

일반 등방경화 구성관계에 대한 내재적인 응력적분 : II. 검증

Implicit Stress Integration of the Generalized Isotropic
Hardening Constitutive Model : II. Verification

오 세 봉*¹

Oh, Se-Boong

이 승 래*²

Lee, Seung-Rae

Abstract

This paper verifies the accuracy and efficiency of the implicit stress integration algorithm for an anisotropic hardening constitutive model developed in a companion paper[Oh & Lee (1996)]. Simulation of undrained triaxial test results shows the accuracy of the method through an error estimation, and analyses of accuracy and convergence were performed for a numerical excavation problem. As a result, the stress was accurately integrated by the algorithm and the nonlinear solution was converged to be asymptotically quadratic. Furthermore nonlinear FE analysis of a real excavation problem was by performed considering the initial soil conditions and the in-situ construction sequences. The displacements of wall induced by excavation were more accurately estimated by the anisotropic hardening model than by the Cam-clay model.

요 지

본 연구에서는 동반논문(오세봉 & 이승래, 1996)에서 정식화한 비등방경화 구성모델에 대한 내재적인 응력적분 알고리즘의 정확성과 효율성을 검증하였다. 비배수 삼축압축시험경로에 대한 오차평가를 통하여 정확도해석을 수행하였고 수치적인 굴착해석예제를 수행함으로써 정확도 및 수렴도를 분석하였다. 그 결과 제안된 알고리즘이 비등방경화 구성관계에 대하여 응력을 정확하게 적분하고 Newton 법을 이용한 비선형해석시에 점근적인 2차 수렴도를 확보함을 알 수 있었다. 그리고 이러한 검증을 토대로 지반의 초기조건 및 시공단계를 고려한 유한요소법을 이용하여 실제 굴착문제를 해석하였다. 비등방경화 구성관계를 이용함으로써, 추정된 벽체의 변위는 Cam-clay 모델에 비하여 실제와 더 유사한 해석결과를 얻을 수 있었다.

*¹ 정희원, 영남대학교 공과대학 토목공학과 전임강사

*² 정희원, 한국과학기술원 토목공학과 부교수

1. 서론

비선형 구성관계를 나타내며 거동하는 지반과 관련된 공학적인 문제를 대상으로 유한요소해석을 수행할 때에는, 효율적이고 정확한 수치해석을 수행하기 위하여 Newton법과 같은 반복적인 계산기법을 적용하고 있다. 이 때 얻어지는 해의 안정성과 정확도를 확보하기 위하여 내재적인(implicit) 수치응력적분을 수행해야 한다(오세봉 & 이승래, 1996).

Lee(1989)는 시공단계를 고려한 지반굴착 문제를 해석하기 위하여 최단부사법(closest point projection)에 의한 Cam-clay 모델의 응력적분을 수행하였다. 그리하여 응력적분시 유발되는 수학적 오차를 상당히 배제함으로써 해의 유일성을 확보할 수 있었다. 또한 Cam-clay 모델을 적용한 비선형 압밀문제의 해석시에 다단계 시간적분(Borja, 1991a) 및 준(quasi) Newton법(Borja, 1991b)을 적용하는 등 해를 구하기 위한 수치적인 기법과 관련하여 진보된 기법들이 수행되고 있는 실정이다.

최근에는 기존의 등방경화모델로는 현장지반에서 일어나는 여러 단계의 역재하 하중효과를 적합하게 고려할 수 없으므로 비등방경화 구성모델을 적용하기에 이르렀다. 그리하여 단순한 항복면의 형태를 나타내는 비등방경화 모델에 대하여 회귀사상 알고리즘(return mapping algorithm)이 적용되었고(Borja & Amies, 1994), Borja & Wu(1994)는 이러한 비등방경화 구성관계에 대한 내재적인 응력적분을 수행하여 지반의 진동문제를 해석하였다.

그러나 지반의 비등방경화 구성관계는 경화를 기술하는 내부변수가 많고 항복면이 복잡하여 대체로 외연적으로 적분되고 있다(Herrmann et al.1987). 예컨대 Finno & Har-

ahap(1990)은 경계면모델을 적용하여 굴착시의 압밀거동을 고려하였고, Whittle 등(1992)은 복잡한 점토의 구성관계를 모의할 수 있는 비등방경화 구성모델을 개발하여 보스턴에서의 깊은 굴착에 대한 유한요소해석을 수행하였다. 그러나 이러한 기존의 연구들은 앞서의 Lee(1989)의 연구와 같은 내재적인(implicit) 응력적분을 구현하지 않았기 때문에 비등방경화 구성관계로 인하여 야기되는 비선형성을 수치적으로 정확하게 해석하였다고 하기가 곤란하다. 더욱이 비등방경화 모델을 적용한 비선형 유한요소해석을 정확하고 효율적으로 수행하는 데 심각한 지장을 줄 수 있다.

한편 동반논문(오세봉 & 이승래, 1996)에서는 일반 등방경화규칙에 의거한 비등방경화 구성관계(이승래 & 오세봉, 1995)에 대하여 일반 사다리꼴규칙에 의한 응력적분을 정식화하였다. 또한 지배방정식의 해를 구하는 과정에서 Newton 법의 수렴도를 확보하기 위하여 일관된 응력-변형률 접선계수를 정식화하였다. 본 연구에서는 정식화된 내재적인 적분 및 일관된 접선계수의 정확도 및 수렴도를 검증하였고, 이를 토대로 굴착문제에 대한 비선형 유한요소해석을 수행하였다.

2. Newton 법에 의한 비선형 유한요소 해석

시간단계 t_{n+1} 에서의 평형방정식을 표현하는 유한요소 행렬식(finite element matrix equation)에 대한 잔류력은 다음과 같다(그림 1 참조)[Lee(1989), Borja 등 (1989)].

$$\mathbf{R}_{n+1}^k = (\mathbf{F}_{int})_{n+1} - \mathbf{F}_{int}(\underline{\tau}_{n+1}^k) \quad (1a)$$

$$\mathbf{F}_{int}(\underline{\tau}_{n+1}^k) = \int \mathbf{B}^T \underline{\tau}_{n+1}^k d\Omega \quad (1b)$$

$$\underline{\tau}_{n+1}^k = \underline{\sigma}_{n+1}^k + \mathbf{u}_{n+1}^k \underline{\mathbf{1}} \quad (1c)$$

여기서 $(\underline{F}_{ext})_{n+1}$ 과 $\underline{F}_{int}(\underline{t}_{n+1}^k)$ 은 각각 $n+1$ 번째 시간단계(재하단계)에서의 외력 및 내력벡터이며, k 는 각 시간단계내에서의 반복수이다. 또한 \underline{t}_{n+1}^k 는 총응력으로서, 식 (1c)와 같이 유효응력 $\underline{\sigma}_{n+1}^k$ 와 간극수압 u_{n+1}^k 의 합으로 나타난다.

for (n+1)th step

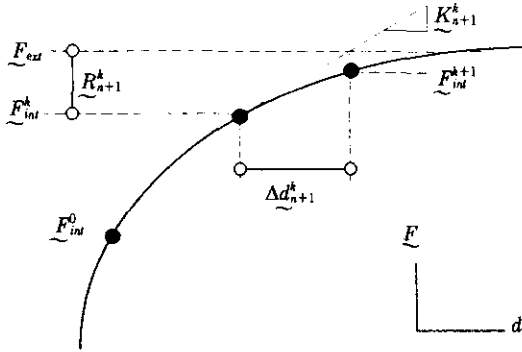


그림 1. Newton 법에 의한 비선형해석

식 (1)을 선형화하면 다음 식 (2)를 도출할 수 있다.

$$\underline{K}_{n+1}^k \Delta \underline{d}_{n+1}^k = \underline{R}_{n+1}^k \quad (2a)$$

$$\underline{K}_{n+1}^k = \int \underline{B}^T \underline{D}_{n+1}^k \underline{B} d\Omega \quad (2b)$$

$$\underline{D}_{n+1}^k = \underline{C}(\underline{\sigma}_{n+1}^k) + \underline{C}_w(u_{n+1}^k) \quad (2c)$$

$$\underline{C}(\underline{\sigma}_{n+1}^k) = \frac{\partial \underline{\sigma}_{n+1}^k}{\partial \underline{\epsilon}_{n+1}^k}, \underline{C}_w(u_{n+1}^k) = \underline{1} \otimes \frac{\partial u_{n+1}^k}{\partial \underline{\epsilon}_{n+1}^k} \quad (2d)$$

이 때 \underline{C}_{n+1}^k 는 유효응력 $\underline{\sigma}_{n+1}^k$ 에 대한 응력-변형률 접선계수이다. 그림 1에서 보여지듯이 식 (2)에서 잔류력 \underline{R}_{n+1}^k 와 강성(stiffness) \underline{K}_{n+1}^k 로부터 변위증분 $\Delta \underline{d}_{n+1}^k$ 를 구할 수 있으므로, 다음 반복수 $k+1$ 에서의 변위를 다음과 같이 구할 수 있고,

$$\underline{d}_{n+1}^{k+1} = \underline{d}_{n+1}^k + \Delta \underline{d}_{n+1}^k \quad (3)$$

이로부터 변형률 및 응력을 산정함으로써 새로

운 잔류력 벡터를 구한다. 이러한 계산과정은 잔류력 벡터 정규(norm) 및 잔류 에너지 정규가 각각 허용오차 ϵ_R 과 ϵ_E 에 수렴할 때까지 반복적으로 이루어진다.

$$\epsilon_R = \frac{\|\underline{R}^k\|}{\|\underline{R}^0\|}, \quad \epsilon_E = \frac{\|\Delta \underline{d}^k \cdot \underline{R}^k\|}{\|\Delta \underline{d}^0 \cdot \underline{R}^0\|} \quad (4)$$

한편 비배수해석을 수행할 경우에는 체적을 비압축상태로 구속하는 페널티법(penalty method)이 적용될 수 있다 [Lee (1989), Borja (1990)]. 이 때 요소망의 잠김(locking)현상을 방지하기 위하여 선별감차적분법(selective reduced integral method, Hughes, 1980)을 사용할 수 있으며, 이는 변형률-변위 행렬 B의 체적항에 한하여 표준적분보다 한 차수 낮게 적분을 수행하는 것이다.

이 때 간극수압은 간극수에 대한 구성관계로부터 다음과 같이 구해진다(Lee, 1989).

$$\Delta u_{n+1}^k = \frac{\lambda_w}{\eta} \Delta (\epsilon_{n+1}^k) \quad (5)$$

여기서 η 는 간극률이고, 페널티 계수 λ_w 는 체적을 구속하기에 충분히 큰 수로 설정하게 된다. 따라서 식 (5)를 식 (2d)에 대입하면,

$$\underline{C}_w(u_{n+1}^k) = u_{n+1}^k \underline{1} \otimes \underline{1} \quad (6)$$

이다. 간극수압 $u_{n+1}^k = u_n^k + \Delta u_{n+1}^k$ 는 감차적분에 의거한 형상함수로 외삽하여 모든 표준 Gauss 적분점에 저장된다.

또한 비선형해석에서 나타나는 내력벡터 $\underline{F}_{int}(\underline{t}_{n+1}^k)$ 는 식(1)에서 보여지듯이 총응력으로부터 구해지고, 강성 \underline{K}_{n+1}^k 는 식 (2)와 같이 비선형 구성관계에 따라 결정되는 총응력-변형률 접선계수 \underline{D}_{n+1}^k 로부터 구해진다. 그런데 식 (5, 6)에 나타난 간극수의 구성관계는 선형적이므로, 내재적인 적분응력 및 일관된 접선계수는 비선형적인 특성을 나타내는 유효응력에 대한

구성관계에만 필요하게 된다. 따라서 본 연구에서는 동반논문(오세봉 & 이승래, 1996)에서 정식화한 σ_{n+1}^h 와 C_{n+1}^k 를 적용하여 해석을 수행하였다.

3. 정확도 및 수렴도 해석

3.1 예제 1 : 등방 과압밀점토의 비배수 삼축 압축시험

수치적인 응력적분법의 정확도해석을 수행하기 위하여, 비배수 삼축압축시험의 응력-변형률 관계를 도출하였다. 그림 2에서는 변형률 증분이 0.1, 0.5, 1.0 및 2.0%일 경우에 대하여 내재적인 적분을 수행하여 구해지는 유효응력 경로 및 응력-변형률 관계를 비교하였다. 이때 과압밀비는 각각 1.2와 5이며, 사용한 계수는

다음과 같다 : $\lambda=0.24$, $k=0.045$, $M=0.9$, $s=0.443$, $\gamma=0.1$, $e_s=2.375$, $a=0.00025$, $b=1.6$, $c=1.0$. 그림 2에서 보여지듯이 2%의 큰 변형률증분에 대한 응력적분조차도 가지적으로 오차를 확인하기 어려울 정도로 매우 정확한 결과를 보여준다. 단지 그림 2 (b)에서 보면 변형률증분이 큰 경우에 적분된 응력이 다소 작게 나타남을 알 수 있다.

내재적인 적분법의 정확도를 조사하기 위하여 오차를 다음과 같이 정의하였다.

$$\text{Error}(\%) = \frac{\|\sigma - \sigma^*\|}{\|\sigma^*\|} \quad (7)$$

여기서 σ 는 내재적으로 적분된 응력이고 σ^* 는 정해이다. 정해 σ^* 는 충분히 작은 변형률증분에 대하여 응력을 외연적으로 적분함으로써 구할 수 있다고 가정하였다.(이승래 & 오세봉, 1995). 따라서 σ^* 는 충분히 미소한 구간에 대하여 응력을 적분하므로 기계오차(machine error)나 절단오차(truncation error)등 계산 오차만이 포함될 뿐이며 적분과정에서의 수학적 오차를 배제할 수 있다.

위의 오차를 사다리꼴계수(오세봉 & 이승래, 1996) $\delta=0.5$ 일 때 축차변형률에 따라 나타내면 그림 3과 같다. 그림 3에서 보여지듯이 변형률 증분이 클수록 오차가 심하게 일어났다. 그리고 초기변형단계에서 오차가 크고 점차로 감소하는 경향을 나타내고 있다. 이는 지반의 구성관계가 연성(ductile)을 보이므로 변형이 진행되면서 등변형률 증분에 대한 응력의 증분이 감소하기 때문이다. 또한 과압밀비가 큰 그림 3 (b)의 경우에 오차가 더욱 크게 나타났다.

변형률 증분이 0.5%로 동일한 경우에 대하여 사다리꼴계수 $\delta=0.5$ 와 1.0인 경우의 오차를 비교하면 그림 4와 같다. Ortiz & Popov (1985)에 의하면 일반사다리꼴 규칙에 의한 내재적인 적분은 $\delta=0.5$ 일 때만 2차 정확도를 확보할 수 있다고 한다. 그림 4 (a)에서 보여지듯

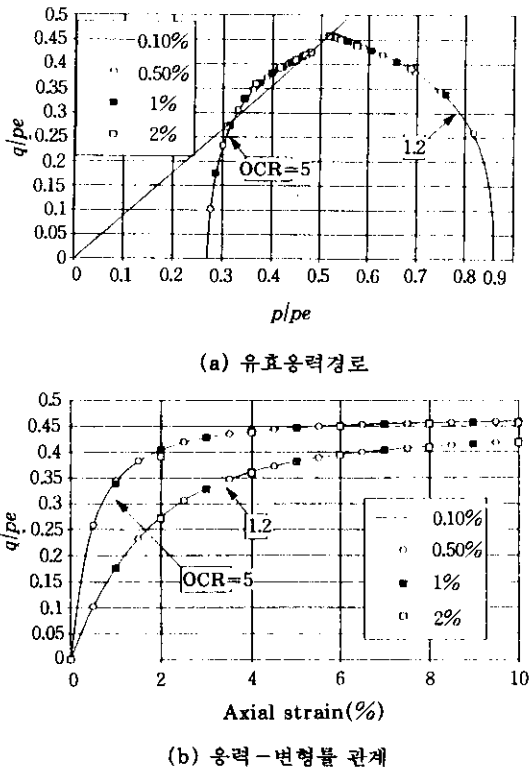
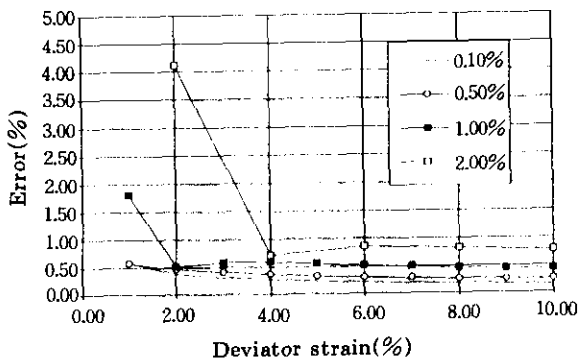
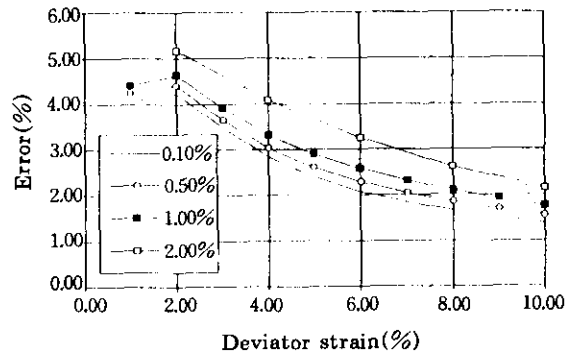


그림 2. 비배수 삼축압축시험 예제

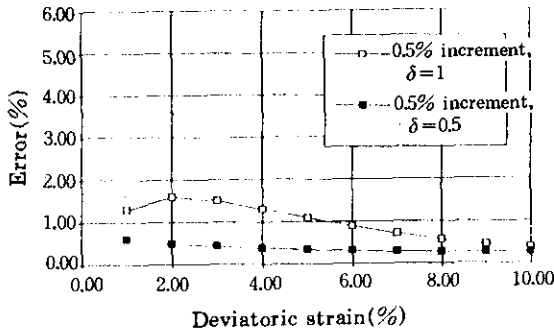


(a) OCR=1.2

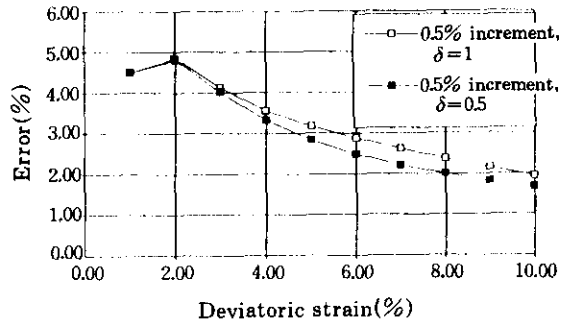


(b) OCR=5

그림 3. 축차변형률에 따른 오차($\delta=0.5$)



(a) OCR=1.2



(b) OCR=5

그림 4. 축차변형률에 따른 오차(변형률 증분=0.5%)

이 $\delta=0.5$ 일 때에 오차가 훨씬 작게 나타났다. 그리고 심한 과압밀상태에서는 오차가 1.7~5%정도로 크게 나타났으며 $\delta=1.0$ 일 때에 비하여 $\delta=0.5$ 일 때 오차가 약간 작게 나타났다.

위의 결과들로부터 적용된 응력적분방법은 가해진 변형률 증분, 초기상태(과압밀비), δ 등에 따라 응력의 오차가 상이하게 나타나지만 공학적인 용도에서 볼 때 비교적 적합한 정확도를 확보하고 있음을 알 수 있다.

3.2 예제 2 : 축대칭 지반 굴착에 대한 수치 예제

지반의 굴착시에서는 시공단계에 따라 굴착 깊이 및 보강구조물 설치시기가 결정되어진다. 따라서 최종 굴착깊이가 동일할지라도 현장여건을 고려하여 단계별 굴착깊이가 다를 수 있다. 이 때 비선형 탄소성지반의 경우에는 단계별 굴착깊이에 따라 응력적분시에 오차가 유발되기 때문에 최종 굴착깊이에서 해의 유일성이 저해될 수 있다(Lee, 1989). 이러한 해의 유일성은 해 풀이 알고리즘의 정확도에 의하여 좌우된다.

본 절에서는 일반 등방경화 구성모델을 이용하여 가상의 지반의 굴착문제를 유한요소해석할 때 적용된 내재적인 응력적분 알고리즘이

정확도를 확보하여 해의 유일성을 보장하는 지를 알아 보았다. 더불어 일관된 접선계수를 적용하면 Newton 법의 2차 수렴도가 확보되는 지를 확인하였다.

3.2.1 사용된 계수 및 초기조건

지반의 초기응력은 지반의 자중과 이전의 응력이력에 의한 과압밀비에 의하여 나타낼 수 있다. 따라서 수치해석시에 대상 지반의 모든 적분점에서 초기응력을 저장하기 위하여 다음과 같은 모의과정을 수행하였다. (1) 수치적인 초기응력으로서, 자중에 비하여 작은 응력을 각 적분점에 저장시키고, 중력(흙의 유효자중)을 물체력으로 가함으로써 자중에 의한 초기응력을 계산하였다. (2) 지표면에 등분포하중 120 kN/m를 가한 후 등분포하중을 제거함으로써 지반의 과압밀상태를 모의하였다.

사용된 요소망은 그림 5와 같이 축대칭조건 하에서 4절점 사각형 요소 80개로 이루어져 있다. 본 해석에서는 배수 및 비배수 조건 하에서 굴착을 수행하기 위하여 표 1에 나타난 재료계수들을 사용하였다. 그리고 등분포하중 120 kN/m의 재하 및 제하에 의한 과압밀비는 전체 깊이에 걸쳐 대략 3.4정도로 나타났다.

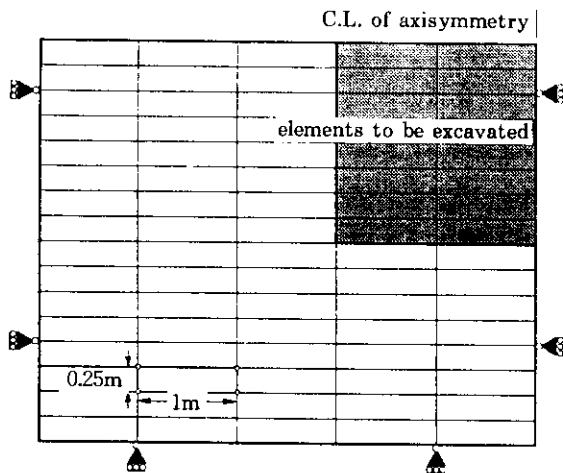


그림 5. 유한요소망

표 1. 사용된 재료계수

계 수	배수 굴착	비배수 굴착
M	1.4	0.95
s	0.45	0.45
γ	0.1	0.1
λ	0.37	0.093
κ	0.054	0.035
ν	0.25	0.25
e_n	2.57	0.908
a	0.00025	0.0005
b	1.8	1.8

3.2.2 해석결과

배수해석은 굴착이 일어나도 지하수위가 지표에 유지되는 경우로서 흙의 유효단위중량은 10 kN/m³이라고 가정하였다. 이 때 간극수압은 흙의 평형에 영향을 끼치지 않으므로 물의 단위중량이 0이라고 가정하여 수압을 무시하고 흙의 유효응력만으로 평형방정식을 계산한다. 그림 5에 나타난 중심선 주변의 상부 16개 요소는 16, 8, 4 및 2개씩 제거되어 각각 1, 2, 4, 및 8단계로 굴착을 모의하였다.

그림 6은 상이한 굴착단계에 따른 굴착면의 수평 및 수직변위를 나타낸 것으로 최대 수평 및 수직변위가 대략 0.047과 0.016m 정도 발생하였다. 그림 6에서 보여지듯이 16개 요소를 한번에 굴착한 경우에 다소 변위가 작게 나타났지만, 굴착단계수와 상관없이 대체로 거의 동일한 변위를 나타내고 있다. 그리고 굴착단계수가 증가하면서 변위의 양상이, 가장 서서히 굴착이 이루어진 8단계 굴착에서 얻어진 양상에 수렴하는 경향을 나타내고 있다(표 2 참조). 특히 연직굴착면의 최대 수직변위는 굴착단계가 증가하면서 이러한 수렴 경향이 뚜렷하게 나타나고 있다. 이로부터 제안된 구성관계의 응력적분 알고리즘이 점근적인 정확도(asymptotic accuracy)를 확보한다고 볼 수 있다.

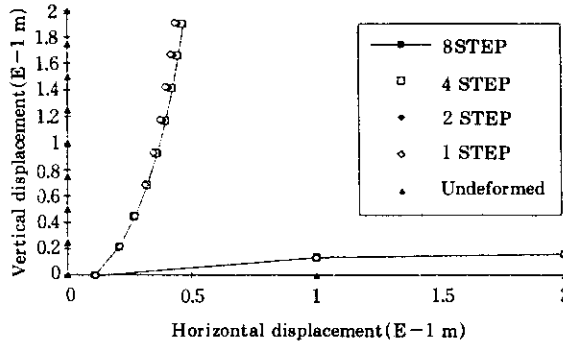


그림 6. 배수 굴착해석에서의 변위

표 2. 배수 굴착해석에서의 변위

굴착 단계	평균 반복 수 / 총굴착 단계 ^a	연직굴착면		바닥면
		최대 수평 변위 (mm)	최대 수직 변위 (mm)	최대 수직 변위 (mm)
1	10 ^b	43.6	9.1	16.2
2	5	45.0	9.6	16.2
4	4.5	46.2	10.1	16.2
8	4	47.1	10.3	16.2

^a잔류력 상대오차 기준 = 10^{-5} , 에너지 상대오차 기준 = 10^{-8}

^b10회 반복후에 종료하여 잔류력 상대오차 = 10^{-5} , 에너지 상대오차 기준 = 10^{-4}

그림 7에서는 각 굴착단계수에 따른 연직굴착면 부근의 유효수평응력을 보여주고 있다. 계산된 응력은 연직굴착면의 요소내의 4개 적분점에서 평균하여 구한 응력으로, 거의 동일한

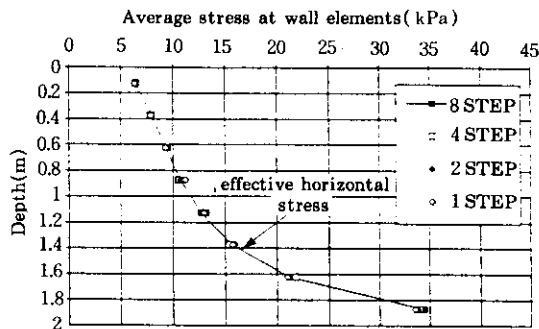


그림 7. 배수 굴착해석시 연직굴착면 부근의 수평응력

값을 나타내고 있는 것으로 보아 공학적인 필요에 적합한 정확도를 확보하는 것으로 사료된다.

한편 굴착이 투수성이 낮은 점토 등의 지반에서 단기간에 걸쳐 이루어지면, 지하수의 흐름이 거의 일어나지 않아서 과잉간극수압이 유발된다. 일반적으로 흙의 입자와 간극수는 비압축적이라고 가정하므로, 간극수의 흐름이 배제될 경우에 지반은 체적변형이 일어나지 않는 비압축적인 거동을 한다.

이러한 비배수해석을 수행하기 위하여 비압축상태로 구속하는 페널티법을 적용하였다 (Lee, 1989). 페널티 계수 λ_w 는 체적을 구속하기에 충분히 큰 수(=10⁸)로 설정된다. 이 때 간극수의 자중을 가하는 단계이전에는 λ_w 가 유효응력상태를 모의하기 위하여 0으로 도입되고, Gauss 적분도 표준 2x2적분을 수행한다. 그리고 굴착이 시작되기 이전의 과정은 각 적분점에 초기 응력상태를 재현하기 위한 것이므로, 첫 굴착이 일어날 때부터의 변위를 계산한다.

그림 8에서 보여지듯이 비배수 굴착에서도 굴착단계수가 증가하면서 변위의 양상이 8 단계 굴착의 양상에 수렴하는 경향을 나타내고 있다. 표 3의 최대변위에서 이러한 경향을 뚜렷하게 보이고 있지 않은 것은 그림 8에 나타난 변위의 수렴 양상이 최대변위가 아닌 연직굴착면 하부에서 집중되기 때문으로 판단된다. 이러한 해석결과는 본 연구의 응력적분 방법이

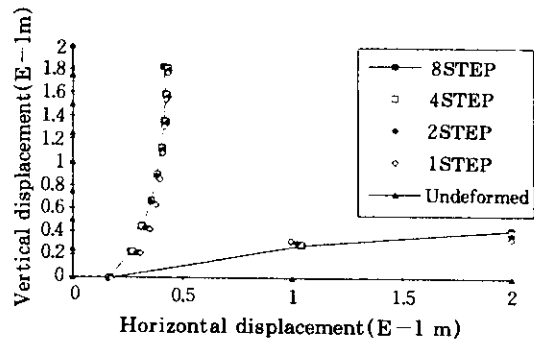


그림 8. 비배수 굴착해석에서의 변위

표 3. 비배수 굴착해석에서의 변위

굴착 단계	평균 반복 수/총굴착 단계 ^a	역직굴착면		바닥면
		최대 수평 변위(mm)	최대 수직 변위(mm)	최대 수직 변위(mm)
1	6	43.2	23.2	34.0
2	6	43.8	21.1	37.2
4	6.3	43.3	19.3	40.1
8	5.8	42.1	17.9	41.7

^a잔류력 상대오차 기준 = 10^{-3} , 에너지 상대오차 기준 = 10^{-8}

하중의 변화가 작아짐에 따라 오차가 감소하고 점근적으로 유일한 해를 도출함을 보여주고 있다. 이로부터 일반 등방경화 구성관계에 대한 응력적분 알고리즘이 점근적인 정확도를 확보하고 전반적으로 해의 유일성을 견지한다고 볼 수 있다.

또한 표 2와 3에서는 굴착단계수가 증가할수록 수렴에 필요한 반복수가 감소함을 볼 수 있다. 그리고 표 4는 수렴도를 확인하기 위하여 1단계 굴착시에 계산된 각 반복단계에서의 잔류력 오차 및 잔류 에너지 오차를 기술한 것이다. 반복수가 진행됨에 따라 오차가 급격히 감소하는 경향으로 보아 점근적인 2차수렴도가 확보됨을 알 수 있다.

표 4. 비배수 굴착해석시 오차의 수렴도

반복수	잔류력 상대오차	잔류에너지 상대오차
0	5.019E+02	
1	2.271E+02	3.681E+07
2	1.922E+01	1.045E+07
3	4.944E-01	9.180E+05
4	9.394E-04	4.676E+03
5	1.204E-06	2.096E+01
6	6.770E-08	1.042E-02

그림 9에서는 각 굴착단계수에 따른 연직굴착면 부근의 간극수압과 총수평응력을 보여주고 있다. 간극수압은 굴착으로 인하여 감소하여 부압이 작용하였고, 이로 인하여 총응력은 유효응력에 비하여 작게 나타났다. 계산된 응

력은 거의 동일한 값을 나타내고 있을 뿐만 아니라 굴착단계수가 증가할수록 해가 점근적으로 수렴하는 것으로 보아 공학적인 필요에 적합한 정확도를 확보하고 있는 것으로 사료된다.

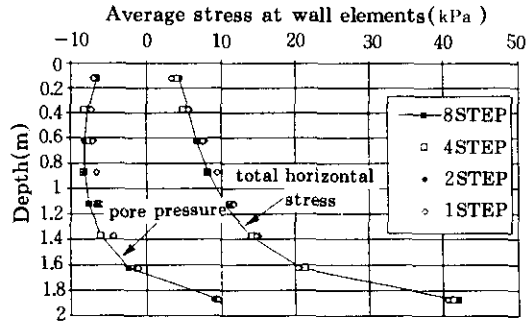


그림 9. 비배수 굴착해석시 연직굴착면 부근의 수평응력 및 간극수압

그림 10은 그림 8에서 얻어진 8단계 굴착결과를 Cam-clay 모델을 이용한 해석결과와 비교한 것이다. 적용된 모델은 역재하시의 소성 변형을 모델하므로 변형이 다소 크게 나타났고, 특히 최대변위가 0.2m 깊이 정도에서 나타났다. 그림 11은 그림 9에서 얻어진 8단계 굴착결과를 Cam-clay 모델을 이용한 해석결과로부터 구해진 응력과 비교한 것으로, 과잉간극수압은 적용된 모델이 부압이 더 크게 발생하며 총응력은 Cam-clay 모델에 비하여 작게 나타났다.

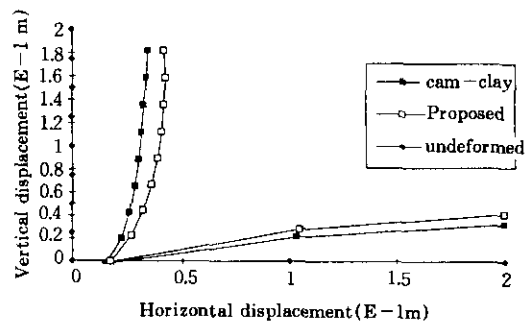


그림 10. 적용된 모델과 Cam-clay 모델과의 변위 비교

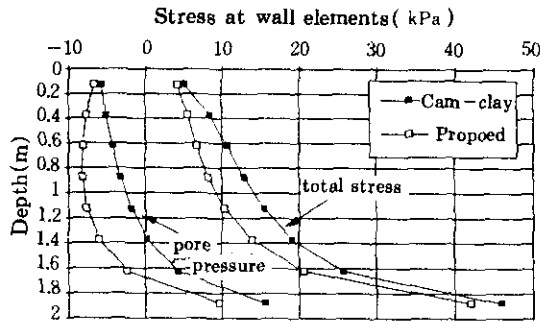


그림 11. 적용된 모델과 Cam-clay 모델과의 응력 비교

4. 실제 지반의 초기상태 및 시공단계를 고려한 비배수 굴착

4.1 요소망 및 모의과정

본 절에서는 실제 현장에 적용된 예제로서, 연약지반을 버팀대 및 널말뚝으로 지지하며 굴착하는 과정을 해석하였다. 연약한 점토의 재료계수를 비교적 정확하게 도출할 수 있고 현장의 거동을 예측한 자료가 필요하므로, 불가피하게 국외자료인 미국 샌프란시스코만에 위치한 데이비슨가의 굴착현장(Clough & Reed, 1984)을 대상 문제로 선정하였다. 특히 본 예제는 현장의 변위 및 간극수압 등이 잘 예측되었고, 부근의 지반 특성이 상세하게 규명되어 있다. 그리고 점토의 투수성이 매우 낮고 시공기간이 짧은 편이므로 비배수해석을 수행하였다.

유한요소 해석시에 이용된 그림 12의 요소망에는 데이비슨가의 굴착현장에 적용된 굴착 지지 시스템이 나타나 있다. 이러한 지지 시스템에 대한 시공과정은 다음과 같은 모의과정으로 해석하였다: (1) 초기 유효응력 및 과압밀상태 유발, (2) 정수압 유발 및 널말뚝 관입, (3) 첫째 층 굴착 및 버팀대 선행하중 재하, (4) 둘째 층 굴착 및 버팀대 장착, (5) 세째 층 굴착 및 버팀대 선행하중 재하, (6) 네째 층 굴착 및 버

팀대 장착, (7) 다섯째 층 굴착 및 버팀대 선행하중 재하, (8) 여섯째 층 굴착 및 버팀대 장착.

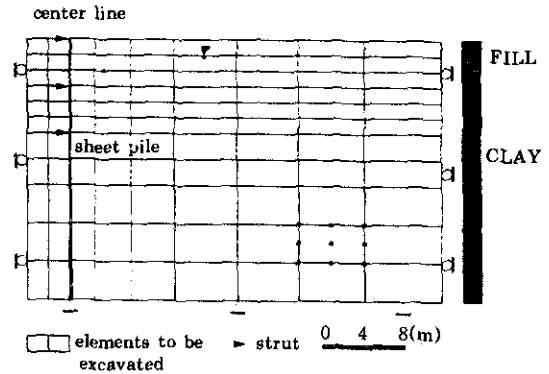


그림 12. 사용된 유한요소망

구조부재들은 그림 12에 나타난 위치에 설치되며 강성은 각각 (1) 상부 및 중간부 버팀대의 강성도가 $EA=1.3 \times 10^5 \text{ kN/m}$ 이고 (2) 하부 버팀대의 강성도는 $EA=1.3 \times 10^5 \text{ kN/m}$ 이며 (3) 널말뚝의 강성도는 $EI=6.0 \times 10^4 \text{ kNm}^2/\text{m}$ 이다. 이 때 버팀대들은 설치되기전에 약 2.55 kN/m의 선행하중을 받는다(Clough & Reed, 1984).

4.2 지반의 재료계수 및 초기응력

사용된 재료계수들은 다음의 표 5와 같다. 여기서 강도(M)는 Reed(1980)의 보고에 따른 것이며, 표 5 (b)의 λ , κ , e_0 , ν 값들은 Bonaparte & Mitchell(1979)에 의하여 부근 지반에서 도출된 값들이다. 특히 제안된 모델과 관련된 a와 b값은 실험치에 대한 보정에 의하여 도출되었다(오세봉, 1996). 또한 Clough & Reed(1984)에 의하면, 현장의 수직유효응력을 고려한 비배수전단강도비 S_u / σ_{v0} 는 0.33이다. 따라서 표 5 (a)의 s_{unc} 은 식 (8)에 대입하여 비배수전단강도비가 예측된 0.33을 대입하여 구한 것이다(이승래 & 오세봉, 1995).

$$S = \left(\frac{2 S_{unc}}{M P_c} \right)^{1/K} \quad (8)$$

표 5. 사용된 재료계수

계수	점토	매립층
(a) Yield surface and reference surface		
M	1.2	1.5
s	0.45	0.5
γ	0.1	0.0
(b) Hardening function for reference surface and elasticity		
λ	0.37	0.005
κ	0.054	0.025
ν	0.25	0.33
e_a	2.57	2.57
(c) Hardening function for yield surface		
a	0.00050	-
b	1.8	-

이 지역의 점토층에서 구한 선행압밀응력 p_c 는 정수압을 고려하여 계산된 값에 비하여 작게 나타난다. 이러한 거동이 나타나는 이유는 대상 점토층이 아직 압밀이 완료되지 않았거나

피압(artesian pressure)의 영향에 의한 것으로 보여진다. 즉 정수압보다 큰 과잉 간극수압이 존재하여 실제의 유효응력이 예상 유효응력에 비해 작게 나타난다. 이러한 사실은 그림 13 (a)에 나타난 원지반 간극수압의 계측치에서 입증되었으며 대략 9~12m 구간에서 간극수압이 정수압에 비하여 23.95 kPa 정도 초과하였다. 또한 이에 상응하는 유효수직응력은 그림 13 (b)와 같이 나타낼 수 있다.

각 적분점에 상응하는 초기응력(수직 유효응력 및 간극수압)은 깊이에 따라 그림 13과 같이 계측치를 근사화하여 설정하였다. 이 때 사용된 단위중량 및 마찰각은 표 6과 같다.

또 과압밀비는 점토층에서 9m 깊이까지 평균 1.4이고 나머지는 정규압밀 상태인 것으로 조사되었으며, 지표면에 등분포하중 10 kPa을 재하/제거하는 과정을 통하여 각 적분점의 과압밀비를 그림 14와 같이 적절하게 모의할 수 있었다.

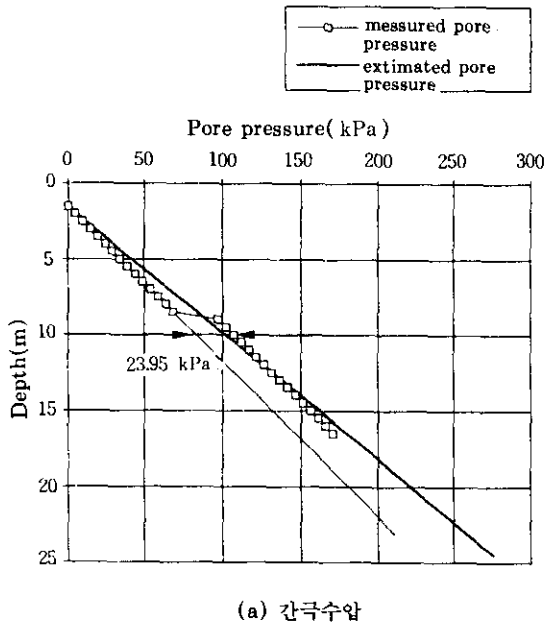


그림 13. 시공전 현장지반의 초기 응력상태(계속)

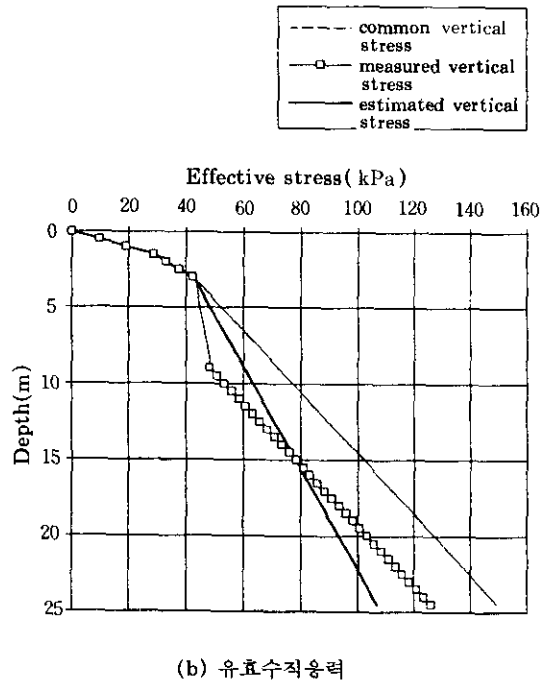


그림 13. 시공전 현장지반의 초기 응력상태

표 6. 사용된 단위중량 및 토압계수

구분	총 단위중량 (kN/m^3)	간극수의 단위중량 (kN/m^3)	유효 단위중량 (kN/m^3)	마찰각, ϕ' (degree)
매립층	19.0	9.8	9.2	35.0
점토층	15.0	12.0	3.0	30.0

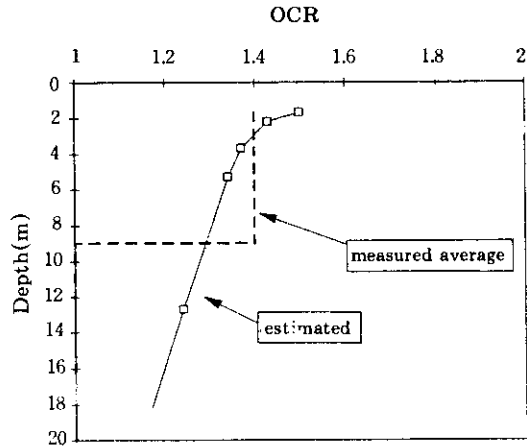


그림 14. 깊이에 따른 과압밀비

4.3 해석결과

그림 15에는 널말뚝배면의 변위 해석결과를 굴착깊이에 따라 예측치와 비교한 것이다. 7.5m 이상을 굴착하였을 때에는 실제 변위에 비하여 다소 작게 예측하였다. 그리고 최종굴착시 해석치는 최대변위가 널말뚝의 바닥면에서 일어나는 것으로 예측하였으나 실제로는 그 상부에서 발생하였다.

그림 16에서는 일반등방경화 모델과 Cam-clay 모델을 이용한 해석결과를 비교하였으며 Cam-clay 모델을 이용한 경우 변위가 다소 작게 발생함을 알 수 있었다.

그림 17에서는 굴착깊이에 따른 연직굴착면의 최대변위를 실측치와 비교하였다. 굴착이 깊은 곳까지 진행되었을 때에는 실제 변위를

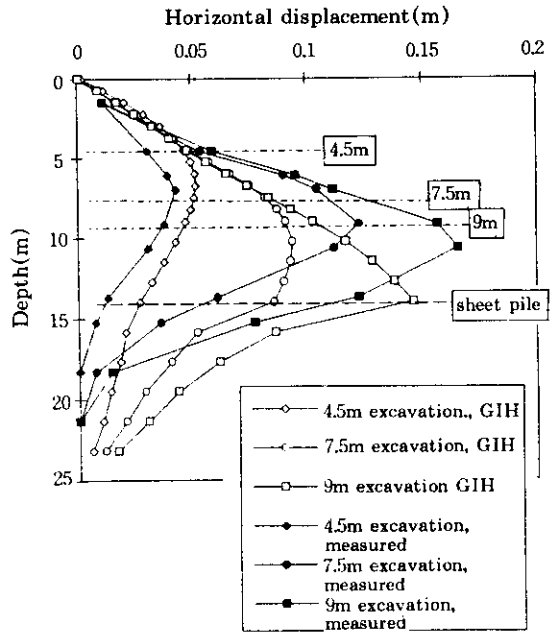


그림 15. 널말뚝 배면의 수평변위(실제거동과의 비교)

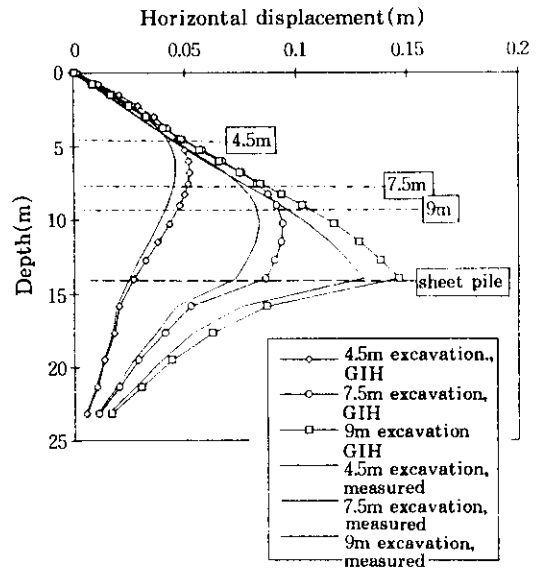


그림 16. 널말뚝 배면의 수평변위(Cam-clay 모델해석결과와의 비교)

과소평가함을 볼 수 있고, 제안된 모델을 이용한 해석결과가 Cam-clay 모델에 비하여 실제 변위를 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

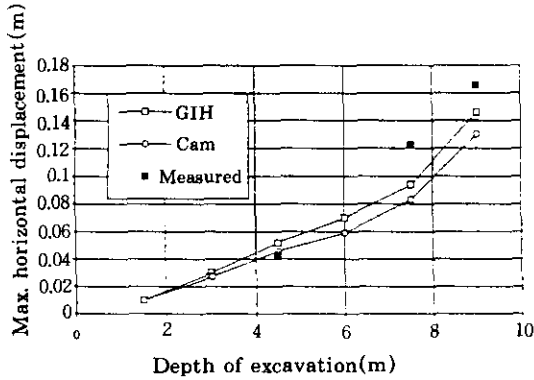


그림 17. 연직굴착면의 최대변위

그림 18과 19에서는 널말뚝 뒷면에서 가장 가까운 적분점(널말뚝에서 약 26cm 거리)중 각요소s의 중간깊이에서 해석된 응력 및 간극수압을 나타낸 것이다. 간극수압은 널말뚝에서 어느 정도 떨어져 계측되기 마련이므로 널말뚝과 접해 있는 위치에서 구하지 않았다. 간극수압은 감차적분점에서 구해진 체적변형률 및 수압을 고려하도록 표준적분점에 저장된 값이다. 그리고 각 요소간의 경계에서 간극수압은 불연속하게 나타나는 경향을 보였다.

그림 18에서는 굴착깊이에 따른 간극수압을 계측치와 비교하였다. 대체로 해석치는 과소하게 예측되었는데, 이는 굴착직전의 수압차에서 기인한다. 1.5m굴착시에 나타나는 계산된 간극수압은 그림 13에 나타난 초기 간극수압과 거의 일치하는 값으로, 널말뚝을 설치한 이후에 계측된 간극수압이 이전의 원지반 상태보다 훨씬 크게 발생하고 있는 것이다. 이러한 현상은 널말뚝을 관입하는 과정에서 일어난 교란으로 인하여 과잉간극수압이 유발된 것으로 보여진다. 본 해석에서는 이러한 효과를 고려할 수 없었고, 따라서 간극수압과 그림 15의 연직굴착면변위를 실제보다 과소평가하게 된 것이다.

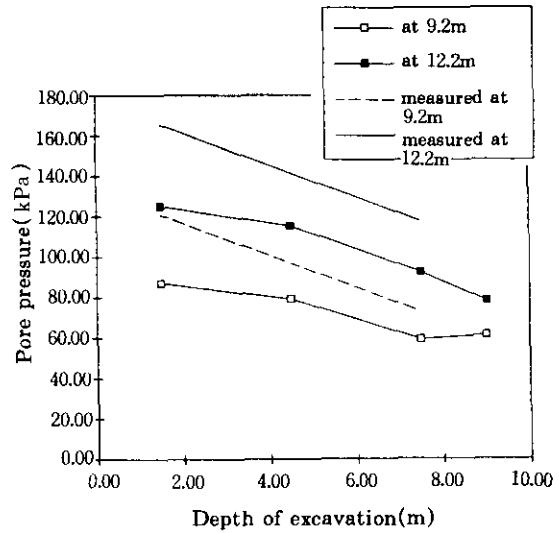


그림 18. 굴착깊이에 따른 간극수압

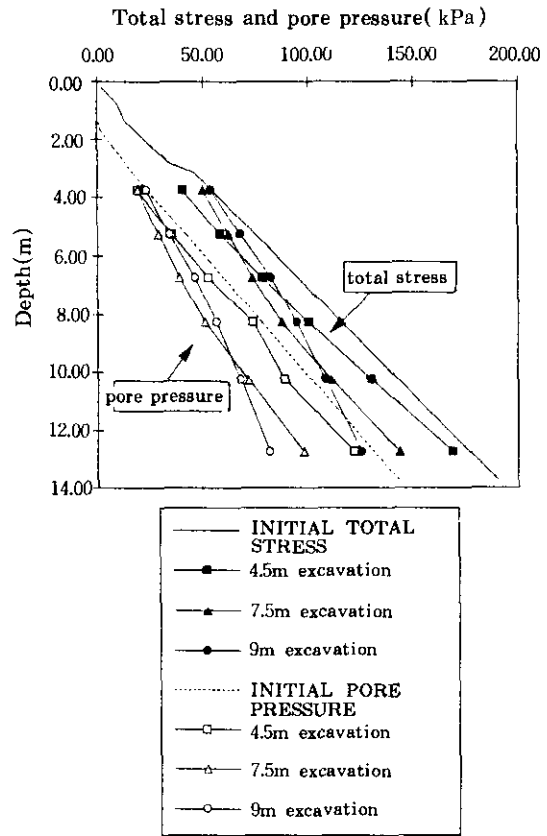


그림 19. 깊이에 따른 굴착배변의 지반응력

그림 19는 간극수압 및 총 수평응력의 변화를 굴착단계에 따라 나타낸 것이다. 굴착이 진행됨에 따라 간극수압이 감소하고 총 수평응력도 감소하는 경향을 보여 주고 있다. 그러나 굴착깊이가 깊어지면 상부지반에서는 오히려 간극수압이 증가하기도 한다. 버팀대 및 널발뚝으로 지지된 굴착의 비배수 해석시에, 지반의 유효응력 변화보다는 간극수압의 감소로 인하여 수평토압이 원지반응력보다 감소함을 알 수 있다.

5. 결 론

동반논문(오세봉 & 이승래, 1996)에서는 일반 등방경화규칙에 의거한 비등방경화 구성관계를 일반사다리꼴에 의하여 내재적으로 응력을 적분하는 알고리즘을 제안하였다. 그리고 Newton법의 수렴도를 확보하기 위하여 일관된 접선계수를 정식화하였다. 본 연구에서는 비배수 삼축압축시험의 예제해석을 통하여 정확한 응력적분이 수행되고 있음을 확인하였다. 또 가상적인 굴착해석에서는 내재적인 응력적분 및 일관된 접선계수로 인하여 비선형 유한요소해석시의 정확도 및 수렴성이 보장되는 것을 확인할 수 있었다.

그리고 원지반 초기응력 및 시공단계를 고려한 비배수 굴착을 해석하여 실제거동 및 Cam-clay 모델결과와 비교하였다. 일반 등방경화규칙에 의거한 비등방경화모델은 내재적인 응력적분기법 및 일관된 접선계수를 이용하여 굴착단계를 고려한 실제문제의 해석에 적용할 수 있었다. 최종 굴착후 변위는 제안된 모델에 의한 해석이 Cam-clay 모델에 비하여 실제 거동을 잘 예측하였다.

참 고 문 헌

1. 오세봉(1996), 점토의 비등방경화 구성모델에 관한 연구, 박사학위논문, 한국과학기술원
2. 이승래, 오세봉(1995), "일반 등방경화규칙에

- 의거한 점토의 비등방 탄소성 구성모델," 한국지반공학회지, 10권, 3호, 17-32
3. 오세봉, 이승래(1996), "일반등방경화 구성관계에 대한 내재적인 응력적분: I, 정식화," 한국지반공학회지, 12권, 4호, 145~156.
4. Bonaparte, R. and Mitchell, J.K.(1979). "The Properties of San Francisco Bay Mud at Hamilton Air Force Base, California," Geotech. Res. Report, Univ. of California, Berkeley, Calif.
5. Borja, R.I.(1990). "Analysis of Incremental Excavation Based on Critical State Theory," J. Geotechnical Engineering Div., ASCE, 116, 964-985
6. Borja, R.I.(1991a). "One-Step and Linear Multistep Methods for Nonlinear Consolidation," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering., 85, 239-272
7. Borja, R.I.(1991b). "Composite Newton-PCG and Quasi-Newton Iterations for Nonlinear Consolidation," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering., 86, 27-60
8. Borja, R.I., Lee, S.R., and Seed, R.B.(1989). "Numerical Simulation of Excavation in Elasto-Plastic Soils," Int.J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 13, 231-249
9. Borja, R.I. and Amies, A.P.(1994). "Multiaxial Cyclic Plasticity Model for Clays," J. Geotechnical Engineering Div., ASCE, 120, 1051-1070
10. Borja, R.I. and Wu, W.-H.(1994). "Vibration of Foundations on Incompressible Soils with No Elastic Region," J. Geotechnical Engineering Div., ASCE, 120,1570-1592
11. Clough, G.W. and Reed, M.W.(1984). "Measured Behavior of Braced Wall in Very Soft Clay," J. Geotechnical Engineering Div., ASCE, 110, 1-19
12. Finno, R.J. and Harahap, I.S.(1991). "Finite Element Analysis of HDR-4 Excavation," J. Geotechnical Engineering Div., ASCE, 117, 1590-1609
13. Herrmann, L.R., Kaliakin, A.M., Shen, C.K.,

- Mish, K.D., and Zhu, Z.-Y.(1987). "Numerical Implementation of Plasticity Model for Cohesive Soils," J. Engineering Mechanics Div., ASCE, 113, 500-519
14. Lee, S.R.(1989). Non-Linear Elasto-Plastic Finite Element Analysis of Braced Excavations in Clays, Thesis presented to Stanford Univ., Stanford, Calif. in partial fulfillment of requirements for the degree of Doctor of philosophy.
15. Reed, M.W.(1980). Observed Behavior of an Excavation in an Unusually Soft San Francisco Bay Mud Deposit, Thesis presented to Stanford Univ., Stanford, Calif. in partial fulfillment of requirements for the degree of Engineer
16. Whittle, A.J., Hashash, M.A., and Whitman, R.V.(1993). "Analysis of Deep Excavation in Boston," J. Geotechnical Engineering Div., ASCE, 119,69-90

(접수일자 1996. 4. 4)