

# 전역-부분 근사화에 의한 부구조화 기반 구조재해석

## Substructuring-Based Structural Reanalysis by Global-Local Approximations

서	상	구*
Seo,	Sang-Gu	
김	경	일**
Kim,	Kyeoung-Il	
황	충	열***
Hwang,	Chung-Yul	
황	진	하***
Hwang,	Jin-Ha	

.....

### 요 약

부구조화에 근거한 대형 구조의 효율적 근사재해석방법을 제시한다. 대형 구조시스템의 설계최적화에 있어 가장 큰 문제는 반복되는 해석과 설계시에 드는 많은 계산 비용 및 시간이다. 따라서 본 연구에서는 설계 최적화문제의 주요한 도구의 하나인 근사화기법에 근거한 몇가지 재해석방법을 비교·분석하여 효율적 구조 재해석 방법을 제시하였다. 대형 구조에 대한 효율적 해석 방법의 하나인 부구조화의 틀에 테일러급수전개와 차원축소방법을 결합한 이 재해석기법은 반복되는 거동해석에 효율적인 뿐아니라, 설계민감도벡터를 이용하기 때문에 최적설계에도 많은 잇점을 제공한다. 본 알고리즘을 트러스 구조에 적용하여 효율성 및 타당성을 검증하였다.

### Abstract

Efficient approximate reanalysis techniques based on substructuring are presented. In most optimal design problems, the analysis procedure must be repeated many times. In particular, one of the main obstacles in the structural optimization systems is high computational cost and time required for the repeated analysis of large-scale structural systems.

The purpose of this paper is to show how to evaluate efficiently the structural behavior of new designs using information from the previous ones, instead of the multiple repeated analysis of basic equations for successive modification in the optimal design. The proposed reanalysis method is a combined Taylor series expansion and reduced basis method based on substructuring. Several numerical examples illustrate the effectiveness of the method.

.....

\* 충북대학교 공과대학 토목공학과 박사과정수료  
 \*\* 충북대학교 공과대학 토목공학과 박사과정  
 \*\*\* 충북대학교 공과대학 구조시스템공학과 교수

이 논문에 대한 토론을 1996년 9월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

## 1. 서 론

오늘날 고도의 과학산업 사회에서 구조물의 규모도 초대형화함에 따라 이의 해석과 설계 또한 갈수록 복잡하고 많은 시간을 요하게 된다. 물론 대규모 구조시스템의 해석은 급속히 발전된 전산 환경을 바탕으로 하여 유한요소법에 근거한 패키지의 개발 등 놀랄만한 발전을 가져온 반면, 구조 설계에 있어 각론은 충실하나 실무에 직접 적용할 수 있는 통합된 자동화 수준에는 아직 이르지 못하고 있다.

이러한 배경을 바탕으로 설계문제를 수식화하고 체계적으로 접근하고자 생성된 방법론이 구조 최적화이며 이것은 해석과 총합의 반복결합으로 수행되고 설계자동화의 유용한 도구가 될 수 있다. 대형 구조의 기본 방정식과 그에 근거한 설계 과정은 방대한 계산용량과 시간을 요하며 특히, 전체 최적화에서 차지하는 대부분의 시간이 반복되는 거동해석과 민감도해석에 기인한다는 점을 고려할 때 해석과정의 효율성 제고는 바로 설계 문제의 요체라 할 수 있다.

재해석기법은 직접법, 반복법 및 근사법으로 분류할 수 있는데, 이 중 대규모 구조최적화에 가장 적합한 것이 근사법이다. 이 근사법은 테일러급수 전개에 의한 방법과 차원축소법으로 발전되어 왔는데, 이들 방법들은 정밀성과 효율성면에서 각각 다소의 문제점을 내포하고 있다. 먼저 테일러급수 전개와 같은 부분근사화는 CPU시간이 매우 적게 들어 효율적인 반면에, 설계변수의 변화율이 클수록 오차가 상당히 커져 정밀성면에서 문제가 있으며 어떠한 경우에는 무의미하기까지도 하다.<sup>1,2)</sup> 한편 차원축소법과 같은 전역근사화는 대형 구조의 설계에 사용하는데 적합하다. 특히, 설계변수의 변화가 큰 초기 설계단계에 효율적이다. 그러나 설계변수의 수가 많은 경우에는 해석에 많은 시간이 소모되는 등 효율성면에서 문제를 갖고 있다.<sup>1,2)</sup>

본 연구에서는 대형 구조의 해석에 유용한 단계적 분할 접근방식인 부구조화(substructuring)<sup>3)</sup>에 근거하여 급수전개의 부분근사화(local approximation)와 차원축소의 전역근사화(global approximation)를 결합하여 수없이 반복되는 해

석과정을 효율적으로 처리할 수 있는 재해석방법을 제시하고 이를 몇가지 예제에 적용·분석하고자 한다.

재해석방법이 처음으로 출현된 것은 1945년경이다.<sup>4)</sup> 컴퓨터를 이용한 해석 및 설계가 보편화되기 전인 1940~50년대에는 최초의 구조의 반응을 이용하여 수정된 구조의 거동을 계산하는 방법을 찾는데 구조공학자들의 관심이 일어났다. 물론 당시에는 재해석방법이 체계적인 절차를 갖춘 것은 아니며, 1950년대 후반과 1960년대 초반에 들면서 구조의 최적화기법과 컴퓨터 분야의 발달과 함께 효율적인 재해석방법의 개발에 많은 연구가 이루어지면서, 1960년대 후반과 1970년대 초반에 이르러 컴퓨터 사용에 편리한 매트릭스형태로 공식화되었고, 여러가지의 재해석기법들이 제시되었다.<sup>4,5)</sup>

가장 먼저 개발된 재해석방법은 직접적방법이다. 이 방법은 물리적 개념을 토대로 하여 초기의 반응개념, 평행요소개념 그리고 구조분변정리로 각각 발전되었으며, 수학적연산을 이용한 기법인 Sherman-Morrison 항등식을 사용하여 수정된 강성매트릭스의 역이나 변위를 구하는 방법으로 발전되어 왔으나 구조의 적은 부분만이 수정되는 경우에 실제 적용 가능하다.

수학적인 개념아래 유도된 반복적방법은 수정된 변위 벡터를 구하기 위하여 간단한 반복기법을 사용하는 재해석방법이 제시되면서부터 유래되었다. 이 방법은 Jacobi 반복기법, 새로운 변위 벡터의 요소를 분리하여 반복계산하는 기법 및 Gauss-Seidel 반복기법 등으로 연구되어 왔는데, 많은 문헌<sup>4,5)</sup>에서 지적했듯이 수정되는 설계변수의 변화가 대략 20% 이하인 경우에만 타당성이 입증되었다.

대규모 구조시스템의 적용에 가장 적당한 근사적 방법은 설계민감도벡터를 이용하여 급수전개를 하거나 차원축소법으로 시스템방정식을 재구성하여 새로운 변위를 구하는 방법으로 나누어 볼 수 있다. 급수전개기법은 하나의 특징점에서 계산된 정보를 토대로 하는 부분근사화 방법의 하나인데, 이에 비해 다른 유형의 근사적방법은 차원축소법으로서 해석방정식의 차원이 선형변환에 의하여 감소되므로 새로운 해석을 위한 계산비용과

비교할 때 효율적인 이 방법은 전체 설계 공간에서 이루어지는 전역근사화의 하나이다. 이 기법은 합리적인 기저벡터의 선정에 어려움이 있다. 따라서 이런 차원축소법의 결점을 극복하고 새로운 변위를 구하는데 있어서 정밀성이 문제가 되는 테일러 급수전개기법을 결합한 수정된 차원축소기법이 제시되었다.<sup>6)</sup>

최근까지 대형 구조시스템의 최적화에 가장 효율적인 재해석기법은 부구조화에 차원축소기법을 연계하는 방법<sup>7)</sup>과 부구조화에 테일러 급수전개기법을 적용하는 기법<sup>8)</sup>이다.

본 연구에서는 기존의 방법들이 갖고 있는 문제점을 극복하기 위하여 부구조화에 기반을 두고 차원축소법에서 기저벡터를 테일러급수전개의 항들을 선정하는 새로운 재해석기법을 개발하여 정밀성과 효율성을 개선하였다.

2. 근사적 구조재해석

구조 재해석이라 함은 단면적, 단면2차모멘트 등과 같은 단면변수 혹은 절점좌표, 부재길이와 같은 기하변수 등의 설계변수가 수정될 때, 새로운 정해석을 반복하지 않고 최초의 해석값을 이용하여 구조의 거동양(응력, 변위 및 부재력 등)을 산정하는 것이다.

변위법을 이용한 재해석의 기본식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [K^*]\{r^*\} &= \{R\} & (1) \\
 [K]\{r\} &= \{R\} & (2) \\
 [K] &= [K^*] + [\Delta K] & (3) \\
 \{r\} &= \{r^*\} + \{\Delta r\} & (4)
 \end{aligned}$$

- 여기서, 상첨자 \*는 최초의 구조에 대한 양
- {r}은 절점 변위벡터
- [K]는 구조 강성도매트릭스
- [\Delta K]는 강성도매트릭스의 변화량
- \{\Delta r\}은 절점 변위벡터의 변화량
- \{R\}은 절점하중 벡터

재해석 문제는 식 (1)에서 최초의 해석으로 {r\*}을 알고 있는 점을 이용하여 설계변수가 변화했을 때 식 (2)를 완전히 풀지 않고 식 (3), (4)를 식 (2)에 대입한 다음 식

$$([K^*] + [\Delta K])\{r^*\} + \{\Delta r\} = \{R\} \quad (5)$$

를 풀어 새로운 변위 벡터 {r}을 구하는 것이다.

상기한 바와 같이, 근사적 재해석방법은 대형 구조시스템에 적절한 방법으로서, 설계공간 전역에서 취하는 차원축소법과 특정 설계점에서 이루어지는 급수전개법으로 대별할 수 있다. 구체적으로 차원축소법은 새로운 변위벡터 {r}이 이전단계에서 해석된 설계값들 중 독립된 n개의 기저벡터 B<sub>1</sub><sup>\*</sup>, B<sub>2</sub><sup>\*</sup>, ..., B<sub>n</sub><sup>\*</sup>의 선형결합으로 근사화될 수 있다고 가정한다. 여기서 기저벡터 수인 n은 자유도 수 m보다 훨씬 적다고 가정한다.

$$\{r\} \cong \{y_1\}[B_1^*] + \{y_2\}[B_2^*] + \dots + \{y_n\}[B_n^*] \quad (6)$$

$$\{r\} \cong [B^*]\{y\} \quad (7)$$

$$[B^*] = [B_1^*, B_2^*, \dots, B_n^*],$$

$$\{y\} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T \quad (8)$$

여기서, {y}는 미결정계수벡터이다. 이 기저벡터로 구성된 행렬 [B\*]를 전치하여 식 (2)의 양변에 전승하고 식 (7)을 대입하면,

$$[B^*]^T [K] [B^*] \{y\} = [B^*]^T \{R\} \quad (9)$$

이 되며, 다시 이 식은 다음과 같은 [K<sub>R</sub>]과 {R<sub>R</sub>}을 도입함으로써 식 (11)과 같은 작은 차원의 시스템 방정식을 세울 수 있다.

$$[K_R] = [B^*]^T [K] [B^*], \{R_R\} = [B^*]^T \{R\} \quad (10)$$

$$[K_R] \{y\} = \{R_R\} \quad (11)$$

이 방법은 기저벡터의 선택 여하에 따라 만족스런 근사치를 구할 수가 있다.

또 하나의 방법인 테일러급수전개방법에서는 설계변수에 대한 1차 민감도벡터가 요구된다. 즉, 새로운 변위벡터는

$$\{r\} \cong \{r^*\} + \sum_{j=1}^n (X_j - X_j^*) \left\{ \frac{\partial r^*}{\partial X_j^*} \right\} \quad (12)$$

에 의해 구해지고, 여기서 {\partial r^\* / \partial X\_j^\*}는 식 (1)을 최초의 설계변수 X<sub>j</sub><sup>\*</sup>에 대하여 직접 미분함으로써 구한다.

$$[K]\left\{\frac{\partial r^*}{\partial X_j^*}\right\} = -\left[\frac{\partial K^*}{\partial X_j^*}\right] \quad (13)$$

### 3. 부구조화기반 근사재해석

부구조에 차원축소법을 연계한 재해석기법 (GLOBAL : GLOBAL Approximations based on Substructuring)은 내부변위벡터  $\{r_i\}$ 와 경계변위 벡터  $\{r_b\}$ 가 n개의 선형독립인 민감도벡터들의 선형결합으로 근사화 될 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} r_i \\ \dots \\ r_b \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} B_i^* \\ \dots \\ B_b^* \end{Bmatrix} \{y\} \quad (14)$$

여기서,

$$[B_i^*] = \left[ \left\{ \frac{\partial r_i}{\partial X_1^*} \right\}, \left\{ \frac{\partial r_i}{\partial X_2^*} \right\}, \dots, \left\{ \frac{\partial r_i}{\partial X_j^*} \right\} \right] \quad (15)$$

$$[B_b^*] = \left[ \left\{ \frac{\partial r_b}{\partial X_1^*} \right\}, \left\{ \frac{\partial r_b}{\partial X_2^*} \right\}, \dots, \left\{ \frac{\partial r_b}{\partial X_j^*} \right\} \right] \quad (16)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, N_{dv}$$

로서 기저벡터로 구성된 행렬  $[B_i^*]$ 와  $[B_b^*]$ 는 각각 [내부자유도×설계변수]와 [경계자유도×설계변수]의 차원을 갖는다. 이 기법에서 설계변수의 수  $N_{dv}$ 는 각 부구조의 강성도매트릭스의 차원보다 훨씬 적다고 가정되며,  $\{y\}$ 는 미결정계수벡터

$$\{y\} = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}^T \quad (17)$$

로서 다음의 작은 차원을 갖는 방정식을 풀어 구하게 된다.

$$[K_B]\{y\} = \{R_B\} \quad (18)$$

$$\text{여기서, } [K_B] = \sum_{s=1}^{(S)} [K_B]_s \quad (19)$$

$$\{R_B\} = \sum_{s=1}^{(S)} \{R_B\}_s \quad (20)$$

으로 (S)는 부구조 수를 가리키며, 각 부구조에 대한  $[K_B]$ 와  $\{R_B\}$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$[K_B] = [B_i^*]^T [K_{ii}] [B_i^*] + [B_b^*]^T [K_{bb}] [B_b^*] \quad (21)$$

$$\{R_B\} = [B_i^*]^T \{R_i\} + [B_b^*]^T \{R_b\} \quad (22)$$

여기서,  $[K_B]$ 는 [설계변수×설계변수]의 차원으로 설계변수의 수에 따라 매트릭스의 차원이 결정됨을 알 수 있다.

부구조에 테일러 급수전개기법을 적용(LOCAS : LOCAL Approximations based on Substructuring)하면, 수정된 설계변수  $X_j^*$ 에 대응하는 각 부구조에 대한 새로운 변위벡터  $\{r_i\}$ 와  $\{r_b\}$ 는 다음과 같이 근사된다.

$$\begin{Bmatrix} r_i \\ \dots \\ r_b \end{Bmatrix} \cong \begin{Bmatrix} r_i^* \\ \dots \\ r_b^* \end{Bmatrix} + \sum (X_j - X_j^*) \begin{Bmatrix} \frac{\partial r_i}{\partial X_j^*} \\ \dots \\ \frac{\partial r_b}{\partial X_j^*} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

식 (15), (16)과 식 (23)에서 1차 민감도벡터  $\{\partial r_i / \partial X_j^*\}$ 와  $\{\partial r_b / \partial X_j^*\}$ 는 부구조의 시스템방정식을 원래의 설계변수  $X_j^*$ 에 대해 직접 미분하여 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial K_{ii}^*}{\partial X_j^*} \right] : \left[ \frac{\partial K_{ib}^*}{\partial X_j^*} \right] \\ \dots \\ \left[ \frac{\partial K_{bi}^*}{\partial X_j^*} \right] : \left[ \frac{\partial K_{bb}^*}{\partial X_j^*} \right] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_i^* \\ \dots \\ r_b^* \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{ii}^* : K_{ib}^* \\ \dots \\ K_{bi}^* : K_{bb}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial r_i^*}{\partial X_j^*} \\ \dots \\ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \end{Bmatrix} = 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial r_i^*}{\partial X_j^*} \right\} &= -[K_{ii}^*]^{-1} \left[ \frac{\partial K_{ii}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_i^*\} - [K_{ii}^*]^{-1} \left[ \frac{\partial K_{ib}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_b^*\} \\ &\quad - [K_{ii}^*]^{-1} [K_{ib}^*] \left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} [K_s^*] \left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \right\} &= - \left[ \frac{\partial K_{bi}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_i^*\} - \left[ \frac{\partial K_{bb}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_b^*\} \\ &\quad - [K_{bi}^*] [K_{ii}^*]^{-1} \left\{ \left[ \frac{\partial K_{bi}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_i^*\} \right. \\ &\quad \left. - \left[ \frac{\partial K_{bb}^*}{\partial X_j^*} \right] \{r_b^*\} \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

따라서 식 (26)에 의하여 부구조의 경계변위에 대한 설계민감도벡터  $\{\partial r_b^* / \partial X_j^*\}$ 가 구해지면, 식 (25)에 의하여 각 부구조의 내부변위에 대한 설계민감도벡터  $\{\partial r_i^* / \partial X_j^*\}$ 가 구해지게 된다.

부구조화에 근거한 전역-부분근사화 재해석 (GLOCAS: Global-LOCAL Approximations based on Substructuring)은 설계공간 전역에서 근사화되는 차원축소법의 기저로서 테일러급수의 항들을 취한다. 즉, 식 (14)에서 기저벡터로 구성된 행렬  $[B_i^*]$ 와  $[B_b^*]$ 대신 다음과 같이 기저벡터로 구성된 행렬  $[C_i^*]$ 와  $[C_b^*]$ 를

$$[C_i^*] = \{r_i\}, \left\{ \frac{\partial r_i^*}{\partial X_j^*} \right\} \{\Delta X_j\} \quad (27)$$

$$[C_b^*] = \{r_b\}, \left\{ \frac{\partial r_b^*}{\partial X_j^*} \right\} \{\Delta X_b\} \quad (28)$$

으로 취하면, 새로운 변위벡터  $\{r_i\}$ 와  $\{r_b\}$ 는

$$\begin{Bmatrix} r_i \\ \dots \\ r_b \end{Bmatrix} \cong \begin{bmatrix} C_i^* \\ C_b^* \end{bmatrix} \{y\} \quad (29)$$

와 같이 구할 수 있다.

여기서, 두번째 기저벡터  $\{\partial r_i^* / \partial X_j^*\} \{\Delta X_j\}$ 와  $\{\partial r_b^* / \partial X_j^*\} \{\Delta X_b\}$ 는 각각 식 (23)의 테일러급수전개의 두번째 항으로서 각각은 [자유도×1]차원이 되고,  $[C_i^*]$ 와  $[C_b^*]$ 는 [자유도×2]매트릭스로 형성된다. 따라서 미결정계수벡터  $\{y\}$ 는 다음의 아주 작은 시스템방정식을 풀어 구할 수 있다.

$$[K_C] \{y\} = \{R_C\} \quad (30)$$

$$\text{여기서, } [K_C] = \sum_{s=1}^{(S)} [K_C]_s \quad (31)$$

$$\{R_C\} = \sum_{s=1}^{(S)} \{R_C\}_s \quad (32)$$

로 구성되며, 각 부구조에 대한  $[K_C]$ 와  $\{R_C\}$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$[K_C] = [C_i^*]^T [K_{ii}] [C_i^*] + [C_b^*]^T [K_{bb}] [C_b^*] + [C_b^*]^T [K_{bi}] [C_i^*] + [C_i^*]^T [K_{ib}] [C_b^*] \quad (33)$$

$$\{R_C\} = [C_i^*]^T \{R_i\} + [C_b^*]^T \{R_b\} \quad (34)$$

따라서 설계변수의 수와는 무관하게  $[K_C]$ 는

$[2 \times 2]$ ,  $\{R_C\}$ 는  $[2 \times 1]$ 의 매우 작은 차원이 되어 효율적임을 알 수 있고 정밀성면에서도 타당함이 입증된다.

#### 4. 적용 및 분석

본 연구에서 제시한 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 트러스 구조를 해석하였다. 재해석은 트러스구조에 대하여 단면적을 설계변수로 하였으며 설계변수의 변화율과 설계변수 연계수를 변화시켜 얻은 결과를 비교·분석하였다. 설계변수를 -90%~1000%로 변화시키면서 해석을 실시하여 해의 정밀성을 검토하기 위하여 해석결과(변위, 응력)를, 계산의 효율성을 검토하고자 설계변수 연계수에 따른 CPU시간을 비교하였다. 해석에 사용된 컴퓨터는 PC586이며, 변위법해석을 기준으로 각 재해석방법에 의하여 19회의 재해석 동안에 소비되는 시간을 비교하였다. 테일러급수전개에 의한 구조재해석은 LOCAS, 차원축소법에 의한 구조재해석은 GLOBAS 그리고 본 연구에서 제시한 알고리즘에 의한 재해석은 GLOCAS로 한다.

##### 1) 부재 30개로 구성된 트러스

부재 30개로 구성된 트러스는 그림 1과 같으며 3개의 부구조로 이루어진 부구조화는 그림 2에 나타나 있다. 해석에 사용된 자료는 표 1에 제시되어 있다. 설계변수는 단면적으로 하였으며, 설계변수를 3, 9, 15 및 24개로 연계하여 적용하였다. 초기 치는 각  $10.0\text{cm}^2$ 으로 주었다.

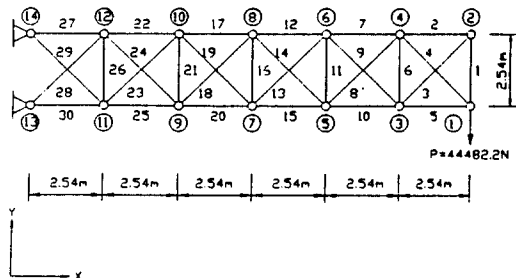


그림 1. 30부재 트러스

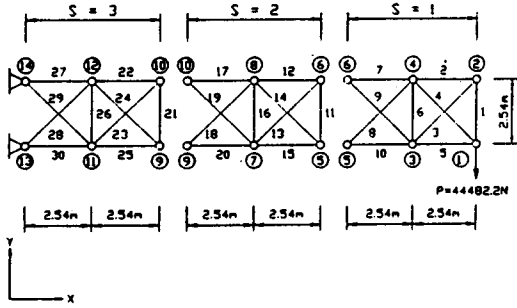


그림 2. 30부재 트러스의 부구조 모델

표 1. 30부재 트러스의 해석자료

탄성계수 : 68.95gPA

하중조건 :

(1) 절점 1에서 수직방향으로 -44482.2N

표 2. 30부재 트러스의 최대변위 비교

자유도번호 22 : 부구조1의 자유도번호 6

방법	변위법해석	재해석에 의한 해			
		EXACT	LOCAS	GLOBAS	GLOCAS 오차(%)
-90%	-2.4860490E+00	-4.7232840E-01	-2.4860510E+00	-2.4401240E+00	1.84
-70%	-8.2868210E-01	-4.2260940E-01	-8.2868220E-01	-8.3321980E-01	0.54
-50%	-4.9720290E-01	-3.7289040E-01	-4.9720300E-01	-5.0321760E-01	1.21
-30%	-3.5513910E-01	-3.2317130E-01	-3.5514010E-01	-3.4569550E-01	2.66
-10%	-2.7623400E-01	-2.7345230E-01	-2.7623400E-01	-2.7803270E-01	0.65
0%	-2.4860150E-01	-2.4860150E-01	-2.4860150E-01	-2.4860150E-01	0.00
100%	-1.2430100E-01	-2.2947790E-06	-1.2430070E-01	-1.2580440E-01	1.21
300%	-6.2150400E-02	-4.9719240E-01	-6.2150370E-02	-6.3392010E-02	2.00
500%	-4.1433230E-02	-9.9438240E-01	-4.1433140E-02	-4.1404320E-02	0.07
700%	-3.1075240E-02	-1.4915730E+00	-3.1075190E-02	-3.0479710E-02	1.92
900%	-2.4859470E-02	-1.9887630E+00	-2.4859420E-02	-2.4394160E-02	1.87
1000%	-2.2599520E-02	-2.2373580E+00	-2.2599470E-02	-2.4324720E-02	7.63

표 3. 30부재 트러스의 최대응력 비교

부재번호 30

방법	변위법해석	재해석에 의한 해			
		EXACT	LOCAS	GLOBAS	GLOCAS 오차(%)
-90%	2.4465000E+09	4.6482980E+08	2.4465970E+09	2.4013830E+09	1.84
-70%	8.1552890E+08	4.1590020E+08	8.1552950E+08	8.1999250E+08	0.55
-50%	4.8931240E+08	3.6697050E+08	4.8931140E+08	4.8522900E+08	1.21
-30%	3.4950380E+08	3.1804080E+08	4.4950320E+08	3.4020700E+08	2.66
-10%	2.7185150E+08	2.6911120E+08	2.7185050E+08	2.7361880E+08	0.65
0%	2.4465570E+08	2.4465570E+08	2.4465570E+08	2.4465570E+08	0.00
100%	1.2232700E+08	-1.9719470E+03	1.2232780E+08	1.2380720E+08	1.21
300%	6.1163890E+07	-4.8929860E+08	6.1163920E+07	6.2385520E+07	2.00
500%	4.0775490E+07	-9.7859520E+08	4.0775560E+07	4.0747010E+07	0.07
700%	3.0581910E+07	-1.4678920E+09	3.0581960E+07	2.9995860E+07	1.92
900%	2.4464780E+07	-1.9571890E+09	2.4464810E+07	2.4006890E+07	1.87
1000%	2.2240270E+07	-2.2018370E+09	2.2240760E+07	2.3938500E+07	7.63

표 2는 30부재 트러스에서 최대변위를 갖는 1번 절점의 수직처짐을 변위법에 의한 해석을 기준으로 하여 각 재해석방법으로 구한 결과를 비교한 것이고, 표 3은 최대응력을 갖는 부재번호 30에 대한 결과를 비교한 것이다. 이 결과에서 알 수 있듯이 LOCAS는 설계변수 변화율이 20% 이상이 되면 결과치가 매우 큰 오차를 가져 무의미함을 나타내고, GLOBAS는 거의 정확한 값을 나타낸다. 또한 GLOCAS는 GLOBAS보다는 정밀성이 약간 떨어지지만 오차가 아주 미소함을 알 수 있다.

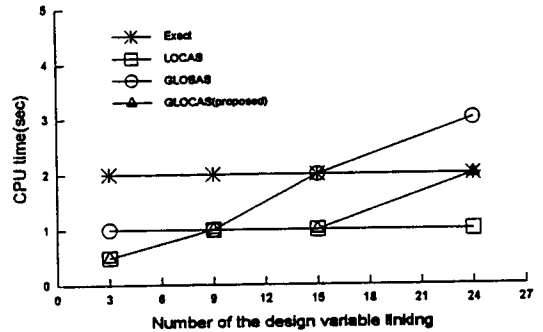


그림 3. 30부재 트러스의 설계변수 연계수에 대한 CPU시간 비교

그림 3은 설계변수의 연계수를 변화시키며 각 방법으로 실행하여 CPU시간을 비교한 결과이다. 부재수가 적은 구조인 관계로 극명한 차이를 나타내지는 않지만 변위법에 의한 해석은 설계변수의 연계수와 무관하며, LOCAS와 GLOBAS는 설계변수의 증가에 따라 아주 적은 변화를 갖는 반면에 GLOBAS는 약간 큰 변화를 보여주고 있다.

2) 부재 200개로 구성된 트러스

부재 200개로 구성된 트러스는 그림 4와 같으며 5개로 분할된 부구조화는 그림 5에 나타나 있다. 해석에 사용된 자료는 표 4에 제시되어 있다. 설계변수는 단면적으로 하였으며, 설계변수를 5, 10,

표 4. 200부재 트러스의 해석자료

탄성계수 : 206.84gPA

하중조건 :

(1) 절점 1, 6, 15, 20, 29, 34, 43, 48, 57, 62, 71에서 x방향으로 4448.22N

(2) 절점 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 24, ..., 72, 73, 74, 75에서 y방향으로 -44482.2N

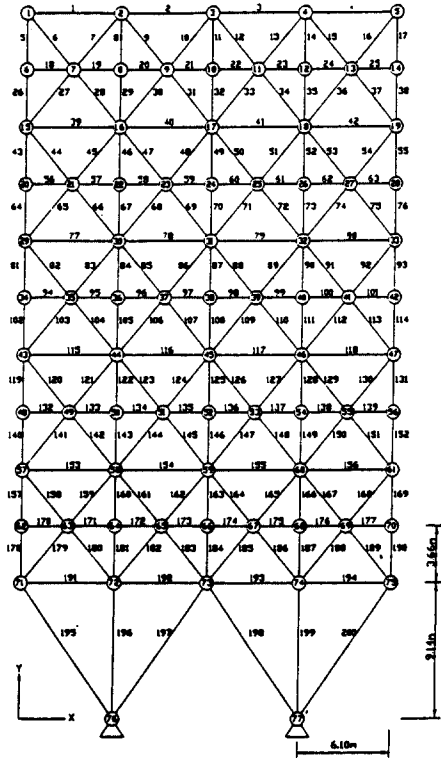


그림 4. 200부재 트러스

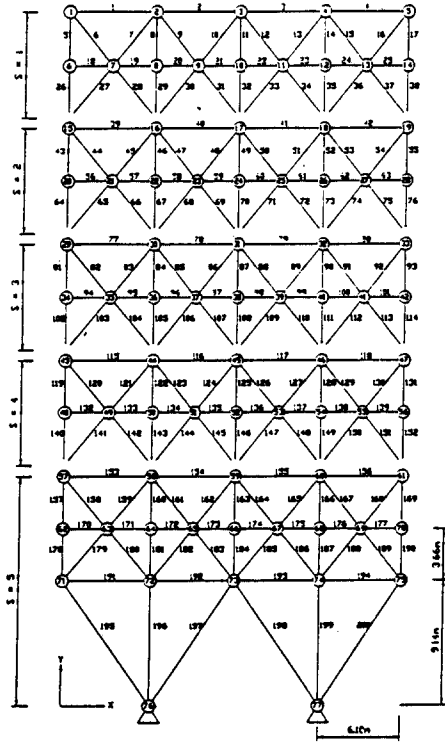


그림 5. 200부재 트러스의 부구조 모델

30, 50 및 96개로 연계하여 적용하였다. 초기치는 각  $10.0\text{cm}^2$ 로 주었다.

표 5과 6은 200부재 트러스에서 최대변위를 갖는 5번 절점의 수직처짐과 최대응력을 갖는 199번 부재에 대한 결과를 비교한 것이다. 200부재 트러스에서는 LOCAS은 역시 30부재 트러스와 같은 결과를 나타낼을 알 수 있다. 그러나 GLOBAS와 GLOCAS는 비교적 적은 오차를 나타내고 있다. 특히, GLOBAS의 오차가 GLOCAS보다 오히려 약간 크게 나타나는데 이는 구조의 규모가 커 설계변수의 연계 수가 크기 때문이다. 따라서 대형 구조일수록 본 연구에서 제시한 알고리즘의 효율성이 증가됨을 나타내고 있다.

그림 6은 200부재 트러스에 대한 설계변수 연계수에 따른 CPU시간을 비교한 결과이다. 이 결과에서는 변위법 해석은 CPU시간이 설계변수 수와는 무관함을 나타낸다. 반면에, COCAS와 GLOCAS는 CPU시간이 전체적으로 아주 작게 소비됨

표 5. 200부재 트러스의 최대변위 비교

자유도번호 10 : 부구조1의 자유도번호 10					
방법	변위법해석	제해석에 의한 해			
설계변수변화율	EXACT	LOCAS	GLOBAS	GLOCAS	오차(%)
-90%	-6.2574730E-01	-1.1889450E-01	-6.3530060E-01	-6.1691930E-01	1.41
-70%	-2.0858000E-01	-1.0637920E-01	-2.1012430E-01	-2.1190250E-01	1.60
-50%	-1.2515160E-01	-9.3863870E-02	-1.2605410E-01	-1.2599280E-01	0.67
-30%	-8.9389800E-02	-8.1348540E-02	-9.0885400E-02	-8.9581910E-02	0.21
-10%	-6.9526810E-02	-6.8833210E-02	-6.7506330E-02	-6.9470930E-02	0.08
0%	-6.2575790E-02	-6.2575790E-02	-6.2575790E-02	-6.2575790E-02	0.00
200%	-2.0858010E-02	-6.2577690E-02	-2.1501180E-02	-2.0671380E-02	0.89
400%	-1.2515050E-02	-1.8773100E-01	-1.2560040E-02	-1.2624410E-02	0.87
600%	-8.9394790E-03	-3.1288420E-01	-8.9819070E-03	-8.9708410E-03	0.35
800%	-6.9528170E-03	-4.3803750E-01	-7.0605360E-03	-7.0170510E-03	0.92
1000%	-5.6885370E-03	-5.6319080E-01	-5.8021670E-03	-5.6824850E-03	0.11

을 알 수 있으며 설계변수의 증가에 따른 변화가 아주 미소함을 나타낸다. 그러나, GLOBAS는 설계변수의 연계수가 적을 경우에는 변위법 해석보다는 효율적이지만 설계변수의 수가 증가함에 따라 현저하게 CPU시간이 소비됨을 알 수 있다.

표 6. 200부재 트러스의 최대변위 비교

방 법	부 재 변 위 199				
	변위법해석	재해석에 의한 해			
설계변수변화율	EXACT	LOCAS	GLOBAS	GLOCAS	오차(%)
-90 %	-6.4648040E+09	-1.2283370E+09	-6.6233010E+09	-6.3733670E+09	1.41
-70 %	-2.1549250E+09	-1.0990380E+09	-2.1578840E+09	-2.1892100E+09	1.59
-50 %	-1.2929790E+09	-9.6973820E+08	-1.2975760E+09	-1.3016740E+09	0.67
-30 %	-9.2352260E+08	-8.4043890E+08	-9.4935670E+08	-9.2550180E+08	0.21
-10 %	-7.1830750E+08	-7.1113960E+08	-6.8108590E+08	-7.1772600E+08	0.08
0 %	-6.4648970E+08	-6.4648970E+08	-6.4648970E+08	-6.4648970E+08	0.00
200 %	-2.1549200E+08	-6.4650300E+08	-2.2449810E+08	-2.1356210E+08	0.90
400 %	-1.2929740E+08	-1.3934960E+09	-1.2932950E+08	-1.3042690E+08	0.87
600 %	-9.2356180E+07	-3.2324890E+09	-9.2985500E+07	-9.2680580E+07	0.35
800 %	-7.1831900E+07	-4.5254820E+09	-7.3897300E+07	-7.2494740E+07	0.92
1000 %	-5.8770470E+07	-5.8184760E+09	-6.0635970E+07	-5.8707780E+07	0.11

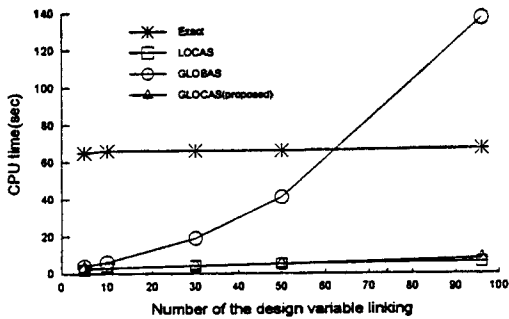


그림 6. 200부재 트러스의 설계변수 연계수에 대한 CPU시간 비교

5. 결 론

본 연구에서는 대규모 구조시스템의 효율적인 최적화를 위한 근사적 재해석알고리즘을 비교·분석하여 새로운 기법을 제시하였다. 일반적으로 구조최적화를 수행하는 동안에 해석과정이 수십 번에서 수백번 이상 실시되며, 구조최적화 전체 실행시간의 대부분이 거동해석 및 민감도해석에 소비된다는 점에서 효율적인 재해석방법의 도입이 필요 불가결하다.

본 연구에서 제시된 알고리즘을 수치예제에 적용한 결과, 재해석방법 선정의 주요 기준인 해의 정밀성과 계산의 효율성을 동시에 만족시킴을 알 수 있었다. 이는 테일러급수전개에서 설계변수의 변화율이 대략 20% 이상 되었을 경우, 오차가 상당히 커져 실제 적용이 어렵다는 점과 차원축소법

에서 설계변수의 수가 변위자유도 수보다 크게 선정되면 CPU시간이 변위법보다 많이 소모되는 점을 함께 극복할 수 있다는 것을 의미한다. 또한 구조의 규모가 커질수록 오차율도 차원 축소법보다 작게 되므로 대형 구조의 최적화에 효율적임을 보인다.

본 연구에서 제시한 알고리즘은 예제에서 적용된 트러스구조뿐만 아니라 프레임이나 판 등의 구조에도 적용할 수 있어 구조최적화에 효율적으로 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] Kirsch, U., *Structural Optimization, Fundamentals and Applications*, Springer-Verlag, Heidelberg, New York, 1993.
- [2] Kirsch, U., "Improved Stiffness-Based First-Order Approximations for Structural Optimization," *AIAA Journal*, Vol.33, No.1, 1995, pp.143-150.
- [3] Przemieniecki, J.S., "Matrix Structural Analysis of Substructures," *AIAA Journal*, Vol.1, No.1, 1963, pp.138-147.
- [4] Arora, J.S., "Survey of Structural Reanalysis Techniques," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol.102, No.4, 1976, pp. 783-802.
- [5] Abu Kassim, A.M., and Topping, B.H.V., "Static Reanalysis: A Review," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.113, No.5, 1987, pp.1029-1045.
- [6] Noor, A.K., and Lower, H.E., "Approximate Techniques of Structural Reanalysis," *Computers and Structures*, Vol.4, 1974, pp.801-812.
- [7] Noor, A.K., and Lowder, H.E., "Approximate Reanalysis Techniques with Substructuring," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol.101, No.ST8, 1975, pp.1687-1698.
- [8] Kirsch, U., *Optimum Structural Design*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1981.
- [9] Kavlie, D., and Powell, G., "Efficient Reanalysis of Modified Structures," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol.97, No.ST1, 1971, pp.377-392.



- [10] Kirsch, U., and Rubinstein, M.F., "Structural Reanalysis by Iteration," *Computers and Structures*, Vol.2, 1972, pp.497-510.
- [11] Kirsch, U., "Reduced Basis Approximations of Structural Displacements for Optimal Design," *AIAA Journal*, Vol.29, 1991, pp. 1751-1758.
- [12] Sack, R.L., Carpenter, W.C., and Hatch, C. L., "Modification of Elements in Displacement Method," *AIAA Journal*, Vol.5, No.8, 1967, pp.1708-1710.
- [13] Sobieszczanski, J., "Matrix Algorithm for Structural Modification Based on Parallel Element concept," *AIAA Journal*, Vol.7, No.11, 1969, pp.2132-2139.

(접수일자 : 1996. 2. 10)