

J-적분을 이용한 용접구조물의 파괴해석

Fracture Analysis of Welded Plates using the J-integral

심 용 래*
Shim, Yong-Lae

요 약

용접구조물의 파괴거동을 분석하기 위해서는 용접중의 열전달 해석, 잔류응력 해석, 그리고 파괴해석이 같이 병행되어야 한다. 잔류응력이 존재하면 J-적분은 적분 경로에 관계없이 일정한 값을 갖는 특성을 잃게 된다. 그러므로 용접부의 J-적분 해석을 위해서는 별도의 프로그램을 개발하여야 한다. 본 연구에서는 균열선단에서의 J-적분을 계산하기 위한 이론식 및 프로그램을 개발하였으며 적용사례로 박판 및 후판의 다층용접에 대한 J-적분값을 계산하였다.

Abstract

Study of weldment fracture behavior includes thermal analysis, residual stress analysis, and fracture analysis. The J-integral loses its path-independency in a residual stress field. Therefore, it is necessary to develop a program to calculate the J-integral in a welded plate. In this study, theoretical formulation and program were developed for the evaluation of the J-integral at the crack tip of weldments. To verify equations and program, welded thin plate and thick plate were used to calculate residual stress and the J-integral.

Keywords : the J-integral, fracture analysis, welding, residual stress

1. 서 론

구조물의 용접 중에는 용접아크에 의해 높은 열이 발생되며 이로 인하여 불균일한 온도분포와 열응력이 발생하고 용접 후에는 비선형 소성변형으로 인한 잔류응력이 존재하게 된다. 판 두께가 증

가하면 용접 패스의 수도 증가하며 따라서 더욱 복잡하고 큰 소성 변형과 잔류응력이 발생된다. 이러한 잔류응력은 구조물의 변형과 파괴강도에 심각한 영향을 미치게 된다. 또한 용접중심부의 인장 잔류응력은 균열전과력을 증가시키며 취성 파괴에 대한 구조물의 저항력을 감소시켜 용접구

* 정회원 · 삼성항공산업(주) 특수CAE팀

• 이 논문에 대한 토론을 1997년도 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

조물의 파괴거동에 크게 영향을 미치게 된다. 그러므로 이러한 용접잔류응력의 정확한 예측과 잔류응력이 파괴거동에 미치는 영향을 정확히 파악하는 것은 용접구조물의 피로 및 파괴해석에 매우 중요하다.

선형 탄성 파괴해석에서는 응력확대계수가 널리 이용되며 탄소성 파괴해석에는 CTOD에 의한 근사식이 많이 이용되지만 최근에는 컴퓨터와 유한요소법의 발전으로 J-적분에 의한 파괴해석이 매우 효과적으로 이용되고 있다. Rice에 의하여 제안된 J-적분은¹⁾ Wilson²⁾, Blackburn³⁾, Aoki^{4),5)}, Shih⁶⁾ 등에 의하여 탄소성 영역과 열응력 등의 분야로 확대 적용되었다.

용접잔류응력은 선형 탄성 파괴해석에서는 중첩법에 의하여 쉽게 반영될 수 있으나 탄소성 해석에서는 용접에 의한 소성변형을 고려하기 위한 별도의 해석절차가 필요하다. 본 연구에서는 다음의 세 단계를 통하여 용접잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 파괴해석을 수행하였다.

1) 열전달 해석: 용접 열원에 의한 온도분포의 시간에 대한 변화의 해석

2) 잔류응력 해석: 온도분포 결과를 이용한 열응력 및 잔류응력의 해석

3) 파괴해석: J-적분을 이용한 잔류응력과 외력의 복합하중이 주어지는 용접구조물에 대한 파괴해석

용접구조물에서는 잔류응력으로 인하여 J-적분이 적분 경로에 관계없이 일정한 값을 갖는 특성을 잃게 되므로 본 연구에서는 균열선단에서의 J-적분을 계산하기 위한 이론식 및 프로그램을 개발하였다. ABAQUS⁷⁾ 를 이용하여 잔류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며⁸⁾, 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분을 계산하였다. 이론식 및 프로그램의 검증은 위하여 박판과 후판의 다층용접에 대한 잔류응력 및 J-적분 해석을 수행하였다.

2. 복합응력 상태에서의 J-적분 해석

2.1 J-적분

J-적분은 Rice에 의해 비선형 탄성체에서 균열 주위에서의 변형에너지 방출율 (strain energy release rate)로 제안되었으며 다음과 같이 표시된다¹⁾.

$$J = - \frac{d\Pi}{da} = \int_{\Gamma} (W n_1 - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1}) ds \quad (1)$$

여기서 Π 는 위치 에너지 (potential energy), W 는 변형에너지 밀도(strain energy density), T_i 는 표면 작용력 (surface traction), u 는 변위, a 는 균열길이, Γ 는 선적분의 적분경로이다. J-적분은 비선형 탄성체에서 적분경로에 무관한 특성을 갖는다.

일차 응력과 이차 응력이 혼합되어 있는 경우에 대한 적분경로에 무관한 J-적분의 식을 구하기 위하여 여러 가지 시도가 이루어졌다. Shih⁶⁾는 열응력이 주어지는 경우에 대한 J-적분식을 유도하였다. 준정상상태의 단위길이의 균열증가에 대한 에너지 방출은

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} (W \delta_{i1} - \sigma_{ij} u_{j,1}) n_i ds \quad (2)$$

Divergence theorem과 $\sigma_{ij,j} + f_i = 0$, $W_{,1} = \sigma_{ij} \epsilon_{ij,1} - \alpha \sigma_{kk} \theta_{,1}$ 을 이용하면

$$J = \int_A [(\sigma_{ij} u_{j,1} - W \delta_{i1}) q_{1,i} + (\alpha \sigma_{ii} \theta_{,1} - f_1 u_{i,1}) q_1] dA - \int_C q_1^+ + q_1^- t_i u_{i,1} q_1 ds \quad (3)$$

여기서, $C = C_1 + C^+ + C^- - \Gamma$, q_1 은 Γ 에서 1이고 C_1 에서 0의 값을 갖는 임의의 연속함수이다 (그림 1). A 는 적분경로 C 에 의해 싸여진 면적이고, f_i 는 body force, t_i 는 균열표면에 작용하는 외력이다.

Aoki⁴⁾는 소성변형과 열변형을 고려하기 위한 적분경로에 무관한 선적분인 J^* 을 제시하였다. 길이 1의 가상 균열진과에 대한 에너지 평형원리에서

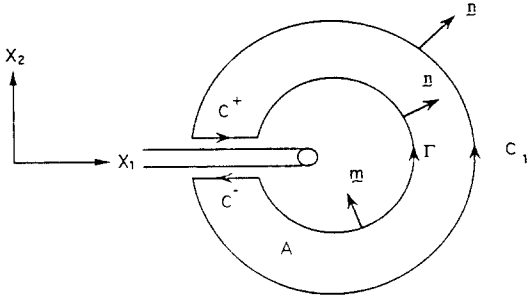


그림 1 열응력이 존재하는 물체의 J-적분을 위한 적분경로

$$\int_{\Gamma+\Gamma_s} T_i \frac{du_i}{dl} d\Gamma + \iint_A F_i \frac{du_i}{dl} dA$$

$$= \iint_A \rho \ddot{u}_i \frac{du_i}{dl} dA + \iint_A \sigma_{ij} \frac{d\epsilon_{ij}}{dl} dA + \hat{f} \quad (4)$$

여기서 파괴가 진행되는 구간으로 연속체 역학이 적용되지 않는 영역을 A_{end} 로 정의하며, A_{end} 를 둘러싸는 적분경로를 Γ_{end} 로 가정하였다(그림 2). \hat{f} 는 파괴진행 구역에서의 에너지 변화율을 의미한다. 임의의 적분경로 Γ 에 대해서

$$\hat{f} = -\int_{\Gamma_{end}} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma$$

$$= \int_{\Gamma+\Gamma_s-\Gamma_{end}} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma$$

$$- \int_{\Gamma+\Gamma_s} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma$$

$$= \iint_A \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_1} dA - \int_{\Gamma+\Gamma_s} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma \quad (5)$$

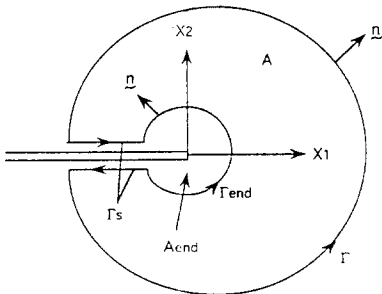


그림 2 탄소성 영역의 J-적분을 위한 크랙선단과 파괴 진행 영역의 형상

균열표면에 작용하는 외력이 없을 경우 식(5)는 다음과 같이 된다⁵⁾.

$$J = \int_{\Gamma} W^e dx_2 - \int_{\Gamma} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma$$

$$+ \iint_A \sigma_{ij} \frac{\partial(\epsilon_{ij}^t + \epsilon_{ij}^p)}{\partial x_1} dA \quad (6)$$

여기서, ϵ_{ij}^t 는 열변형, ϵ_{ij}^p 는 소성변형이며 W^e 는 탄성 변형에너지(Elastic strain energy)이다. Γ 가 매우 작을 경우 비선형 탄성체를 가정하면

$$J = \lim_{\rho \rightarrow 0} \left[\int_{\Gamma} W dx_2 - \int_{\Gamma} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma \right] = \lim_{\rho \rightarrow 0} J \quad (7)$$

여기서, ρ 는 적분경로 Γ 의 반경, J 는 Rice의 J 적분이며 $W = \int_0^{\epsilon} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$ 이다.

2.2 용접부의 J-적분

용접부의 J-적분 해석을 위해서는 먼저 용접에 의한 열전달해석과 잔류응력해석이 선행되어야 하며 잔류응력과 외력이 동시에 주어지는 경우에 대한 J-적분 해석을 수행하여야 한다. 용접부위에서는 용접 중에 누적된 잔류응력과 소성변형에 의해서 J-적분 값이 적분경로에 따라 다른 값을 갖게 된다. 따라서 균열선단에서의 J-적분을 구하기 위해 균열주위에 작은 요소를 사용하여 균열선단에서의 J-적분 값을 근사값으로 이용할 수도 있으나 정확한 J-적분을 구하기 위해서는 초기 소성변형을 고려한 J-적분식의 도입이 필요하다.

앞에서 기술한 Shih와 Aoki에 의하여 확장된 J-적분의 개념을 응용하여 용접부의 균열에 대한 J-적분의 계산식을 구할 수 있다. 앞의 절에서 균열선단에서의 복합하중에 대한 J-적분 값은 다음과 같이 주어진다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} J = \int_{\Gamma_1} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_1} d\Gamma \quad (8)$$

여기서 Γ_1 은 파괴 진행구역을 둘러싸는 영역이

다. Γ_1 에서 1, Γ_2 에서 0의 값을 갖는 임의의 연속함수 q 를 이용하면, 균열표면에 작용하는 외력이 없을 경우

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} J = \int_{\Gamma_2 + \Gamma_3 - \Gamma_1} \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q d\Gamma \quad (9)$$

균열선단의 형상은 그림 2와 같으며 Γ_1 은 Γ_{end} , Γ_2 는 Γ 에 해당한다.

Divergence theorem을 이용하면

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} J &= \int_A (\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q)_{,j} dA = \int_A (\sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_1} q dA + \\ &\int_A \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,j} dA \end{aligned} \quad (10)$$

파괴 진행구역이 줄어들면 A 는 균열선단 영역을 포함하게 된다. 전체 변형은 탄성변형, 소성변형, 용접에 의한 소성변형의 합으로 다음과 같이 표시된다.

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^{ip} \quad (11)$$

식(10)과 식(11)을 이용하여 용접부의 J-적분을 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} J &= \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}^e}{\partial x_1} q dA + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,j} dA \\ &+ \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^{ip})}{\partial x_1} q dA \end{aligned} \quad (12)$$

$\frac{\partial W_e}{\partial \epsilon_{ij}^e} = \sigma_{ij}$ 의 관계를 이용하면 식(12)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} J &= \int_A \frac{\partial W_e}{\partial x_1} q dA + \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,j} dA \\ &+ \int_A \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^{ip})}{\partial x_1} q dA \end{aligned} \quad (13)$$

식(13)을 Isoparametric 요소를 이용한 유한요소식으로 변환시킬 수 있다. 요소내에서의 위치와 변위는 다음과 같이 표시된다.

$$x_i = \sum N_i X_i \quad (14)$$

$$u_i = \sum N_i U_i \quad (15)$$

여기서, X_i 와 U_i 는 절점에서의 좌표 및 변위이며 N_i 는 형상함수 (shape function)이다.

임의의 변수 Φ 에 대해서

$$\Phi = \sum N_i \Phi_i \text{ 또는 } \Phi = [N] \{\Phi_e\} \quad (16)$$

Φ 의 derivative는

$$\left\{ \begin{matrix} \Phi_{,x} \\ \Phi_{,y} \end{matrix} \right\} = [B] \{\Phi_e\} \quad (17)$$

$$\text{여기서, } [B] = \begin{bmatrix} N_{1,x} & N_{2,x} & N_{3,x} & N_{4,x} \\ N_{1,y} & N_{2,y} & N_{3,y} & N_{4,y} \end{bmatrix}$$

함수 q 도 마찬가지로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$q = \sum N_i Q_i \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{matrix} q_{,x} \\ q_{,y} \end{matrix} \right\} = [B] \{Q_e\} \quad (19)$$

식(17), (18), (19)를 이용하면 식(13)은 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$\begin{aligned} J &= \sum_{Elements} \sum_{Gauss\ Points} \left[\frac{\partial W_e}{\partial x_1} q + \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_{,j} \right. \\ &\left. + \sigma_{ij} \frac{\partial (\epsilon_{ij}^p + \epsilon_{ij}^{ip})}{\partial x_1} q \right] D w \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, D 는 jacobian matrix의 determinant, w 는 weight factor이다.

3. 수치해석 예제

3.1 얇은 평판의 J-적분 해석

A515 박판의 용접부에 대한 J-적분을 계산하였다. 두개의 16inch X 4inch 평판이 길이방향으로 용접되었다고 가정하였으며 용접선에 직각방향으로 1inch 크기의 중심균열에 대해 잔류응력과 외력이 주어지는 경우에 대한 J-적분값을 계산하였다. 대칭조건을 이용하여 4분의 1에 대해 모델링

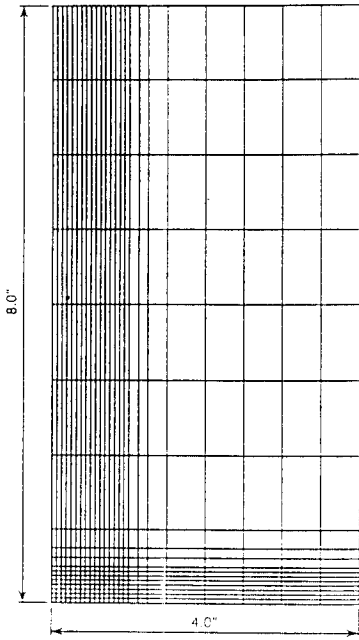


그림 3 용접중심선에 중심균열이 존재하는 박판의 유한요소 형상

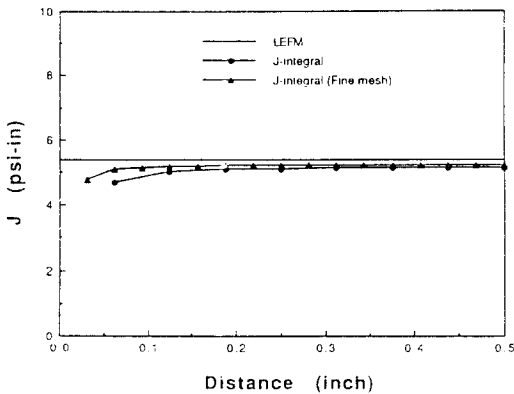


그림 4 외력 10 ksi에 대한 J-적분 해석결과 (선형 탄성체 가정)

을 하였으며 그림 3에 유한요소 모델을 나타내었다. 용접 프로세스는 GMAW를 가정하였으며 용접 전류, 전압, 속도는 각각 200A, 25V, 그리고 12ipm이다. 두께방향의 온도분포를 무시하고 평면응력 상태로 가정을 하였다.

8개의 적분경로에 대해 각각 J-적분을 계산하였으며 식(18)의 Q에 대해서는 각각의 적분경로의

경계 절점에서는 0, 그리고 나머지 모든 절점에서는 1을 가정하였다. 상용 code 인 ABAQUS 를 이용하여 잔류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며 식(20)의 J-적분 계산을 위하여 별도의 FORTRAN program 을 구성하였다.

유한요소 프로그램의 검증을 위하여 선형 탄성 거동을 가정하여 외력 10 ksi 에 대한 J-적분값을 구하였으며 그 결과는 그림 4와 같다. 각각의 적분 경로에서 계산된 J-적분값을 LEFM에 의한 계산치와 비교하였으며 각 적분경로에서의 결과가 잘 일치함을 알 수 있다. 또한 유한요소의 크기의 영향을 보기 위하여 작은 요소를 이용한 결과와 비교하였으며 요소 크기의 영향은 별로 크지 않다는 것을 확인하였다.

다음으로 용접에 의한 잔류응력을 계산한 후에 평면에 균열을 도입하여 J-적분 해석을 수행하였다. 잔류응력에 의한 J-적분의 계산결과를 그림 5에 나타내었다. 균열선단에서의 특이점의 영향을 크게 받는 첫번째 적분경로를 제외하면 각 적분 경로에 대한 J-적분값의 오차는 3% 미만으로 26.9 psi-in 의 결과를 보여주고 있다. 이것은 외력 22ksi에 의한 J-적분과 같은 결과이며 따라서 파괴 역학적인 측면에서 이 경우의 용접에 의한 잔류응력은 외력 22ksi에 해당된다고 할 수 있다. 그림 6은 잔류응력과 외력이 같이 주어지는 복합하중에 대한 J-적분 해석 결과이다. 외력을 0에서부터 30ksi까지 점차로 증가시켜 가면서 J-적분값을 계산하였다. 그림에서 볼 수 있는 것과 같이 균열선

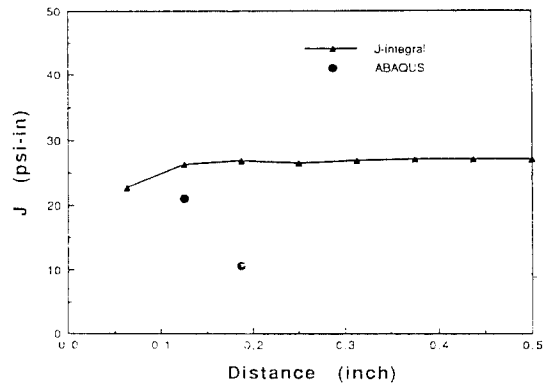


그림 5 박판 용접부의 잔류응력장에서의 J-적분 해석결과

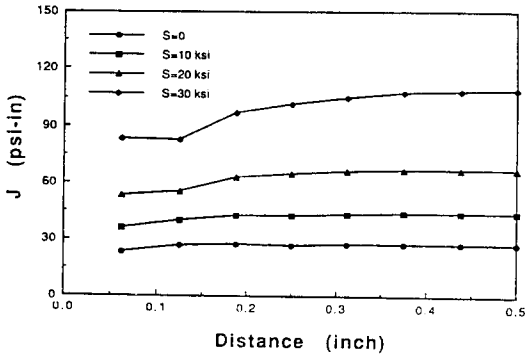


그림 6 박판 용접부의 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분 해석결과

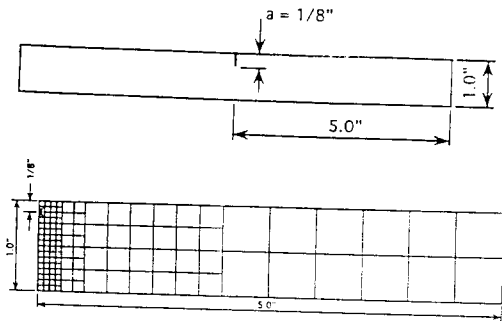


그림 7 표면크랙이 존재하는 후판의 단면형상과 유한요소 형상

단에서 어느 정도의 거리가 떨어지면 적분경로와 관계없이 일정한 J-적분값을 갖는다는 것을 확인할 수 있다. 또한 외력이 증가할수록 균열선단에서의 특이점의 영향으로 인한 오차가 미치는 영역이 커지는 것을 알 수 있다.

3.2 두꺼운 평판의 J-적분 해석

Double-V 조인트에 의해 용접된 1inch 두께의 A515 후판에 대한 J-적분 해석을 수행하였다. 용접선 중앙에 위치하고 있는 1/8inch 크기의 표면 균열을 고려하였으며 후판의 단면과 균열의 형상을 그림 7에 나타내었다. 용접중심선에 대한 대칭 조건을 이용하여 평판의 1/2을 모델링 하였으며 유한요소 모델은 그림과 같다. 그림 8에 용접조건과 조인트 및 비드의 형상을 보여주고 있다. 균열 선단 주위에는 집중요소를 이용하였으며 J-적분의

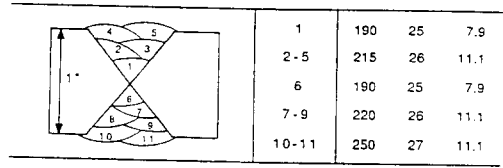


그림 8 후판 용접부의 용접비드 형상과 용접조건

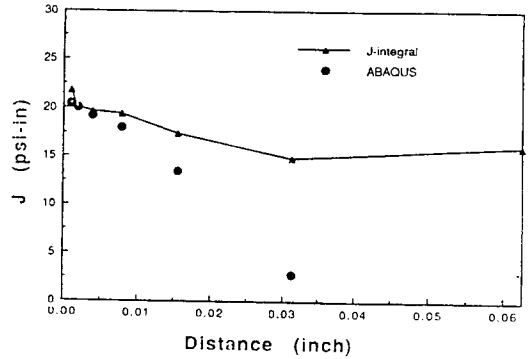


그림 9 후판 용접부의 잔류응력장에서의 J-적분 해석결과

계산을 위하여 7개의 적분경로를 이용하였다.

식(18)의 Q에 대해서는 각각의 적분경로의 경계 절점에서는 0, 그리고 나머지 모든 절점에서는 1을 가정하였다. 잔류응력과 J-적분 해석에는 Generalized plane strain 요소를 이용하였다. 11 개의 용접 패스를 이용하여 온도분포와 잔류응력을 계산하였으며, 잔류응력을 계산한 후에 용접중심선에 균열을 도입하여 J-적분 해석을 수행하였다.

외력이 없는 상태에서 잔류응력에 의한 J-적분 해석의 결과를 그림 9에 표시하였다. 균열선단 근처에서의 J-적분값은 응력집중의 영향으로 일정하지 않은 값을 보이며 마지막 적분경로에서의 J-적분은 16.0 psi-in이다. 이 값은 잔류응력이 없을 경우 26 ksi의 외력에 의한 J-적분값에 해당한다. ABAQUS에서 계산된 J-적분 결과도 같이 나타내었다. 그림에서와 같이 ABAQUS에서 구한 해는 균열선단에서 밖으로 갈수록 점차 줄어드는 일정하지 않은 결과를 보여준다. 따라서 균열선단 근처에서의 J-적분값이 근사 값으로 이용될 수는 있으나 유한요소의 크기에 따라 상당한 오차가 예상

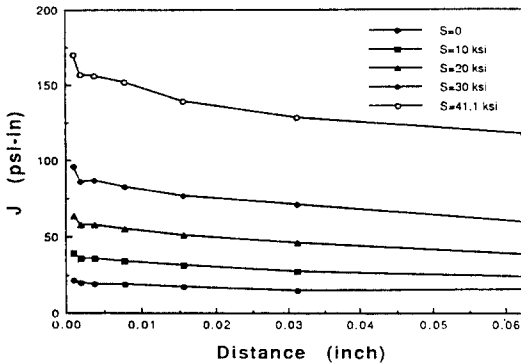


그림 10 후판 용접부의 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분 해석결과

된다.

잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분 해석의 결과를 그림 10에 나타내었다. 전체적인 경향은 비슷하지만 그림에서와 같이 외력이 증가할수록 균열선단에서의 특이점의 영향으로 적분경로에 따른 J-적분값의 변화가 증가하는 것을 알 수 있다. 따라서 J-적분값의 오차를 줄이기 위해서는 적분경로를 어느정도 크게 잡아야 한다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

용접구조물의 파괴거동을 분석하기 위해서는 용접중의 열전달 해석, 잔류응력 해석, 그리고 파괴해석이 같이 병행되어야 한다. 본 연구에서는 J-적분을 이용하여 용접부의 균열에 대한 탄소성 파괴해석을 수행하였다. 용접부의 J-적분 해석을 위한 절차는 다음과 같다.

- 1) 열 전달 해석 : 용접 아크에 의한 온도분포 해석
- 2) 잔류응력 해석 : 온도분포를 이용한 열응력 및 잔류응력의 해석
- 3) 파괴해석 : 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분 해석

잔류응력이 존재하면 J-적분은 적분경로에 관계 없이 일정한 값을 갖는 특성을 잃게 되므로 균열 선단에서의 J-적분을 계산하기 위한 이론식 및 프로그램을 개발하였다. ABAQUS 를 이용하여 잔

류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분을 계산하였다. 이론식 및 프로그램의 검증을 위한 예제로 박판에 대하여 평면응력을 가정하여 J-적분값을 계산하였다. 잔류응력에 의한 J-적분의 계산 결과 균열선단에서의 응력집중의 영향이 있는 첫 번째 적분경로를 제외하면 각 적분경로에 대한 J-적분값의 오차는 3% 미만의 결과를 보여주고 있다. 후판의 다층용접에 대한 J-적분 해석의 결과에서도 균열선단 근처의 경로를 제외하면 적분경로에 무관하게 일정한 J-적분값을 구할 수 있다.

참 고 문 헌

1. Rice, J. R., "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks", Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, 1968, pp. 379-386
2. Wilson, W. K. and Yu, I., "The Use of the J-integral in Thermal Stress Crack Problems", International Journal of Fracture, Vol. 15, No. 4, 1979, pp. 377-387
3. Blackburn, W. S., Jackson, A. D., and Hellen, T. K., "An Integral Associated with the State of a Crack Tip in a Non-elastic Material", International Journal of Fracture, Vol. 13, No. 2, 1977, pp. 183-200
4. Kishimoto, K., Aoki, S., and Sakata, M., "On the Path Independent Integral -J", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 13, 1980, pp. 841-850
5. Aoki, S., Kishimoto, K., and Sakata, M., "Elastic-Plastic Analysis of Cracks in Thermally Loaded Structures", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 16, No. 3, 1982, pp. 405-413
6. Shih, C. F., Moran, B., and Nakamura, T., "Energy Release Rate along a Three-dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body", International Journal of Fracture, Vol. 30, 1986, pp. 79-102
7. ABAQUS user's manual, version 5. 5, HKS inc., 1995
8. Y. Shim, et al., "Determination of Residual Stresses in Thick Section Weldments", Welding Journal, Vol. 71, No. 9, 1992, pp. 305s-312s

(접수일자 : 1996. 8. 22)