

# 쌍곡선 근사에 의한 현장타설말뚝의 항복하중 판정

Yield Load Interpretation for Drilled Shaft Foundations  
by Hyperbolic- Approximation

원 상 연\*1

Won, Sang -Yon

황 성 일\*2

Hwang, Sung -Il

조 남 준\*3

Cho, Nam -Jun

---

## Abstract

This study develops a new method for interpreting the yield load from load tests on drilled shaft foundations ended on general soils, which is defined as a point where the maximum curvature on the hyperbolic-approximated load-settlement curve occurs. However, the point of maximum curvature is a variable depending on the units and scales of the load and settlement. Therefore, to obtain a unique maximum curvature point, both the load and settlement must be normalized by proper parameters, respectively, and be expressed on the same scaled axes(1:1). Normalization has been processed so that the yield load by the new interpretation is to be close to the average of yield loads interpreted by other methods investigated in this study. The quantitative comparison between the new criterion and other conventional methods is presented.

## 요 지

본 연구에서는 일반 토사층에 선단지지된 현장타설말뚝의 재하시험결과로부터 얻은 하중-침하량곡선을 쌍곡선으로 회귀분석하고 여기에 곡률방정식을 이용하여 최대곡률을 나타내는 하중을 항복하중으로 규정하는 판정법을 개발하였다. 그러나 하중과 침하량의 단위 또는 축척에 따라 최

---

\*1 정회원, 국민대학교 공과대학 토목환경공학과, 박사과정

\*2 정회원, 국민대학교 공과대학 토목환경공학과, 교수

\*3 정회원, 국민대학교 공과대학 토목환경공학과, 전임강사

대곡률점의 위치가 변하고 따라서 항복하중도 다르게 판별된다(원상연, 1995). 따라서 하중과 침하량을 정규화(normalization)하고 정규화된 침하량(x축)과 하중축(y축)의 축척이 1:1이 되도록 함으로써 하중과 침하량의 단위와 축척에 상관없이 유일한 최대곡률점을 찾을 수 있었다.

본 논문에서 기존의 판정법들을 이용하여 각각의 항복하중을 구하고 이들의 평균값을 기준으로 하여 정규화 과정을 검토하였다. 이 판정법을 현장타설말뚝에 대한 연직재하시험결과에 적용하여 연직항복하중을 판정하고, 이 결과를 기존의 판정법들에 의한 항복하중과의 비교를 실시하였다.

Keywords : Curvature, Drilled shaft, Hyperbola, Normalization, Yield load

## 1. 서 론

말뚝의 지지력은 정역학적 지지력공식에 의한 추정이나 항타공식에 의한 추정 등 여러가지 방법으로 계산되어 왔지만, 말뚝재하시험이 말뚝기초의 지지력을 평가하는데 가장 직접적이고 신뢰도가 높은 방법이다. 그러나 말뚝재하시험 결과를 해석함에 있어서 말뚝의 지지력에 영향을 주는 다양한 요소들을 모두 고려한 해석이 불가능하여 항복하중이나 설계하중을 판정하는데에는 40여 가지가 넘는 다양한 방법이 제안되어 왔다. 말뚝재하시험의 하중-침하량관계로부터 설계하중을 판정하는 방법들은 침하량 기준, 도해적 방법, 수학적 근사에 의한 방법 등으로 크게 3가지로 분류할 수 있다. 이것은 설정된 침하량을 기준으로 설계하중을 결정하는 방법, 하중-침하량곡선을 기하학적으로 분석하거나 수학적 근사에 의해 설계하중을 결정하는 방법들이다. 그리고 건설부 제정 구조물기초설계기준(1986)에 의하면 “하중-침하량곡선에서 초기의 완만한 곡선부가 현저하게 구부러질때의 최대곡선을 나타내는 하중을 항복하중”으로 규정하였다. 그러나 여기에서 “최대곡선”이라는 용어는 그 의미가 명확하지 않고, 항복하중의 판정을 위해 S-logt 곡선법, logP-logS 곡선법 등을 제안하였는데 그것은 해석자의 개인오차와 축척 등의 영향을 받아 객관적인 항복하중을 결정하기가 어렵다. 그리고 각 판정법들은 그 판정기준의 차이로 인해 그 결과가 상당한 차이를 보이고 있다.

이러한 차이를 해소하는 방안으로 본 연구에서는 말뚝재하시험의 결과로부터 얻은 하중-침하량곡선을 정규화시킨 다음 쌍곡선으로 회귀 분석하고 여기에 곡률방정식을 이용하여 최대곡률을 나타내는 하중을 항복하중으로 규정하는 판정법을 개발하였다. 이 판정법을 현장타설 말뚝의 재하시험결과에 적용하여 항복하중을 판정하고, 기존의 판정법과의 비교를 실시하였다. 이 판정법은 정규화된 하중-침하량곡선에서 최대곡률이 되는 점을 항복하중으로 규정하였기 때문에 개인적인 오차나 축척에 영향을 받지 않아 유일한 항복하중을 구할 수 있다.

새로 제안된 판정법은 하중과 침하량의 정규화를 시키는 값들에 따라 구하는 항복하중이 변화한다. 따라서 기존의 여러 판정법으로 구한 항복하중의 평균값과 새 판정법에 의해 구해지는 항복하중이 일치하도록 하중과 침하량을 정규화시키는 값을 찾아 보았다. 말뚝재하시험의 자료는 현장타설말뚝의 압축재하시험 결과를 중심으로 발췌하였다. 정확한 항복하중 상태를 확인하기 위해 침하량이 비교적 크게 나타난 말뚝재하시험결과를 이용하였다.

## 2. 쌍곡선 근사와 최대곡률에 의한 항복하중 판정법

본 논문에서는 말뚝재하시험의 하중-침하량의 관계를 정규화 시킨 다음 쌍곡선으로 근사시키고 이 쌍곡선의 최대곡률이 되는 점을 항복하중으로 규정하는 새로운 항복하중 판정법

(이하 최대곡률법)을 제안하고자 한다.

식(1)은 Chin(1970)이 제안한 하중-침하량 관계식으로서 침하량을 독립변수로 하중을 종속변수로 두어 쌍곡선형태로 나타내었다.

$$P = \frac{\delta}{a + b\delta} \quad (1)$$

여기서, P = 하중,  $\delta$  = 침하량이다.

쌍곡선의 식에서 곡률이 최대가 되는 점을 파괴하중으로 제안한 논문이 한국지반공학회지에 발표(류정수, 김석열, 1995)된 바 있으나 이 방법은 하중-침하량의 단위 또는 축척에 따라 최대곡률점이 변하고 따라서 항복하중도 달리 판정될 수 있다는 사실에 대하여는 언급하지 않고 있다. 예를 들어 동일한 말뚝재하시험에서 하중과 침하량을 다른 단위계로 나타내면 최대곡률점과 파괴하중의 크기가 변하기 때문에 정규화과정 없이 구한 최대곡률점은 유일하지 않다.

일반적으로 말뚝의 선단지지력은 말뚝직경(B)의 함수로 나타나고 있어 침하량을 말뚝직경으로 나누어 정규화 시킨다. 그러나 주면마찰력은 말뚝직경에 상관없이 일반적으로 일정한 침하량(10~13mm)에서 모두 발휘되므로 말뚝직경으로 정규화시키는 것은 무의미할 수 있다. 그리고 하중은 Chin(1970)이 제안한 하중( $P_{hyp}$ )으로 나누어 정규화 시키는데  $P_{hyp}$ 는 침하량이 무한대로 발산할 때의 하중이다. 이것은 회귀계수(b)의 역수값과 동일하다(즉,  $P_{hyp} = 1/b$ ).

식(1)에 하중과 침하량을 정규화시킨 후의 쌍곡선의 식은 다음과 같다.

$$\frac{P}{P_{hyp}} = \frac{\frac{\delta}{B}}{\bar{a} + \bar{b} \frac{\delta}{B}} \quad (2)$$

그리고 정규화시키기 전, 후의 회귀계수 a와  $\bar{a}$ , b와  $\bar{b}$ 의 관계는 식 (1)과 식 (2)에서 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\bar{a} = \frac{P_{hyp} \times a}{B} = \frac{a}{b \times B} \quad (3)$$

$$\bar{b} = P_{hyp} \times b = 1$$

정규화 시킨 후의  $P/P_{hyp}$ 를 y,  $\delta/B$ 를 x로 치환하면  $y = x/(\bar{a} + \bar{b}x)$ 과 같은 쌍곡선함수로 나타난다. 이 쌍곡선의 함수를 곡률방정식(5)에 대입하고 곡률이 최대가 될 때의 x, y 좌표를 구하면 식(6)과 같다.

$$x = \frac{1}{\rho} = \frac{y''}{[1 + (y')^2]^{3/2}} \quad (5)$$

$$x_{max} = \left( \frac{\sqrt{\bar{a}} - \bar{a}}{\bar{b}}, \frac{\sqrt{\bar{a}} - \bar{a}}{\sqrt{\bar{a}} \times \bar{b}} \right) \quad (6)$$

그리고 정규화 이전의 회귀계수 a와 b를 구하였다면 식 (3)을 이용하여 식 (6)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{max} = \left( \sqrt{\frac{a}{b \cdot B}} - \frac{a}{b \cdot B}, 1 - \sqrt{\frac{a}{b \cdot B}} \right) \quad (7)$$

따라서 항복시 하중과 침하량은 다음과 같다.

$$P_f = P_{hyp} \left( 1 - \sqrt{\frac{a}{b \cdot B}} \right) = \frac{1 - \sqrt{\frac{a}{b \cdot B}}}{b} \quad (8)$$

$$\delta_f = B \left( \sqrt{\frac{a}{b \cdot B}} - \frac{a}{b \cdot B} \right) \quad (9)$$

### 3. 기존의 판정법과 최대곡률법의 비교 및 검토

본 장에서는 기존의 판정법들과 새로 제안된 최대곡률법과의 비교를 실시하였다. 현장타설 말뚝을 대상으로 말뚝재하시험한 30개의 자료(F. H. A., 1985, Kulhawy, 1983)를 이용하였고 말뚝의 크기와 지반조건은 표 1에 나타내었다. 기존의 판정법중에서 일반적으로 안전율 2.0을 적용하는 Terzaghi의 25mm 전침하량기준 판

정법(1967), tangent 판정법(Mansur and Kaufman, 1986), 건설부제정 구조물기초설계 기준(1986)의 logP-logS의 항복하중 판정법, 현재 서구에서 널리 쓰이고 있는 Davisson의 판정법(1972)등을 적용하였다. 이상의 4가지 판정법에 의해 판정된 항복하중의 평균값을 구하고 최대곡률법으로 구한 항복하중과의 비교를 실시하였다. 하중과 전침하량을 극한하중( $P_{ly}$ , 혹은  $P_u$ )과 말뚝직경(B)으로 각각 정규화시킨 후 얻어지는 쌍곡선에서 최대곡률점을 찾았다. 그림 1은 이와 같이 정규화시킨 후의 하중-침하량곡선에서 구한 최대곡률점의 예를 나타내었다. 그리고 표 2는 전침하량을 말뚝직경으로 정규화시킨 최대곡률법과 다른 판정법들과 비교하였다. 말뚝직경으로 정규화시킨 최대곡률법에 의한 항복하중은 다른 방법들에 의해 구한 항복하중들의 평균값보다 14%정도 크게 판정한다는 사실을 알 수 있었다. 최대곡률법은 정규화시키는 값을 변화시킴으로써 항복하중의 조정이 가능하다. 따라서 다른 판정법들의 평균값을 나타내도록 하기위해서 정규화 과정을 재검토하였다. 말뚝직경으로 정규화시킨 최대곡률법에서의 항복하중을  $P_n$ 라 하고, 말뚝직경의 n%로 정규화시킨 최대곡률법의 항복하중을  $P_m$ 라 하면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$P_n = \frac{1}{b} \left( 1 - \sqrt{\frac{a}{b \cdot B}} \right) \quad (10)$$

$$P_m = \frac{1}{b} \left( 1 - \sqrt{\frac{a}{b \cdot nB}} \right) \quad (11)$$

$P_m / P_n = 1 / 1.14$  일때 식(10)과 식 (11)로부터 식 (12)을 구한다.

$$\frac{1 - \sqrt{\frac{a}{b \cdot B}}}{1 - \sqrt{\frac{a}{b \cdot nB}}} = \frac{1}{1.14} \quad (12)$$

각 말뚝재하시험으로부터 구한 a, b와 말뚝직경(B)을 대입하여 n을 구하였고, n의 평균값

은 0.14가 나왔다. 따라서 전침하량을 말뚝직경의 14%로 정규화시켜 최대곡률법으로 재해석을 실시하였다. 침하량을 말뚝직경의 14%로 정규화시킨 후의 최대곡률점의 예가 그림 2에 나타나 있다. 그리고 표 3에서 말뚝직경의 14%로 정규화시킨 후의 최대곡률법과 다른 판정법들에 의해 구한 항복하중들에 대한 비교를 나타내었다. 말뚝직경의 14%로 정규화 시킨

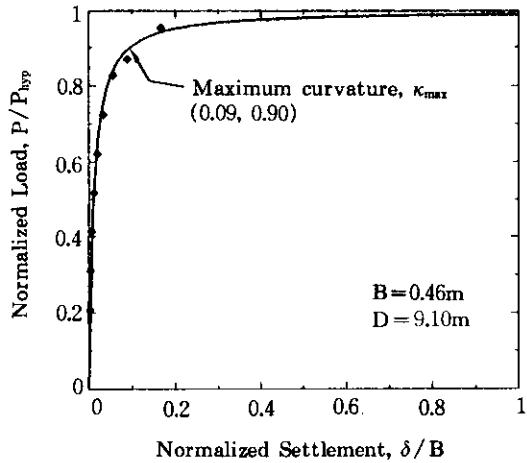


그림 1. 침하량을 말뚝직경(B)으로 정규화시킨 후의 최대곡률점의 예

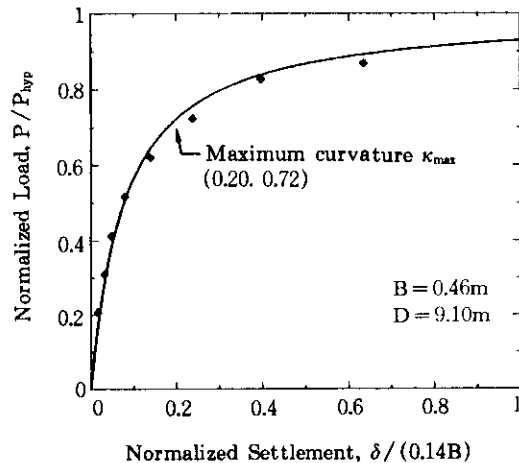


그림 2. 침하량을 말뚝직경의 14%(0.14B)로 정규화시킨 후의 최대곡률점의 예

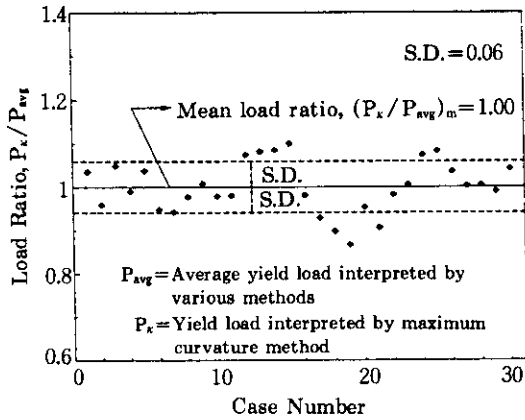


그림 3. 기존의 여러 판정방법들에 의한 항복하중의 평균값에 대한 최대곡률법으로 구한 항복하중의 비교

최대곡률법의 항복하중은 의도한 대로 다른 판정법들의 평균값에 일치한 결과를 나타낸다. 표 4에서는 4개의 기존 판정법으로 구한 항복하중의 평균값( $P_{avg}$ )에 대한 각 판정법들의 비를 표시하였다. 말뚝직경의 14%로 정규화 시킨 최대곡률법은 다른 판정법들보다 평균항복하중에 가장 가까운 값을 제시하며 표준편차(S.D.)가 0.06으로 매우 안정적인 값을 제시한다는 사실을 알 수 있다. 또한 쌍곡선 회귀분석시 결정계수( $r^2$ )는 모두 0.95이상으로 나와 하중-침하량 곡선에 대한 쌍곡선근사가 잘 이루어짐도 알 수 있었다. 그림 3은 항복하중의 평균값( $P_{avg}$ )에 대한 최대곡률법의 항복하중( $P_k$ )의 비율을 나타내었다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 정규화된 하중-침하량곡선을 쌍곡선으로 근사시킨 후 이 쌍곡선에서 곡률이 최대가 될 때의 하중을 항복하중으로 정의하였다. 새로운 판정법과 기존의 4가지 항복하중 판정기준을 현장타설말뚝의 재하시험결과에 적용하여 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 정규화시킨 하중-침하량곡선을 쌍곡선으로 근사시키고 여기에서 최대곡률이 될 때의 하중을 항복하중으로 정의하는 방법

표 1. 말뚝의 크기와 지반조건

Case number	말뚝직경 (m)	말뚝 근입 깊이(m)	지반조건
1	1.02	18.3	C
2	0.65	9.5	C
3	0.79	9.7	S
4	0.79	6.2	C
5	0.93	4.7	C
6	0.52	24.0	C
7	0.76	12.8	C
8	0.91	30.5	C
9	0.76	7.0	C
10	0.76	13.7	C
11	0.46	20.7	S
12	1.20	25.0	C
13	1.00	25.3	C
14	1.00	26.2	C
15	0.85	9.1	M
16	0.91	18.0	S
17	0.76	23.3	C
18	0.63	9.3	C
19	0.77	9.4	C
20	0.80	15.2	C
21	0.94	15.2	C
22	0.76	6.1	C
23	0.61	5.5	C
24	0.61	8.2	C
25	0.64	5.5	S
26	1.07	6.4	C
27	0.76	14.3	S
28	0.74	7.2	C
29	0.79	7.3	C
30	0.75	7.3	C

주) C : 점토지반 S : 사질토지반 M : 실트질 지반

은 개인적인 오차나 척도에 대한 오차가 없어서 일관되게 유일한 항복하중을 구할 수 있다.

2. 하중을 쌍곡선 극한하중으로 나누고, 진침하량을 말뚝직경의 14%로 나누어 정규화시킨 후 최대곡률법에 의해 판정되는

표 2. 각 판정법들과 말뚝지경(B)으로 정규화시킨 최대곡률법에 의한 항복하중 비교

Case no.	$P_T$	$P_{tan}$	$P_{log}$	$P_D$	$P_{avg}$	$P_c$
1	726	717	650	599	673	765
2	526	553	500	490	517	601
3	463	490	400	408	440	562
4	780	816	700	726	756	899
5	500	535	480	454	492	620
6	208	204	190	208	203	217
7	386	386	390	386	387	394
8	834	816	780	834	816	943
9	127	113	110	118	117	126
10	272	263	267	268	268	285
11	181	136	140	163	155	176
12	626	517	500	590	558	650
13	444	408	350	417	405	508
14	472	426	460	444	451	550
15	517	454	400	454	456	579
16	417	408	400	417	411	439
17	635	626	600	635	624	643
18	74	77	77	57	71	74
19	150	159	150	150	152	151
20	191	209	210	191	200	222
21	333	357	350	336	344	345
22	771	816	800	680	767	893
23	41	35	35	36	37	41
24	93	83	65	79	80	97
25	76	70	63	68	69	86
26	167	152	160	150	157	181
27	453	422	420	431	431	476
28	541	561	470	500	518	600
29	520	592	540	428	520	624
30	500	500	500	434	484	607

주)  
 $P_T$  : Terzaghi가 제안한 판정법에 의해 구한 항복하중  
 $P_{tan}$  : tangent방법에 의해 구한 항복하중  
 $P_{log}$  : logP-logS방법에 의해 구한 항복하중  
 $P_D$  : Davisson이 제안한 판정법에 의해 구한 항복하중  
 $P_c$  : 최대곡률법에 의해 구한 항복하중  
 $P_{avg}$  : 기존 4가지 판정법에 의해 구한 항복하중의 평균

표 3. 각판정법들과 말뚝지경의 14%(0.14B)로 정규화시킨 최대곡률법에 의한 항복하중의 비교

Case no.	$P_T$	$P_{tan}$	$P_{log}$	$P_D$	$P_{avg}$	$P_c$
1	726	717	650	599	673	697
2	526	553	500	490	517	496
3	463	490	400	408	440	462
4	780	816	700	726	756	748
5	500	535	480	454	492	511
6	208	204	190	208	203	192
7	386	386	390	386	387	365
8	834	816	780	834	816	798
9	127	113	110	118	117	118
10	272	263	267	268	268	262
11	181	136	140	163	155	152
12	626	517	500	590	558	600
13	444	408	350	417	405	438
14	472	426	460	444	451	489
15	517	454	400	454	456	502
16	417	408	400	417	411	403
17	635	626	600	635	624	580
18	74	77	77	57	71	64
19	150	159	150	150	152	132
20	191	209	210	191	200	191
21	333	357	350	336	344	312
22	771	816	800	680	767	754
23	41	35	35	36	37	37
24	93	83	65	79	80	86
25	76	70	63	68	69	75
26	167	152	160	150	157	163
27	453	422	420	431	432	433
28	541	561	470	500	518	521
29	520	592	540	428	520	515
30	500	500	500	434	484	504

현장타설말뚝의 항복하중은 기존의 4가지 판정법들로 구한 항복하중들의 평균항복하중과 일치하였다.

3. 기존 4가지 판정법들의 평균값을 기준으로 정규화과정을 검토하였으므로, 다른 판정법들을 선정하여 정규화과정을 재검토하면 그 결과가 달라질 수 있다. 따라서

표 4. 평균항복하중값에 대한  
각 판정법들에 의한 항복하중의 비

Case no.	$P_T/P_{avg}$	$P_{tan}/P_{avg}$	$P_{b/g}/P_{avg}$	$P_{D_1}/P_{avg}$	$P_1/P_{avg}$
1	1.08	1.07	0.97	0.89	1.04
2	1.02	1.07	0.97	0.95	0.96
3	1.05	1.11	0.91	0.93	1.05
4	1.03	1.08	0.93	0.96	0.99
5	1.02	1.09	0.98	0.92	1.04
6	1.03	1.01	0.94	1.03	0.95
7	1.00	1.00	1.01	1.00	0.94
8	1.02	1.00	0.96	1.02	0.98
9	1.09	0.97	0.94	1.01	1.01
10	1.02	0.98	1.00	1.00	0.98
11	1.17	0.88	0.90	1.05	0.98
12	1.12	0.93	0.90	1.06	1.07
13	1.10	1.01	0.86	1.03	1.08
14	1.05	0.95	1.02	0.99	1.09
15	1.13	1.00	0.88	1.00	1.10
16	1.02	0.99	0.97	1.02	0.98
17	1.02	1.00	0.96	1.02	0.93
18	1.04	1.08	1.08	0.80	0.90
19	0.99	1.04	0.99	0.99	0.87
20	0.95	1.04	1.05	0.95	0.95
21	0.97	1.04	1.02	0.98	0.91
22	1.01	1.06	1.04	0.89	0.98
23	1.12	0.95	0.95	0.98	1.01
24	1.16	1.04	0.81	0.99	1.08
25	1.10	1.01	0.91	0.98	1.08
26	1.06	0.97	1.02	0.95	1.04
27	1.05	0.98	0.97	1.00	1.00
28	1.04	1.08	0.91	0.97	1.01
29	1.00	1.14	1.04	0.82	0.99
30	1.03	1.03	1.03	0.90	1.04
평균	1.05	1.02	0.96	0.97	1.00
표준편차	0.05	0.06	0.06	0.06	0.06

보다 많은 재하시험결과를 분석, 정리하여 새로 제안한 최대극률법의 적용범위를 확대하고 한계점을 극복하는 지속적인 연구가 필요하다.

4. 쌍곡선 근사시 결정계수가 0.95이하인 경우와 특이한 하중-침하량관계는 쌍곡선 근사가 잘 되지 않으므로 최대극률법을 적용하기가 곤란하다. 이 경우는 여러가지 판정기준으로 종합적인 판단을 하는 것이 합리적이라 사료된다.
5. 본 논문에서 비교한 현장타설말뚝의 재하시험결과는 일반 토사층에 설치된 것을 이용하였다. 그러나 풍화산적토 또는 풍화암층에 선단지지된 현장타설말뚝에 대한 연구가 계속 필요한 것으로 사료된다.

### 참 고 문 헌

1. 건설부(1986), "구조물기초 설계기준", pp.194~197.
2. 류정수, 김석열(1995), "최대극률 방법을 이용한 말뚝의 연직지지력 연구", 한국지반공학회지, 제 11권, 제 4 호, pp.5~12.
3. 원상연(1996), "하중-침하곡선의 쌍곡선 근사에 의한 말뚝기초의 항복하중", 국민대 석사학위논문, pp.26~33.
4. Chin, F.K (1970), "Estimation of the Ultimate Load of Piles not Carried to Failure", Proceedings, 2nd Southeast Asian Conference on Soil Engineering, Singapore, pp.81~90.
5. Davisson, M.T.(1972), "High Capacity Piles", Proceedings, Lecture Series on Innovations in Foundation Construction, ASCE Illinois Section, Chicago, 52p.
6. Federal Highway Administration(1985), "Drilled Shafts, Construction Procedures and Design Methods", FHWA-HI-88-042, pp.459~599.
7. Kulhawy, F.H.(1988), "Conduct and Interpretation of Load Tests on Drilled Shaft Foundations", Report No. EL-2870, Electric Power Research Institute, Cornell University, pp.8/5~8/48.
8. Kulhawy, F.H.(1983), "Transmission Line Structure Foundations for Uplift- Compression Loading : Load Test Summaries", Report No. EL-3160-LD, Electric Power Research Institute, Cornell University, pp.53/1~121/5.

9. Mansur, C. I. and Kaufman, J. M. (1956), "Pile Tests, Low-Sill Structure", Old River, Louisiana, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 82, No. SM5, pp. 1079/1~1019/3

10. Terzaghi, K. and Peck, R. B. (1967), "Soil Mechanics in Engineering Practice", 2nd Ed., John Wiley and Sons. Inc, 537p.

(접수일자 1996. 3. 29)