

순환적 분할에 의한 유한 요소망 자동 생성 알고리즘

An Algorithm of Automatic Mesh Generation by Recursive Subdivisions

이 재 영*
Lee, Jae-Young

요 약

이 논문은 평면 상의 영역 경계와 조절선(control curve)에 맞추어서 요소망을 자동 생성하는 알고리즘을 제시하는데 목적이 있다. 여기서 제안하는 알고리즘은 요소망 생성 영역의 경계와 조절선들을 하나의 수퍼 루프(super loop)로 연결하고, 루프(loop) 위에 있는 두 절점을 연결하는 최소 벌점(minimum penalty)의 경로를 따라서 순환적으로 분할하여 요소를 생성하는 기법에 바탕을 두고 있다. 이 방법은 요소망 생성 영역의 형상에 제한이 없으며, 모든 과정을 쉽게 자동화할 수 있기 때문에 복잡한 영역의 요소망을 최소한의 사용자 개입을 통해서 간편하게 처리할 수 있는 프로그램으로 쉽게 이용할 수 있다. 이 알고리즘은 곡면 요소망 생성이나, 적응적 요소망 생성 등에 쉽게 확장하여 적용할 수 있다.

Abstract

This paper suggests a new algorithm of automatic mesh generation over planar domains with arbitrarily shaped boundaries and control curves. The algorithm is based on the method of recursively subdividing the domain by the path connecting, with minimum penalty value, two points on the super-loop, which consists of the boundaries and the control curves. The algorithm is not subject to any limitation on the shape of the domain, and its process can be fully automated. Therefore, this algorithm can be implemented into computer programs which require minimal user intervention while generating finite element meshes over complicated domains. This algorithm can also be easily extended for application to the generation of meshes over curved surfaces, or to the adaptive mesh generation.

Keywords : automatic mesh generation, finite element analysis, finite element preprocessing, surface mesh

* 정희원 · 전북대학교 농공학과 교수

• 이 논문에 대한 토론을 1996년 12월 31일 까지 본 학회에 보내주시면 1997년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

지금까지 평면 또는 곡면 요소망을 자동 생성하는 방법으로는 전진법(advancing-front method),¹⁾ 매핑(mapping)에 의한 방법,²⁾ 루핑법(looping method),³⁾ Delaunay 삼각분할법,^{5,6)} 등고선법(contouring method),⁷⁾ 사진 트리(quad-tree)에 의한 방법¹¹⁾ 등 여러가지가 제안된 바 있다. 또한 여러가지의 요소망 생성 기능을 갖는 소프트웨어들이 개발된 바 있다.⁴⁾ 여기서 제안하는 알고리즘은 루핑법과 유사한 점이 있으나 루프의 형성 과정과 영역의 분할 기준이 기존의 루핑법과는 다르다. 이 방법에 의하면 복잡한 경계선과 구멍이나 균열 등을 포함하는 임의 형상의 영역에 사용자의 개입없이 요소망이 자동 생성된다. 이 방법의 장점은 사용상의 편이성과 보편성이다. 구체적으로는 다음과 같이 대부분의 요소망 생성 과정을 자동화할 수 있기 때문에 사용자 개입이 최소한으로 요구된다.

- 요소망 생성 영역의 볼록성(convexity)에 대한 제한이 없으므로 볼록영역을 만들기 위해 인위적으로 영역을 분할할 필요가 없다. 따라서 순환적 분할의 전과정을 쉽게 자동화할 수 있다.
 - 분리된 조절선들을 인위적으로 연결해 줄 필요가 없다. 따라서 분할을 시작하기 위한 준비과정을 자동화할 수 있다.
 - 조절선들의 방향이 자동적으로 부여된다.
 - 영역의 외곽선이 자동적으로 추출된다.
 - 영역 안에 포함된 루프와 조절선들의 in/out 관계가 자동적으로 설정된다.
- 또한 이 방법은 다음과 같이 영역의 형상, 요소의 형상 및 적용범위에 있어서 보편성이 크다.
- 요소망 발생 영역의 형상에 대한 제한이 거의 없으며, 영역 안에 임의 형상의 구멍이나 조절선(균열 등을 나타내는)을 포함할 수 있다.
 - 사용자가 요소의 형상을 삼각형, 사각형 또는 혼합형으로 지정하여 요소망을 생성할 수 있다.
 - 평면 뿐만 아니라 곡면 요소망 생성에도 쉽게 적용할 수 있다.

이 방법의 또 다른 장점은 요소의 형상이 양호하고, 요소의 밀도가 고르게 점진적으로 변화하는 요소망이 생성되며, 계산과정이 비교적 간단하기 때문에 프로그램의 이해가 용이하다는 점이다.

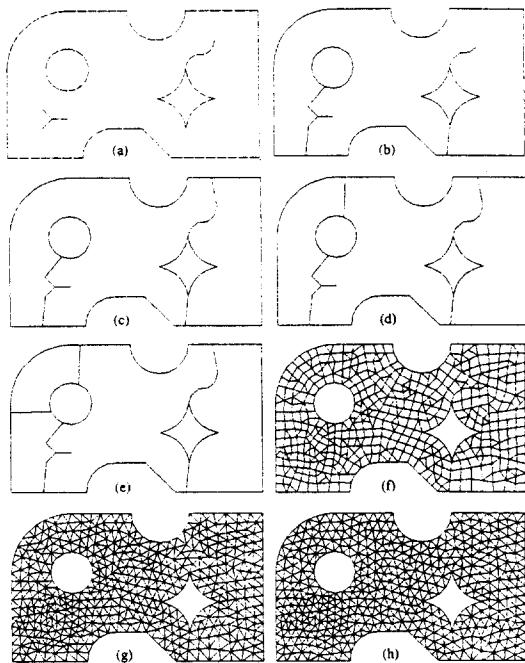
2. 요소망 생성과정의 개요

이 방법은 요소망 생성 영역을 최단 경로를 따라서 순환적으로 분할하는 기법에 바탕을 두고 있다. 이 방법에 의한 요소망 생성과정은 다음과 같이 몇개의 단계로 이루어진다.

- (1) 조절선들로 링크(link)를 형성한다(그림 2).
- (2) 링크를 연결하여 루프를 형성하고, 이들 루프 중에서 영역의 외곽 경계선을 추출한다(그림 4).
- (3) 외곽경계선을 포함하여 모든 루프 위에 있는 절점에 번호를 부여하여 진행 방향을 정한다(그림 1(a), 그림 3).
- (4) 연결루프를 삽입하여 영역전체의 루프를 하나로 연결하여 수퍼 루프를 형성한다(그림 1(b)).
- (5) 최적의 경로에 의해서 영역을 분할한다. 분할된 영역을 순환적으로 최적경로에 의해서 분할한다. 이 과정은 모든 영역이 최소 영역으로 분할될 때까지 진행한다(그림 1(c,d,e,f)).
- (6) 최소 영역에 요소를 만든다. 모든 영역에 대해서 진행하면 요소망이 완성된다(그림 1(g)).
- (7) 요소망을 평탄화하여 요소망 생성을 완료한다(그림 1(h)).

위에서 조절선이란 요소망의 형상을 정해주고 요소의 밀도를 조절하기 위해서 설정된 직선 또는 곡선들을 의미한다. 이를 조절선에 의해서 영역의 경계선과 영역 안에 포함된 구멍 또는 균열 등이 표현된다. 또한 조절선 위에 배치된 절점의 간격에 의해서 요소의 밀도가 정해진다. 링크는 하나 또는 서로 연결된 두개 이상의 조절선으로 구성된다. 루프는 링크를 연결하여 시점과 종점이 일치하도록 형성한 고리를 의미한다. 수퍼 루프는 요

소망 생성영역 전체의 링크들을 하나로 연결하여 만든 루프라고 볼 수 있다. 이들은 단계적으로 조절선 → 링크 → 루프 → 수퍼 루프의 순으로 만들 어지며, 이에 상응하는 계층적인 데이터 구조를 갖는다.



(a) 조절선의 구성
 (b) 수퍼 루프 형성
 (c),(d),(e),(f) 루프의 순환적 분할
 (g) 요소망 생성
 (h) 요소망의 평탄화

그림 1 요소망의 자동 생성 과정

3. 링크의 형성

조절선들을 시점 또는 종점에서 연결하면 링크가 형성된다. 요소망 생성에 포함된 모든 조절선을 링크로 전환된다. 링크는 마치 하나의 조절선과 동일하게 취급할 수 있는 개체이며, 링크의 중간에서는 다른 조절선이나 링크가 연결될 수 없다. 따라서 그림 2(b)의 예에서 보는 바와 같이 하나의 링크는 두개의 조절선이 만나는 점에서만 연

결된 조절선들로 형성되며, 그림 2(c)와 같이 3개 이상의 조절선이 만나는 점에서 조절선을 연결하여 만들어진 링크는 허용되지 않는다. 그림의 예에서 링크 4와 같이 하나의 조절선만으로 링크를 만들 수도 있다. 링크가 형성되면 링크 위에 있는 모든 절점들은 하나의 배열로 링크의 데이터 구조에 포함된다. 그러나 시점과 종점에 있는 절점만 외부의 링크와 접속될 수 있는 데이터 구조를 갖는다.

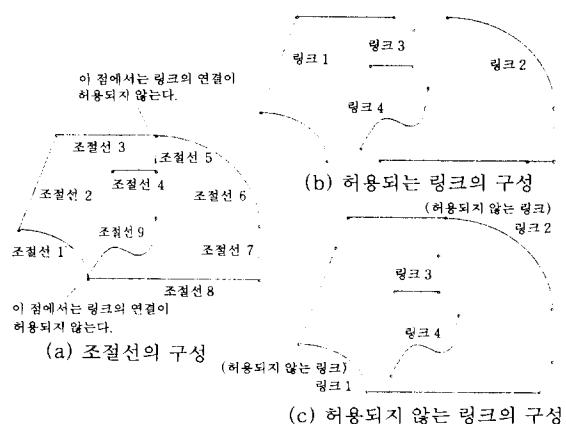


그림 2 링크의 형성

4. 루프의 형성 및 외곽 경계선 추출

조절선들을 연결하여 링크를 만든 다음에는 링크들을 접속하여 시점과 종점이 일치하는 루프로 전환한다. 루프의 방향과 경로는 루프 위에 있는 절점에 번호를 부여함으로써 결정된다.

루프는 순환루프, 왕복루프 및 복합루프로 구성된다. 절점 번호의 부여는 5절에 기술하였다. 순환루프는 그림 3(a)와 같이 유일한 경로를 따라서 순환하며, 왕복루프는 그림 3(b)와 같이 동일한 경로를 왕복한다. 복합루프는 순환루프와 왕복루프를 결합해서 만든다.

동일한 절점을 공유하는 링크들을 연결하여 루프를 형성한다. 조합 가능한 여러개의 루프 중에서 우선적으로 순환루프가 형성되도록 조합한다. 그 다음에는 순환루프를 이루지 못하는 링크들을

왕복루프로 만들고, 최종적으로는 이들을 결합하여 복합루프를 만든다.

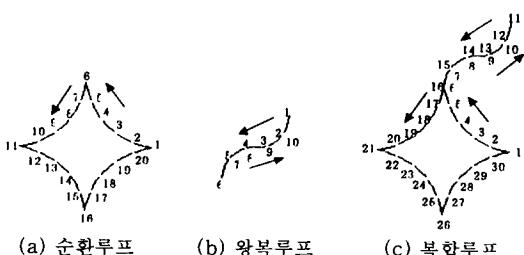


그림 3 루프의 형성

초기에 순환루프가 만들어진 단계에서 가장 바깥쪽에 있는 루프를 추출하여 외곽경계선을 형성한다. 모든 순환루프는 외곽경계선의 후보가 된다. 모든 순환루프를 포함하는 경계상자(bounding box)를 만든다. 이 경계상자를 이용하여 가장 바깥쪽에 있는 순환루프를 추출해서 외곽경계선을 정한다. 선택된 조절선은 모두 외곽경계선 안쪽에 있어야 한다. 조절선 위에 있는 모든 절점이 외곽경계선 안에 있는지를 in/out 검사를 통해서 판정한다. 다음과 같은 몇 가지 경우에는 요소망의 생성이 불가능한 것으로 판정하고, 사용자에게 메시지를 보낸 다음에 요소망 생성을 중단한다.

- 순환루프가 형성되지 않는 경우
- 최종적으로 결정된 외곽경계선 바깥 쪽에 조절선이 존재할 경우
- 두 개 이상의 루프가 서로 교차하거나 또는 접해 있는 경우

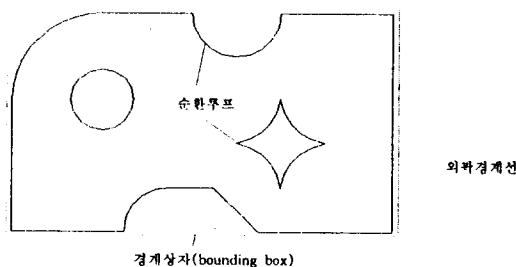


그림 4 외곽경계선의 추출

5. 루프 위에 있는 절점의 번호 부여

외곽경계선이 결정된 다음에는 먼저 외곽경계선 위에 있는 절점에 번호를 부여한다. 번호를 부여하는 순서는 시계방향으로 진행한다. 번호의 진행 방향은 루프의 진행방향과 같다. 외곽경계선 내부에 있는 다른 루프에 대해서는 반시계방향으로 절점의 번호를 부여한다. 이와같이 외곽경계선 루프와 내부 루프의 방향을 달리하는 이유는 이들을 수퍼 루프로 결합했을 때, 루프의 진행방향이 일정하게 되도록 하기 위한 것이다.

그림 5에서 보는 바와 같이 순환루프에는 하나의 절점에 번호가 하나씩 부여되는데 반해서 왕복루프나 복합루프의 절점에는 여러개의 번호가 부여될 수도 있다.

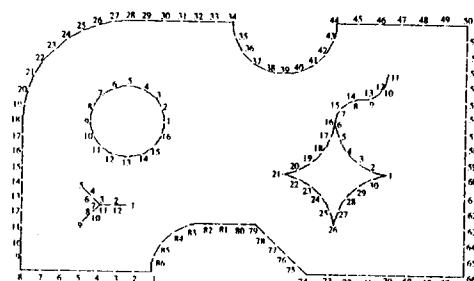


그림 5 루프 위에 있는 절점 번호의 부여

6. 수퍼 루프 형성

요소발생 영역 전체를 하나로 연결하여 수퍼 루프를 만든다. 그림 6에서 보는 바와 같이 루프 또는 조절선들 사이에 연결선을 삽입한다. 연결선은 조절선의 절점을 중에서 최단 거리에 있는 두 절점을 잇는 직선이다. 이를 연결선들을 삽입하여 수퍼 루프를 형성하는 과정은 다음과 같다.

- (1) 루프 또는 조절선들 사이에 만들 수 있는 모든 연결선들의 리스트를 만든다.
- (2) 그림 6에 예시한 바와 같이 연결선의 길이를 비교 검토하여 길이가 짧은 연결선 부터 우선 순위를 부여한다.
- (3) 우선 순위에 따라서 연결선을 삽입한다. 모

든 루프와 조절선이 하나로 연결된 수퍼 루프가 형성될 때까지 연결선 삽입을 진행하며, 그 나머지 연결선들은 리스트에서 제거 한다.

(4) 그림 7(a)와 같이 연결선 위에 절점을 발생시키고 절점에 번호를 부여 한다.

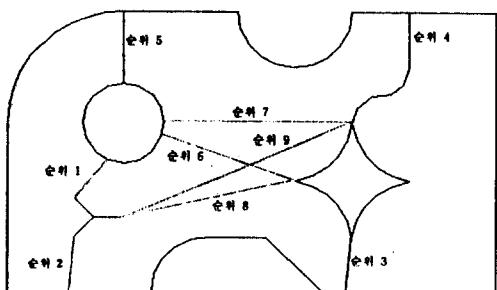


그림 6 연결선의 우선 순위 부여

(5) 그림 7(b)와 같이 연결선을 삽입하고, 기존의 루프 또는 조절선과 연결선의 절점에 부여된 번호들이 연속적으로 이어지도록 번호를 변경한다.

연결선 위에 발생될 절점의 밀도는 연결되는 두 조절선의 연결점 부근의 밀도와 연결선 주위의 밀도를 고려하여 산출한다. 유의할 것은 새로 발생된 절점의 밀도가 이후에 생성되는 절점의 밀도 계산에 영향을 준다는 점이다. 한편 발생되는 절점의 수는 정수이어야 하므로 요구되는 절점의 밀도가 정확하게 반영되지 않는다. 그러므로 적합한 절점의 밀도와 실제 발생된 절점의 밀도는 서로 다르기 때문에 새로 발생된 절점에는 적합한 절점의 밀도를 기억시켜서 이후 발생시킬 절점의 밀도를 산정하는데 반영하여야 한다.

7. 최적의 경로에 의한 영역의 분할

수퍼 루프가 완성된 다음에는 그림 13에 예시된 바와 같이 직선적인 경로를 따라서 순환적으로 영역을 분할한다. 여기서 영역을 최적으로 분할하는 경로를 분할선으로 결정하는 것이 가장 중요하다. 최적의 경로는 궁극적으로 요소의 형상과 밀도를 최적화하는 분할선이다. 먼저 다음과 같은 몇 가지 경우의 경로는 분할선으로 허용되지 않는다.

- 루프의 일부와 일치하는 경로(그림 9(a))
- 영역의 바깥쪽을 횡단하는 경로(그림 9(b))
- 루프와 교차하는 경로(그림 9(c))

특정한 경로가 분할선으로 허용되는지의 여부는 경로와 루프의 교차 각도를 계산하면 쉽게 판정할 수 있다. 이때 루프의 진행 방향이 고려하여

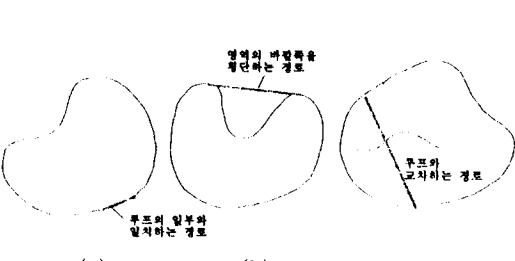


그림 9 분할선으로 허용되지 않는 경로

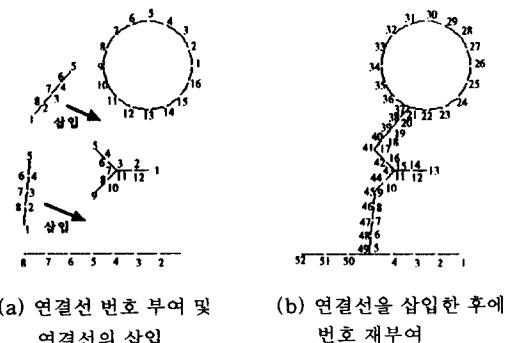


그림 7 연결선의 삽입과 번호의 부여

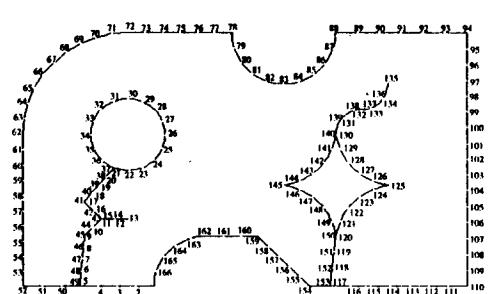


그림 8 수퍼 루프의 일련번호 부여

야 하며, 루프의 진행방향은 절점 번호가 증가하는 방향이다.

영역의 경계를 이루고 있는 루프 위에 n 개의 절점이 있는 경우에 가능한 경로의 수는 $n(n-3)/2$ 이다. 이를 가능한 경로 중에서 최적의 경로는 다음의 3가지 요소에 의해서 결정되는 벌점을 비교하여, 벌점이 가장 작은 경로를 분할선으로 채택한다.

- 경로의 길이 : 길수록 높은 벌점 부과
- 최소 주변(perimeter) 길이 : 짧을수록 높은 벌점 부여
- 루프와 경로 사이의 최소 각도 : 삼각형만 발생시킬 경우에는 60° , 그 밖에는 90° 와 차이가 클수록 높은 벌점 부여

여기서 최소 주변 길이는 경로의 시점에서부터 종점까지 루프를 따라서 만들어지는 길이 중에서 짧은 길이를 의미한다. 예를 들어서 그림 10에서

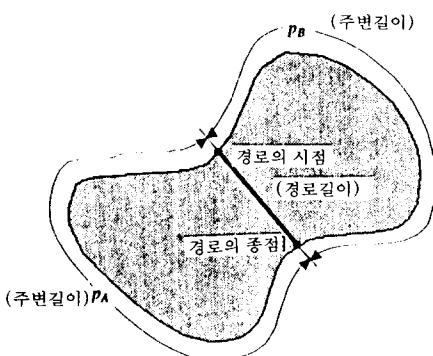


그림 10 경로에 대응되는 주변길이

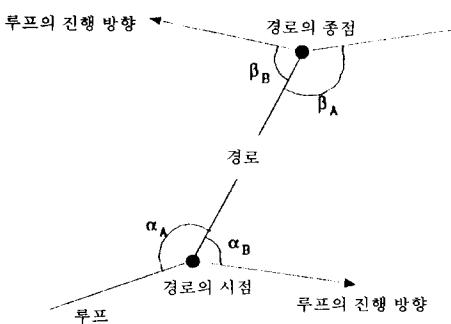


그림 11 경로와 루프의 각도

보는 바와 같이 시점 A에서부터 종점 B까지 루프를 따라서 갠 길이는 p_A 와 p_B 가 있으며, 최소 주변 길이는

$$p_{\min} = \min\{p_A, p_B\} \quad (1)$$

이다. 최소의 주변길이는 항상 경로의 길이보다 길다.

한편 루프와 경로사이의 최소 각도란 그림 11에서 보는 바와 같이 경로의 시점 및 종점에서 그 전후의 선분과 경로가 이루는 각도 중에서 작은 값을 의미한다. 경로의 시점에서의 최소 각도를 α_{\min} , 종점에서의 최소각도를 β_{\min} 이라고 하면

$$\begin{aligned} \alpha_{\min} &= \min\{\alpha_A, \alpha_B\} \\ \beta_{\min} &= \min\{\beta_A, \beta_B\} \end{aligned} \quad (2)$$

이다. 여기서 각도는 그림 11에서 보는 바와 같이 루프의 진행방향을 기준으로하여 구한 값이다. 가상의 루프를 형성하는 조절선 위에서는 두 방향으로 절점의 번호가 부여되므로 어떤 방향의 절점 번호를 적용하느냐에 따라서 시계방향, 또는 반시계 방향의 값을 얻는다. 여기서는 반시계방향의 각도는 양(+)의 값을 가지며, 시계방향의 각도는 음(-)의 값을 갖는다.

위에 기술한 바와 같이 루프 위의 두 절점을 연결하는 경로에 대하여 길이, 최소 주변 길이 및 최소 각도가 산출되면 이를 요소들의 함수로서 분할선으로서의 부적합한 정도를 벌점으로 산정한다. 즉, 벌점을 나타내는 함수

$$t = f(l, p_{\min}) \cdot g(\alpha_{\min}, \beta_{\min}) \quad (3)$$

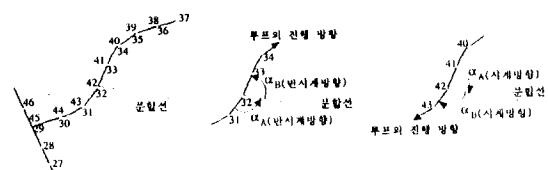


그림 12 가상의 루프 위에서 번호의 진행방향과 각도의 부호

에 의해서 부적합한 정도를 수치화한다. 여기서 l 은 경로의 길이, p_{\min} 은 최소 주변의 길이, α_{\min} 과 β_{\min} 은 각각 경로의 시점과 종점에서 구한 최소각도이다. $f(\cdot)$ 는 길이의 함수이며, $g(\cdot)$ 는 각도의 함수로서 최적의 분할을 얻을 수 있도록 주관적으로 정한다. 여기서는

$$f(l, p_{\min}) = \left(\frac{l}{p_{\min}} \right)^{w_1} \quad (4)$$

$$g(\alpha_{\min}, \beta_{\min}) =$$

$$\begin{cases} \left(\frac{|\Theta - \alpha_{\min}| \cdot |\Theta - \beta_{\min}|}{\Theta^2} \right)^{w_2} & \text{if } \alpha_{\min} > 0 \text{ and } \beta_{\min} > 0 \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

의 형태로 가정하였다. Θ 는 최적의 각도이며, 삼각형 요소만을 발생시킬 경우에는 60° 이고, 그 밖의 경우에는 90° 이다. w_1 과 w_2 는 길이함수와 각도함수의 중요도를 나타내는 지수이며, 두 함수의 중요도가 같다면

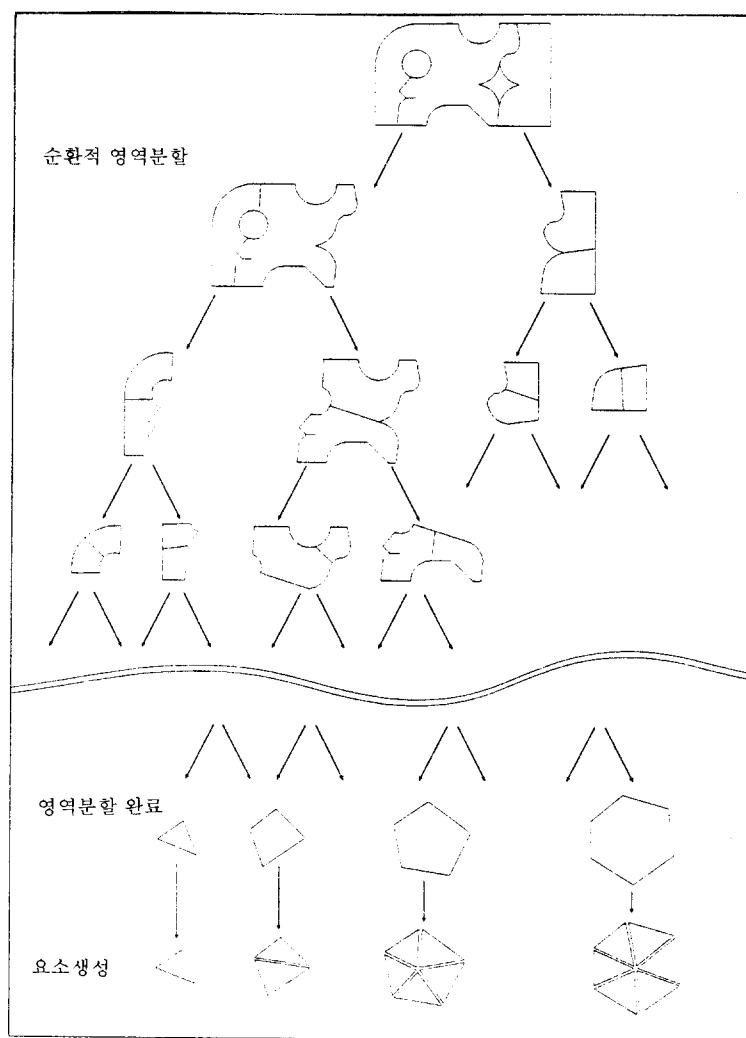


그림 13 순환적 분할의 이진 트리 구조

$$w1 = w2 = 1 \quad (5)$$

로 놓을 수 있다.

분할영역의 루프 위에 있는 절점들 사이에 만들 수 있는 모든 경로에 대해 위와 같은 방법으로 별점을 계산하고, 별점이 가장 작은 경로를 분할선으로 정한다. 영역은 분할선에 의해서 두개의 소영역으로 분할된다. 분할선은 양쪽의 소영역에 구성된 새로운 루프의 일부분이 된다. 그리고 새로 구성된 루프에 대하여 경로의 별점을 계산하고, 분할선을 정하여 소영역을 다시 분할한다. 이러한 과정을 순환적으로 진행하면 영역 전체가 여러개의 최소영역으로 분할된다. 그 과정은 그림 13에서 보는 바와 같이 이진 트리 구조(binary tree structure)로 표현할 수 있다.

8. 요소의 발생 및 재발생

사각형 요소만 발생되도록 하려면, 최소분할영역은 4개의 절점으로 구성된 사각형이며, 그 밖의 경우에는 사각형 또는 3개의 절점으로 구성된 삼각형이다. 최소분할영역으로부터 요소를 발생시키는 것은 매우 간단하다. 사각형 요소를 요구할 경우에는 최소영역 자체가 요소로 되며, 최소영역의 루프를 구성하는 절점들을 차례로 연결함으로써 요소내 절점의 데이터 구조가 완성된다. 마찬가지로 삼각형의 최소 영역도 직접 삼각형 요소로 전환할 수 있다. 사각형의 최소영역은 두개의 삼각형 요소로 분할되며, 분할선은 두 개의 대각선 중에서 위에 기술한 바와 같은 별점이 작은 쪽을 택한다. 식(3)과 (4)의 별점함수는 영역 분할과는 다른 기준, 즉 서로 다른 중요도 지수 $w1$ 과 $w2$ 를 부여하여 계산할 수 있으며, 이때는 분할선에 절점을 발생시키지 않는다.

그림 13의 아래 쪽에 표시된 바와 같이 최소영역까지 분할 되기 이전에 오각형 또는 육각형이 되면 분할을 완료하고, 원하는 형태의 요소로 분할할 수도 있다.

요소망은 모든 요소의 형상이 양호하도록 발생시켜야 한다. 요소의 형상이 불량할 경우에는 그 요소와 주변의 요소를 제거하고 그 위치에 요소를

재발생시킨다. 요소의 재발생은 그림 14와 같이 절점을 중심으로 이루어지는 경우와 그림 15와 같이 요소를 중심으로 이루어지는 경우가 있다. 절점을 중심으로 한 경우에는 하나의 절점에 연결된 요소들의 꼭지점각을 계산하여 다음과 같은 평가 함수에 따라서 요소를 재발생시킬 것인지를 결정한다.

$$q = \prod_{i=1}^n \cos(\Theta - \theta_i) \quad (6)$$

여기서 n 는 절점에서 만나는 요소의 수이며, θ_i 는 이들 요소의 꼭지점각이다. Θ 의 값은 사각형요소와 삼각형 요소에 대해서 각각 90° 와 60° 를 적용한다. 요소를 중심으로 한 경우에는 요소의 형상비가 요소 재발생 여부의 기준이다. 세꼭지점의 각이 각각 θ_1 , θ_2 및 θ_3 인 삼각형 요소의 형상비 합수는

$$q = \cos(60^\circ - \theta_1)\cos(60^\circ - \theta_2)\cos(60^\circ - \theta_3)$$

이며, 이 값이 클수록 형상이 양호하고, 정삼각형일 때, 최대값이 1이 된다. 또한 사각형의 경우에는 가장 긴 모서리와 짧은 모서리의 길이를 각각 l_{\max} 와 l_{\min} , 최대 꼭지점각과 최소 꼭지점각을 각각 θ_{\max} 와 θ_{\min} 이라고 하면

$$q = \frac{l_{\min}}{l_{\max}} \sin\theta_{\max} \sin\theta_{\min} \quad (8)$$

이며, 이 값이 클수록 형상이 양호하고, 정사각형일 때 최대값인 1이 된다.

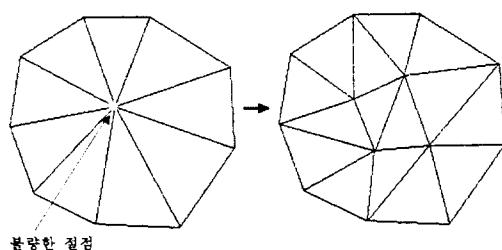


그림 14 절점을 중심으로 한 요소의 재분할

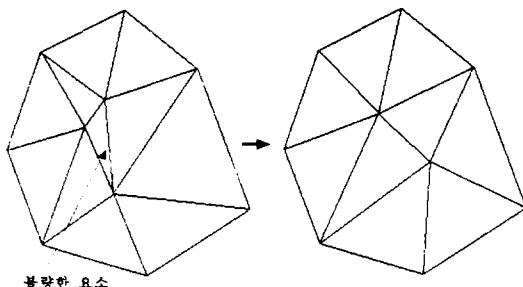


그림 15 요소를 중심으로 한 요소의 재분할

9. 절점 좌표의 평탄화(smoothing)

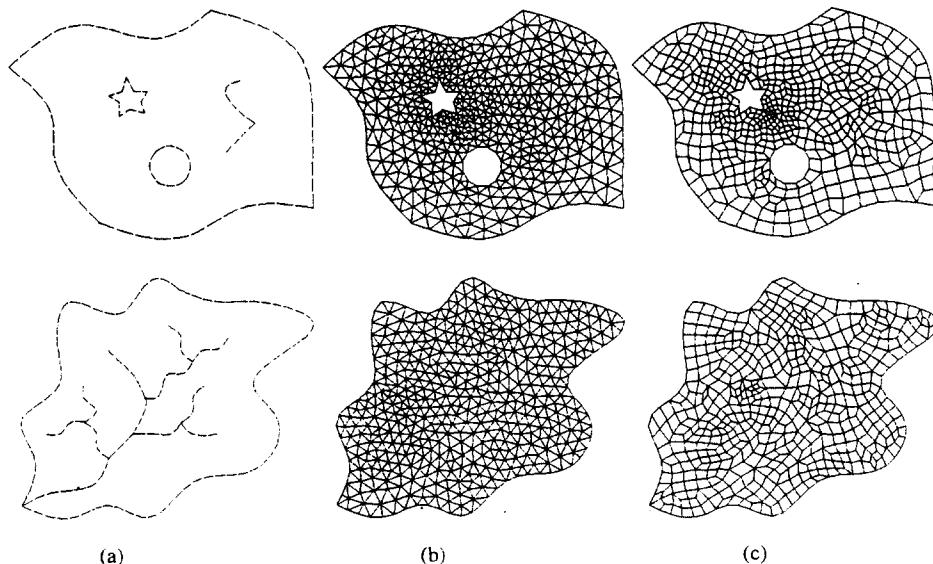
평탄화는 요소가 발생된 상태에서 요소의 형상을 개선하고, 가급적 요소의 밀도를 고르게 하기 위해서 절점의 위치를 이동시키는 과정을 의미한다. 평탄화의 방법으로는 영역 전체의 요소 형상비의 값이 최대화되도록 하는 최적화기법 등 몇 가지가 있으나, 계산상의 부담에 비해서 효과가 적은 것으로 나타나고 있다.^{8,9,10,12)} 그러므로 단순 평균법이 일반적으로 많이 쓰인다. 이 연구에서도 이 방법을 적용하였다. 단순평균법에 의하면 절점

의 좌표를 연결된 모든 절점 좌표의 평균한 값으로 대체한다. 즉

$$(X_i)_{New} = X_i + \alpha \left(\frac{\sum_{k=1}^m X_k}{m} - X_i \right), \quad (1 \leq \alpha \leq 2) \quad (9)$$

여기서 $(X_i)_{New}$ 는 절점 i 의 좌표를 대체하는 새로운 값이며, m 은 절점 i 와 연결된 절점의 수이다. α 는 수렴 속도를 높이기 위해서 가해지는 가중계수이다. 위의 계산은 모든 절점에 대해서 축차적으로 진행되며, 이 과정을 여러번 반복함에 따라서 절점 좌표의 값이 일정한 값에 수렴하게 된다. 정해진 수렴정도에 도달하거나 또는 반복회수에 도달하면 평탄화를 끝낸다. 평탄화가 끝난 다음에는 각 절점과 요소에 대하여 형상비를 검토하여 불량한 절점, 또는 요소를 제거하고 재발생시킬 수도 있다. 또한 요소의 형상을 고려하여 인접한 절점마다 각기 다른 가중계수를 적용할 수도 있다.

$$(X_i)_{New} = X_i + \left| \frac{\sum_{k=1}^m \left(\frac{\Theta}{\theta_k} \right)^{\alpha} (X_k - X_i)}{m} \right| \quad (10)$$



(a) 요소망 생성 영역 (b) 삼각형으로 구성된 요소망 (c) 사각형으로 구성된 요소망

그림 16 삼각형 요소망과 사각형 요소망 생성

여기서 θ_k 는 해당되는 절점 k 의 지배 각도이다. 앞에서와 마찬가지로 Θ 의 값은 사각형 요소와 삼각형 요소에 대해서 각각 90° 와 60° 를 적용한다. 따라서 지배각도가 작은 절점일수록 큰 가중계수가 적용된다.

10. 삼각형과 사각형 요소망의 생성

기존의 요소망 생성 방법들은 대부분 삼각형과 사각형 중에서 한가지 형상의 요소만을 생성할 수 있는데 반해서, 여기서 제안하는 알고리즘에 의하면 요소의 형상을 삼각형 또는 사각형 중에서 임의로 선택할 수 있을 뿐만 아니라, 삼각형과 사각형을 혼합해서 요소망을 생성할 수도 있다. 그림 16(b)와 (c)는 동일한 영역에 각각 삼각형과 사각형만으로 구성된 요소망을 생성할 수 있음을 예시한 것이다. 사각형 요소만을 생성하려면 경계선과 내부 조절선 위에 있는 절점의 수가 짝수어야 한다는 조건이 충족되어야 한다.

삼각형 요소망을 생성하려면 분할된 영역의 형상이 삼각형, 사각형, 오각형 또는 육각형이 되면

영역분할을 완료하고 요소를 생성하는데 반해서, 사각형 요소망을 생성하려면 영역의 형상이 사각형, 육각형, 또는 팔각형이 되면 요소를 생성한다. 그 외의 모든 과정은 삼각형과 사각형이 동일하다.

11. 3차원 곡면 요소망의 생성

이 논문에서 제안하는 알고리즘은 3차원 곡면의 유한요소망 생성에 쉽게 연장하여 적용할 수 있다. 그럼 17은 곡면 요소망을 생성한 예이다. 그림 17(a)와 (b)의 윗쪽에 보이는 것은 원시곡면인 구, 원기둥 및 원뿔대를 교차시켜 교차선을 만든 다음에, 각각의 원시곡면 위에 있는 이들 교차선을 외곽경계선으로 하는 요소망을 생성한 것이며, 아래쪽에 보이는 것은 B-Spline곡면, 원뿔대 및 평면 위에 요소망을 자동 생성한 예이다. 여기에 적용된 곡면 요소망의 생성 방법은 앞에서 기술한 평면 위의 자동 요소망 생성 알고리즘을 응용하여 개발한 것이다. 이에 관해서는 이후의 논문에서 구체적으로 기술하고자 하며, 여기서는 설명을 생략한다.

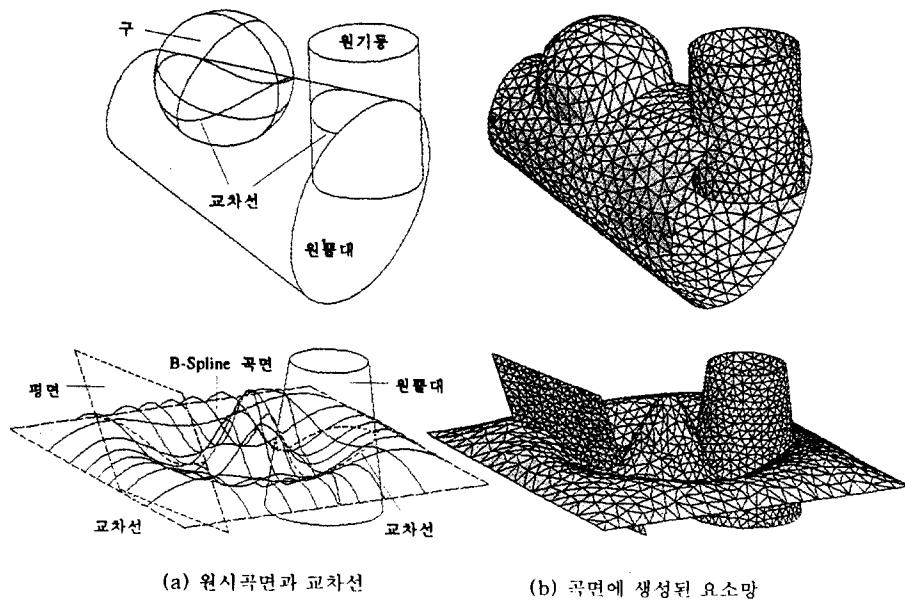


그림 17 교차하는 원시곡면 위의 요소망 자동 생성

12. 결 론

이 연구를 통해서 복잡한 경계선과 구멍이나 균열 등을 포함하는 임의 형상의 영역에 사용자의 개입없이 자동으로 요소망을 생성하는 알고리즘을 개발하였다. 이 방법은 요소망 생성 영역의 형상이나 복잡성에 대한 제한이 거의 없으며, 모든 과정을 쉽게 자동화할 수 있기 때문에 사용법이 매우 간편한 소프트웨어로 이행할 수 있으며, 계산과정이 비교적 간단하기 때문에 프로그램화가 용이하다는 장점이 있다. 또한 생성된 요소의 형상이 비교적 양호하며, 밀도가 고르게 점진적으로 변화하는 요소망이 생성된다는 장점을 지니고 있다.

이 연구에서 개발한 요소망 생성 알고리즘은 평면 뿐만 아니라, 곡면의 요소망 생성을 위한 유한요소 전처리 프로그램^[3] 개발에 매우 효과적으로 활용할 수 있다. 특히 적응적 유한요소망 생성에 유용하게 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

이 논문은 시스템공학연구소의 연구비 지원에 의해 이루어진 연구 결과의 일부이며, 이에 연구소 당국에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- George, P. J. and E. Sevano, Advancing-Front Mesh Generation Method Revisited, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, pp.3605-3619, 1994.
- Shephard, M. S. and P. M. Fennigan, Integrated geometric modeling and advanced finite element preprocessing, Finite Elements in Analysis and Design, Vol.4, pp.147-162, 1988.
- Talbert, J. A. and A. R. Parkinson, Development of an automatic two-dimensional finite element mesh generator using quadrilateral elements and Bezier curve boundary definition, International Journal for Numerical

- Methods in Engineering, Vol. 29, pp. 1551-1567, 1990.
- George, P. L., Automatic Mesh Generation, Application to Finite Element Methods, John Wiley & Sons, 1991.
- Lo, S. H., Delaunay triangulation of non-convex planar domains, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 28, pp.2695-2707, 1989.
- Lo, S. H., Two-dimensional mesh generation, adaptive remeshing and refinement, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 29, pp.1501-1526, 1990.
- Lo, S. H., Automatic mesh generation and adaptation by using contours, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 31, pp.689-707, 1991.
- Huang, C. Y. and J. T. Oden, GAMMA2D: A multiregion / multiblock, structured / unstructured grid generation package for computational mechanics, Computers & Structures, Vol.52, pp.374-410, 1994
- Lee, C. K. and S. H. Lo, A new scheme for the generation of a graded quadrilateral mesh, Computers & Structures, Vol.52, pp.847-857, 1994.
- Frey, W. H., and D. A. Field, Mesh relaxation: New technique for improving triangulations, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 31, pp.1121-1133, 1991.
- Baemann, P. L., S. L. Wittchen, M. S. Shephard, K. R. Grice, and M. A. Yerry, Robust, geometrically based, automatic two-dimensional mesh generation, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, pp.1043-1078, 1987.
- Unruh, V. and D. C. Anderson, Feature-based modeling for automatic mesh generation, Engineering with Computers, Vol. 8, pp.1-12, 1992.
- Lee, J. Y., MacTran, User's Manual, 1996.

(접수일자 : 1996. 6. 8)