

경계요소법에 의한 콘크리트 구조물의 진행성 파괴해석

Fracture Analysis of Concrete Structures using Boundary Element Method

송 하 원* 전 재 흥**
Song, Ha-Won Jun, Jae-Hong

요 약

본 논문은 경계요소법에 의한 콘크리트의 진행성 파괴해석에 관한 연구이다. 콘크리트의 파괴진행해석을 위하여 경계요소법에 의한 변위 및 표면력 경계 적분방정식으로부터 균열을 포함한 연속체의 균열 경계적분방정식을 정식화하였다. 콘크리트의 균열진행을 해석하기 위하여 균열 선단에서의 파괴진행영역을 Dugdale-Barenblatt형 모델을 사용하여 모델링하였고 균열진행영역의 인장연화상태를 선형으로 가정하여 모델링 하였다. 정식화된 경계적분방정식에 의한 콘크리트 보와 여러가지 하중상태에 있는 인장시편에 대한 진행성 파괴해석을 실시하였으며 해석치와 실험치의 비교로부터 경계요소법에 의한 진행성 파괴해석방법은 최대하중 및 최대하중 이후의 거동을 포함한 콘크리트 구조물의 비선형 거동을 잘 예측함을 보여주고 있다.

Abstract

This paper is about a progressive fracture analysis of concrete by boundary element method. From both displacement boundary integral equation and traction boundary integral equation of solids with cracks, a boundary integral equation for crack problem is derived. For the analysis of progressive fracture of concrete, fracture process zone is modelled based on Dugdale-Barenblatt model with linear tension-softening curve. By using the boundary element modeling, the progressive fractures of concrete beam and compact-tension specimens with various loading conditions are analyzed and compared with experiments. The analysis results show that the technique in this paper can predict the maximum strength and the nonlinear behavior of concrete including post-peak behavior.

Keywords : progressive fracture, concrete, BIEM, fracture process zone, tension-softening curve, maximum strength, post-peak behavior

* 정희원 · 연세대학교 토목공학과 조교수
** 연세대학교 토목공학과 석사과정

• 이 논문에 대한 토론을 1997년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

경계적분방정식(Boundary Integral Equation Method: BIEM) 혹은 경계요소법(Boundary Element Method: BEM)에 의한 균열해석은 Rizzo에 의한 점탄성 해석을 위한 정식화 이후 Cruse¹ 등에 의해 활발히 연구 되었다. 특히 1970년도 후반 Lachat 등에 의해 이산화 수법등이 도입되어 각종의 균열문제의 해석이 실시되었으며 3차원 균열의 응력확대계수를 실용상 충분한 정확도로 계산될 수 있게 되었다. 유한요소법을 균열문제에 적용할 경우 균열선단에서의 응력 특이성에 의해 균열의 진전과 함께 보통 기존의 요소를 재분할하는 번거로움이 발생한다.^{2,3)} 경계요소법은 경계에서의 미지수에 관한 적분방정식에 기본하여 대상문제를 1차원 낮게 다룰수가 있어 변수 및 입력 데이터수가 대폭 감소되므로 균열문제와 같은 경계의 기하형상이 변화하는 문제에 대해 상대적으로 유리하다. 경계요소법의 균열문제에의 활용한 적용에도 불구하고 콘크리트의 균열선단에서의 비선형 거동에 의한 콘크리트의 파괴거동에 대한 해석은 거의없는 실정이며 균열선단의 응력의 특이성을 고려한 요소분할, 특이요소의 이용, 응력확대계수 결정법 등의 연구에 국한된 실정이다.⁴⁾ 본 논문은 경계요소법을 사용하여 콘크리트의 균열선단에 발생하는 파괴진행영역의 모델링을 통한 콘크리트 구조물의 파괴해석에 관한 연구로서 먼저 콘크리트의 파괴거동을 고찰한 후 파괴선단의 파괴진행영역 모델링을 위한 경계요소법의 균열문제로의 정식화를 수행하여 정식화된 경계요소적분방정식을 이용하여 콘크리트 구조물의 진행성 파괴해석을 실시하였다. 파괴해석의 결과를 실험결과와 검증하여 경계요소법에 의한 콘크리트의 진행성 파괴해석의 유용성을 검증하였다.

2. 콘크리트의 비선형 파괴거동

압축강도에 비해 상대적으로 훨씬 낮은 콘크리트의 인장강도로 인하여 압축거동에 대한 연구보다 상대적으로 소홀히 연구되었던 콘크리트의 인

장거동은 파괴역학을 이용한 연구로부터 콘크리트 구조물의 진행성균열에 중요한 역할을 하는 것으로 밝혀졌다. 콘크리트 구조물에 대한 파괴실험 결과, 인장력에 의해 발생한 균열은 진행되어 구조물의 파괴에까지 이른다. 이때 콘크리트 구조물의 파괴거동과 최대하중등을 예측하기 위해서는 진행성균열에 대한 이해와 적절한 모델링이 필요하다. 작용하중에 대하여 콘크리트에는 미시적 균열의 분포에 의한 변형률연화, 종국파괴에 미치기 이전의 균열의 국소화, 그리고, 균열선단의 거시 균열면에서의 응력의 전달 현상이 일어나며 특히 균열선단에 발생하는 비선형 균열진행영역은 콘크리트의 파괴거동을 지배한다⁵⁾. 콘크리트의 파괴를 지배하는 기구를 규명하는 것은 콘크리트의 균열진행해석을 위한 모델과 수치해석 프로그램을 개발하는데 필수적이다. 콘크리트의 인장파괴현상을 이해하기위해 인장파괴 단면에서 균열면의 변위를 제어하는 방법에 의해 일축인장시험을 실시하면 균열면에서 인장응력이 인장강도에 도달한 후에도 균열면에서 응력이 전달되어 바로 응력이 0이 되지 않음을 알 수 있다. 콘크리트의 균열면에서의 전달응력(transmitted stress : σ_t)이 인장강도(f_t)에 도달한 후 균열면변위(crack opening displacement : ω)의 증가에 따라 균열면에서의 전달응력이 감소되는 인장연화(tension-softening) 현상이 발생하며 균열면 전달응력과 탄성변형을 제외한 균열개구변위와의 관계를 나타내는 곡선을 인장연화곡선이라 한다. 콘크리트에 균열 발생시 균열선단에서의 파괴진행영역은 이러한 인장연화상태에 있으며 콘크리트의 파괴거동을

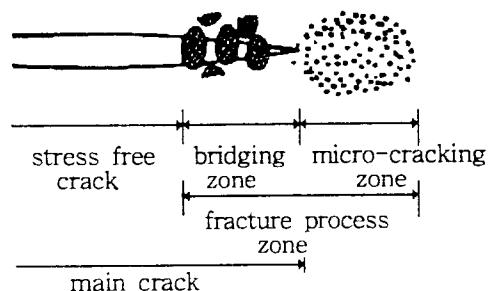


그림 1 파괴진행영역

지배한다. 인장연화상태에 있는 파괴진행영역은 그림 1에서 보는 바와 같이 미세균열의 발생과 성장이 지배적인 미소균열(microcracking)영역과 골재 경계면의 상호작용 마찰등에 의해 거시적으로 균열면에서 응력전달이 이루어지는 브리징(bridging)영역으로 나누어진다.

3. 경계요소법에 의한 균열문제의 정식화

3.1 경계적분방정식

그림 2에서처럼 영역(Ω)과 경계조건(변위경계 S_1 , 표면력경계 S_2)을 갖는 선형 탄성체의 지배방정식(Navier 방정식)은 다음식과 같다.

$$\mu[u_{i,jj} + \frac{1}{1-2\nu}u_{j,ii}] = 0 \quad (1)$$

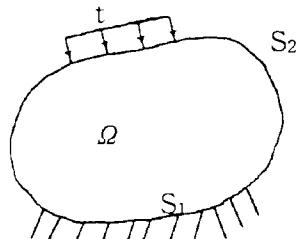


그림 2 내부영역 및 경계

이때, S_1 에서 변위 $u_i = f_i$ 이고 S_2 에서 표면력 $t_i = \sigma_{ij}n_j = g_i$ 이다.

식 (1)에 Green 공식을 사용하고 시행함수로서 Navier방정식에 대한 기본 Green함수를 사용하면 다음의 두 항등식을 얻는다.

$$\begin{aligned} u_i(\bar{x}) &= \int_S U_{ij}(x, \bar{x}) t_j(x) dS(x) \\ &\quad - \int_S T_{ij}(x, \bar{x}) u_j(x) dS(x). \\ &= \int_{S1} U_{ij} t_j dS - \int_{S1} T_{ij} f_j dS \\ &\quad + \int_{S2} U_{ij} g_j dS - \int_{S2} T_{ij} u_j dS. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(\bar{x}) &= \int_S D_{kij}(x, \bar{x}) t_k(x) dS \\ &\quad - \int_S S_{kij}(x, \bar{x}) u_k(x) dS. \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $u_i(\bar{x})$ 와 $\sigma_{ij}(\bar{x})$ 는 각각 임의의 내부점의 변

위와 응력을 나타내며 $U_{ij}(x, \bar{x})$, $T_{ij}(x, \bar{x})$, $D_{kij}(x, \bar{x})$, $S_{kij}(x, \bar{x})$ 는 핵함수(참고문헌 6 참조)를 나타낸다. 식 (2)와 (3)에서 내부점이 경계상의 점(x_0)에 도달하게 함으로써 경계에서 변위와 표면력에 관한 경계 적분식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_i(x_0) &= \int_{S1} U_{ij}(x, x_0) t_j(x) dS(x) \\ &\quad - p.v. \int_{S1} T_{ij}(x, x_0) u_j(x) dS(x). \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\sigma_{ij}(x_0) &= p.v. \int_{S2} D_{kij}(x, x_0) t_k(x) dS \\ &\quad - Pf \int_{S2} T_{ij}(x, x_0) u_k(x) dS. \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 p.v. \int 는 Cauchy의 주치(主值)를 나타내며 Pf \int 는 Cauchy적분의 유한부분을 나타낸다.

또한 식 (4)와 식 (5)로부터 다음의 변위경계 적분식과 표면력경계 적분식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}f_i(x_0) &= \int_{S1} U_{ij}(x, x_0) t_j(x) dS \\ &\quad - p.v. \int_{S1} T_{ij}(x, x_0) f_j(x) dS \\ &\quad + \int_{S2} U_{ij}(x, x_0) g_j(x) dS \\ &\quad - p.v. \int_{S2} T_{ij}(x, x_0) u_j(x) dS, \quad x_0 \in S_1. \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_i(x_0) &= \int_{S1} U_{ij}(x, x_0) t_j(x) dS \\ &\quad - p.v. \int_{S1} T_{ij}(x, x_0) f_j(x) dS \\ &\quad + \int_{S2} U_{ij}(x, x_0) g_j(x) dS \\ &\quad - p.v. \int_{S2} T_{ij}(x, x_0) u_j(x) dS, \quad x_0 \in S_2. \end{aligned} \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}t_i(x_0) &= p.v. \int_{S1} D_{kij}(x, x_0) t_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ &\quad - Pf \int_{S1} S_{kij}(x, x_0) f_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ &\quad + p.v. \int_{S2} D_{kij}(x, x_0) g_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ &\quad - Pf \int_{S2} S_{kij}(x, x_0) u_k(x) n_j(x_0) dS(x). \\ &\quad x_0 \in S_1. \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}g_i(x_0) &= p.v. \int_{S1} D_{kij}(x, x_0) t_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ &\quad - Pf \int_{S1} S_{kij}(x, x_0) f_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ &\quad + p.v. \int_{S2} D_{kij}(x, x_0) g_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ &\quad - Pf \int_{S2} S_{kij}(x, x_0) u_k(x) n_j(x_0) dS(x). \\ &\quad x_0 \in S_2. \end{aligned} \quad (7b)$$

위의 변위 경계조건식 (6)과 표면력 경계적분식

(7)은 등가이므로 탄성문제를 위해서는 두식 중 어느 하나의식을 사용하면되나 균열문제는 두식이 모두 필요하다.

3.2 균열문제에서의 경계 적분식

그림 3과 같이 균열을 가진 탄성체(Ω)에서 전체 경계는 일반경계(S)와 균열경계(Γ)로 나뉜다.

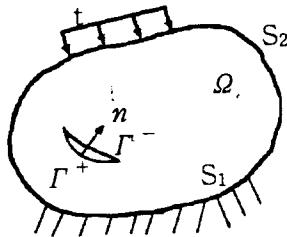


그림 3 균열을 포함하고 있는 탄성체

균열 경계(Γ)에는 4개의 벡터(u^+ , t^+ , u^- , t^-)가 존재한다(여기서 윗첨자 +, -는 균열경계의 위, 아래를 지칭한다.) 주어진 4개의 경계벡터를 통하여 2개의 선형 독립적인 다음과 같은식을 정할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_i^+(x) + u_i^-(x) &= v_i(x), \\ u_i^+(x) - u_i^-(x) &= \omega_i(x). \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} t_i^+(x) + t_i^-(x) &= p_i(x), \\ t_i^+(x) - t_i^-(x) &= q_i(x). \end{aligned} \quad (9)$$

예를들어 균열에 응력이 작용하지 않으면 $p_i = q_i = 0$ 이며 압력 p 가 균열표면에 적용될 때 $p_i = 0$, $q_i = -2pn_i$ 가 된다.

식 (8)과 (9)중에서 네개의 조합중 두개의 독립적인 선형 조합이 주어진다면 다른 두개의 선형조합들은 미지의값이다. 경계점(x_0)가 일반경계 S에 위치할 때 균열 경계를 고려한 변위 경계 적분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_i(x_0) &= \int_S U_{ij}(x, x_0) t_k(x) dS \\ &\quad - p.v. \int_S T_{ij}(x, x_0) u_k(x) dS \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \int_{\Gamma} T_{ij}^+(x, x_0) [t_j^+(x) + t_j^-(x)] dS \\ &- \int_{\Gamma} T_{ij}^-(x, x_0) [u_j^+(x) - u_j^-(x)] dS, \\ &x_0 \in S. \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}t_i(x_0) &= p.v. \int_S D_{kij}(x, x_0) t_k(x) n_k(x_0) dS(x) \\ &- P_f \int_S S_{kij}(x, x_0) u_k(x) n_j(x_0) dS(x) \\ &+ \int_{\Gamma} D_{kij}^+(x, x_0) [t_k^+(x) + t_k^-(x)] \\ &\quad n_j(x_0) dS(x) \\ &- \int_{\Gamma} S_{kij}^+(x, x_0) [u_k^+(x) - u_k^-(x)] \\ &\quad n_j(x_0) dS(x), \\ &x_0 \in S. \end{aligned} \quad (10b)$$

또한 경계점(x_0)가 균열경계(Γ)에 위치하는 경우 식 (9)의 두개의 독립된 선형조합의 값은 기지의 값이고 다른 두개의 독립된 선형조합의 값은 미지의 값이므로 두개의 미지의 값을 결정하기 위해서 두 방정식이 필요한다. 이때 앞에서 유도한 변위 경계 적분방정식 (6)과 표면력 경계 적분방정식 (7) 둘다 사용함으로써 균열 문제의 답을 얻을 수 있다. 즉 경계의 점(x_0)이 균열 경계(Γ)에 위치 하였을때 경계 적분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}[u_i^+(x_0) + u_i^-(x_0)] &= \\ &\int_S U_{ij}(x, x_0) t_j(x) dS - \int_S T_{ij}(x, x_0) u_j(x) dS \\ &+ \int_{\Gamma} U_{ij}^+(x, x_0) [t_j^+(x) + t_j^-(x)] dS \\ &- p.v. \int_{\Gamma} T_{ij}^+(x, x_0) [u_j^+(x) - u_j^-(x)] dS. \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}[t_i^+(x_0) - t_i^-(x_0)] &= \\ &\int_S D_{kij}(x, x_0) t_k(x) dS n_j^+(x_0) \\ &- \int_S S_{kij}(x, x_0) u_k(x) dS n_j^+(x_0) \\ &+ p.v. \int_{\Gamma} D_{kij}^+(x, x_0) [t_k^+(x) + t_k^-(x)] dS n_j^+(x_0) \\ &- P_f \int_{\Gamma} S_{kij}^+(x, x_0) [u_k^+(x) - u_k^-(x)] dS n_j^+(x_0). \end{aligned} \quad (11b)$$

경계(S)에서의 식 (10)과 균열경계 (Γ)에서의 식(11)은 균열에서의 경계 적분방정식을 형성한다. 주어진 경계 조건을 경계 적분방정식에 대입시키면 경계에서의 미지수를 풀 수 있으며 경계에서의 값들을 이용하여 내부점의 변위와 응력을 구할 수 있다.

4. 콘크리트 구조물의 파괴해석

본 논문에서는 콘크리트 구조물의 진행성파괴해석을 위해 파괴진행영역을 그림 4에서 보는 것처럼 Dugdale-Barenblatt형 모델⁷⁾을 사용하여 모형화 하였으며 이 균열진행영역의 인장연화 상태를 그림 5에서처럼 선형으로 가정하였다. 이때 그림 5의 선형 인장연화곡선식은 다음과 같다.

$$\frac{\sigma_t}{f_t} + \frac{\omega}{\omega_c} = 1 \quad (12)$$

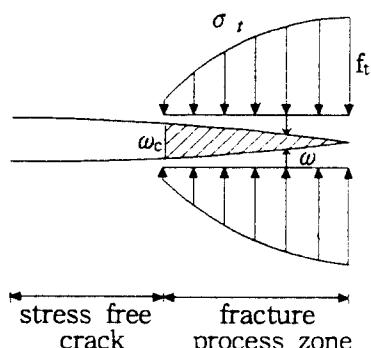


그림 4 Dugdale-Barenblatt형 모델

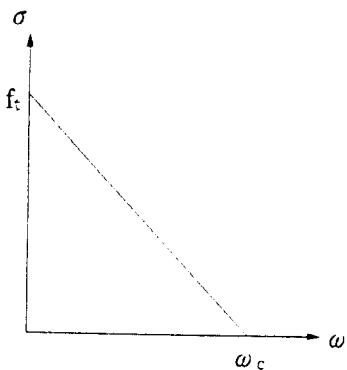


그림 5 선형 인장연화곡선

4.1 콘크리트 보

중앙에 집중하중을 받고있는 콘크리트 단순보의 파괴해석을 실시하여 실험결과⁸⁾와 비교하였다. 콘크리트 보는 4.775cm의 노치(a_o)가 있는 길이 57.15cm, 높이 15.24cm, 폭 5.08cm인 시편이며

경계요소모델링은 1.27cm의 정수요소(constant elements)를 사용하였다. 콘크리트 보의 파괴해석에 사용된 재료의 물성치는 표 1과 같고, 그림 6은 대상 콘크리트 보의 하중조건과 경계요소 모델링을 보여준다. 그림에서 l_p 는 파괴진행영역의 길이를 나타낸다.

표 1 콘크리트 보의 물성치

E (10 ⁵ kg/cm ²)	ν 포아 송비	f_t (kg/cm ²)	ω_c (cm) 인장 강도	G _f (kg/cm) 파괴 에너지
1.05	0.17	28	0.00508	0.0714

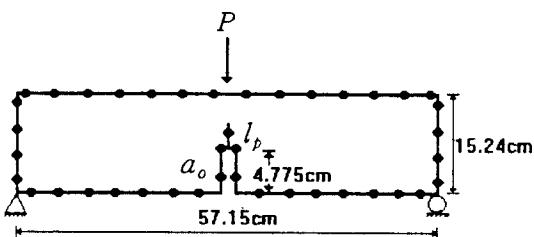


그림 6 콘크리트 보의 경계요소 모델링

경계요소모델링에서 파괴진행영역을 증가시켜가며 진행성 파괴해석을 실시하였고 하중과 차짐의 관계곡선을 얻을 수 있었다(그림 6). 그림 6에서의 해석결과와 실험결과의 비교로부터 파괴해석은 극한하중 및 콘크리트의 파괴진행에 따른 최대하중 이후의 준위성 기동을 잘 예측할 수 있음을 보여준다.

표 2는 극한하중을 비교한 것으로 해석치와 실험치가 잘 일치함을 알 수 있다.

표 2 실험과 해석의 극한하중의 비교

해석치	98.134 kg
실험치	100.107 kgb

4.2 CT 시편

콘크리트 Compact Tension(CT)에 대해 여러 가지 하중조건에 대한 진행성 파괴해석을 실시하였다. 9.525 cm의 노치를 갖고있는 길이 30.48

cm, 높이 30.48 cm, 폭 5.08 cm의 시편이며, 1.27 cm의 정수요소를 사용하여 경계요소 모델링 하였다(그림 8).

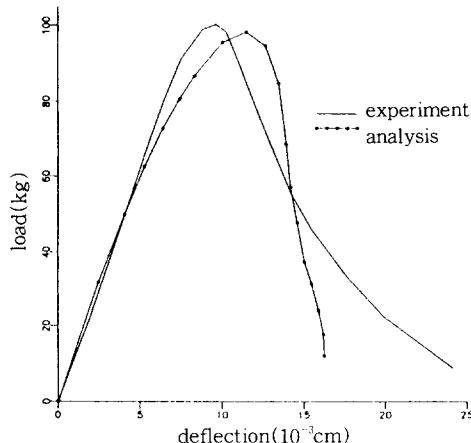


그림 7 보의 처짐과 하중과의 관계

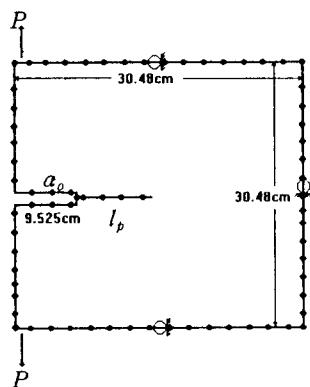


그림 8 CT 시편의 경계요소 모델링(집중하중)

중앙의 노치선단에서의 인장파괴를 유도하기 위하여 그림 8에서 보이는 것처럼 양쪽 끝단에 하중 P 를 가하였다. 표 3은 콘크리트 CT 시편의 재료물성치를 나타낸다.

표 3 콘크리트 CT 시편의 물성치(집중하중의 경우)

E (10^5 kg/cm 2)	ν	f_t (kg/cm 2)	ω_c (cm)	G_f (kg/cm)
탄성 계수	포아 송비	인장 강도	한계균열 개구변위	파괴 에너지
4.2	0.17	44.1	0.00693	0.153

콘크리트 보의 경우의 처짐대신에 인장시편의 경우는 콘크리트의 균열진행에 따른 균열개구변위(Crack Mouth Opening Displacement : CMOD)와 하중과의 관계곡선을 구하였으며 실험 결과⁸⁾와 비교하였다(그림 9).

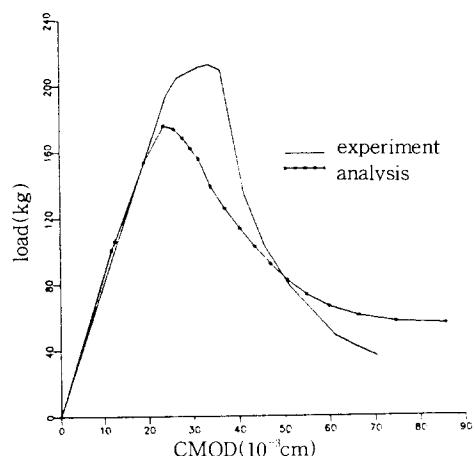


그림 9 CT 시편의 CMOD와 하중과의 관계

그림 9에서 보는 것처럼 경계요소해석으로부터 극한하중을 포함한 콘크리트 시편 파괴에 따른 준취성 거동을 잘 예측할 수 있었으나 해석이 극한하중을 약 20% 적게 예측함을 알 수 있다.

표 4는 극한하중의 해석치와 실험치의 비교이다.

표 4 실험과 해석의 극한하중의 비교

해석치	175.426kg
실험치	212.46kg

콘크리트 CT 시편의 하중에 따른 파괴거동을 알아보기 위하여 경계요소법에 의해 세가지 다른 분포하중을 받고있는 노치가 없는 길이 50cm, 높이 50cm, 폭 1cm인 CT 시편을 선정하였다. 다음의 그림 10, 11, 12는 하중분포와 경계요소 모델링을 보여주고 있고 표 5는 콘크리트 CT 시편의 물성치를 나타낸다.

그림 13은 세가지 경우의 해석결과를 보여준다.

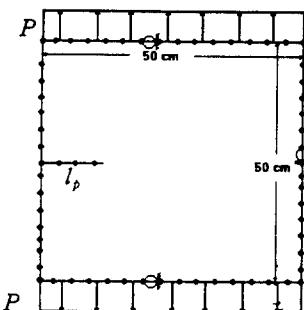


그림 10 등분포하중 경계요소모델링(해석 1)

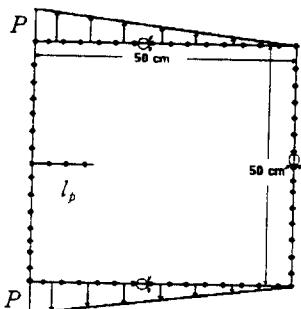


그림 11 분포하중 경계요소모델링(해석 2)

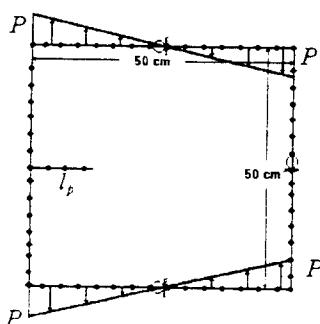


그림 12 분포하중 경계요소모델링(해석 3)

표 5 콘크리트 CT 시편의 물성치(분포하중의 경우)

E ($10^5 \text{kg}/\text{cm}^2$)	ν	f_t (kg/cm^2)	ω_c (cm)	G_f (kg/cm)
탄성 계수	포아 송비	인장 강도	한계균열 개구면위	파괴 에너지
3.0	0.2	45	0.0025	

해석결과로 부터 등분포하중의 경우(해석 1)는 선형적으로 최대하중까지 증가하다가 취성적으로 균열이 불안정하게 성장함을 알 수 있고 휨모멘트가 작용하는 경우를 모델링한 해석 2와 해석 3의 경우 하중의 증가와 함께 균열이 안정적으로 성장하여 결국 하중이 일정한 값에 수렴함을 알 수 있었다.

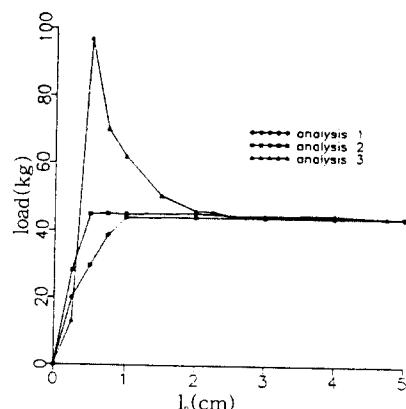


그림 13 파괴진행영역과 하중과의 관계

5. 결 론

경계요소법을 사용하여 균열을 갖고있는 탄성체의 변위 및 표면력 경계 적분방정식을 정식화하였고 선형 인장연화곡선을 가진 Dugdale-Barenblatt형 모델을 사용하여 콘크리트 균열선단의 파괴진행영역을 모델링하였다. 다양한 콘크리트 물성치를 가진 콘크리트 보와 인장시편등의 경계요소 모델링을 하여 진행성 파괴해석을 실시하였으며 실험결과와 비교하였다. 본 연구에서의 파괴해석기법은 최대하중과 최대하중 이후의 거동을 포함한 콘크리트의 비선형파괴 거동을 예측할 수 있었다.

참 고 문 헌

- Cruse, T.A., *Boundary Element Analysis in Computational Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Publishers, 1988.

2. 송하원, 이주영, 서철, 심별, “콘크리트 파괴진행의 유한요소해석”, ’94 학술발표회 논문집, 대한토목학회, pp, 225-228 1994.
3. 송하원 “유한요소법에 의한 콘크리트의 진행성 파괴해석”, ‘콘크리트학회 논문집 Vol. 8, No.1, 1996.
4. Cruse, T. A., Fracture Mechanics, *Boundary Element Methods in Mechanics*, (ed. Beskos, D. E.) Elsevier Science Publishers, 1987.
5. Wittmann, F. H. and Hu, X., “Fracture Process Zone in Cementitious Materials”, *International Journal of Fracture*, Vol. 51, 1991. pp. 3~18.
6. Brebba, C. A. and Walker, S., *Boundary Element Techniques in Engineering*, Newnes-Butterworths, 1980.
7. Horii, H. and Ichinomiya, T., “Observation of Fracture Process Zone by Laser Speckle Technique and Governing Mechanism in Fracture of Concrete”, *International Journal of Fracture*, Vol. 51, 1991. pp. 19~29.
8. Ratanalert, S. and Wecharatana, M., “Evaluation of the Fictitious Crack and Two -Parameter Fracture Models”, *Fracture Toughness and Fracture Energy*, (ed. Mihashi et. al.) 1989, Balkema, pp. 345-361.

(접수일자 : 1996. 7. 31)