

경계요소법에 의한 탄성-점탄성 복합구조체의 계면균열 해석

Boundary Element Evaluation of Stress Intensity Factor for Interface Crack in Elastic and Viscoelastic Composite Materials

이 상 순*

Lee, Sang-Soon

김 정 규**

Kim, Jung-Gyu

황 종 근***

Hwang, Jong-Keun

요 약

이 논문에서는 탄성-점탄성 복합재료의 공유면에 존재하는 계면균열에 대한 해석방법을 제시하고 있다. 먼저 탄성-점탄성 대응원리를 이용하여 탄성해석식으로부터 응력확대계수에 대한 식을 유도하였다. 다음으로 시간영역 경계요소법을 이용하여 균열선단에서의 응력을 계산한 다음 응력 확대계수의 값을 구하였다. 수치해석의 결과는 본 논문의 정확성과 응용가능성을 보여준다.

Abstract

The focus of the present work is on the computation of the stress intensity factor for the crack at the elastic-viscoelastic bimaterial interface. First, the stress intensity factor for an interface crack in dissimilar elastic and viscoelastic materials is derived by applying the correspondence principle to associated elastic expression. Then the time-domain boundary element analysis is performed to calculate the stress intensity factor. Numerical results show that the proposed method is very useful for the analysis of the interface crack in elastic and viscoelastic materials.

* 한국원자력연구소, 원자로기계분야
** 한국원자력연구소, 원자로기계분야
*** 한국원자력연구소, 원자로기계분야

이 논문에 대한 토론을 1996년 9월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

서로 다른 재료들로 구성된 복합재료의 공유면에 존재하는 계면균열에 대한 연구는 오래전부터 진행되어 왔다.^{1,7)} 단순한 형상과 경계조건을 갖는 문제들에 대한 정밀해들이 발표되었지만, 보다 일반적인 기하학적 형상과 하중조건을 갖는 문제에 대해서는 여러가지 수치해석기법들이 사용되고 있다. 경계요소법은 최근 여러해 동안 계면균열 문제를 해석하는데 매우 효과적으로 응용되어 왔다. Yuuki와 Cho⁸⁾는 Hetenyi 기본해를 사용한 경계요소법을 이용하여 계면균열의 응력확대계수를 계산하였다. Tan과 Gao⁹⁾, 그리고 Raveendra와 Banerjee¹⁰⁾는 균열 선단에 대해 이차 사분점 요소(quadratic quarter-point element)를 적용하여 매우 정확한 결과를 얻었다. Miyazaki 등¹¹⁾은 경로적분법을 사용하여 응력확대계수를 계산하였다.

위에서 설명한 연구들은 모두 탄성-탄성 복합재료의 거동에 집중되어 있다. 그러나 현재 사용되고 있는 다양한 종류의 복합재료를 고려해 볼 때, 또는 여러가지 환경조건, 즉 상온보다 높은 온도상태나 수분이 많은 조건하에서 복합재료가 공학구조체에 사용되었을 때를 가정해 보면 탄성-점탄성 복합재료의 해석이 매우 중요하다고 볼 수 있다. 본 논문에서는 먼저 탄성-점탄성 복합재료의 계면균열의 거동을 나타내는 응력확대계수에 대한 식을 유도하였다. 다음에 경계요소법을 이용하여 균열선단에서의 응력을 계산하여 응력확대계수의 값을 구하였다. 자세한 해석은 Lee와 Westmann¹²⁾이 제시한 시간영역 경계요소법을 이용하여 수행하였다.

2. 응력확대계수의 계산

그림 1-(a)는 탄성-탄성 복합재료의 계면균열을 보여주고 있다. 계면균열 선단 부근에서의 응력들은 다음과 같이 표현된다.⁶⁾

$$\begin{aligned}
 & [\sigma_{yy}(r, \theta) + i\tau_{xy}(r, \theta)]_{\theta=0} \\
 &= \frac{K_1 + iK_2}{\sqrt{2\pi r}} \exp \left\{ i\beta \ln \left(\frac{r}{d} \right) \right\} \quad (1)
 \end{aligned}$$

식 (1)에서 r는 균열 선단으로부터의 거리를 나타내고, d는 r을 정규화시키는 임의의 길이이다. i는 $\sqrt{-1}$ 이고, K_1 과 K_2 는 복합응력확대계수 $K (=K_1 + iK_2)$ 성분들을 나타내며,

$$\begin{aligned}
 \beta &= \frac{1}{2\pi} \ln(\gamma) \\
 \gamma &= \frac{\kappa_I \mu_{II} + \mu_I}{\kappa_{II} \mu_I + \mu_{II}} \quad (2) \\
 \kappa_I &= 3 - 4\nu_I \text{ (평면 변형)} \\
 &= \frac{3 - \nu_I}{1 + \nu_I} \text{ (평면 응력)}
 \end{aligned}$$

이다. μ 와 ν 는 전단계수와 포아손비를 가리키고, 아래 첨자들은 각각의 영역을 나타낸다.

탄성-점탄성 복합재료의 계면균열 선단 부근에서의 응력분포는 탄성-점탄성 대응원리를 이용하여, 식 (1)로부터 구할 수 있다(그림 1-(b)). 라플라스 변형공간에서 $\theta=0$ 인 조건에서의 응력은 다음과 같이 표현될 수 있다 :

$$\begin{aligned}
 & [\bar{\sigma}_{yy}(r, \theta; s) + i\bar{\tau}_{xy}(r, \theta; s)]_{\theta=0} \\
 &= \frac{\bar{K}_I(s) + i\bar{K}_S(s)}{\sqrt{2\pi r}} \exp \left\{ i\bar{\beta}(s) \ln \left(\frac{r}{d} \right) \right\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

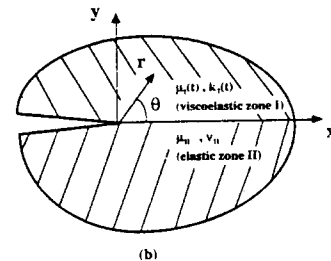
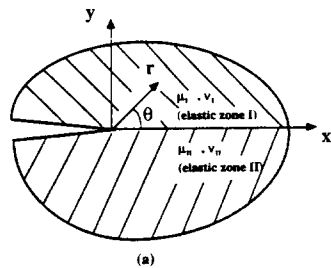


그림 1. 계면 균열 선단 부근

식 (3)에서,

$$\begin{aligned} \bar{\beta}(s) &= \frac{1}{2\pi} \ln[\bar{\gamma}(s)] \\ \bar{\gamma}(s) &= \left[\frac{\bar{\kappa}_I(s)\mu_I + s\bar{\mu}(s)}{\kappa_{II}s\bar{\mu}(s) + \mu_{II}} \right] \quad (4) \\ \bar{\kappa}_I(s) &= 3 - 4s\bar{v}_I(s) \quad (\text{평면 변형}) \\ &= \frac{3 - s\bar{v}_I(s)}{1 + s\bar{v}_I(s)} \quad (\text{평면 응력}) \\ \kappa_{II} &= 3 - 4v_{II} \quad (\text{평면 변형}) \\ &= \frac{3 - v_{II}}{1 + v_{II}} \quad (\text{평면 응력}) \end{aligned}$$

윗 식에서 $\bar{\sigma}_{xy}(s)$ 와 $\bar{\tau}_{xy}(s)$ 는 라플라스 변형된 점탄성 응력들을 가리키고, $\bar{K}_1(s)$ 와 $\bar{K}_2(s)$ 는 라플라스 변형된 응력확대계수들을 나타내며, s 는 변형 변수이다. $\bar{\mu}(s)$ 와 $\bar{v}_I(s)$ 는 $\mu(t)$ 와 $v_I(t)$ 의 라플라스 변형을 나타낸다.

응력확대계수의 크기는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{K}_0(s) = |\bar{K}(s)| = \sqrt{[\bar{K}_1(s)]^2 + [\bar{K}_2(s)]^2} \quad (5)$$

식 (3)으로부터, 식 (5)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{K}_0(s) &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \\ &\quad \sqrt{[\bar{\sigma}_{yy}(r, 0; s)]^2 + [\bar{\tau}_{xy}(r, 0; s)]^2} \quad (6) \end{aligned}$$

식 (6)의 $\bar{K}_0(s)$ 는 실제 시간공간으로 다음과 같이 전환된다 :

$$\begin{aligned} K_0(t) &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \\ &\quad \sqrt{[\sigma_{yy}(r, 0; t)]^2 + [\tau_{xy}(r, 0; t)]^2} \quad (7) \end{aligned}$$

응력확대계수의 크기는 식 (7)을 이용하여, 균열 선단 부근에서의 응력들로부터 직접 계산할 수 있다.

3. 경계요소법과 수치해석 결과

3.1 경계요소 공식화

2장에서 설명한 방법을 이용하여 경계요소법으로 계산한 응력확대계수의 정확성을 보이기 위하여, 크기가 $2a$ 인 계면균열을 갖는 무한평판에 $(\sigma_{yy})_\infty$ 가 작용하는 문제를 선택하였다. 실제 해석 과정에서는 무한평판 대신에 유한한 크기의 평판이 사용된다(그림 2-(a)). 그림 2-(a)에서 상판은 선형 점탄성 재료를 나타내고, 하판은 선형 탄성체를 가리킨다.

이 복합 평판은 평면 변형상태에 있다고 가정한다. 무한평판 대신 유한평판을 사용하게 되면 유한한 복합평판의 수직면을 따라 변형률이 균일하다는 조건을 만족시켜 주어야 하는데, 이를 위해

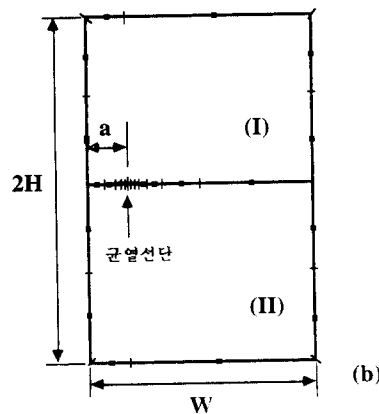
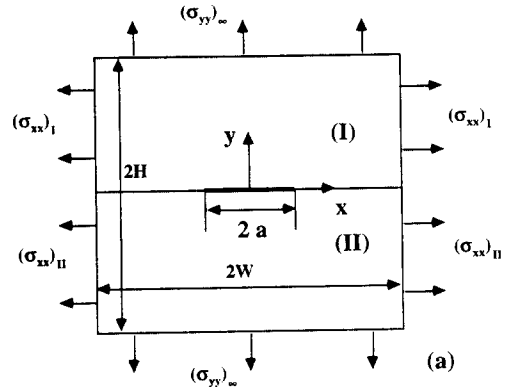


그림 2. 중앙 계면균열 해석모델

서 그림 2-(a)에 나타난 바와 같이 수직면을 따라 응력 $(\sigma_{xx})_I$ 과 $(\sigma_{xx})_{II}$ 가 작용한다고 가정한다. $(\sigma_{xx})_I$ 과 $(\sigma_{xx})_{II}$ 그리고 실제 외력 $(\sigma_{yy})_\infty$ 들 사이의 관계는 3.2에서 설명되어진다.

그림 2-(b)는 경계요소해석에 사용될 해석모델을 보여주고 있다. 대칭조건을 이용하여 평판의 절반만이 사용된다. 어떠한 물체력(body forces)도 존재하지 않는다는 가정아래, 해석모델에 대한 경계적분방정식은 다음과 같이 주어진다 :

점탄성 평판에 대해서,

$$\begin{aligned} & c_{ij}^v(\mathbf{y}) u_j^v(\mathbf{y}, t) \\ & + \int_{S^v} \left[u_j^v(\mathbf{y}', t) T_{ij}^v(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \right. \\ & \left. + \int_{0+}^t u_j^v(\mathbf{y}', t-t') \frac{\partial T_{ij}^v(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt' \right] dS^v(\mathbf{y}') \\ & = \int_{S^v} \left[t_j^v(\mathbf{y}', t) U_{ij}^v(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; 0+) \right. \\ & \left. + \int_{0+}^t t_j^v(\mathbf{y}', t-t') \frac{\partial U_{ij}^v(\mathbf{y}, \mathbf{y}'; t')}{\partial t'} dt' \right] dS^v(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (8)$$

탄성 평판에 대해서

$$\begin{aligned} & c_{ij}^e(\mathbf{y}) u_j^e(\mathbf{y}, t) + \int_{S^e} u_j^e(\mathbf{y}', t) T_{ij}^e(\mathbf{y}, \mathbf{y}') ds^e(\mathbf{y}') \\ & = \int_{S^e} t_j^e(\mathbf{y}', t) U_{ij}^e(\mathbf{y}, \mathbf{y}') dS^e(\mathbf{y}') \end{aligned} \quad (9)$$

이다. 식 (8)과 (9)에서 윗 첨자 'v'와 'e'는 각각 점탄성 평판과 탄성 평판을 가리키고, u_i 와 t_i 는 각각 경계면에서의 변위와 표면력(traction)을 나타내며, S 는 주어진 물체의 경계면을 가리킨다. $c_{ij}(\mathbf{y})$ 는 경계면의 기하학적 형상에만 의존하는 함수이다. U_{ij} 와 T_{ij} 들은 기본해들이다.

일반적으로, 식 (8)과 (9)에 대한 정밀해를 구하는 것은 불가능하기 때문에 수치적분이 사용되어야 한다. 이 논문에서는 변위와 표면력, 그리고 기하학적 형상을 나타내기 위해서 이차 형상함수(quadratic shape functions)를 사용하였다. 자세한 계산과정은 참고문헌[12]에 설명되어 있다.

응력확대계수는 균열 선단부근에서의 응력이나 변위로부터 계산될 수 있다. 균열 선단 부근의 거

동을 정확히 나타내기 위해서는 특수 경계요소가 사용되어야 한다. 이 논문에서는, 균열선단에서의 변위를 나타내기 위해서 사분점 경계요소를 사용하였고, 균열선단의 응력을 나타내기 위해서 표면력 특이 사분점 경계요소(traction singular quarter-point element)를 사용하였다. 이러한 경계요소에 대한 자세한 설명과 수치해석 결과들은 참고문헌[9]와 [10]에 나타나 있다. 참고문헌[12]에 설명된 절차에 따라 식 (8)과 (9)를 정리하면 다음과 같은 행렬 방정식이 얻어진다.

즉,

점탄성 평판에 대해,

$$[\mathbf{H}^1 \mathbf{H}^{12}] \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^1 \\ \mathbf{u}^{12} \end{Bmatrix} = [\mathbf{G}^1 \mathbf{G}^{12}] \begin{Bmatrix} \mathbf{t}^1 \\ \mathbf{t}^{12} \end{Bmatrix} + \{\mathbf{R}\} \quad (10)$$

탄성 평판에 대해,

$$[\mathbf{H}^2 \mathbf{H}^{21}] \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^2 \\ \mathbf{u}^{21} \end{Bmatrix} = [\mathbf{G}^2 \mathbf{G}^{21}] \begin{Bmatrix} \mathbf{t}^2 \\ \mathbf{t}^{21} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

이다. 식 (10)과 (11)에서, 윗 첨자 '1'과 '2'는 각각 점탄성 영역과 탄성 영역을 가리키고, '12'와 '21'는 두 영역의 공유면을 나타내며, \mathbf{H} 와 \mathbf{G} 는 각각의 영역에서의 영향행렬들을 나타낸다.

두 영역의 공유면에서는 변위의 연속조건과 표면력의 평형조건이 만족되어야 하는데, 그와 같은 조건들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{21} &= \mathbf{u}^{12} \\ \mathbf{t}^{21} &= -\mathbf{t}^{12} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)를 식 (10)과 (11)에 대입하여 정리하면, 다음과 같은 행렬 방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^1 & \mathbf{H}^{12} & \mathbf{0} & \mathbf{G}^{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}^{21} & \mathbf{H}^2 & -\mathbf{G}^{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^1 \\ \mathbf{u}^{12} \\ \mathbf{u}^2 \\ \mathbf{u}^{21} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{t}^1 \\ \mathbf{t}^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

외부 경계조건을 식 (13)에 적용하여 풀면, 경계면과 공유면에서의 응력과 변위를 구하게 된다.

3.2 수치해석 결과

이 논문에서는, 점탄성체의 모델로써 체적계수 (bulk modulus)는 탄성거동을, 전단계수는 표준 선형고체(standard linear solid) 거동을 한다고 가정하였다. 즉,

$$k_I(t) = k_0$$

$$\mu_I(t) = g_0 + g_1 \exp\left(-\frac{t}{t^*}\right) \quad (14)$$

식 (14)에서 아랫첨자 I'는 점탄성체를 가리킨다. 수치해석에서 사용한 물성 값들은 다음과 같다.

$$\frac{\mu_I(\infty)}{\mu_I(0)} = 0.6$$

$$\frac{k_0}{\mu_I(0)} = 4$$

$$t^* = 2 \quad (15)$$

$$\frac{\mu_{II}}{\mu_I(0)} = 2, 10, 73$$

$$\nu_{II} = 0.2$$

식 (15)에서 아랫첨자 II'는 탄성체를 가리키고, μ 와 ν 는 각각 전단계수와 포아손비를 나타낸다.

그림 2-(b)에서 $W=19a$ 와 $H=16a$ 로 가정하였는데, 여기에서 a 는 균열길이를 나타낸다. 이 문제의 연관문제, 즉 탄성-탄성 무한평판에 대한 정밀해는 다음과 같이 주어진다.²⁾

$$K_0 = (\sigma_{yy})_\infty \sqrt{\pi a} \sqrt{1+\beta^2} \quad (16)$$

식 (16)의 β 는 식 (2)에서 설명되었다.

3.1에서 설명한 바와 같이, 무한평판 대신 유한평판을 사용하게 되면 유한한 복합평판의 수직면을 따라 변형률이 균일하다는 조건을 만족시켜 주어야 한다. 정밀해 (16)은 유한평판의 각 영역에서 다음과 같은 응력점프를 가정하여 계산한 식이다.

$$(\sigma_{xx})_{II} = \frac{\mu_{II}}{\mu_I} \frac{1-\nu_I}{1-\nu_{II}} (\sigma_{xx})_I$$

$$+ \left[\frac{\nu_{II}}{1-\nu_{II}} - \frac{\mu_{II}}{\mu_I} \frac{\nu_I}{1-\nu_I} \right] (\sigma_{yy})_\infty \quad (17)$$

또는,

$$(\sigma_{xx})_{II} = \frac{\mu_{II}}{1-\nu_{II}} \left[\frac{(3k_I+4\mu_I)}{2\mu_I(3k_I+\mu_I)} \right] (\sigma_{xx})_I$$

$$+ \left\{ \left[\frac{\nu_{II}}{1-\nu_{II}} \right] - \frac{\mu_{II}}{1-\nu_{II}} \left[\frac{(3k_I-2\mu_I)}{2\mu_I(3k_I+\mu_I)} \right] \right\} (\sigma_{yy})_\infty \quad (18)$$

탄성-점탄성 평판에 대한 응력점프는 식 (18)에 탄성-점탄성 대응원리를 적용하므로써 구할 수 있다. $(\sigma_{yy})_\infty(t) = T_y H(t)$ 와 $[(\sigma_{xx}(t))]_I = (T_x)_I H(t)$ 라고 가정하고, 식 (14)로 주어진 점탄성 모델을 사용하면, 응력점프는 다음과 같이 계산된다.

$$(\sigma_{xx})_{II} = \frac{\mu_{II}}{1-\nu_{II}} A(t) (T_x)_I$$

$$+ \left\{ \left[\frac{\nu_{II}}{1-\nu_{II}} \right] - \frac{\mu_{II}}{1-\nu_{II}} B(t) \right\} T_y \quad (19)$$

식 (19)에서,

$$A(t) = \left\{ \frac{(3k_0+4g_0)}{2g_0(3k_0+g_0)} - \frac{g_1}{2\mu(0)g_0} \exp\left(-\frac{g_0}{\mu(0)} \frac{t}{t^*}\right) - \frac{3g_1}{2[3k_0+\mu(0)][3k_0+g_0]} \exp\left[-\frac{3k_0+g_0}{3k_0+\mu(0)} \frac{t}{t^*}\right] \right\} H(t)$$

$$B(t) = \left\{ \frac{(3k_0-2g_0)}{2g_0(3k_0+g_0)} - \frac{g_1}{2\mu(0)g_0} \exp\left(-\frac{g_0}{\mu(0)} \frac{t}{t^*}\right) + \frac{3g_1}{2[3k_0+\mu(0)][3k_0+g_0]} \exp\left[-\frac{3k_0+g_0}{3k_0+\mu(0)} \frac{t}{t^*}\right] \right\} H(t) \quad (20)$$

이다. 여기에서 $H(t)$ 는 Heaviside unit step 함수를 나타낸다.

$a=0.5$ 에 대해 36개의 이차 경계요소가 사용되었다(그림 2-(b)). 균열 선단 부근의 거동을 정확히 나타내기 위해서는 특수 경계요소가 사용되어야 한다. 이 논문에서는, 균열선단에서의 변위를

나타내기 위해서 사분점 경계요소를 사용하였고, 균열선단의 응력을 나타내기 위해서 표면력 특이 사분점 경계요소(traction singular quarter-point element)를 사용하였다. 응력확대계수의 크기는 식 (7)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$K_o(t) = \sqrt{2\pi L} \sqrt{[t_1^A(t)]^2 + [t_2^A(t)]^2} \quad (21)$$

식 (21)에서 t_1^A 는 경계요소법에 의해 계산된 균열 선단에서의 표면력을 나타내고, L 은 균열 선단에 있는 경계요소의 길이를 가리킨다.

표 1과 2는 식 (21)를 이용하여, 시간 $t/t^*=0$ 와 $t/t^*=20$ 에서 계산하여 정규화된 응력확대계수의 크기 $K_o(t)/K^*$ 를 나타내고 있는데, 여기에서 $K^*=(\sigma_{yy})_\infty \sqrt{\pi a}$ 이다. 탄성-탄성 평판문제와 비교하기 위하여, 그림 2-(b)에서 윗 평판 영역 I에 대해 점탄성 재료 대신 전단계수가 각각 $\mu_1(0)$ 와 $\mu_1(\infty)$ 인 탄성체로 구성되어 있다고 가정하고, 아랫 평판 영역 II는 원래의 탄성 평판이 변함없이 유지된다고 가정한다. 초기 시간 $t/t^*=0$ 에서 경계요소법에 의한 수치해석결과는 각각의 전단계수 $\mu_1(0)$ (윗 평판)와 μ_{11} (아랫평판)로 구성된 탄성-탄성 평판의 결과와 같아야 한다. 또, 시간이 매우 커질 때, 경계요소법에 의한 수치해석결과는 각각의 전단계수 $\mu_1(\infty)$ (윗 평판)와 μ_{11} (아랫 평판)로 구성된 탄성-탄성 평판의 결과에 수렴해야 한다. 이 논문에서 사용된 μ_{11}/μ_1 값들의 범위에서, 식 (21)를 이용하여, 시간 $t/t^*=0$ 와 $t/t^*=20$ 에서 계산하여 정규화된 응력확대계수의 크기는 정밀해와 비교했을 때, 오차의 크기가 1.6% 이하였다.

표 1. 탄성-점탄성 복합 무한평판의 계면균열 문제에 대해 시간 $t/t^*=0$ 에서 계산하여 정규화된 응력확대계수의 크기

Elastic Solution for $\mu_1^1/\mu_1(0)$		BEM Results (K_o/K^*) at $t/t^*=0$	% Diff.
$\mu_1^1/\mu_1(0)$	$(K_o/K^*)_{elastic}$		
2	1.000059	0.9965	< 1
10	1.00077	1.0057	< 1
73	1.00163	1.0175	< 1.6

표 2. 탄성-점탄성 복합 무한평판의 계면균열 문제에 대해 시간 $t/t^*=20$ 에서 계산하여 정규화된 응력확대계수의 크기

Elastic Solution for $\mu_1^1/\mu_1(\infty)$		BEM Results (K_o/K^*) at $t/t^*=20$	% Diff.
$\mu_1^1/\mu_1(\infty)$	$(K_o/K^*)_{elastic}$		
3.33	1.00035	0.995	< 1
16.67	1.00001	0.9998	< 1
121.0	1.00010	1.00507	< 1

4. 결 론

본 논문에서는, 시간영역 경계요소법을 이용하여 탄성-점탄성 복합재료의 계면 균열을 해석하는 과정을 제시하였다. 먼저, 탄성-점탄성 대응원리를 이용하여, 관련 탄성해로부터 응력확대계수를 유도하였다. 응력확대계수의 크기는 균열 선단 부근에서의 응력들로부터 직접 계산할 수 있다. 균열 선단에서의 응력을 계산하기 위해서 시간영역 경계요소법을 사용하였는데, 균열 선단 부근의 거동을 정확히 나타내기 위해서 특수경계요소가 사용되었다. 즉, 균열선단에서의 변위를 나타내기 위해서 사분점 경계요소를 사용하였고, 균열선단의 응력을 나타내기 위해서 표면력 특이 사분점 경계요소를 사용하였다. 수치해석의 결과는 본 논문에서 제시한 방법의 정확성과 응용가능성을 보여 주고 있다.

참 고 문 헌

- [1] Williams, M.L., "The Stress around a Fault of Crack in Dissimilar Media," *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 49, 1959, pp.199-204.
- [2] Rice, J.R., and Sih, G.C., "Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media," *J. Applied Mechanics*, 32, 1965, pp.418-422.
- [3] Erdogan, F. "Stress Distribution in Bonded Dissimilar Materials with Cracks," *J. Applied Mechanics*, 32, 1965, pp.403-410.
- [4] England, A.H., "A Crack Between Dissimilar Media," *J. Applied Mechanics*, 32, 1965, pp.400-402.
- [5] Comninou, M. "The Interface Crack," *J. Ap-*

- plied Mechanics*, 44, 1977, pp.631-636.
- [6] Rice, J.R., "Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks," *J. Applied Mechanics*, 55, 1988, pp.98-103.
- [7] Comninou, M., "An Overview of Interface Cracks," *Engineering Fracture Mechanics*, 37, 1990, pp.197-208.
- [8] Yuuki, R. and Cho, S.B., "Efficient Boundary Element Analysis of Stress Intensity Factors for Interface Cracks in Dissimilar Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, 34, 1989, pp.179-188.
- [9] Tan, C.L. and Gao, Y.L., "Treatment of Bimaterial Interface Crack Problems Using the Boundary Element Method," *Engineering Fracture Mechanics*, 36, 1990, pp.919-932.
- [10] Raveendra, S.T. and Banerjee, P.K., "Computation of Stress Intensity Factor for Interfacial Cracks," *Engineering Fracture Mechanics*, 40, 1991, pp.89-103.
- [11] Miyazaki, N., Ikeda, T., Soda, T. and Munakata, T. "Stress Intensity Factor Analysis of Interface Crack Using Boundary Element Method-Application of Contour-Integral Method," *Engineering Fracture Mechanics*, 45, 1993, pp.599-610.
- [12] Lee, S.S. and Westmann, R.A., "Application of High-Order Quadrature Rules to Time-Domain Boundary Element Analysis of Viscoelasticity," *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, 38, 1995, pp.607-629.

(접수일자 : 1995. 12. 7)