

콘크리트의 변형률국소화에 관한 해석적 연구

Analytical Study on the Strain Localization of Concrete

송하원* 서 철**
Song, Ha-Won Seo, Chul

요 약

콘크리트의 국소화현상은 콘크리트의 연화거동에 수반되어 변형이 국부적으로 집중되는 현상으로 콘크리트 구조물의 극한하중을 지배한다. 본 연구에서는 연화거동에 따른 변형률국소화현상을 일으키는 콘크리트를 국소영역과 비국소영역으로 나누어 모형화하였으며 불균질재료의 평균화개념을 이용하여 콘크리트의 국소화거동을 정식화하였다.

본 연구에서 정식화된 모형을 사용하여 일축압축 및 일축인장하중을 받는 콘크리트의 변형의 국소화 현상을 재현하였으며, 제안된 모형이 일축하중하의 콘크리트의 국소화거동을 잘 재현할 수 있음을 실제 실험결과와의 비교를 통하여 검증하였다. 해석결과로부터 일축압축하중하의 콘크리트의 국소영역의 크기는 콘크리트의 최대골재치수의 3배가 적당하고, 시편의 길이에 따른 콘크리트의 크기효과도 재현할 수 있음을 보였다. 또한, 제안된 모형식에 직접인장시험에서 구해진 인장연화곡선의 사용이 일축인장하의 콘크리트의 국소화현상을 잘 표현하는데 적합함을 알 수 있었다.

Abstract

Localization of concrete is a phenomenon such that the deformation of concrete is localized in finite region with softening behavior and it governs ultimate load of concrete. In this paper, concrete under strain localization was modeled with localization region and non-localization region and localization behavior was formulated based on averaging concept of heterogeneous material.

By using the formulation, the localization phenomena of concrete under uniaxial loadings were well predicted. The analytical results show that size of localization region of concrete under uniaxial compression is three times of maximum aggregate size and the size effect of concrete is well predicted. The use of tension-softening curve obtained from direct tension test is suitable for well prediction of localization of concrete under uniaxial tension.

Keywords : softening behavior, localization of deformation, strain localization, averaging concept, tension-softening curve, size effect

* 정희원, 연세대학교 토목공학과 조교수
** 정희원, 연세대학교 대학원 토목공학과, 연구조교

• 본 논문에 대한 토의를 1996년 6월 30일까지 학회로 보내
주시면 1996년 8월호에 토의회답을 게재하겠습니다.

1. 서 론

변형의 국소화는 콘크리트를 포함한 준취성 재료에 공통으로 관찰되는 현상으로서 여러 가지 공학문제에서 구조물의 극한내하력 또는 재료의 강도를 지배한다. 그러므로 변형의 국소화현상의 예측을 가능하게 하는 역학이론과 해석수법을 확립하는 것은 공학적으로 중요한 과제이다.

콘크리트의 경우 어떠한 전이점 이후에서 연화현상에 의한 변형률국소화(strain localization)현상이 발견된다. 변형률국소화현상은 콘크리트의 변형률연화에 의한 변형률의 국소집중이 일어나는 현상으로 최대응력이후에서 관찰되는 현상이다. 콘크리트의 변형률국소화현상은 압축하중상태에서와 인장하중상태에서 매우 다른 거동을 보인다. 콘크리트의 압축파괴현상을 살펴보면 변형이 균일한 모드에서 불균일하게 이행하면서 파괴패턴이 형성되며, 하중이 최대가 되는 최대응력까지의 과정과 최대응력이후의 연화과정으로 나누어진다. 최대하중까지는 연속체이론을 적용한 균등한 변형률의 분포에 의한 해석으로 재료거동의 예측이 가능하다. 그러나 최대응력이후에서는 변형률의 국소화현상이 발생한다. 변형률이 국소화된 영역은 응력의 감소에도 불구하고 변형률이 증가하며, 그 외의 영역에서는 변형률이 감소하는 거동을 나타낸다. 콘크리트의 인장파괴현상은 최대응력이전에서는 압축의 경우와 유사하게 시편 전체에 걸쳐서 균등한 변형률 분포가 발견되나, 최대응력이후에서는 인장하중의 방향에 수직인 방향으로 많은 수의 미세균열이 발생한다. 발생한 미세균열은 점차적으로 임의의 미세균열로 국소화되고 궁극적으로 국소화된 영역에서 불연속면의 점증적인 확장으로 시편의 파괴가 나타난다. 따라서 인장파괴의 경우에도 최대응력이후에 나타나는 불연속면에 일반적인 연속체이론을 적용하여서는 정확한 재료거동의 예측이 불충분하게 된다.

또한, 변형률 국소화나 이에 따른 균열의 성장이 궁극적인 파괴거동을 지배하는 경우 크기효과가 나타난다. 즉 구조물이 커짐에 따라 공칭응력으로서의 강도는 감소하는 현상이 발견되는데, 이

러한 크기효과의 원인을 파악하여 변형의 국소화현상과 균열의 진행을 해석에 포함하지 않고 대형 콘크리트 구조물의 최대하중을 산정하는 것은 매우 어렵다. 이와 같이 변형률국소화현상은 진행성 파괴의 문제와 함께 콘크리트강도의 크기효과를 포함한 공학적인 문제로서의 중요성도 갖고 있다.

2. 일축하중상태에서의 콘크리트의 파괴양상

콘크리트의 일축압축거동의 재료특성중 변형률국소화와 관련된 거동은 변형률연화거동(strain softening behavior)¹⁾으로 대표된다. 변형률연화현상이란 최대응력이후의 영역에서 변형률의 점진적인 증가에 대하여 응력의 감소가 일어나는 현상을 지칭한다. 콘크리트와 같은 준취성재료에 변위제어(displacement-controlled) 압축시험을 실시할 경우 최대응력이후의 영역에서 변형률연화거동을 관찰할 수 있다.

일반적으로 변형률연화현상의 발생은 시편의 최소단면적에서 연속체로부터 구조형태의 변화 혹은 기하학적인 변화를 나타내는 전이(transition)로부터 나타난다. 측정된 하중-변위관계로부터 직접 변환된 변형률연화거동은 실제의 재료특성이라기보다는 시편내의 동질성(homogeneity), 균등성(uniformity) 및 구조형태(structural geometry)에의 점진적인 변화의 증가를 나타내는 구조적 특성이라고 할 수 있다.

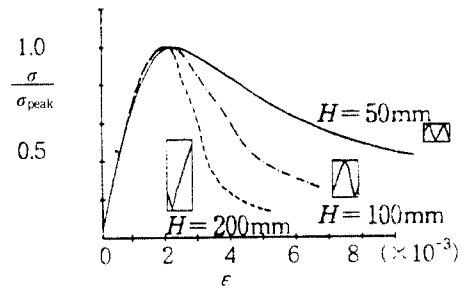
콘크리트의 응력-변형률곡선상의 연화영역의 구조형태에 관한 의존성에 관한 실험으로 van Mier²⁾에 의한 실험이 있다. 이 실험은 길이가 변화하는 일정한 면적의 콘크리트 각주시편의 일축 압축시험으로써 콘크리트의 응력-변형률곡선상의 연화영역의 구조적 의존성을 입증한다. 이 실험에서는 시편의 길이(H)에 대한 시편의 폭(W)의 비 즉, H/W를 0.5~2.0으로 변화시키며 일축압축시험을 실시하였다. van Mier의 일축압축시험은 단면적 100×100mm²를 가지며, 길이가 각각 50, 100, 200mm인 각주형 콘크리트시편을 사용하였다. 이 때 최대갈래치수(G_{max})는 16mm이며, 각각의 시편의 평균강도는 40MPa이다. 각각의 시편

의 길이에 따른 일축압축시험의 결과를 Fig. 1에 도시하였다. Fig. 1(a)에서 최대응력 이후에서는 시편의 길이가 감소할수록 연성이 증가함을 보여 준다. 즉, 응력-변형률곡선의 기울기가 감소한다. 그러나 각각 다른 연성의 기울기에도 불구하고 최대응력 이후에서 응력-변위의 관계는 Fig. 1(b)와 같이 시편의 길이에 관계없이 거의 동일한 변위증가를 보임을 알 수 있다. 이러한 현상은 일방향압축하의 콘크리트에서 최대응력 이후에 변형의 국소화현상이 발생하며 국소화된 영역이 시편의 변위를 지배함을 알 수 있다.

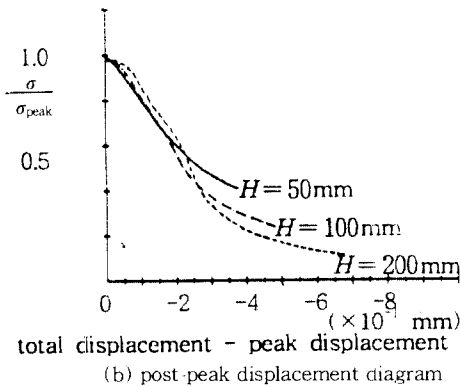
일축압축하중을 받는 콘크리트시편의 경우에 시편의 파괴형태³⁾는 일반적으로 전단에 의한 파괴, 활렬에 의한 파괴, 전단과 활렬의 복합적인 작용에 의한 파괴로 구분된다. Fig. 1(a)의 시편의 파괴형상에서 보여주는 것처럼 van Mier는 일축 시험에서 시편의 파괴가 시편의 길이가 작을수록 툽니모양의 Z자형의 띠(zig-zag band)가 다량으로 발생되며 파괴되는 것을 관찰하였다. 즉, 관찰된 일축압축시험에서의 변형률국소화현상은 전단

띠(shear band)⁴⁾로 표현되는 국소화영역의 존재로 설명되며, 이러한 국소화영역이 콘크리트의 변형률국소화현상을 표현하기 위하여 고려되어야 함을 알 수 있다. Fig. 2는 일축압축하중상태에서의 길이가 서로 다른 두 시편을 나타내고 있다. 최대응력 이후에서 변형은 전단띠에 국소화되어 두 시편에 대하여 최대응력 이후에 시편의 길이에 관계없이 동일한 축방향변위를 갖게 된다. 즉 최대응력 이후 각각의 응력-변위의 곡선은 동일하게 나타나게 된다. 그러나, 서로 다른 길이의 시편으로부터 계산된 평균변형률은 길이가 작은 시편일수록 큰 변형률이 얻어지므로 동일한 콘크리트에 대해서도 시편의 길이에 따라 서로 다른 연성 즉, 응력-변형률곡선의 기울기가 달라지는 크기효과가 발생한다.

인장상태에 있는 콘크리트에서 발생하는 변형의 국소화현상을 알아보기 위한 인장시험에서 하중의 증가와 함께 시편의 전 영역에 걸쳐 발생한 손상이 시편의 임의의 한 영역으로 국소화되고, 국소화된 영역에서의 손상과 미세균열로 인한 불

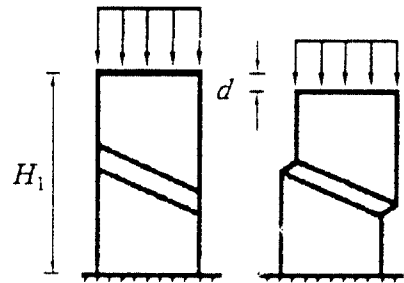


(a) stress-strain curve for uniaxial compression

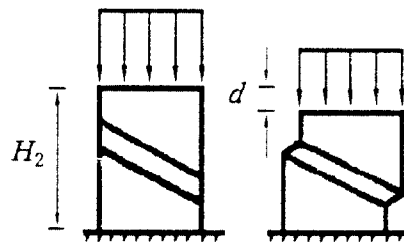


(b) post-peak displacement diagram

Fig. 1 Van mier's uniaxial compression test



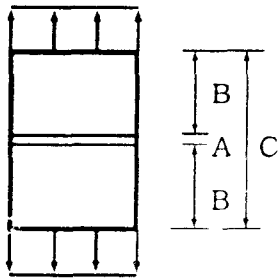
(a) $\epsilon_1 = d / H_1$



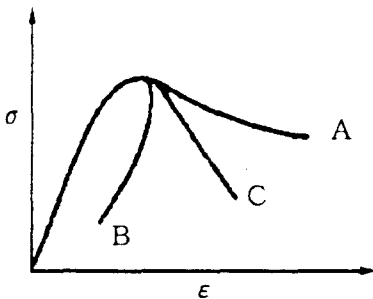
(a) $\epsilon_2 = d / H_2$

Fig. 2 Effect of shear band

연속면의 점증적인 확장으로 시편이 파괴에 이르는 과정의 관찰에서 변형률국소화현상을 명확하게 발견할 수 있다. Fig. 3에 일축인장상태의 콘크리트시편을 도시하였다.⁴⁾ 콘크리트시편의 A와 B 부분에서 신장량을 측정하여, 각각의 부분의 길이로부터 변형률을 계산할 수 있다. 시편의 B부분에서는 제하거동(unloading)이 일어났으며, 국소화된 영역 A에서는 변형률국소화에 의한 연화현상이 발생하였다. 즉, 시편 A와 B 영역에서의 응력-변형률곡선은 Fig. 3(b)에서 보이는 것처럼 최대응력이전에서는 동일한 반면에, 최대응력이후에서는 뚜렷한 차이를 나타낸다. Fig. 3(b)에서 C곡선은 시편의 평균화된 응력-변형률곡선을 보여준다.



(a) failure in uniaxial tension



(b) stress-strain curve for different region

Fig. 3 Strain localization in uniaxial tension

이상의 실험결과로부터 콘크리트의 최대응력 이후의 영역에서는 변형률국소화현상이 관찰되며, 전체변위로부터 구한 변형률은 시편의 길이에 대한 평균변형률값임을 알 수 있다.

3. 변형률국소화거동의 정식화

변형률국소화현상에 의해 불균등거동이 발생하는 콘크리트 시편 내에서의 변형률국소화거동을 평균화개념을 사용하여 전개하였으며, 일축하중상태의 콘크리트시편의 변형률국소화현상을 정식화하였다.

3.1 평균화 수법에 의한 정식화

미시적으로 불균일한 재료를 거시적으로 균일한 재료로서 취급하는 것을 균일화(homogenization)라 하며 균일화의 결과 얻어지는 거시적인 재료특성을 평균(overall) 혹은 유효(effective) 물성이라 부른다. 불균일한 재료의 유효물성치를 구하기 위하여 미소요소의 거동을 재료전체의 거동에 반영하는 미시역학적 개념은 중요하다. 균일화에 의해 미소요소의 거동을 고려하는 것은 중요하나 요소의 수가 많은 경우 구성된 요소 각각의 거동을 엄밀하게 고려하는 것은 비현실적이며, 어떤 형태들간에 평균화(averaging)가 필요하다.

불균일 재료의 공시체는 미시적으로는 크게 모재(Matrix)와 개재물(Inclusion)로 이루어진 상당히 큰 영역이라 할지라도 거시적으로는 한 점에 대응되며 해당영역에서의 미시적 물리장의 체적평균이 대응하는 그 점의 거시적 물리장이 된다. 이때 해당영역을 대표 체적 요소(Representative Volume Element : RVE)라 한다.

대표체적 V의 임의의 점에서 변형률은 다음 식과 같다.

$$\epsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2 \quad (1)$$

여기서, u_i 는 임의의 점에서의 변위이다. 또 σ_{ij} 를 대표체적내의 임의의 점의 응력이라 할 때 평형방정식은 다음 식과 같다.

$$\sigma_{ij,i} = 0, \quad \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (2)$$

발산정리(divergence theorem)를 이용하여, 식(1)을 전개하면 대표체적에 대한 변형률의 적분치는 다음과 같다.

$$\int_V \epsilon_{ij} dV = \frac{1}{2} \int_{\partial V} (u_i n_j + u_j n_i) ds \quad (3)$$

여기서, n 은 대표체적의 경계 ∂V 에 직교하는 벡터를 나타낸다.

또한 대표체적에 작용하는 표면력을 t_i 라 할 때 대표체적에 대한 응력의 적분치는 다음 식으로 표현된다.

$$\int_V \sigma_{ij} dV = \int_{\partial V} t_i x_j ds \quad (4)$$

그러므로, 대표체적에 대한 평균응력 및 평균변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\langle \sigma_{ij} \rangle_V = \frac{1}{V} \int_{\partial V} t_i x_j ds \quad (5)$$

$$\langle \epsilon_{ij} \rangle_V = \frac{1}{2V} \int_{\partial V} (u_i n_j + u_j n_i) ds \quad (6)$$

변형률국소화 현상에 의해 콘크리트 시편에 발생하는 불균등한 거동을 정식화하기 위하여, 변형률국소화 현상에 의하여 콘크리트 시편의 거동이 충분히 구분되는 2개의 영역으로 나누어지는 것으로 가정한다. 즉, 대표체적을 콘크리트의 시편 전체의 체적으로 정의하고 시편은 변형률이 국소화된 국소화영역 V^I 와 탄성제하(elastic unloading)가 진행되는 비국소화 영역 V^M 으로 나누어지는 것으로 가정한다. 즉,

$$V = V^I + V^M \quad (7)$$

변형률국소화현상이 발생하는 초기단계에서의 콘크리트 시편의 변형은 상당히 불균등하나 변형률국소화 현상이 발생한 후 시편내의 결함이나 외부경계에서 멀리 떨어진 국소화 영역 내에서의 변형은 균등하게 가정되어 질 수 있다는 Ortiz³⁾의 연구를 바탕으로 국소화영역 V^I 와 비국소화영역 V^M 내의 변형률분포는 일정하다고 가정한다. 따라서 국소화영역의 변형률을 ϵ_{ij}^I , 그리고 비국소화영역의 변형률을 ϵ_{ij}^M 이라 할 때 식 (6)으로부터 변형률국소화현상이 일어난 콘크리트시편의 평균변형률은 다음식과 같다.

$$\langle \epsilon_{ij} \rangle_V = f^I \epsilon_{ij}^I + f^M \epsilon_{ij}^M \quad (8)$$

여기서, $f^M = \frac{V^M}{V}$ 이며 $f^I = \frac{V^I}{V}$ 이다.

3.2 일축하중상태에서의 모형화

일축하중하의 콘크리트실험에서 관찰된 변형률국소화현상에 의한 콘크리트의 연화거동과 크기효과를 재현하기 위하여 각각 일축압축하중과 일축인장하중에 의해 변형률국소화현상이 발생한 시편을 모형화하여 정식화된 평균화 공식들을 적용하였다.

3.2.1 모형화의 기본개념

본 연구에서는 실험적으로 변형률연화현상이 나타나기 시작하는 시점인 응력변형률도상의 최대응력(일축압축강도, 일축인장강도) 이후에서부터 변형률국소화현상이 발생하는 것으로 고려하여 일축하중하의 콘크리트의 변형률국소화현상을 모형화하였다. 즉, 최대응력이전의 콘크리트시편의 거동은 전 영역에 대하여 동일하며, 국소화현상은 최대응력이후에서 고려하였다.

전 시편을 국소화영역과 비국소화영역으로 나누었으며, 국소화영역에서는 변형률의 집중에 의한 소성변형의 증가가 발생하고, 나머지 부분인 비국소화영역에서는 탄성제하거동이 발생하는 것으로 이상화하여 모형화를 실시하였다.^{6,7)}

실험에서 관찰된 결과로부터 일축압축상태에서는 콘크리트가 일정한 국소화영역을 갖는 것으로 모형화하였으며, 일축인장상태에서는 국소화영역이 존재하는 국소화영역의 두께가 0이 되는 것으로 모형화하였다.

3.2.2 일축압축상태의 국소화거동의 정식화

Fig. 4에 전체길이 L 에 대하여 변형률국소화영역의 크기가 ΩL 인 일축압축하중을 받는 콘크리트 시편을 도시하였다. 이 때 연화에 의한 국소화영역 계수 Ω 는 $0 \leq \Omega \leq 1$ 의 범위를 가지게 된다. 영역 ΩL 에서는 응력집중에 의한 소성이 발생하며 그 외의 영역 $(1-\Omega)L$ 에서는 탄성제하가 발생하는 것으로 이상화하여 모든 지배방정식을 최대치에 대한 증분형식으로 표시하여 정식화하였다.

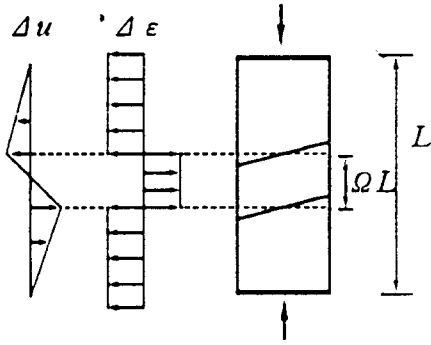


Fig. 4 Semi-localization model

평균화수법으로 얻어진 평균변형률 식(8)로부터 최대응력 이후의 변형 및 변형률 증분은 다음과 같이 산정된다.

$$\begin{aligned} \Delta u &= \int_L \Delta \epsilon(x) dx \\ &= \int_{\Omega L} \Delta \epsilon_p dx + \int_{(1-\Omega)L} \Delta \epsilon_u dx \end{aligned} \quad (9)$$

$$\langle \Delta \epsilon \rangle_L = \Omega \Delta \epsilon_p + (1-\Omega) \Delta \epsilon_u \quad (10)$$

여기서, Δu 는 총변형증분량, $\Delta \epsilon(x)$ 는 총변형률 증분, $\Delta \epsilon_p$ 는 국소화영역의 변형률증분, $\Delta \epsilon_u$ 는 비국소화영역의 변형률증분이다. 또한, $\Delta \sigma_p$ 는 국소화영역의 응력증분이고, $\Delta \sigma_u$ 는 비국소화영역의 응력증분이라 할 때, 국소화영역 및 비국소화영역의 응력-변형률 관계식은 다음과 같이 산정된다.

$$\Delta \sigma_p = E_p \Delta \epsilon_p \quad (11)$$

$$\Delta \sigma_u = E_u \Delta \epsilon_u \quad (12)$$

여기서, E_p 는 국소화영역의 소성탄성계수이며, E_u 는 비국소화영역의 탄성계수이다. 즉,

$$E_p = E_p(\Delta \epsilon_p) < 0 \quad (13)$$

$$E_u = E_u(\Delta \epsilon_u) > 0 \quad (14)$$

전 부재에 대한 평균등가탄성계수 E^* 는 부재의 평균응력증분 $\langle \Delta \sigma \rangle_L$ 과 평균변형률증분 $\langle \Delta \epsilon \rangle_L$ 으로부터 구해진다. 즉,

$$\langle \Delta \sigma \rangle_L = E^* \langle \Delta \epsilon \rangle_L \quad (15)$$

역학적 평형을 이루기 위해서 부재의 평균응력 증분량은 국소화영역 및 비국소화영역의 응력 증분량과 동일한 값을 갖는다. 그러므로, 평균등가탄성계수는 다음과 같다.

$$E^* = \frac{E_p}{\Omega + (1-\Omega) \frac{E_p}{E_u}} \quad (16)$$

식(16)에는 국소화영역의 크기효과를 나타내는 Ω 가 식에 포함되어 있음을 알 수 있으며, 이 때 $k = -\frac{E_p}{E_u}$ 라 정의하면, 평균등가탄성계수는 다음과 같다.

$$E^* = \frac{E_p}{(1+k)\Omega - k} \quad (17)$$

3.2.3 일축인장상태의 국소화거동의 정식화

총길이 L이며 국소화영역이 완전한 불연속면으로 표현되는 일축인장상태에서의 국소화모형은 Fig. 5와 같다.

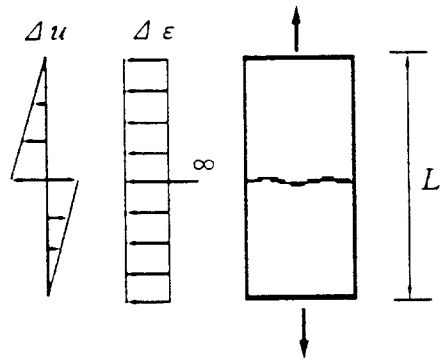


Fig. 5 Perfect localization model

최대응력 이후에서는 완전한 불연속면의 발생으로 인하여 변형률 집중으로 인한 손상이 완전한 변위의 불연속으로 표시되므로, 응력-변형률관계 대신 인장기동을 보다 실제적으로 나타내는 응력-균열면변위의 관계를 이용하여 정식화하였다

평균화수법으로 얻어진 평균변형률 식(8)로부터

터 최대응력이후의 변형 및 변형률증분은 다음과 같다.

$$\Delta u = \int_L \Delta \varepsilon(x) dx = L \Delta \varepsilon_u + \Delta \delta_f \quad (18)$$

$$\langle \Delta \varepsilon \rangle_L = \frac{\Delta \delta_f}{L} + \Delta \varepsilon_u \quad (19)$$

여기서, $\Delta \delta_f$ 는 국소화영역의 균열면변위증분량이다. 인장거동의 경우에는 최대응력이후의 국소화거동의 해석에 있어 응력-변형률관계 대신 응력-균열면변위의 관계를 이용하였다.

즉, 국소화영역의 응력-균열면변위 관계식과 비국소화영역의 응력-변형률관계식은 다음과 같다.

$$\Delta \sigma_f = D_f \Delta \delta_f \quad (20)$$

$$\Delta \sigma_u = E_u \Delta \varepsilon_u \quad (21)$$

여기서, D_f 는 인장연화곡선의 기울기이며, E_u 는 비국소화영역의 탄성제하계수이다. 즉,

$$D_f = D_f(\Delta \delta_f) < 0 \quad (22)$$

$$E_u = E_u(\Delta \varepsilon_u) > 0 \quad (23)$$

이 때, 전 부재에 대한 평균등가탄성계수 E^{**} 는 부재의 평균응력증분 $\langle \Delta \sigma \rangle_L$ 과 평균변형률증분 $\langle \Delta \varepsilon \rangle_L$ 의 관계식으로 얻어진다. 즉,

$$\langle \Delta \sigma \rangle_L = E^{**} \langle \Delta \varepsilon \rangle_L \quad (24)$$

이로부터 인장하중하의 평균등가탄성계수는 다음 식으로 표현되며 시편의 크기효과를 나타내는 시편길이 L 이 식에 포함되어 있음을 알 수 있다.

$$E^{**} = \frac{D_f}{\frac{D_f}{E_u} + \frac{1}{L}} \quad (25)$$

4. 수치해석결과

4.1 일축압축거동의 수치해석

정식화된 일축압축하중하의 콘크리트시편의 국

소화 해석결과를 van Mier의 실험결과와 비교하여 검증하였다.

대상시편은 단면적 $100 \times 100 \text{mm}$ 의 높이가 50mm, 100mm, 200mm로 변하는 시편에 한정하여 고려한다. 이 시편의 최대골재치수(G_{\max})는 16mm이며, 평균압축강도는 40MPa이다. 또한 압축강도에 대한 변형률은 0.002로 근사화하였다. 보통콘크리트의 일축압축거동의 경우 파괴는 골재와 모르타의 경계면에서 발생하며, 최대 변형률이 국소화된다고 하더라도 골재크기 이하로는 국소화되기 힘들다. 따라서, 최소국소화영역의 크기는 최대골재치수 이상이 된다고 가정하였으며, 국소화영역이 골재 중간에서 경계면을 이루는 것을 방지하기 위하여 국소화영역의 크기(ΩL)는 최대골재치수의 정수배로 존재한다는 가정을 도입하였다.

$$\Omega = \frac{N G_{\max}}{L} \quad (26)$$

여기서, N 은 1 이상의 정수이며, G_{\max} 는 최대골재치수이다.

콘크리트의 실제의 일축압축거동을 제안모형에 의하여 재현하기 위해서는 소성상태접선계수의 산정이 요구되는데 이를 위하여 본 연구에서는 기존의 응력-변형률곡선^{8,9)}을 사용하여 수치해석을 실시하였다.

첫번째로 Popovics⁸⁾가 소성변형이 시편의 전 영역에서 발생하는 경우의 실험치를 토대로 구한 응력-변형률곡선을 사용하였다.

$$\frac{\sigma}{\sigma_{ck}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \frac{m}{(m-1) + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^m} \quad (27)$$

여기서, σ 는 콘크리트에 발생하는 응력, σ_{ck} 는 콘크리트의 일축압축강도, ε 은 콘크리트의 일축변형률, ε_c 은 최대응력발생시의 변형률, m 은 압축강도에 관련된 재료상수이다. 식(27)에서 m 은 콘크리트의 일축압축강도에 의존하는 재료상수로서 정수의 값을 가지며, 일축압축강도가 180 kg/cm^2 인 경우 2로, 일축압축강도가 350 kg/cm^2 인 경우

3으로 결정된다. 본 연구에서는 비교 고찰할 van Mier의 실험의 강도를 고려하여 $m=3$ 인 경우에 대하여 수치모형화를 실시하였다. Popovics⁸⁾의 응력-변형률 관계를 이용한 소성상태 접선계수는 다음과 같이 나타난다.

$$E_p = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = -\frac{m(m-1)\left[\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^m - 1\right]}{\left[m-1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2\right]^2} \frac{\sigma_{ck}}{\varepsilon_c} \quad (28)$$

한편, 비국소화영역의 탄성제하거동을 예측하기 위한 탄성제하계수는 초기계수의 90%로 일정하다고 가정하였다.

$$E_u = \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_c} \equiv 0.9 \frac{m}{m-1} \frac{\sigma_{ck}}{\varepsilon_c} \quad (29)$$

다음으로는 Saenz⁹⁾의 응력-변형률곡선을 사용하여 수치해석을 실시하였다.

$$\sigma = \frac{E_0 \varepsilon}{1 + (E_0 \frac{\varepsilon_c}{\sigma_{ck}} - 2) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right) + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^2} \quad (30)$$

여기서, E_0 는 초기탄성계수로서 van Mier의 일축압축실험으로부터 48,000MPa로 결정하였으며, 역시 탄성제하계수는 초기탄성계수의 90%로 가정하였다.

이상과 같은 2개의 응력-변형률관계를 사용하여 길이(H)가 50mm, 100mm, 200mm인 콘크리트시편에 대하여 N값을 1, 2, 3으로 변화하며 수치해석하였다. 해석결과를 Fig. 6 및 Fig. 7에 van Mier의 실험결과와 함께 도시하였다.

해석결과 본 국소화모형은 Fig. 6과 Fig. 7에서 보이는 것처럼 실험에서 관찰된 시편의 크기에 따른 콘크리트의 연화거동을 잘 재현함을 알 수 있고, 전반적으로 Saenz의 응력-변형률공식(식(30))을 사용한 경우가 실험결과와 보다 잘 일치함을 알았다. 특히 Fig. 7(c)에서 보이는 것처럼 $N=3$ 일 때의 해석에서 얻어진 연화기능이 실제의 실험결과와 잘 일치하였다.

4.2 일축인장거동의 수치해석

일축인장하의 수치모형화에 의한 해석결과를 Shah & Gopalratnam의 직접인장실험결과¹⁰⁾와 비교함으로써 본 연구에서의 수치모형을 검증하였다. 최대응력이전에서는 완전탄성체로 고려한 시편을 적용하였으며, 최대응력이후의 소성상태의 접선계수를 정량화하기 위해서는 응력-변형률 관계 대신 Shah & Gopalratnam의 직접인장시험에 의한 응력-균열면변위의 관계를 사용하였다. 이 응력-균열면변위관계는 최대응력이후의 균열면변위를 콘크리트 및 모르타 시험에 대한 실험값을 수식화한 것으로 다음과 같이 지수함수형태로 표현된다.

$$\frac{\sigma}{\sigma_t} = \exp[-K(2.54\delta_f)^\lambda] \quad (31)$$

여기서, σ 는 콘크리트 시편의 응력, σ_t 는 콘크리트의 일축인장강도, λ 는 실험에 의한 재료상수(=1.01), K 는 실험에 의한 재료상수(=1.544×10⁻³), δ_f 는 균열면변위이다.

그러므로, 응력-균열면변위관계를 통하여 제안된 국소화상태의 인장연화곡선의 기울기는 다음과 같이 나타난다.

$$D_f = \frac{d\sigma}{d\delta_f} \quad (32)$$

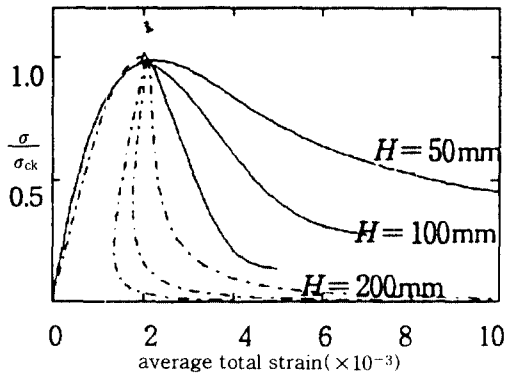
실제의 실험에서 나타나는 결과로써, 탄성계수(E)는 33,500MPa, 최대응력 발생시의 변형률은 120×10⁻⁶으로 고려하여 수치모형해석을 실시하였다. Fig. 8은 수치해석결과 얻어진 일축인장상태의 콘크리트 시편의 응력-변위관계곡선과 실험결과와의 비교를 나타낸다. Fig. 8에서 보는 바와 같이 인장하중하에 발생하는 국소화영역을 고려한 수치해석결과는 실험결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

5. 결 론

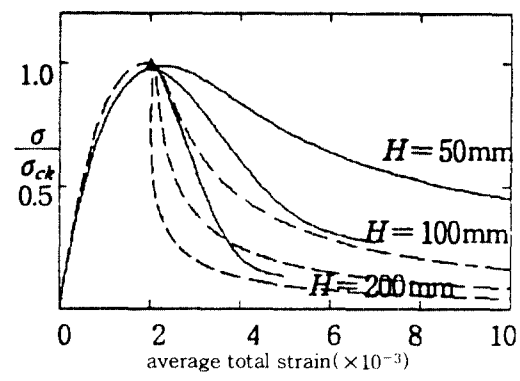
콘크리트의 변형률국소화에 관한 해석적 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

1. 변형률국소화상태에 있는 콘크리트를 국소화 영역과 비국소화영역으로 나누어 모형화 하였으며, 평균화개념을 이용하여 콘크리트의 연화거동

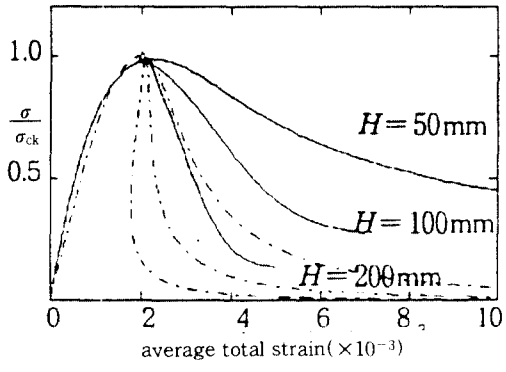
의 결과로 나타나는 콘크리트의 변형률국소화현상을 정식화하였다. 정식화된 변형률국소화모형을 통하여 일축압축하중과 일축인장하중에 의한



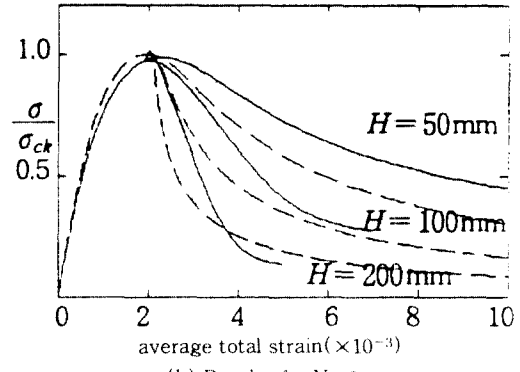
(a) Results for N=1



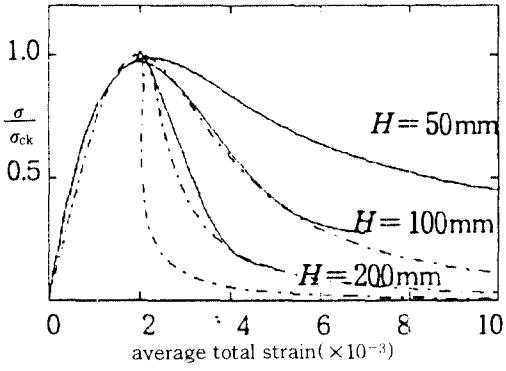
(a) Results for N=1



(b) Results for N=2

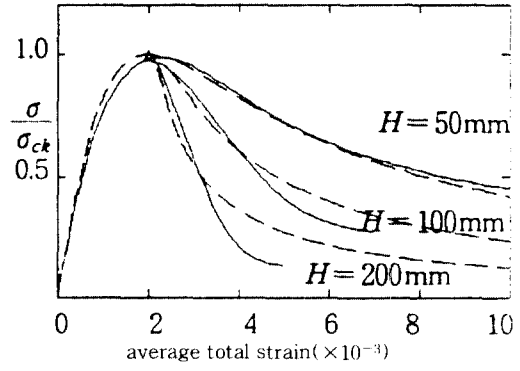


(b) Results for N=2



(c) Results for N=3

— : van Mier's test
 - - - : Simulation result



(c) Results for N=3

— : van Mier's test
 - - - : Simulation result

Fig. 6 Simulation results of uniaxial compression test using popovics's constitutive equation

Fig. 7 Simulation results of uniaxial compression test using saenz's constitutive equation

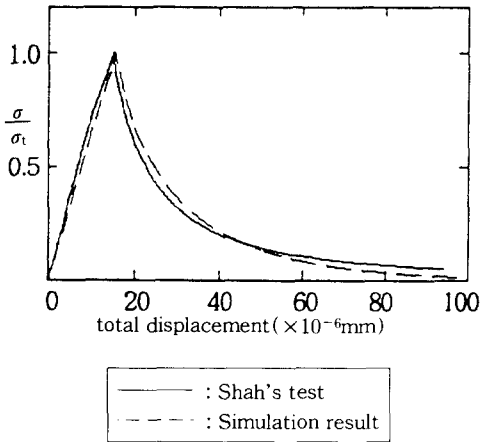


Fig. 8 Simulation results of uniaxial tension test

콘크리트의 변형률국소화현상을 이론적으로 규명하였다.

2. 일축압축상태에서는 국소화영역의 크기가 최대골재크기의 3배이고, Saenz의 응력-변형률관계를 사용한 경우가 Popovics의 응력-변형률관계를 사용한 경우보다 국소화거동을 잘 묘사하여 실제 실험결과와 잘 일치함을 알았다. 또한, 일축인장상태에서는 직접인장시험의 결과에 의한 인장연화 곡선을 사용하는 모형이 인장하중하의 콘크리트의 국소화현상을 묘사하는데 적합함을 구명하였다.

3. 불균일 재료의 평균화개념을 이용하여 일축하중상태에서 국소화현상을 모형화하여 구한 평균응력-평균변형률 공식은 국소화영역의 크기 혹은 부재의 크기효과를 포함하였으며, 콘크리트의 일축압축실험에서 관찰된 콘크리트의 크기효과도 효과적으로 재현하였다.

1. Chen, W. F. and Saleeb, A. F., *Constitutive Equations for Engineering Materials*, Elsevier, Vol. II, 1994, pp. 865-877.
2. van Mier, J. G. M., "Fracture of Concrete under Complex Stress", *Heron*, Heron Publication, Vol. 31, No. 3, 1986, pp. 1-90.
3. Hassoun, M. N., *Design of Reinforced Concrete Structures*, PWS Engineering, 1985, pp. 14-41.
4. Torrenti, J. M., "Some Remarks upon Concrete Softening", *Bordas-Gauthier-Villars*, Vol. 19, No. 113, 1986, pp. 391-394.
5. Ortiz, M., "Extraction of Constitutive Data from Specimen Undergoing Strain Localization", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 115, No. 8, 1989, pp. 1748-1760.
6. 服部尙道, 吉川弘道, "コンクリート材料のひずみの局所化と安定/不安定條件に関する解析的研究", 土木學會第48回年次學術講演會 論文集, 1993, pp. 974-975.
7. 西岡眞帆, 服部尙道, 吉川弘道, "コンクリート材料のひずみの局所化に関する基礎的考察", 土木學會第48回年次學術講演會 論文集, 1993, pp. 972-973.
8. Popovics, S., "A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete", *Cement and Concrete Research*, Vol. 3, 1973, pp. 585-599.
9. Saenz, L. P., "Discussion of Equation for the Stress-Strain Curve by Desai and Krishman", *ACI Journal*, Vol. 61, 1964, pp. 1229-1235.
10. Shah, S. P. and Gopalaratnam, V. S., "Softening Response of Plain Concrete in Direct Tension", *ACI Journal*, Vol. 82, 1985, pp. 310-323.

(접수일자 : 1996. 1. 19)