (2\text{-}2)$$

$$\sum_{j=1}^{T}x_{ijk}\le 1,\ i=1,2,3,\cdots,B:\ k=1,2,3,\cdots,T \qquad (2\text{-}3)$$

$$\begin{aligned}&\{\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C_{i'j'}}\cdot x_{i'j'l}\}\cdot\sum_{j=1}^{T}x_{ijk+1}\\&\cdot\{((j+\frac{(\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C_{i'j'}}\cdot x_{i'j'l})}{|(\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C_{i'j'}}\cdot x_{i'j'l})|}\ (MPS+1))\}\\&>\{\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{i'j'}}\cdot x_{i'j'l}\}\ \sum_{j=1}^{T}x_{i'j'k'+1}\cdot j',\ \ x_{ijk}\in\{0,1\}\end{aligned} \qquad (2\text{-}4)$$

$$i,\ i'=1,2,3,\cdots,B:\ k,\ k'=1,2,3,\cdots,T-1$$

<모델2>

- 定式化 -

$$\text{minimize} \ \sum_{i=1}^{B}\sum_{j=1}^{T}\sum_{k=1}^{T}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijk} \qquad (2\text{-}5)$$

$$\text{subject to} \ \sum_{i=1}^{B}\sum_{k=1}^{T}x_{ijk}=1, \quad j=1,2,3,\cdots,T \qquad (2\text{-}6)$$

$$\sum_{j=1}^{T}x_{ijk}\le 1,\ i=1,2,3,\cdots,B:\ k=1,2,3,\cdots,T \qquad (2\text{-}7)$$

$$\{\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ij_l}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C'_{i'j'}}\cdot x'_{i'j'l}\}\cdot\sum_{j=1}^{T}x_{ijk+1}$$

$$\cdot\{(j+\frac{(\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C'_{i'j'}}\cdot x'_{i'j'l})}{|(\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C'_{i'j'}}\cdot x'_{i'j'l})|}(MPS+1))\} \tag{2-8}$$

$$>\{\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C'_{i'j'}}\cdot x'_{i'j'}\}\sum_{j=1}^{T}x'_{i'j'k'+1}\cdot j',\quad x_{ijk}\in\{0,1\}$$

$$i,\ i' = 1,2,3,\cdots,B:\ k,\ k' = 1,2,3,\cdots,T-1$$

<모델3>

- 定式化 -

$$\text{minimize}\quad Q_m = \max_{1\le i\le B}\{\widehat{Q_i}\} \tag{2-9}$$

$$\text{subject to}\quad \sum_{i=1}^{B}\sum_{k=1}^{T}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijk}\le\widehat{Q_i},\quad i = 1,2,3,\cdots,B \tag{2-10}$$

$$\sum_{j=1}^{T}x_{ijk} = 1,\qquad j = 1,2,3,\cdots,T \tag{2-11}$$

$$\sum_{j=1}^{T}x_{ijk} = 1 \tag{2-12}$$

$$\{\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ij_l}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C'_{i'j'}}\cdot x'_{i'j'l}\}\cdot\sum_{j=1}^{T}x_{ijk+1}$$

$$\cdot\{(j+\frac{(\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C'_{i'j'}}\cdot x'_{i'j'l})}{|(\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k'}\widetilde{C'_{i'j'}}\cdot x'_{i'j'l})|}(MPS+1))\} \tag{2-13}$$

$$>\{\sum_{j=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C_{ij}}\cdot x_{ijl}-\sum_{j'=1}^{T}\sum_{l=1}^{k}\widetilde{C'_{i'j'}}\cdot x'_{i'j'}\}\sum_{j=1}^{T}x'_{i'j'k'+1}\cdot j',\quad x_{ijk}\in\{0,1\}$$

$$i,\ i' = 1,2,3,\cdots,B:\ k,\ k' = 1,2,3,\cdots,T-1$$

本 硏究에서 提示한 세가지 모델에 있어서 모델1의 境遇 0-1 整數計劃法 形態를 취하고 있으나, 모델3의 境遇 線形計劃法 形態가 아니므로 非多項式 次元의 計算量이 必要한 代表的인 NP困難한 모델이며, 모델2의 境遇 繫流時間만을 考慮한 形態이므로 船席의 回轉率을 높일 수 있으나, 각 船席別로 均一한 船舶의 船席配定을 保證할 수 없으므로 非現實的인 모델이다. 따라서, 本 硏究에 있어서 適用對象으로 하는 모델은 모델1로 限定한다.

3. 퍼지 0-1 船席配定計劃法

3.1 퍼지 決定과 最大化 決定

퍼지最適化는 어떤 代替案 集合 A에 있어서 퍼지目標 $\widehat{G}$와 퍼지制約 $\widehat{C}$가 주어져 있을 때 A중에서 어떤 代替案 x를 最適인 것으로 選擇하는가 하는 것으로서, 여기서 記述하는 最大化 決定(maximizing decision)은 퍼지最適化를 지탱하는

基本的인 原理이며 퍼지 數理計劃法에 있어서 가장 重要한 槪念이다.

먼저, 퍼지決定(fuzzy decision)은 퍼지目標 $\tilde{G}$, 퍼지制約 $\tilde{C}$가 代替案 集合A의 퍼지集合으로서 주어져 있을 때 퍼지目標 $\tilde{G}$와 퍼지制約 $\tilde{C}$를 同時에 滿足시키는 代替案의 集合을 퍼지集合 $\tilde{D}$에 따라 定한다.

$$\tilde{D} = \tilde{G} \cap \tilde{C} \tag{3-1}$$

즉, $\tilde{D}$의 멤버쉽函數는 任意의 代替案 $x \in A$에 대해서

$$m_{\tilde{D}}(x) = \mu_{\tilde{G}}(x) \wedge \mu_{\tilde{C}}(x) \tag{3-2}$$

을 滿足시키도록 定義한다. 즉, 퍼지決定 $\tilde{D}$는 퍼지目標 $\tilde{G}$와 퍼지制約 $\tilde{C}$의 共通集合이고, 멤버쉽函數 $\mu_{\tilde{D}}(x)$ 는 代替案 x를 最適인 것으로서 選擇하는 滿足度로 解釋해도 좋다. 따라서, 퍼지最適化에 있어서는 目標와 制約의 양쪽이 決定에 관해서 本質的으로 같은 役割을 한다라고 할 수 있다.

이상과 같이 퍼지決定은 代替案 集合上의 퍼지集合으로서 定해지지만 最終的으로는 퍼지決定의 멤버쉽値 $\mu_{\tilde{D}}(x)$를 考慮하면서 가장 바람직한 代替案을 A에서 選擇한다. 그래서 登場하는 槪念이 最大化 決定이다.

퍼지決定 $\tilde{D}$의 멤버쉽函數의 最大値를 m이라고 하면 最大値 m을 취하는 代替案의 크리스프(crisp) 集合 D^m을 最大化 決定이라 하며, 最適인 代替案을 x^*로 하면 x^*는 最大化 決定 D^m중에서 選擇되며, 만약 D^m이 하나의 代替案만 갖는 境遇에는 그것이 最適인 代替案이 되고, 2개 이상의 代替案을 갖는 集合으로 된 境遇에는 그 중에서 任意의 것을 選擇하여 最適인 代替案 x^*를 決定한다. 즉, 最大化 決定에 包含된 x는 어느것도 最適解로서 同等하다고 생각한다. 이상을 정리하면 最適인代替案 x^*를 求한다는것은

$$\max \mu_D(x^*) = \max(\mu_G(x) \wedge \mu_C(x)) \tag{3-3}$$

를 滿足시키는 x^*를 정하는 것이다.

여기서 式(3-3)의 最大化 問題에 관하여 살펴보면, 다음과 같이 α - level 集合을 使用한 最大化 問題로 變換된다.

$$\sup_{x \in [0,1]} \mu_D(x) = \sup_{x \in [0,1]} [\alpha \wedge \sup_{x \in C_\alpha} \mu_G(x)] \tag{3-4}$$

여기서 $C_\alpha = \{x \mid \mu_c(x) \geq \alpha\}$ 이다.

$\alpha_1 \leq \alpha_2$ 이면, $C_{\alpha 1} \supset C_{\alpha 2}$ 이므로

$$\sup_{x \in C_{\alpha 1}} \mu_{G(x)} \geq \sup_{x \in C_{\alpha 2}} \mu_G(x)$$

가 된다.

$\sup_{x \in C_\alpha} \mu_G(x) = \phi(\alpha)$ 로 놓을 때 函數 $\phi(\alpha)$가 α에 關해서 連續이라면, 最適의 α^*는 $\alpha^* = \phi(\alpha^*)$로부터 얻을 수 있다. 그러므로 $\phi(\alpha)$가 連續이면 式(3-4)는 다음과 같은 最適化 問題가 된다.

$$\sup \mu_G(x) \ , \quad \mu_C(x) \geq \mu_G(x) \tag{3-5}$$

이로써 論理演算 $\wedge$(min 연산자)이 包含되지 않은 標準的인 數學 프로그래밍을 얻게 된다. 만약 퍼지集合 C가 강한 볼록퍼지集合(strongly convex fuzzy set)이라면, $\phi(\alpha)$는 連續이다. 퍼지集合 C가 강하게 볼록한 것의 必要充分條件은 다음과 같다.

$$\mu_C(\lambda x + (1-\lambda)y) > \mu_C(x) \wedge \mu_C(y) \ ; \ \lambda \in [0,1] \tag{3-6}$$

만약, 函數 $\phi(\alpha)$가 連續이라면, 퍼지 數學 프로그래밍 問題는

$$\alpha = \sup_{x \in C_\alpha} \mu_G(x) \tag{3-7}$$

이 되는 α^*를 求할 수 있다.

3.2 퍼지數의 演算

「曖昧한 數値」를 나타내는 퍼지數(fuzzy number)는 實數의 集合을 臺集合으로 하는 正規이면서 convex이고 區分的으로 連續的인 멤버쉽函數를 가

진 퍼지集合을 퍼지數라고 한다.

本 論文에서는 三角形의 멤버쉽函數에 따라서 定義된 퍼지數를 $\tilde{a}(a^L, a^M, a^R)$로 나타내기로 하고, 퍼지數 $\tilde{a}$를 特性 지우는 3개의 파라메타를 다음과 같이 정의한다.

a^L : 퍼지수 $\tilde{a}$의 左스프레드 (left spread)
a^M : 퍼지수 $\tilde{a}$의 中心 (mean)
a^R : 퍼지수 $\tilde{a}$의 右스프레드 (right spread)

퍼지수 $\tilde{a}$의 membership函數를 $\mu_{\tilde{A}}(x)$로 表現하고 演算으로서 擴張原理에 의해 퍼지數 $\tilde{a}$와 $\tilde{b}$와의 加法 $\tilde{a} + \tilde{b}$와 實數 k에 의한 퍼지數 $\tilde{a}$의 스칼라倍 $k\tilde{a}$를 取扱한다. 퍼지數 a를 實數로 代表하는 값으로서 中心과 左右의 幅을 考慮한 값인 通常代表數(ordinary representative) $\hat{a}$ 를 使用한다. 最近의 實用例에서는 멤버쉽(membership)函數로서 三角形이 많이 利用되고 있다. 이것은 意思決定者에 의해 左, 右 및 中心의 3点을 決定하면 되기 때문에 實用性과 簡便性을 함께 갖추고 있다. 이와 같은 理由로 本 論文에서는 對稱三角形 퍼지수를 取扱한다.

三角形 퍼지수 $\tilde{a}$의 멤버쉽 函數 $\mu_a(x)$는 a^L, a^M 및 a^R $(a^L < a^M < a^R)$을 利用하여 다음과 같이 表現된다.

$$\mu_a(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a^M}{a^M-a^L}+1, & x \in (a^L, a^M) \\ \dfrac{a^M-x}{a^R-a^M}+1, & x \in (a^M, a^R) \\ 0 \quad , & x \notin (a^R, a^L) \end{cases} \quad (3\text{-}8)$$

이하에서는 便易上 三角形 퍼지수 $\tilde{a}$를 $\tilde{a}=(a^L, a^M, a^R)$로 表現하며, 퍼지수 $\tilde{a}$의 特別한 境遇인 實數를 表現하면 $\tilde{a}$에 대해서 $a^L = a^M = a^R$로 非퍼지수가 된다.

三角形 퍼지수 $\tilde{a}$가 $a^L \geq 0$인 境遇 퍼지수 $\tilde{a}$를 正의 퍼지수라고 하며, 三角形 퍼지수의 加法 $\tilde{a}+\tilde{b}$, 減算 $\tilde{a}-\tilde{b}$, 實數 k에 의한 實數倍 $k\tilde{a}$ 및 通常代表數 $\hat{a}$는 각각 다음과 같이 計算할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{a}+\tilde{b} &= (a^L, a^M, a^R) + (b^L, b^M, b^R) \\ &= (a^L+b^L,\ a^M+b^M,\ a^R+b^R) \end{aligned} \quad (3\text{-}9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}-\tilde{b} &= (a^L, a^M, a^R) - (b^L, b^M, b^R) \\ &= (a^L, -b^R, a^M-b^M, a^R-b^L) \end{aligned} \quad (3\text{-}10)$$

$$\begin{aligned} k\tilde{a} &= k(a^L, a^M, a^R) \\ &= (ka^L, ka^M, ka^R) \quad \text{for } k \geq 0 \\ &= (ka^R, ka^M, ka^L) \quad \text{for } k < 0 \end{aligned} \quad (3\text{-}11)$$

$$\hat{a} = \frac{a^L+2a^M+a^R}{4} \quad (3\text{-}12)$$

퍼지수 $\tilde{a}$를 使用하여 퍼지上限을 表現하는 퍼지集合 $\tilde{A}$는

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \sup_{\mu} \{\mu_{\tilde{a}}(\mu) \mid x \leq \mu\} \quad (3\text{-}13)$$

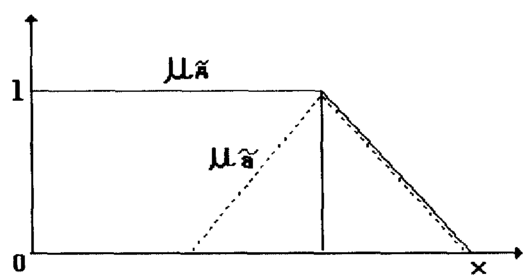

Fig. 3-1 Fuzzy number $\tilde{a}$ and fuzzy set $\tilde{A}$

와 같이 表現되고, 특히 퍼지수 $\tilde{a}$가 三角形의 境遇에는 다음과 같이 表現된다. (Fig. 3-1 참조)

$$\mu_{\overline{A}}(x) = \begin{cases} 1 & x \in (-\infty, a^M) \\ \dfrac{a^M - x}{a^R - a^M} + 1 & x \in [a^M, a^R] \\ 0 & x \in (a^R, \infty) \end{cases} \quad (3\text{-}14)$$

3.3 퍼지 0-1 船席配定計劃問題의 解法

一般的으로 船席配定問題의 定式化에 있어서 係數와 制約이 明確히 定해져 있는 것으로 假定下지만 判斷의 曖昧性과 知識의 不明確性에 의하여 係數와 制約을 確定할 수 없는 境遇가 많다. 이와같이 船席配定問題에 있어서도 船舶의 繫留時間 및 到着시각의 曖昧性을 考慮하여 係數와 制約의 曖昧性을 퍼지수로 取扱하여 이 問題의 係數를 퍼지수로 擴張하여 n개의 決定變數와 制約式을 가진 係數가 모두 正의 퍼지수인 퍼지 0-1 船席配定問題로 擴張한다.

從來의 퍼지 數理計劃問題는 주로 連續變數를 取扱하고 있는 것에 대해서 퍼지 0-1 船席配定問題는 離散變數 問題라고 하는 本質的인 差異가 있으며, 이러한 離散變數 問題는 連續變數 問題와 比較해서 定式化는 類似하지만 그 解法은 달라서 決定變數에 數値를 逐次代入해서 制約式의 成立與否를 判斷하여 實行可能解를 구하는 解法이 일반적이므로 퍼지수를 係數로한 離散變數 問題는 퍼지수 그대로 퍼지수 演算을 통하여 퍼지수로 表現된 目的函數値를 구하는 것이 可能하다.

따라서, 本 硏究에서는 퍼지 0-1 船席配定問題를 可能性理論에 基礎하여 通常의 數理計劃問題로 變換하여 整數計劃法의 代表的인 解法인 分枝限界法을 利用하여 最適解를 구하고, 퍼지수의 演算을 통하여 퍼지수로 表現된 目的函數値를 구하고자한다. 또한, 이 變換의 過程에 있어서 可能性理論에 의한 制約式의 成立程度의 解釋으로는 制約式 左邊의 멤버쉽函數의 左側幅과 右邊定數의 멤버쉽函數의 右側幅과의 交點의 값이 制約式의 成立程度가 되므로 變換 후에도 線型性이 維持되어 容易하게 해를 구할 수 있다.

決定變數가 0 또는 1인 퍼지 線型計劃모델은 퍼지目標와 퍼지制約이 같이 取扱되고 있기 때문에 퍼지目標와 퍼지制約을 同一視 하는 것이 可能하며 퍼지目標와 퍼지制約을 同一視 할 수 있는 境遇를 對稱形이라 하고, 對稱形의 境遇 制約條件의 左邊을 目的函數로 右邊을 目標値로 볼 수 있으며 퍼지目標와 퍼지制約을 區別하지 않고 式(3-15)와 같이 一般形으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\textit{find}\ \ x_j, \quad j = 1, 2, \cdots\cdots, n \quad x_j \in \{0, 1\} \\ &\textit{subject to}\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \lesssim b_i \quad , i = 1, 2, \cdots\cdots, m \end{aligned} \quad (3\text{-}15)$$

단, a_{ij} : 正의 퍼지수를 要素로 가진 制約式의 j 번째의 係數 vector

b_i : 正의 퍼지수를 要素로 가진 右邊定數 vector

n : 決定變數의 數

x : 0 또는 1의 決定變數

$\lesssim$: 퍼지부등호, b_i는 定數벡터이고, a_i는 係數行列을 意味하며 可能性分布에 制限된 可能性變數

式(3-15)은 a_x를 大略 b以下로 抑制하려는 퍼지 不等式을 意味하며, 이들은 各各 퍼지 線型計劃問題에 있어서 퍼지目標 $\tilde{G}$와 퍼지制約 $\tilde{C}$에 對應한다.

퍼지制約에 對應하는 멤버쉽函數는 다음에 보이는 i번째 項目의 制約條件式

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots\cdots + a_{in}x_n \lessapprox b_i \quad (i = 1, 2, \cdots, m) \quad (3\text{-}16)$$

에 對應하는 하나의 멤버쉽函數 μ_{B_i}를 定하게 되며, 모두 m개 (즉, 制約條件式의 個數에 따라)가 된다.

한편, Fig. 3-2에서 制約條件式의 b_i(目標値) 및 d_i(許容變動幅)는 意思決定者 또는 計劃立案者의 主觀的인 決定이며, 퍼지 數理計劃問題를 定式化

할 때 퍼지目標와 퍼지制約을 어떻게 정하는가 하는 問題가 있다. 實際問題에 있어서 값을 한번 設定하여 滿足해 가는 解를 求하는 것은 困難하고 다른 制約條件, 目的函數의 값을 分析해 가면서 값을 變更할 必要가 있다. 이와같이 現實問題를 퍼지 線型計劃問題로 定式化 하려면 많은 努力이 必要하게 되므로 本考에서는 휴리스틱 알고리즘으로 求한 값을 利用하여 퍼지 線型計劃問題의 右邊의 값을 퍼지集合으로 記述하여 퍼지 線型計劃問題의 定式化에 있어서의 困難함을 解消한다. 따라서, $a_ix = b_i$ 인 境遇라고 해서 반드시 멤버쉽値가 1이 될 必要는 없다.

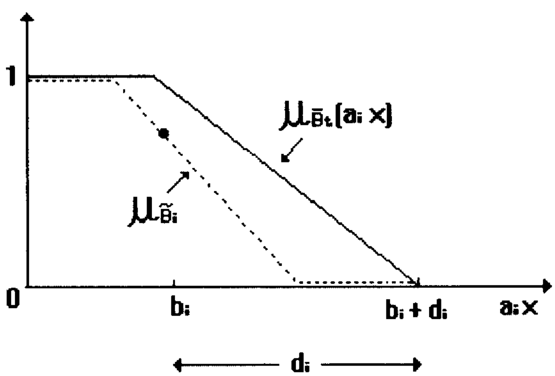

Fig. 3-2 Membership function of fuzzy constraint

여기서, $\tilde{a_{ij}}$는 元問題의 目的函數의 係數로서 퍼지수 $A_{ij} = \langle a_{ij}, c_{ij} \rangle$에 의해 定해지는 可能性分布 $\pi_{A_{ij}}$에 制限된 可能性變數이다.

즉, 可能性分布 $\pi_{A_{ij}}$는

$$\pi_{A_{ij}}(x) = \mu_{A_{ij}}(x) = \max\left(1 - \frac{|x - a_{ij}|}{c_{ij}}, 0\right) \quad (3\text{-}17)$$

로 定해진다. 可能性分布가 係數의 취할 수 있는 範圍를 나타내고 있는 것에 대해서 퍼지目標는 意思決定者가 滿足할 수 있는 範圍를 나타내고 있다.

Fig. 3-2에서 許容變動幅에서 線型的으로 減少하는 멤버쉽函數를 假定하여 完全한 멤버쉽函數를 定義하면

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i \\ 1 - \dfrac{\sum a_{ij}x_j - b_i}{\sum c_{ij}x_j + d_i}, & \text{if } b_i \le \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i + d_i \\ 0 & , \text{ if } \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \ge b_i + d_i \end{cases} \quad (3\text{-}18)$$

단, d_i는 許容變動幅(tolerance interval) 로 나타낼 수 있으며, 퍼지決定 μ_D는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mu_D = \min[\mu_1(x),\ \mu_2(x),\ \cdots\cdots\cdots,\ \mu_n(x)] \quad (3\text{-}19)$$

따라서, 새로운 變數 h를 導入하므로서 다음과 같이 h의 最大化 問題로 되어 混合整數計劃問題로 歸着됨을 알 수 있다.

maximize h

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - (1-h)\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_j \le b_i + (1-h)d_{ij} \quad (3\text{-}20)$$

$$\sum_{i=1}^{B}\sum_{k=1}^{T} x_{ijk} = 1, \quad j = 1,2,3, \cdots, T$$

$$\sum_{j=1}^{T} x_{ijk} \le 1,\ i = 1,2,3, \cdots, B : k = 1,2,3,\cdots, T \quad (3\text{-}20)$$

이 最大化 問題는 非線型計劃問題이나 h에 값을 주면 線型問題로 되어 分枝限界法에 따라 解를 求할 수 있다.

式(3-22)에서 最適解를 h^*, x^*라 하면 x^*가 元퍼지 線型計劃問題의 最適解가 된다. 또한, h^*가 代替案 x의 퍼지目標, 퍼지制約에 對應하는 最小滿足度의 最大값 즉, 目標와 制約의 양쪽을 考慮할 때 最大滿足度를 意味하고 있다. h^*의 값은 許容變動幅 d_i를 變化시키면 자연히 변화하고, x^*도 다른 代替案이 된다.

$$
\Big\{ \sum_{j=1}^{T} \sum_{l=1}^{k} \widetilde{C_{ij}} \cdot x_{ij_l} - \sum_{j'=1}^{T} \sum_{l=1}^{k'} \widetilde{C'_{i'j'}} \cdot x_{i'j'l} \Big\} \cdot \sum_{j=1}^{T} x_{ijk+1}
$$

$$
\cdot \Big\{ \Big(j + \frac{\left(\sum_{j=1}^{T} \sum_{l=1}^{k} \widetilde{C_{ij}} \cdot x_{ijl} - \sum_{j'=1}^{T} \sum_{l=1}^{k'} \widetilde{C'_{i'j'}} \cdot x_{i'j'l} \right)}{\left| \left(\sum_{j=1}^{T} \sum_{l=1}^{k} \widetilde{C_{ij}} \cdot x_{ijl} - \sum_{j'=1}^{T} \sum_{l=1}^{k'} \widetilde{C'_{i'j'}} \cdot x_{i'j'l} \right) \right|} (MPS+1) \Big) \Big\}
$$

$$
> \Big\{ \sum_{j=1}^{T} \sum_{l=1}^{k} \widetilde{C_{ij}} \cdot x_{ijl} - \sum_{j'=1}^{T} \sum_{l=1}^{k} \widetilde{C'_{i'j'}} \cdot x_{i'j'l} \Big\} \sum_{j=1}^{T} x_{i'j'k'+1} \cdot j', \quad x_{ijk} \in \{0, 1\}
$$

$$
i,\ i' = 1,2,3,\ \cdots,\ B : k,\ k' = 1,2,3,\ \cdots,\ T-1
$$

制約式(3.15)의 左邊의 係數의 不明確性을 퍼지수로 表現하고, 制約에 대한 漠然性을 制約式의 右邊의 定數로서 取扱한다. 즉, 制約을 完全히 滿足시키지 않으면 안된다는 條件을 緩和시켜 事前에 주어진 程度 以上에서 滿足하면 좋다라고 본다. 이 制約不等式의 成立程度에는 可能性 理論에 基礎한 指標에 依한 制約式의 解釋에서는 制約式의 左邊에 있어서의 퍼지수 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$의 멤버쉽函數의 左側幅과 右邊定數인 퍼지수 b_i의 멤버쉽函數의 幅과의 交點의 값이 制約式의 成立程度가 된다.

4. 數値適用例

船舶의 待期時間 및 繫留時間에 관한 퍼지情報를 퍼지수로 看做하여 모델1의 船舶의 到着順序를 考慮하지 않는 無作爲인 境遇의 適用例를 살펴보면

(1) 船舶 20隻, 船席 2인 境遇

Table 4-1. Ship and berth information with fuzzy nembers

(unit:hours)

船席	計劃開始時刻	繫留時間									
		船舶1	船舶2	船舶3	船舶4	船舶5	船舶6	船舶7	船舶8	船舶9	船舶10
A	04:00	(24,4)	(32,6)	(25,5)	(14,3)	(40,7)	(20,4)	(36,6)	(28,5)	(34,6)	(16,3)
B	03:00	(21,4)	(13,2)	(15,2)	(30,6)	(29,5)	(11,2)	(19,3)	(31,6)	(24,4)	(44,8)
待期時間 (開始時刻-到着時刻)		(23,6)	(22,6)	(21,6)	(20,5)	(19,5)	(18,5)	(17,5)	(16,5)	(15,5)	(14,4)
		(20,6)	(19,5)	(18,5)	(17,5)	(16,5)	(15,5)	(14,4)	(13,4)	(12,3)	(11,3)

船席	計劃開始時刻	繫留時間									
		船舶11	船舶12	船舶13	船舶14	船舶15	船舶16	船舶17	船舶18	船舶19	船舶20
A	04:00	(18,3)	(22,4)	(38,6)	(26,5)	(10,2)	(23,4)	(42,8)	(12,2)	(39,7)	(27,5)
B	03:00	(32,6)	(35,7)	(46,8)	(17,3)	(22,4)	(34,6)	(30,5)	(38,8)	(37,7)	(20,4)
待期時間 (開始時刻-到着時刻)		(13,3)	(12,2)	(11,2)	(10,2)	(9,2)	(8,2)	(7,2)	(6,1)	(5,1)	(3,0)
		(10,2)	(9,2)	(8,2)	(7,2)	(6,1)	(5,1)	(4,1)	(3,1)	(2,0)	(0,0)

Table 4-2. Assignment form and objective value by enumeration method (b_i : 1500, d_i: 500)

Berth	Index set	Objective value	Degree of Satisfaction
A	15, 18, 4, 10, 11, 12, 16, 8, 13, 19	(1714, 2104, 2494)	0.321
B	6, 2, 3, 14, 20, 7, 1, 9, 5, 7		

(2) 船舶 40隻, 船席 2인 境遇

Table 4-3. Ship and berth information with fuzzy nembers

(unit:hour)

席	計劃開始時刻	繫留時間									
		船舶1	船舶2	船舶3	船舶4	船舶5	船舶6	船舶7	船舶8	船舶9	船舶10
A	04:00	(24,3)	(20,2)	(22,2)	(20,2)	(24,3)	(23,2)	(25,3)	(21,2)	(28,3)	(21,2)
B	03:00	(21,2)	(28,3)	(21,2)	(25,3)	(23,2)	(24,3)	(20,2)	(22,2)	(20,2)	(24,3)
待期時間		(40,4)	(39,4)	(38,4)	(37,4)	(36,4)	(35,4)	(34,3)	(33,3)	(32,3)	(31,3)
(開始時刻-到着時刻)		(39,4)	(38,4)	(37,4)	(36,4)	(35,4)	(34,3)	(33,3)	(32,3)	(31,3)	(30,3)

船席	計劃開始時刻	繫留時間									
		船舶11	船舶12	船舶13	船舶14	船舶15	船舶16	船舶17	船舶18	船舶19	船舶20
A	04:00	(27,3)	(23,2)	(20,2)	(25,3)	(26,3)	(19,2)	(20,2)	(30,3)	(20,2)	(22,2)
B	03:00	(21,2)	(20,2)	(24,3)	(21,2)	(22,2)	(23,2)	(25,3)	(20,2)	(24,3)	(21,2)
待期時間		(30,3)	(29,3)	(28,3)	(27,3)	(26,3)	(25,3)	(24,2)	(23,2)	(22,2)	(21,2)
(開始時刻-到着時刻)		(29,3)	(28,3)	(27,3)	(26,3)	(25,3)	(24,2)	(23,2)	(22,2)	(21,2)	(20,2)

船席	計劃開始時刻	繫留時間									
		船舶21	船舶22	船舶23	船舶24	船舶25	船舶26	船舶27	船舶28	船舶29	船舶30
A	04:00	(22,2)	(26,3)	(24,3)	(20,2)	(28,3)	(21,2)	(22,2)	(23,2)	(24,3)	(21,2)
B	03:00	(30,3)	(24,3)	(22,2)	(23,2)	(20,2)	(24,3)	(21,2)	(18,2)	(20,2)	(22,2)
待期時間		(20,3)	(19,3)	(18,3)	(17,3)	(16,3)	(15,3)	(14,2)	(13,2)	(12,2)	(11,2)
(開始時刻-到着時刻)		(19,3)	(18,3)	(17,3)	(16,3)	(15,3)	(14,2)	(13,2)	(12,2)	(11,2)	(10,2)

船席	計劃開始時刻	繫留時間									
		船舶31	船舶32	船舶33	船舶34	船舶35	船舶36	船舶37	船舶38	船舶39	船舶40
A	04:00	(30,3)	(24,3)	(22,2)	(23,2)	(20,2)	(24,3)	(21,2)	(18,2)	(20,2)	(22,2)
B	03:00	(22,2)	(26,3)	(24,3)	(20,2)	(28,3)	(21,2)	(23,2)	(22,2)	(21,2)	(24,3)
待期時間		(10,2)	(9,2)	(8,1)	(7,1)	(6,1)	(5,1)	(4,1)	(3,1)	(2,1)	(1,0)
(開始時刻-到着時刻)		(9,2)	(8,2)	(7,2)	(6,1)	(5,1)	(4,1)	(3,1)	(2,0)	(1,0)	(0,0)

Table 4-4. Assignment form and Objective value by enumberation method (b_i: 9000, d_i: 500)

Berth	Index set	Objective value	Degree of Satisfaction
A	38, 16, 39, 24, 4, 2, 19,35, 13, 17,10, 26, 8, 30, 37, 40, 21, 33, 32, 6.	(8331, 9272, 10213)	0.811
B	28, 34, 29, 12, 7, 9, 25, 18, 20, 3,11, 27,14, 36, 1, 15, 23, 31, 5, 22.		

5. 結 論

船舶 및 物動量의 急增으로 인하여 合理的인 船席 割當方案의 樹立이 必要할 것으로 思料된다.

既存의 船席 配定모델의 大部分은 모든 파라메타를 明確히 알 수 있고 確定値로서 表現할 수 있다는 假定下에서 이루어지고 있으나 이러한 假定은 現實問題에 適用함에 있어서 近似値이며 恒常 gap이 存在한다.

따라서, 船席 配定問題에 있어서 船舶의 繫留時間 및 待期時間에 fuzziness(曖昧性)가 介在되어 있을 수가 있기 때문에 確定領域을 가지고 있는 問題에 適用하는 通常의 數理計劃法으로 그 解를 求한다는 것이 非合理的이라고 思料되어 船舶의 繫留時間 및 待期時間을 三角形 퍼지수로 取扱하여 目的函數의 係數가 퍼지수로 表現된 퍼지 0-1 船席 配定問題를 船社 및 港灣運營者 등 利害關係者의 立場을 모두 包含할 수 있도록 MPS(Maximum Position Shift)概念을 導入하여 定式化 하였다.

퍼지 0-1 船席 配定問題는 決定變數가 0 또는 1인 離散變數 問題로서 數値를 逐次 變數에 代入하여 制約式의 成否를 判定하는 解法이므로 最適解法인 分枝限界法을 使用하여 計算過程에 있어서도 퍼지수 그대로 演算을 행하여 最適解와 퍼지수로 表現된 目的函數値를 求하는 解法을 提案하였다.

그리고, 퍼지수를 係數로한 制約式의 成立程度의 解析으로서는 可能性 理論에 基礎한 指標를 導入하여 定義하였다.

本 硏究의 앞으로의 課題 및 硏究方向은 퍼지問題의 性格上 嚴密解를 要求하는 것이 아니므로 計算時間 및 컴퓨터의 記憶容量에 크게 影響을 받지 않는 近似解法의 開發, 大規模 船席 配定에 관한 硏究, 物流費用의 觀點에서의 船席 配定問題와 이러한 船席 配定모델의 改善 등을 들 수 있다.

参 考 文 獻

1) 李哲榮,李弘杰,"發見的 알고리즘에 의한 컨테이너 터미널의 船席配定에 關한硏究", 韓國港灣學會誌 第9卷 2號, (1995), pp. 1-4.

2) 李哲榮,尹明五,"海上交通量의 效率的 管理方案에 關한 硏究 2)一般 水路의 境遇", 韓國航海學會誌 第15卷 2號, (1991), pp. 1-11.

3) Okada,S. and Gen,M. : Fuzzy Multiple Choice Knapsack Problem, "Fuzzy Sets and systems, Vol.67, (1994), pp. 71-81

4) K. Nagaiwa, A. Imai, "A Berth Assignment Planning for a Public Container Terminal", Journal of Navigation, Japan, vol 90, (1994).

5) E. G. Frankel "Port Planning and Development", A Wiley Interscience Publications, (1987), pp. 362-371.

6) H. Tanaka, K. Asal, Fuzzy linear programming problem with fuzzy mumbers, Fuzzy Sets and Systems 13, pp. 1-10, (1984).