기호 다치 논리 함수의 MacLaurin 전개를 이용한 퍼지 추론 시스템

The Fuzzy Inference System Using MacLaurin Series Expansions of Symbolic Multiple Valued Logic Functions

정 환 묵*
Hwan Mook Chung*

요 약

본 논문에서는 Boole 함수를 기호 다치 논리 함수로 확장하여 법-M(Modulus-M)의 수체계를 기본으로 하는 기호 다치 논리 함수에 대한 MacLaurin 전개의 구조적 성질을 분석한다. 그리고 기호 다치 변수의 상태 변화에 따라 이에 사상된 퍼지 규칙을 자동 생성할 수 있는 기법을 제안한다. 또한, 이러한 이론과 성질을 기존의 퍼지 추론 기능과 결합하여 동적인 상태 변화에 적응할 수 있는 퍼지 추론 시스템 설계 방법을 제안한다.

ABSTRACT

In this paper, with the expanding Boolean functions to symbolic multiple valued logic functions, we analyze structural properties of MacLaurin series expansion for symbolic multiple valued logic functions based on Modulus-M system. And, we propose automatic fuzzy rule generation mechanism that is mapped it from state transition of symbolic multiple valued variable, also, we propose design method of fuzzy inference system that can be adapted to dynamic state transition by combining these theories and properties with traditional fuzzy inference mechanism.

I. 서 론

Boole 함수란 임의의 변수가 0과 1이라는 이진값을 가지면서 특정 결과를 생성할 수 있도록 구성된 함수이며 퍼지 함수란 폐구간 [0, 1] 상의 임의의 실수값을 갖는 변수들로 구성된 함수를 말한다. 이에 대해 기호 다치 논리 함수란, Boole 대수가 Modulo-2 방식이라고 할 때, 다치 논리를 Modulo-M 방식으로 전개한 것에 대하여 배타적인 두 상태를 0, 1로서가 아닌 a, b라는 기호로 나타낼 수 있는 것으로 보고 이에 대한 다치 논리를 동질 집합의 원소인 다치의 값의 요소로서 기호 a, b, c, …, m을 사용하고, 이들은 집합의 방식으로 다룬다. 기호 다치 논리 즉, 기호 다치 명제 변수를 구간 내의 기호값을 취하는 기호 다치 변수로 보면 논리식은 하나의 기호 다치 논리 함수를 표현하게 된다[1, 8-10].

*대구효성가톨릭대학교 공과대학 전자·정보공학부
Faculty of Electronic & Information Engineering, Catholic Univ. of Taegu-Hyosung

따라서 Boole 함수가 Modulus-2 방식이라고 할 때, 기호 다치 논리를 기호 다치 집합의 하나의 값 혹은 구간값으로 사상시킨 기호 다치 논리를 Modulus-M 방식으로 전개할 수 있다[8-10].

현재의 지식 정보 처리는 주로 지식을 이용하여 추론에 기초한 처리를 하고 있다[2-4]. 지식 정보 처리 기술에서 추론이 2치 고전 논리에 바탕을 두었기 때문에 융통성이 없고 자율적인 정보 처리가 어렵다는 문제가 있다[7]. 한편, 퍼지 정보 처리를 위하여 개발되고 있는 시스템들은 특정 형식의 퍼지 추론을 고속으로 처리하는 하드웨어와 종래의 언어를 이용하여 퍼지 집합의 연산 기술을 용이하게 한 소프트웨어가 있다. 그러나, 폭넓은 분야에 응용되기 위해서는 현재 개발되고 있는 하드웨어는 용도가 한정되어 유연성이 부족하다는 단점이 있다.

한 변수의 입력 상태를 X에서 X′로 변화시켰을 때 그 상태의 변화를 Boole 함수의 편미분으로 정의한 것에 대하여 기호 다치 논리 함수의 변화는 한 변수의 상태가 a에서 c 등으로 변화했을 때의 함수의 상태 변화를 나타내는 것으로 정의하였다.

본 논문에서는 Boole 함수의 미분의 개념을 확장하여 무한 다치 논리로서의 기호 다치 논리 함수에 대한 논리적인 기초, 차분 및 변화의 성질을 바탕으로[5-6] 기호 다치 논리 함수의 MacLaurin 전개 및 그 성질을 분석하였다. 이러한 분석을 통해 기호 다치 논리 함수에 사상된 퍼지 규칙을 자동 생성하여 생성된 퍼지 규칙으로부터 제어나 진단 등 상태가 동적으로 변하는 응용 영역에서 결과를 자동 추론할 수 있는 추론 기법을 제안하고 예를 통해 확인하였다. 이로부터 유연한 퍼지 정보 처리의 실현을 목적으로하여 퍼지 집합과 종래 정보를 통일적으로 또한 유연하게 처리할 수 있는 소프트웨어 개발과 과거의 정보 처리와 퍼지 집합 연산을 고속으로 실현할 수 있는 하드웨어의 개발에 광범위하게 응용될 것이다.

Ⅱ. 기호 다치 논리 함수의 성질

2.1 기본 정의

본 논문에서는 먼저 법-M(Modulus-M)에 관한 기본 사항을 다음과 같이 정의한다[9-11].

(1) $A \oplus B = \overline{A} \ominus \overline{B}$

(2) $A \ominus B = \overline{A} \oplus (-)\overline{B}$

(3) $A + B = \max(A, B)$

(4) $A \cdot B = \min(A, B)$

(5) $A' = P \ominus A \ (P = M \ominus 1)$

(6) $\overset{\alpha\beta}{X} = \begin{cases} P & (\alpha \le X \le \beta) \\ 0 & (\alpha > X \text{ or } \beta < X) \end{cases}$

2.2 기호 다치 논리 대수

기호 다치 논리 대수의 성질은 다음과 같다[9-11].

(1) $\overset{ab}{X}\overset{aa}{X} = \overset{aa}{X}, \quad \overset{ab}{X} + \overset{aa}{X} = \overset{ab}{X} \qquad (\text{iff } \overset{ab}{X} \ge \overset{aa}{X})$

(2) $\overset{ab}{X} \cdot \overset{ab}{X} = \overset{ab}{X}, \quad \overset{ab}{X} + \overset{ab}{X} = \overset{ab}{X}$

(3) $\overset{ab}{X} \cdot \overset{aa}{X} = \overset{aa}{X} \cdot \overset{ab}{X} = \overset{aa}{X}, \quad \overset{ab}{X} + \overset{aa}{X} = \overset{aa}{X} + \overset{ab}{X} = \overset{ab}{X}$

(4) $\overset{ab}{X} \cdot (\overset{aa}{X} \cdot \overset{ac}{X}) = (\overset{ab}{X} \cdot \overset{aa}{X}) \cdot \overset{ac}{X}$

$\overset{ab}{X} + (\overset{aa}{X} + \overset{ac}{X}) = (\overset{ab}{X} + \overset{aa}{X}) + \overset{ac}{X}$

(5) $\overset{ab}{X} \cdot (\overset{ab}{X} + \overset{bc}{X}) = \overset{ab}{X}, \quad \overset{ab}{X} + (\overset{ab}{X} \cdot \overset{bc}{X}) = \overset{ab}{X}$

(6) De Morgan의 정리

$\overline{\overset{ab}{X} + \overset{bc}{X}} = \overline{\overset{ab}{X}} \cdot \overline{\overset{bc}{X}}$

$\overline{\overset{ab}{X} \cdot \overset{bc}{X}} = \overline{\overset{ab}{X}} + \overline{\overset{bc}{X}}$ (단, $I = \{a, b, c, d\}$인 경우)

(7) $\overset{ab}{X} \cdot \overset{\overline{ab}}{X} = \{ \quad \} = \phi$

$\overset{ab}{X} + \overset{\overline{ab}}{X} = I$

2.3 기호 다치 논리 함수의 변화의 성질

다음은 기호 다치 논리 함수의 변화의 성질은 다음과 같이 정의한다[9-11].

(1) $\overline{f'} X_i(a, b) = f' X_i(b, a)$

(2) $f^2 X_i(a, b) \cdot X_j(c, d) = f^2 X_j(c, d) \cdot X_i(a, b)$

(3) $f^2(X_i(a, b)) \cdot (X_i(a, b)) = \phi$

(4) $(f \cdot g)' X_i(a, b) = f' X_i(a, b) \cdot g' X_i(a, b) \oplus f' X_i(a, b) \cdot g(X_i(a))$
$\oplus g' X_i(a, b) \cdot f' X_i(a))$

(5) $(f + g)' \cdot X_i(a, b) = f' X_i(b, a) \cdot g' X_i(b, a) \oplus \overline{g}(X_i(a) \cdot f'(X_i(b, a))$
$\oplus \overline{f}(X_i(a) \cdot g' X_i(b, a))$

(6) $(f \oplus g)' X_i(a, b) = f' X_i(a, b) \oplus g' X_i(a, b)$

Ⅲ. 기호 다치 논리 함수의 MacLaurin 전개

3-1. 기호 다치 논리 함수의 MacLaurin 전개

기호 다치 논리 함수 f(X)를 임의의 한 변수 X_i에 대하여 MacLaurin 전개하면 다음과 같다[10-11].

$$
\begin{aligned}
f(X) &= f(X)|_{X_i=a} \cdot \overset{\phi\phi}{X_i} \oplus f' X_i(a)|_{X_i=a} \cdot \overset{aa}{X_i} \\
&\quad \oplus f' X_i(b)|_{X_i=a} \cdot \overset{bb}{X_i} \oplus \cdots \oplus f' X_i(m)|_{X_i=a} \cdot \overset{mm}{X_i} \\
&= f(X)|_{X_i=a} \oplus \sum_{k=a}^{m} f' X_i(k)|_{X_i=a} \cdot \overset{kk}{X_i} \qquad (3\text{-}1)
\end{aligned}
$$

3-2. 퍼지 규칙의 MacLaurin 전개

예를 들어 기호 다치 논리 함수의 MacLaurin 전개를 퍼지 추론에 응용하기 위해 다음 9개의 퍼지 규칙을 고려한다.

IF X_1 is N and X_2 is N Then Y is P
IF X_1 is N and X_2 is Z Then Y is Z
IF X_1 is N and X_2 is P Then Y is N
IF X_1 is Z and X_2 is N Then Y is Z
IF X_1 is Z and X_2 is Z Then Y is P
IF X_1 is Z and X_2 is P Then Y is Z
IF X_1 is P and X_2 is N Then Y is N
IF X_1 is P and X_2 is Z Then Y is P
IF X_1 is P and X_2 is P Then Y is N

위의 규칙을 규칙표로 나타내면 [표 1]과 같다.

표 1. 입출력에 따라 구성된 규칙표

X_2 \ X_1	N	Z	P
N	P	Z	N
Z	Z	P	P
P	N	Z	N

단, N : Negative, Z : Zero, P : Positive

[표 1]을 기호 다치 논리식으로 표현하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
f &= N(\overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} + \overset{NN}{X_1}\overset{PP}{X_2} + \overset{PP}{X_1}\overset{PP}{X_2}) \\
&\quad + Z(\overset{ZZ}{X_1}\overset{NN}{X_2} + \overset{NN}{X_2}\overset{ZZ}{X_2} + \overset{ZZ}{X_1}\overset{PP}{X_2}) \\
&\quad + P(\overset{NN}{X_1}\overset{NN}{X_2} + \overset{ZZ}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} + \overset{PP}{X_1}\overset{ZZ}{X_2}) \qquad (3\text{-}2)
\end{aligned}
$$

위의 식을 간소화하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
f &= N(\overset{PP}{X_1}\overset{\overline{ZZ}}{X_2} + \overset{\overline{ZZ}}{X_1}\overset{PP}{X_2}) + Z(\overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} + \overset{ZZ}{X_1}\overset{\overline{ZZ}}{X_2}) \\
&\quad + P(\overset{NN}{X_1}\overset{NN}{X_2} + \overset{ZP}{X_1}\overset{ZZ}{X_2}) \qquad (3\text{-}3)
\end{aligned}
$$

간소화된 논리식을 MacLaurin 전개하면 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
& f\,|_{X_1=N} = N(\phi) + Z(\phi) + P(I + \phi) = P \\
& f' X_1(N, N)\,|_{X_1=0} = \phi \\
& f' X_1(N, Z)\,|_{X_1=0} = \overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \\
& \quad = [\{N(\phi) + Z(\phi) + P(I)\} \oplus \{N(\phi) + Z(I) + P(\phi)\}]\ \overset{NN}{X_1}\overset{NZ}{X_2} \\
& \quad (P \oplus Z)\ \overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \\
& \quad = f' X_1(N, P)\,|_{X_1=0} = \overset{NN}{X_1}\overset{ZP}{X_2} = (P \oplus N)\ \overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \\
& \quad = f' X_1(Z, N)\,|_{X_1=0} = \overset{ZZ}{X_1}\overset{NN}{X_2} = (P \oplus Z)\ \overset{ZZ}{X_1}\overset{NN}{X_2} \\
& \quad = f' X_1(Z, Z)\,|_{X_1=0} = \overset{ZZ}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} = (P \oplus P)\ \overset{ZZ}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} = \phi \\
& \quad = f' X_1(Z, P)\,|_{X_1=0} = \overset{ZZ}{X_1}\overset{PP}{X_2} = (P \oplus Z)\ \overset{ZZ}{X_1}\overset{PP}{X_2} \\
& f' X_1(P, N)\,|_{X_1=0} = \overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} = (P \oplus Z)\ \overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} \\
& f' X_1(P, Z)\,|_{X_1=0} = \overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} = (P \oplus P)\ \overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} = \phi \\
& f' X_1(P, P)\,|_{X_1=0} = \overset{PP}{X_1}\overset{PP}{X_2} = (P \oplus N)\ \overset{PP}{X_1}\overset{PP}{X_2}
\end{aligned}
$$

위의 식들을 모두 종합하면,

$$
\begin{aligned}
f &= P \oplus (P \oplus Z)\ \overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \oplus (P \oplus N)\ \overset{NN}{X_1}\overset{PP}{X_2} \oplus (P \oplus Z)\ \overset{ZZ}{X_1}\overset{NN}{X_2} \\
&\quad \oplus (P \oplus Z)\ \overset{ZZ}{X_2}\overset{PP}{X_2} \oplus (P \oplus N)\ \overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} \oplus (P \oplus N)\ \overset{PP}{X_1}\overset{PP}{X_2} \\
&= P(\overset{NN}{X_1}\overset{NN}{X_2} \oplus \overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \oplus \overset{NN}{X_1}\overset{PP}{X_2} \oplus \overset{ZZ}{X_1}\overset{NN}{X_2} \oplus \overset{ZZ}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \\
&\quad \oplus \overset{ZZ}{X_1}\overset{PP}{X_2} \oplus \overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} \oplus \overset{PP}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \oplus \overset{PP}{X_1}\overset{PP}{X_2}) \\
&\quad \oplus (P \oplus Z)\ \overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \oplus (P \oplus N)\ \overset{ZZ}{X_1}\overset{PP}{X_2} \oplus (P \oplus Z)\ \overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \\
&\quad \oplus (P \oplus Z)\ \overset{ZZ}{X_1}\overset{PP}{X_2} \oplus (P \oplus N)\ \overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} \oplus (P \oplus N)\ \overset{PP}{X_1}\overset{PP}{X_2} \\
&= P\,\overset{NN}{X_1}\overset{NN}{X_2} \oplus Z\,\overset{NN}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \oplus N\,\overset{NN}{X_1}\overset{PP}{X_2} \oplus Z\,\overset{ZZ}{X_1}\overset{NN}{X_2} \oplus P\,\overset{ZZ}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \\
&\quad \oplus Z\,\overset{ZZ}{X_1}\overset{PP}{X_2} \oplus N\,\overset{PP}{X_1}\overset{NN}{X_2} \oplus P\,\overset{PP}{X_1}\overset{ZZ}{X_2} \oplus N\,\overset{PP}{X_1}\overset{PP}{X_2}
\end{aligned}
$$

이 MacLaurin 전개의 결과는 위의 진리치표 및 본래의 논리식과 같다.

표 2. MacLaurin 전개에 의한 상태의 변화도

X_2 \ X_1	N	Z	P
N	$\boxed{P}$	Z	N
Z	Z	P	P
P	N	$\boxed{Z}$	N

3-3. 결과의 해석

(1) X_1이 N에서 Z로, X_2가 N에서 P로 동시에 변화한 경우
: 상태는 P에서 Z로 변한다.

(2) X_1이 N에서 P로, X_2가 N에서 Z로 동시에 변화한 경우
: 상태는 P에서 여러 상태를 거쳐 다시 P로 변한다.

Ⅳ. 퍼지 추론 시스템

4.1 퍼지 추론 시스템

일반적으로 퍼지 추론 기법은 Mamdani의 최소 귀속도 추론법, Lasen의 산술적 곱 방법, Tsukamoto의 추론법 등이 알려져 있다. 그러나 이들은 단순한 퍼지 규칙으로부터 하나의 결론을 도출하기 위한 목적으로 제안되었고, 실제로 매우 효과적인 실험 결과를 도출해냈다.

본 논문에서는 이와는 달리 다수개의 퍼지 규칙이 있고 주어진 상황이 동적으로 변한다고 가정했을 때 MacLaurin 전개를 통해 이들 규칙을 자동 선택하여 최종적으로는 선택되어진 퍼지 규칙이 추론에 의해 하나의 결과를 얻어내야 한다면 결국 마지막 단계에서 퍼지 추론 기법을 도입해야 한다.

이러한 흐름을 이용한 시스템을 퍼지 규칙 자동 추론 시스템 FRAIS(Fuzzy Rule Automatic Inference System)라 하고 이는 다음과 같이 구성된다.

4.2 퍼지 추론

일반적으로 IF X is Low THEN Y is High라는 퍼지 규칙이 있을 때, 이에 대한 퍼지 연산은 다음 식으로 이루어진다.

$$R_1 = \mu_{Low}(X) \wedge \mu_{High}(Y) \qquad (4\text{-}1)$$

단, '∧'는 최소값을 의미하는 퍼지 연산자이다.

이 결과는 IF 부의 퍼지 집합 Low에 속하는 원소 X의 귀속도와 THEN 부의 퍼지 집합 High에 속하는 원소 Y의 귀속도에 대한 최소값으로 이루어지고 이것은 하나의 관계가 된다.

그런데, 본 논문에서는 다음과 같이 전제부 즉, IF 부가 두 개의 퍼지 집합의 AND로 연결되어 있다.

$$\text{IF } X_1 \text{ is Low, } X_2 \text{ is Low THEN Y is High} \qquad (4\text{-}2)$$

이러한 경우는 먼저, IF 부의 두 개의 퍼지 집합에 대한 귀속도의 최소값을 구한 후, 그 결과를 다시 THEN 부와 결합하여 귀속도의 최소값을 선택하도록 한다. 식 (4-2)는 다음 식 (4-3)과 같이 바꿀 수 있고 최종적으로는 식 (4-4)로 표현할 수 있다.

$$\mu_{Low}(X_1) \wedge \mu_{Low}(X_2) \rightarrow \mu_{High}(Y) \qquad (4\text{-}3)$$

$$R_2 = \mu_{Low}(X_1) \wedge \mu_{Low}(X_2) \wedge \mu_{High}(Y) \qquad (4\text{-}4)$$

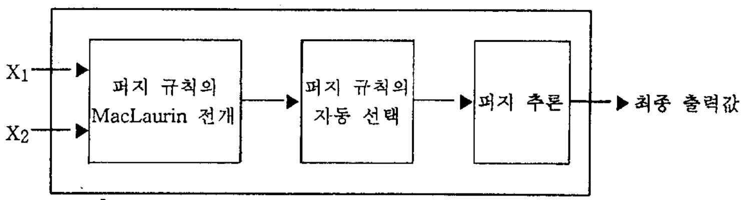


그림 1. FRAIS의 기본 구성도

결과적으로 식 (4-4)는 (X_1, X_2, Y)의 3차원 관계가 된다. 편의상 식 (4-4)는 식 (4-5)로 표현하기로 한다.

$$R_2 = \mu_{Low,\,Low}(X_1,\,X_2) \wedge \mu_{High}(Y) \tag{4-5}$$

이를 확장하여 IF 부에 n개의 입력 패턴 X_1, X_2, …, X_n이 주어질 때는 n +1 차원의 관계가 형성되는데 본 논문에서는 이를 간단히하여 2개의 입력 패턴이라고 가정하기로 한다.

주어진 퍼지 입력 패턴에 대해 선택된 퍼지 규칙과의 합성은 최대-최소 합성법(max-min composition)을 사용한다. 마지막으로, 하나의 출력값을 도출하기 위해서는 주어진 입력 패턴과 3차원 관계를 퍼지 전향 추론 등의 방법으로 하나의 퍼지 집합으로 만든 후, 이를 다시 비퍼지화(defuzzification)한다. 마지막의 비퍼지화 기법으로는 면적 중심법(center of area)을 이용한다. 면적 중심법은 다음 식 (4-6)으로 구할 수 있다.

$$\text{output} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mu(X_i) \cdot X_i}{\sum_{i=1}^{n} \mu(X_i)} \tag{4-6}$$

V. 응용 예

5.1 규칙 설정 테이블

온도와 압력에 따라 스로틀을 조정해야하는 어떤 제어기가 있다고 가정하자. 이 때, 온도와 압력 및 조정 명령을 [표 3]과 같은 규칙표로 가정한다.

표 3. 온도와 압력에 따른 스로틀 조절표

Rule	Temperature	Pressure	Throttle
R_1	Low	Low	High
R_2	Low	Medium	Medium
R_3	Low	High	Low
R_4	Medium	Low	High
R_5	Medium	Medium	Medium
R_6	Medium	High	Low
R_7	High	Low	High
R_8	High	Medium	Medium
R_9	High	High	Low

[표 3]의 규칙표를 이용하여 각 객체 사이의 관계는 [표 4]와 같은 진리표로 나타낼 수 있다.

5.2 논리식의 MacLaurin 전개 결과의 해석

[표 4]에서 나타낸 규칙을 [표 3]에 따라 스로틀 조정 명령으로 치환하면 [표 5]와 같다.

표 4. 온도와 압력에 대한 규칙표

Temp. / Pressure	Low	Medium	High
Low	Rule = R_1	Rule = R_4	Rule = R_7
Medium	Rule = R_2	Rule = R_5	Rule = R_8
High	Rule = R_3	Rule = R_6	Rule = R_9

단, 규칙의 범위가 중첩된 부분의 처리는 고려하지 않았다.

표 5. 규칙표에서 치환된 상태 진리표

Temperature(X_1) / Pressure(X_2)	Low (a)	Medium (b)	High (c)
Low(a)	γ	γ	γ
Medium(b)	β	β	β
High(c)	α	α	α

단, α: Low, β: Medium, γ: High

[표 5]로부터 다음과 같은 논리식 (5-1)을 유도할 수 있다.

$$f = \alpha(\overset{ac}{X_1}\,\overset{cc}{X_2}) + \beta(\overset{ac}{X_1}\,\overset{bb}{X_2}) + \gamma(\overset{ac}{X_1}\,\overset{aa}{X_2}) \tag{5-1}$$

5.3 결과의 해석

위의 논리식으로 부터 현재 온도(X_1)가 낮고(Low) 압력(X_2)이 낮은 상태(Low)에서 온도가 높고(High) 압력이 보통(Medium)으로 동시에 변했을 경우 스로틀을 높은 상태에서 중간 상태로 ($\gamma \rightarrow \beta$) 조정하도록 지시하게 된다. 즉 ($\gamma \oplus \beta$)로 자동적으로 변환된다.

5.4 퍼지 추론

온도와 압력에 대한 다음과 같은 퍼지 집합이 있다고 가정하자. 단, 아래 첨자 T는 온도에 대한 퍼지 집합이고, 아래 첨자 P는 압력에 대한 퍼지 집합을 의미한다.

$Low_T = \{(100, 1), (150, 0.8), (200, 0.6), (250, 0.4), (300, 0.2)\}$
$Medium_T = \{(100, 0.2), (150, 0.6), (200, 1), (250, 0.6), (300, 0.2)\}$
$High_T = \{(100, 0.2), (150, 0.4), (200, 0.6), (250, 0.8), (300, 1)\}$
$Low_P = \{(100, 1), (200, 0.8), (300, 0.6), (400, 0.4), (500, 0.2)\}$
$Medium_P = \{(100, 0.2), (200, 0.6), (300, 1), (400, 0.6), (500, 0.2)\}$
$High_P = \{(100, 0.2), (200, 0.4), (300, 0.6), (400, 0.8), (500, 1)\}$

또한, 스로틀의 조정량에 대한 퍼지 집합을 다음과 같이 정의한다.

$Low_{TH} = \{(10, 1), (11, 0.8), (12, 0.6), (13, 0.4), (14, 0.2)\}$
$Medium_{TH} = \{(10, 0.2), (11, 0.6), (12, 1), (13, 0.6), (14, 0.2)\}$
$High_{TH} = \{(10, 0.2), (11, 0.4), (12, 0.6), (13, 0.8), (14, 1)\}$

5.4에서 해석한 퍼지 규칙 IF Temperature is Low, Pressure is Low THEN Throttle is High에서 퍼지 규칙 IF Temperature is High, Pressure is Medium THEN Throttle is Medium으로 변화한다면 이 때의 퍼지 추론 결과는 다음과 같다.

먼저, 변하기 전의 퍼지 규칙의 추론 결과를 얻기 위한 식은 다음과 같다.

$$\mu_{Low}(Temperature) \wedge \mu_{Low}(Pressure) \wedge \mu_{High}(Throttle) \quad (5\text{-}2)$$

그리고, 변한 후의 퍼지 규칙의 추론 결과를 얻기 위한 식은 다음과 같다.

$$\mu_{High}(Temperature) \wedge \mu_{Medium}(Pressure) \wedge \mu_{Medium}(Throttle) \quad (5\text{-}3)$$

이들에 대해 퍼지 전향 추론 기법(fuzzy modus ponens)을 이용하여 각기 추론하여 마지막으로 비퍼지화한 결과는 각각 다음과 같다. 단, 계산 과정은 생략한다.

식 (5-2)에 대해 Temperature is Very Low, Pressure is Very Low라는 입력 패턴이 들어왔을 때, 출력되는 퍼지 집합은 {(10, 0.2), (11, 0.4), (12, 0.6), (13, 0.8), (14, 1)}이므로 (식 4-6)의 비퍼지화 기법에 의해 최종 출력값(제어값)은 12.7로 결정된다.

식 (5-3)에 대해 Temperature is High, Pressure is Very Medium이라는 입력 패턴이 들어왔을 때, 출력되는 퍼지 집합은 {(10, 0.2), (11, 0.6), (12, 1), (13, 0.6), (14, 0.2)}이므로 (식 4-6)의 비퍼지화 기법에 의해 최종 출력값은 12로 결정된다.

결국, 선택된 퍼지 규칙을 이용하여 퍼지 입력 패턴에 대한 효과적인 추론을 수행했다.

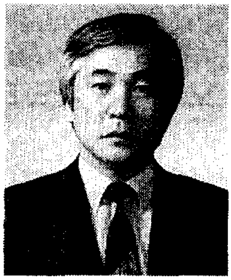
VI. 결 론

본 논문에서 전개한 기호 다치 논리 함수는 무한 다치 논리 함수를 포함한 특수한 경우로서 법-M(Modulus-M)의 수 체계를 바탕으로 전개하였다. Boole 함수의 MacLaurin 전개의 개념을 확장한 기호 다치 논리 함수의 MacLaurin 전개를 이용하여 그 성질을 해석하였다. 이러한 성질을 이용하여 퍼지 규칙을 효율적으로 선택할 수 있고, 대상의 상태 변화에 따라 자동적으로 선택된 퍼지 규칙을 이용하여 추론된 최종 출력값을 산출했다. 이와 같은 성질과 이론을 이용하면 규칙의 자동 선택으로 인해 추론 시간을 단축시켜야 할 제어 분야, 의료 진단, 고장 진단 등 동적인 인공지능 시스템의 분야에 광범위하게 응용될 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 이와 같은 추론 기법은 본 논문에서 제안하는 기호 다치 논리 함수식이 하드웨어적으로 설계된다면 추론 속도에 대한 향상을 가져올 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

1. A.Kandel and S.C.Lee, Fuzzy Switching and Automata: Theory and applications, Crane Russak and Edward Arnold, 1979.
2. A.Thayse, "Boolean Differential Calculus," Philips Res. Rept., Vol.26, pp.229~246, 1971.
3. A.Thayse, "Differential Calculus for Functions from, $GF(P)^n$ into GF(P)," Philips Res. Rept., 29, pp.560~566, 1974.
4. A.Thayse and M.Davio, "Boolean Differential Calculus and Its Application to Switching Theory," IEEE Trans. on Computers, Vol.C-22, No.4, pp. 409~419, Apr., 1973.
5. C.M.Allen and D.D.Givone, "A Minimization Technique for Multi-valued Logic System," IEEE

Trans. on Computers, Vol.C-17, pp.182~183, Feb., 1968.
6. P.N.Marinos, "Derivation on Minimal Complete Sets of Test-Input Sequence Using Boolean Difference," IEEE Trans. on Computer, Vol.C-20. pp. 25~32, Jan., 1971.
7. P.N.Marinos, "Fuzzy Logic and Its Application to Switching System," IEEE Trans. Computer, Vol. C-18. pp.343~348, Mar., 1969.
8. S.C.Lee, "Modern Switching Theory and Digital Design," Prentice-Hall, 1978.
9. S.Y.H.Su and A.A.Sarris, "The Relationship Between Multi-valued Switching Algebra and Boolean Algebra under Different Definitions of Complements," IEEE Trans. on Computers, Vol.C-21, No. 5, pp.479~185, May, 1972.
10. 정환묵, "다치 논리 함수의 구조 해석과 전개," 한국정보과학회 논문지, Vol.13, No.3, pp.155~166, Aug., 1986.
11. 정환묵, "Fuzzy 논리 함수의 구조적 성질을 이용한 자동 규칙 생성," 한국퍼지시스템학회지, Vol. 2, No.4, pp.10~16, 1992.



정 환 묵(Hwan-Mook Chung) 종신회원
1984년~현재 : 대구효성가톨릭대학교 전자정보공학부 교수