

내부물체를 갖는 사각형수조내 유체의 고유진동수 Resonant Frequencies in Rectangular Liquid Tanks with an Internal Body

전 영 선*
Choun, Young-Sun
윤 정 방**
Yun, Chung-Bang

요 약

내부에 사각형 물체가 놓여 있는 사각형수조내 유체의 유동진동수를 선형파이론을 사용하여 산정하였다. 속도포텐셜을 벽체에 의해 발생하는 표면파와 내부물체로 인해 발생하는 반사파, 전달파 및 산란파의 합으로 써 표현하였다. 내부물체에 대한 반사율과 전달율은 연속되는 유체영역에서 질량 Flux와 에너지 Flux의 연속 조건과 내부물체의 양측면에서의 경계조건을 이용하여 구하였다. 예제해석 결과 유체의 유동진동수는 내부물체가 높고 넓을수록 그리고 물체가 중앙에 가까울수록 감소한다. 내부물체의 크기와 위치의 변화에 의한 유동진동수의 변화는 폭이 수위에 비하여 넓은 수조에서 더욱 민감하다.

Abstract

Sloshing frequencies of the fluid in rectangular tanks with a bottom-mounted rectangular block are determined by linear water wave theory. Velocity potential is decomposed into those for the wall-induced waves, and the reflected, transmitted, and scattered waves by the block. The reflection and transmission coefficients are determined using the continuity conditions of mass flux and energy flux on the common vertical boundaries of the fluid regions, and the boundary conditions on the both sides of the block. The analysis results indicate that the sloshing frequencies reduce, as the block becomes tall and wide and as the block moves toward the center. The variations of the sloshing frequencies due to the block are found to be more sensitive in broad tanks than is tall tanks.

1. 서 론

유체의 자유수면 거동은 유체저장조의 설계에 있어서 중요한 인자중의 하나이다. 특히 사용후핵연료 저장조에 있어서는 오염된 냉각수가 유통하

지 않도록 저장조의 벽체높이를 결정해야 하는데, 이를 위해서는 저장된 사용후핵연료를 고려한 수면의 유동특성을 정확하게 파악하고 있어야 한다.

사각형 수조내의 유동특성에 대해서는 수년간 많은 연구가 지속되어 왔지만, 그들의 대부분은

* 한국원자력연구소 선입기술원
** 한국과학기술원 토목공학과 교수

이 논문에 대한 토론을 1996년 9월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

내부의 물체가 없는 경우로 한정되어 있다.¹⁷⁾ 내부의 물체를 고려하여 유체의 유동진동수를 구하는 방법들이 최근에 제시되고 있는데, Evans와 Mclver⁸⁾는 선형과 이론을 사용하여 사각형 수조에서 얇은 판이 유동진동수에 미치는 영향에 대하여 검토하였으며, 또한 Watson과 Evans⁹⁾는 수조의 중앙에 위치한 블럭을 고려하여 유동진동수를 구하였다. 이들 두 연구에서는 유체의 영역을 두 부분으로 구분하여 각 영역에 대한 적절한 eigenfunction expansion을 구하고, 두 유체영역이 접하는 경계선상에서 각 eigenfunction을 연계하는 방법을 사용하였다. 내부의 물체가 임의의 위치에 놓일 경우에는 이러한 방법을 사용하기 곤란하기 때문에 Evans¹⁰⁾는 Wide-spacing approximation 방법을 사용하였다. 그는 수조의 벽체와 내부의 물체가 충분히 떨어져 있는 것으로 가정하고 상호간의 영향을 무시하였다. 따라서 이 방법은 수조의 폭이 수위에 비해 매우 큰 경우에 해석해와 잘 일치하는 결과를 보여준다.

본 연구에서는 보다 향상된 결과를 얻기 위하여 수조벽체와 내부물체의 상호영향을 고려하여 유동진동수를 구하는 방법을 제시하였다. 속도포텐셜을 벽체에 의해 발생하는 표면파와 내부물체로 인해 발생하는 반사파, 전달파 및 산란파의 합으로써 표현하였으며, 내부물체에 대한 반사율과 전달율은 연속되는 유체영역에서 질량 Flux와 에너지 Flux의 연속조건과 내부물체의 양측면에서의 경계조건을 이용하여 구하였다.

2. 자유수면의 고유진동수

유체를 비압축성, 비점성이고 비회전성 흐름이라고 가정하면 유체의 전영역에서 속도포텐셜이 존재한다. 즉,

$$\Phi(x,z,t) = \phi(x,z)e^{i\omega t} \quad (1)$$

여기서, ω 는 표면파의 angular frequency이며, $i = \sqrt{-1}$ 이다.

식 (1)에서 포텐셜 $\phi(x,z)$ 는 다음의 Laplace 방정식을 만족시킨다.

$$\nabla^2 \phi(x,z) = 0 \quad (2)$$

그림 1에서와 같이 폭 $2a$, 높이 h 인 사각형 물체가 수조바닥의 임의의 위치에 놓여 있을 때 속도포텐셜은 다음의 경계조건을 만족하여야 한다.

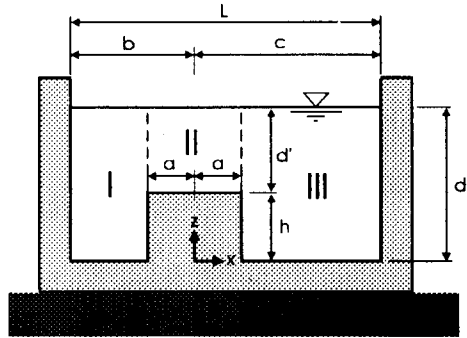


그림 1. Tank with a submerged block

$$\phi_{,z} = 0, \quad \begin{cases} -b < x < -a, & z = 0 \\ -a < x < a, & z = h \\ a < x < c, & z = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\phi_{,z} = \frac{\omega^2}{g} \phi, \quad -b < x < c, \quad z = d \quad (4)$$

$$\phi_{,z} = 0, \quad \begin{cases} x = -b, & 0 < z < d \\ x = c, & 0 < z < d \end{cases} \quad (5)$$

$$\phi_{,z} = 0 \quad |x| = a, \quad 0 < z < h \quad (6)$$

유체의 영역을 그림 1에서와 같이 I, II, III의 3부분으로 나누고 각 영역에서의 속도포텐셜을 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 라고 하면 식 (2), (3), (4)를 만족시키는 일반해는 다음과 같이 벽체로부터 발생하는 표면파, 내부물체로 인한 반사파, 전달파 및 산란파의 합으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_1(x,z) = & \sum_{j=1}^{\infty} \left[A_j e^{-ik_j b} e^{-ik_j x} + r_{1j}^{(1)} A_j e^{-ik_j b} e^{ik_j x} \right. \\ & + \frac{1}{2} t_{1j}^{(3)} B_j e^{-ik_j c} \cos k_j (x+l_1) \\ & \left. + \frac{1}{2} t_{1j}^{(3)} B_j e^{-ik_j c} \sin k_j (x+l_1) \right] f_{1j}(z) \\ & + \sum_{m=2}^{\infty} \left\{ A_{mj} e^{-ik_j b} e^{-km_j x} + r_{mj}^{(1)} A_j e^{-ik_j b} e^{-km_j x} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} t_{mj}^{(3)} B_j e^{-ik_j c} \cosh k_{mj} (x+l_1) \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2} t_{mj}^{a(3)} B_j e^{-ik_j c} \sinh k_{mj} (x+l_1) \Big\} f_{mj}(z) \Big] \quad (-b \leq x \leq -a) \quad (7)$$

$$\phi_2(x, z) = \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ (C_{lj} \text{sink}'_j x + D_{lj} \text{sink}'_j x) g_{lj}(z) + \sum_{n=2}^{\infty} (C_{nj} \text{sinh} k'_{nj} x + D_{nj} \text{cosh} k'_{nj} x) g_{nj}(z) \right\} \quad (-a \leq x \leq a) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \phi_3(x, z) = & \sum_{j=1}^{\infty} \left[\left\{ B_j e^{-ik_j c} e^{-ik_j x} + r_{lj}^{(3)} B_j e^{-ik_j c} e^{ik_j x} \right. \right. \\ & + \frac{1}{2} t_{lj}^{s(1)} A_j e^{-ik_j b} \cos k_j (x-l_3) \\ & + \frac{1}{2} t_{lj}^{a(1)} A_j e^{-ik_j b} \sin k_j (x-l_3) \Big\} f_{lj}(z) \\ & + \sum_{m=2}^{\infty} \left\{ B_{mj} e^{-ik_j c} e^{-k_m x} + r_{mj}^{(3)} B_j e^{-ik_j c} e^{-k_m x} \right. \\ & + \frac{1}{2} t_{mj}^{s(1)} A_j e^{-ik_j b} \cosh k_{mj} (x-l_3) \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} t_{mj}^{a(1)} A_j e^{-ik_j b} \sinh k_{mj} (x-l_3) \right\} f_{mj}(z) \right] \quad (a \leq x \leq c) \quad (9) \end{aligned}$$

여기서

$$l_1 = \frac{1}{2}(b+a)$$

$$l_3 = \frac{1}{2}(c+a)$$

$$f_{lj}(z) = \left[\frac{d}{2} \left(1 + \frac{\text{shinh } 2k_j d}{2k_j d} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \cosh k_j z$$

$$f_{mj}(z) = \left[\frac{d}{2} \left(1 + \frac{\text{shinh } 2k_{mj} d}{2k_{mj} d} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \cosh k_{mj} z$$

$$g_{lj}(z) = \left[\frac{d'}{2} \left(1 + \frac{\text{shinh } 2k'_j d'}{2k'_j d'} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \cosh k'_j (z-h)$$

$$\frac{\omega_j^2}{g} = k_j \tanh k_j d = -k_{mj} \tan k_{mj} d$$

$$= k'_j \tanh k'_j d' = -k'_{nj} \tan k'_{nj} d',$$

(m, n=2, 3, 4...)

이들 식에서 A_j 와 B_j 는 각각 좌측과 우측벽체의 거동에 의해 발생하는 표면파의 진폭에 관련된 복소수 상수이며, A_{mj} 와 B_{mj} 는 산란파에 대한 복소수

상수이다. 또한 C_{lj} , C_{nj} , D_{lj} 및 D_{nj} 는 유체영역 II에서의 표면파의 진폭에 관련된 복소수 상수이다. 그리고 $r_{lj}^{(1)}$, $r_{mj}^{(1)}$, $r_{lj}^{(3)}$ 및 $r_{mj}^{(3)}$ 는 내부물체에 대한 표면파의 반사율을 나타내고, $t_{lj}^{s(1)}$, $t_{mj}^{s(1)}$, $t_{lj}^{s(3)}$, $t_{mj}^{s(3)}$, $t_{lj}^{a(1)}$, $t_{mj}^{a(1)}$, $t_{lj}^{a(3)}$ 및 $t_{mj}^{a(3)}$ 는 다른 유체영역으로의 표면파의 전달율을 나타낸다. 여기서 윗첨자 s와 a는 symmetric part와 antisymmetric part를 나타내며, (1)과 (3)은 각각 유체영역과 I과 III을 의미한다. 또한 k_j 와 k_{mj} 는 유체영역 I과 III에서의 파수이며, k'_j 와 k'_{nj} 는 유체영역 II에서의 파수를 나타낸다. 그리고 f_{lj} 와 f_{mj} 는 구간 $(0 < z < d)$ 에서, g_{lj} 와 g_{mj} 는 구간 $(h < z < d)$ 에서 각각 orthonormal function이다.

윗 식에서는 내부물체로부터 반사된 파가 벽체에 의해 다시 반사되는 경우 그 영향이 적은 것으로 가정하고 이에 대한 항목은 무시하였다.

식(7)과 (9)를 식(5)에 대입하고 $f_{lj}(z)$ 와 $f_{mj}(z)$ 의 직교성을 이용하여 정리하면 진폭상수 A_j 와 B_j 사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$B_j = i \frac{2e^{ik_j c} (1 - r_{lj}^{(1)} e^{-2k_j b})}{t_{lj}^{s(3)} \sin k_j b_0 + t_{lj}^{a(3)} \cos k_j b_0} A_j \quad (10)$$

$$B_j = -i \frac{t_{lj}^{s(1)} \sin k_j c_0 - t_{lj}^{a(1)} \cos k_j c_0}{2e^{ik_j b} (1 - r_{lj}^{(3)} e^{-2k_j c})} A_j \quad (11)$$

여기서, $b_0 = \frac{1}{2}(b-a)$, $c_0 = \frac{1}{2}(c-a)$ 이다.

식 (10)과 (11)을 등치시키면 공진시의 파수 k_j 를 구하는 일반식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & (e^{ik_j b} - r_{lj}^{(1)} e^{-ik_j b}) (e^{ik_j c} - r_{lj}^{(3)} e^{-ik_j c}) \\ & = -\frac{1}{4} (t_{lj}^{s(1)} \sin k_j c_0 - t_{lj}^{a(1)} \cos k_j c_0) \\ & \quad (t_{lj}^{s(3)} \sin k_j b_0 + t_{lj}^{a(3)} \cos k_j b_0) \quad (12) \end{aligned}$$

식 (12)에서 공진 파수 k_j 를 구하면 다음 식에 의해 유동진동수 ω_j 를 계산할 수 있다.

$$\omega_j = \sqrt{g k_j \tanh k_j d} \quad (13)$$

3. 반사율과 전달율의 산정

수중에 놓여 있는 물체에 대한 표면파의 반사율과 전달율을 구하기 위하여 속도포텐셜을 좌측벽체와 우측벽체에 의해 발생하는 표면파의 항으로 분리한다. 좌측벽체로부터 발생하는 표면파에 대한 j번째 모드에 해당하는 속도포텐셜은 다음의 식으로 표현된다.

$$\phi_{1j}(x,z) = A_j e^{-ik_j b} \left\{ (e^{-ik_j x} + r_{1j}^{(1)} e^{ik_j x}) f_{1j}(z) + \sum_{m=2}^{\infty} r_{mj}^{(1)} e^{km_j x} f_{mj}(z) \right\} \quad (14)$$

$$\phi_{2j}(x,z) = (C_{1j}^{(1)} \sin k'_j x + D_{1j}^{(1)} \cos k'_j x) g_{1j}(z) + \sum_{n=2}^{\infty} (C_{nj}^{(1)} \sinh k'_{nj} x + D_{nj}^{(1)} \cosh k'_{nj} x) \quad (15)$$

$$\phi_{3j}(x,z) = \frac{1}{2} A_j e^{-ik_j b} \left[\{t_{1j}^{s(1)} \cos k_j(x-l_3) + t_{1j}^{a(1)} \sin k_j(x-l_3)\} f_{1j}(z) + \sum_{m=2}^{\infty} \{t_{mj}^{s(1)} \cosh k_{mj}(x-l_3) + t_{mj}^{a(1)} \sinh k_{mj} \sinh k_{mj}(x-l_3)\} f_{mj}(z) \right] \quad (16)$$

위의 속도포텐셜은 각 유체영역의 경계에서 조건식 (6)과 다음의 연속조건식을 만족시켜야 한다.

$$\phi_{1j} = \phi_{2j}, \quad \phi_{1j,x} = \phi_{2j,x}, \quad (x = -a, h < z < d) \\ \phi_{3j} = \phi_{2j}, \quad \phi_{3j,x} = \phi_{2j,x}, \quad (x = a, h < z < d) \quad (17)$$

식 (14), (15) 및 (16)을 식 (6)과 (17)에 대입하여 정리하면 영역 I에서의 수중물체에 대한 표면파의 반사율과 전달율 $r_{1j}^{(1)}$, $t_{1j}^{a(1)}$ 및 $t_{1j}^{s(1)}$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$r_{1j}^{(1)} = -\frac{1}{4} (\chi_{1j}^{a(1)} + \chi_{(m+1)j}^{a(1)} + \chi_{1j}^{s(1)} + \chi_{(m+1)j}^{s(1)}) \quad (18)$$

$$t_{1j}^{a(1)} = \frac{\chi_{1j}^{a(1)} - \chi_{(m+1)j}^{a(1)}}{2 \sin k_j c_0} e^{ik_j a} \quad (19)$$

$$t_{1j}^{s(1)} = \frac{\chi_{1j}^{s(1)} - \chi_{(m+1)j}^{s(1)}}{2 \cos k_j c_0} e^{ik_j a} \quad (20)$$

여기서

$$\chi_{1j}^{a(1)} = r_{1j}^{a(1)} + t_{1j}^{a(1)} \sin k_j c_0 \quad (21)$$

$$\chi_{(m+1)j}^{a(1)} = r_{1j}^{a(1)} - t_{1j}^{a(1)} \sin k_j c_0 \quad (22)$$

$$\chi_{1j}^{s(1)} = r_{1j}^{s(1)} + t_{1j}^{s(1)} \cos k_j c_0 \quad (23)$$

$$\chi_{(m+1)j}^{s(1)} = r_{1j}^{s(1)} - t_{1j}^{s(1)} \cos k_j c_0 \quad (24)$$

윗 식에서 $r_{1j}^{a(1)}$ 과 $r_{1j}^{s(1)}$ 는 각각 속도포텐셜의 antisymmetric part와 symmetric part에 대한 반사율을 나타낸다.

식 (18)~(20)에서 속도포텐셜의 antisymmetric part와 symmetric part에 대한 계수 $\chi_{aj}^{(1)}$ 와 $\chi_{sj}^{(1)}$ 는 다음 식에 의해서 구해진다.

$$\chi_{aj}^{(1)} = U_{aj}^{(1)-1} \cdot V_{aj}^{(1)} \quad (25)$$

$$\chi_{sj}^{(1)} = U_{sj}^{(1)-1} \cdot V_{sj}^{(1)} \quad (26)$$

여기서, $V_{aj}^{(1)}$ 와 $V_{sj}^{(1)}$, $U_{aj}^{(1)}$ 와 $U_{sj}^{(1)}$ 는 반사율과 전달율에 관련된 벡터와 행렬로서 부록에 기술하였다.

이상의 절차를 우측벽체에서부터 입사하는 파에 대해 적용하면 영역 III에서의 반사율과 전달율 $r_{1j}^{(3)}$, $t_{1j}^{a(3)}$ 및 $t_{1j}^{s(3)}$ 을 다음과 같이 구할 수 없다.

$$r_{1j}^{a(3)} = \frac{1}{4} (\chi_{1j}^{a(3)} + \chi_{(m+1)j}^{a(3)} + \chi_{1j}^{s(3)} + \chi_{(m+1)j}^{s(3)}) e^{2ik_j a} \quad (27)$$

$$t_{1j}^{a(3)} = \frac{\chi_{1j}^{a(3)} - \chi_{(m+1)j}^{a(3)}}{2 \sin k_j c_0} e^{ik_j a} \quad (28)$$

$$t_{1j}^{s(3)} = \frac{\chi_{1j}^{s(3)} - \chi_{(m+1)j}^{s(3)}}{2 \cos k_j c_0} e^{ik_j a} \quad (29)$$

여기서

$$\chi_{1j}^{a(3)} = r_{1j}^{a(3)} + t_{1j}^{a(3)} \sin k_j b_0 \quad (30)$$

$$\chi_{(m+1)j}^{a(3)} = r_{1j}^{a(3)} - t_{1j}^{a(3)} \sin k_j b_0 \quad (31)$$

$$\chi_{1j}^{s(3)} = r_{1j}^{s(3)} + t_{1j}^{s(3)} \cos k_j b_0 \quad (32)$$

$$\chi_{(m+1)j}^{s(3)} = r_{1j}^{s(3)} - t_{1j}^{s(3)} \cos k_j b_0 \quad (33)$$

표 1. Comparison of $\omega_1^2 L / g\pi$ values for cases with a centered block with those by other methods

d/L	h/d	j	2a/L=1/4			2a/L=1/2			2a/L=3/4		
			Davis result[11]	Wide spacing[10]	This study	Davis result	Wide sapcing	This study	Davis result	Wide spacing	This study
0.25	0.5	1	0.437	0.438	0.438	0.389	0.389	0.389	0.375	0.375	0.376
		2	1.678	1.679	1.679	1.437	1.434	1.433	1.322	1.329	1.328
		3	2.834	2.834	2.834	2.694	2.694	2.693	2.508	2.520	2.513
		4	3.877	3.878	3.878	3.844	3.844	3.844	3.705	3.713	3.708
		5	4.953	4.953	4.953	4.901	4.901	4.902	4.841	4.843	4.841
	0.8	1	0.216	0.216	0.216	0.169	0.169	0.169	0.157	0.157	0.157
		2	1.251	1.253	1.252	0.769	0.770	0.768	0.624	0.627	0.626
		3	2.507	2.506	2.506	1.820	1.824	1.821	1.378	1.393	1.385
		4	3.390	3.392	3.392	3.066	3.068	3.067	2.367	2.397	2.371
		5	4.537	4.537	4.536	4.189	4.189	4.190	3.511	3.543	3.516
1.00	0.5	1	0.931	0.946	0.939	0.920	0.941	0.931	0.917	0.937	0.927
		2	1.998	1.998	1.998	1.994	1.996	1.996	1.993	1.995	1.995
		3	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000
		4	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
		5	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000
	0.8	1	0.621	0.679	0.648	0.570	0.639	0.624	0.558	0.612	0.579
		2	1.895	1.917	1.901	1.765	1.805	1.826	1.706	1.780	1.773
		3	2.972	2.974	2.974	2.926	2.932	2.931	2.872	2.895	2.892
		4	3.983	3.985	3.985	3.976	3.977	3.977	3.954	3.960	3.959
		5	4.996	4.996	4.996	4.990	4.991	4.991	4.985	4.986	4.985

4. 예제해석

식 (12)에서 알 수 있듯이 내부에 물체가 있는 수조에서 유체의 유동진동수는 물체의 크기와 위치에 따라서 변한다. 본 논문에서는 예제해석을 통하여 내부물체가 유동진동수에 미치는 영향을 파악하였다.

먼저 본 논문에서 제시한 방법의 타당성을 검증하기 위하여 다른 방법의 결과와 비교하였다. 표 1은 물체가 중앙에 놓여 있을 때의 $\omega_1^2 L / g\pi$ 값을 정해진 Davis의 해석결과¹¹⁾와 개략적인 Wide-spacing approximation의 결과와 비교한 것이다. Wide-spacing approximation의 결과는 내부물체가 커지거나 수위와 수조길이와의 비(d/L)가 커질수록 오차가 많이 발생한다. 이것은 내부물체의 크기와 d/L이 커질수록 내부물체와 수조벽체와의 상호작용이 증가하지만, Wide-spacing approximation에서는 이러한 상호작용을 무시하였기 때문이다. 반면에 본 논문에서 제시한 방법은 보다 향상된 결과를 보여주고 있는데, 이것은 내

부의 물체와 수조벽체의 상호영향을 고려했기 때문이다. 이 방법에서도 d/L이 큰 경우에 오차가 발생하고 있는 것은 내부물체로 부터 반사된 파가 다시 벽체로 부터 반사되는 2차적인 반사파의 영향을 무시했기 때문이다.

내부물체의 크기와 위치가 변하는 일반적인 경우에는 ADINA¹²⁾의 해석결과와 비교하였다. 그림 2에서 알 수 있듯이 본 논문에서는 제시한 방법의 해석결과는 2차원 유체요소를 사용한 ADINA의 결과와 잘 일치하고 있다.

이상에서 입증된 본 논문에서 제시한 방법을 이용하여 내부물체가 유동진동수에 미치는 영향에 대하여 분석하였다.

그림 3은 내부물체의 높이 h/d의 변화에 따른 유동진동수의 변화를 나타낸 것이다. 유동진동수는 내부물체가 클수록 감소하며 특히 h/d>0.9의 경우에는 급격하게 감소한다. 이러한 현상은 낮은 진동모드일수록 그리고 수위가 수조길이에 비하여 낮을수록(d/L가 작을수록) 심하게 나타난다. d/L>2.0인 수조에서 h/d<0.5인 경우에는 내부

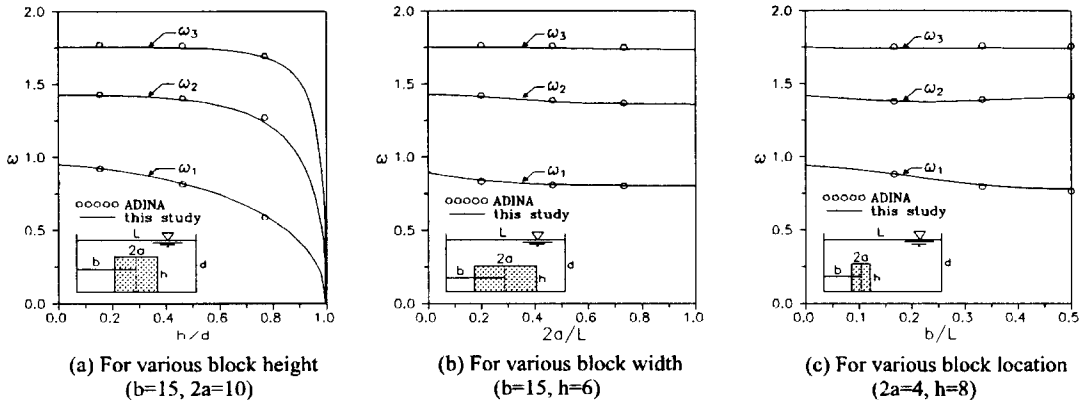


그림 2. Comparisons of sloshing frequencies with ADINA [12] results ($L=30, d=13$)

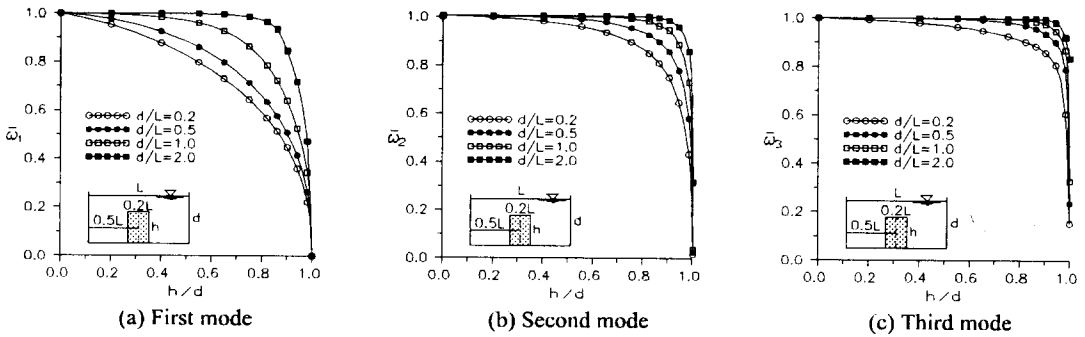


그림 3. Normalized sloshing frequencies($\bar{\omega}_j$) vs. block height(h/d)

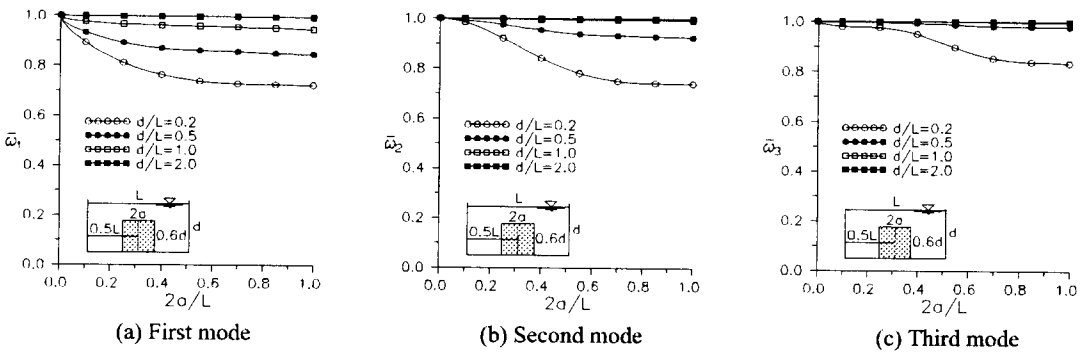


그림 4. Normalized sloshing frequencies($\bar{\omega}_j$) vs. block width($2a/L$)

물체가 유동진동수에 거의 영향을 안고 있음을 알 수 있다.

그림 4는 내부물체의 폭 $2a/L$ 의 변화에 따른 유동진동수의 변화를 나타낸 것이다. 유동진동수

는 내부물체의 폭이 넓을수록 감소한다. 이러한 현상은 $2a/L$ 가 클 경우에 크게 나타나며 어느정도 크기 이상에서는 일정한 진동수를 유지한다. 내부물체의 폭이 좁은 경우에는 고차모드에 거의

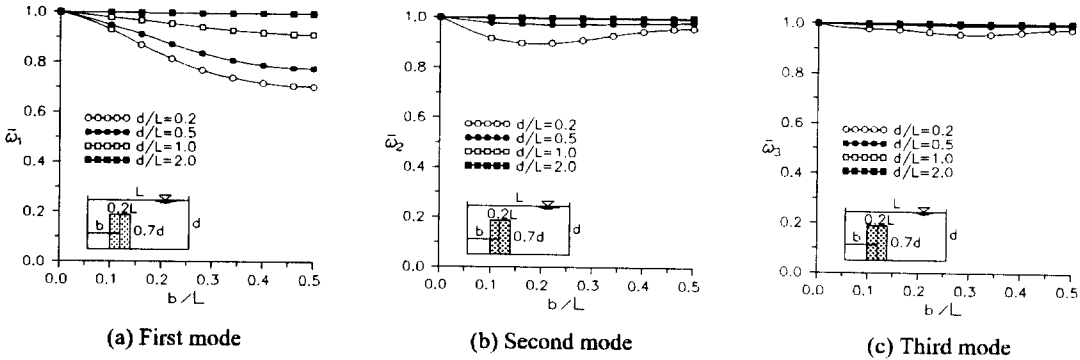


그림 5. Normalized sloshing frequencies($\bar{\omega}$) vs. block location(b/L)

영향을 주지 않는다. $d/L > 2.0$ 인 수조에서는 내부물체의 폭의 변화가 진동수에 미치지 않고 있다.

그림 5는 내부물체의 위치 b/L 의 변화에 따른 유동진동수의 변화를 나타낸 것이다. 내부물체가 중앙에 위치할수록 유동진동수가 감소하는 경향을 보이고 있다. 첫번째 모드의 진동수는 물체가 중앙에 위치할수록 작은 값을 나타내지만, 두번째 이상의 모드에서는 일부 구간에서 증가하는 경향을 나타내고 있다. 이것은 물체에 위치에 따라서 표면파의 파장이 변하기 때문이다. $d/L > 2.0$ 의 수조에서는 내부물체의 위치가 진동수에 영향을 미치지 않고 있다.

5. 결 론

내부에 사각형 물체를 갖는 사각형 수조에서 유체의 유동진동수의 산정방법과 내부물체의 크기와 위치가 유동진동수에 미치는 영향에 대하여 분석하였다. 속도포텐셜을 벽체에 의해 발생하는 표면파와 내부물체로 인해 발생하는 반사파, 전달파 및 산란파의 항으로써 표현하였으며, 내부물체에 대한 반사율과 전달율은 연속되는 유체영역에서 질량 Flux와 에너지 Flux의 연속조건과 내부물체의 양측면에서의 경계조건을 이용하여 구하였다. 제시된 방법의 해석결과는 다른 방법에 의한 결과와 잘 일치함을 보여주었다.

내부물체의 크기와 위치가 수조내 유체의 유동진동수에 미치는 영향을 분석한 결과 다음과 같은

결론을 얻었다.

(1) 수조내 유체의 유동 고유진동수는 내부물체의 크기와 위치에 따라서 크게 변한다. 일반적으로 유동진동수는 내부물체가 클수록 그리고 물체가 중앙에 가까울수록 감소하며, 내부물체의 크기와 위치의 변화에 의한 유동진동수의 변화는 수위에 비하여 길이가 긴 수조에서 더욱 민감하다.

(2) $h/d > 0.9$ 의 경우에는 유동진동수가 급격히 감소하는 영향을 보이지만 $d/L > 2.0$ 의 수조에 놓여 있는 작은 물체($h/d < 0.5$)에 대해서는 유동진동수의 변화가 거의 일어나지 않는다.

(3) 내부물체의 폭이 넓을수록 유동진동수는 감소하지만 어느정도 이상의 폭에 대해서는 거의 일정한 진동수를 유지한다.

(4) $d/L > 2.0$ 의 수조에서는 내부물체의 폭과 위치의 변화가 유체의 유동진동수에 영향을 거의 미치지 않는다.

참 고 문 헌

[1] Hunt, B. and Priestley, N., "Seismic Water Waves in a Storage Tank," *Bulletin of the Seismological Society of America*, 68, 2, 1978, pp. 487-499.
 [2] Liu, W.K., "Finite Element Procedures for Fluid-Structure Interactions and Application to Liquid Storage Tanks," *Nuclear Engineering and Design*, 65, 1981, pp.221-238.
 [3] Utsumi, K., Kimura K., and Sakata M., "Stochastic Response Analysis of an Elastic

- Rectangular Container with an Internal Liquid to Simulated Seismic Excitation," *Journal of Sound and Vibration*, 96, 1984, pp.83-99.
- [4] Haroun, M.A. and Bashardoust, F., "Vibrations of Submerged Solids in a Vibrating Container," *Dynamic Response of Structures*, ASCE, 1986, pp.590-597.
- [5] Haroun, M.A. and Chen, W., "Seismic Large Amplitude Liquid Sloshing - Theory," *Seismic Engineering*, ASCE, 1989, pp.418-427.
- [6] Okamoto, T. and Kawahara, M., "Two-dimensional Sloshing Analysis by Lagrangian Finite Element Method," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 11, 1990, pp. 453-477.
- [7] Ma, D.C. and Chang, Y.W., "Analysis of Seismic Sloshing of Reactor Tanks Considering Submerged Components and Seismic Isolation," *Proceedings of 1985 ASME PVP Conference*, PVP 98-7, New Orleans, June 1985, pp.139-147.
- [8] Evans, D.V. and McIver, P., "Resonant Frequencies in a Container with a Vertical Baffle," *Journal of Fluid Mechanics*, 175, 1987, 295-307.
- [9] Watson, E.B.B. and Evans, D.V., "Resonant Frequencies of a Fluid in Containers with Internal Bodies," *Journal of Engineering Mathematics*, 25, 1991, pp.115-135.
- [10] Evans, D.V., "The Wide-Spacing Approximation Applied to Multiple Scattering and Sloshing Problems," *Journal of Fluid Mechanics*, 210, 1990, pp.647-658.
- [11] Davis, A.M.J., "Discussion Related to Watson and Evans: Resonant Frequencies of a Fluid in Containers with Internal Bodies," *Journal of Engineering Mathematics*, 26, 1992, pp.445-454.
- [12] ADINA Engineering Inc., *ADINA Users Manual*, 1984.

(접수일자 : 1995. 10. 28)

■ 부 록 ■

본문의 식 (25)와 (26)에서 $\chi_{aj}^{(1)}$, $U_{aj}^{(1)}$, $V_{aj}^{(1)}$, $\chi_{sj}^{(1)}$, $U_{sj}^{(1)}$, $V_{sj}^{(1)}$ 는 다음과 같다.

Antisymmetric part:

$$\chi_{aj}^{(1)} = \langle \chi_{1j}^{a(1)} \chi_{2j}^{a(1)} \dots \chi_{(m+1)j}^{a(1)} \chi_{(m+2)j}^{a(1)} \dots \chi_{2mj}^{a(1)} \rangle^T$$

$$U_{aj}^{(1)} = \begin{bmatrix} (u_{1j}^a+1) & u_{12j}^a & \dots & u_{1(m+1)j}^a & u_{1(m+2)j}^a & \dots & u_{1(2m)j}^a \\ u_{21j}^a & (u_{22j}^a+1) & \dots & u_{2(m+1)j}^a & u_{2(m+2)j}^a & \dots & u_{2(2m)j}^a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{(m+1)1j}^a & u_{(m+1)2j}^a & \dots & (u_{(m+1)(m+1)j}^a-1) & u_{(m+1)(m+2)j}^a & \dots & u_{(m+1)(2m)j}^a \\ u_{(m+2)1j}^a & u_{(m+2)2j}^a & \dots & u_{(m+2)(m+1)j}^a & (u_{(m+2)(m+2)j}^a-1) & \dots & u_{(m+2)(2m)j}^a \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{(2m)1j}^a & u_{(2m)2j}^a & \dots & u_{(2m)(m+1)j}^a & u_{(2m)(m+2)j}^a & \dots & (u_{(2m)(2m)j}^a-1) \end{bmatrix}$$

$$V_{aj}^{(1)} = \langle 1 - (u_{1j}^a + u_{1(m+1)j}^a) - (u_{2j}^a + u_{2(m+1)j}^a) \dots - 1 - (u_{(m+1)1j}^a + u_{(m+1)1(m+1)j}^a) - (u_{(m+2)1j}^a + u_{(m+2)(m+1)j}^a) \dots - (u_{(2m)1j}^a + u_{(2m)(m+1)j}^a) \rangle^T$$

여기서

$$u_{pqj}^a = \begin{cases} \alpha_{1qj} (\tan k_j c_0 - i) & \text{for } p=1 \text{ and } q=1, 2, \dots, m \\ \beta_{1(q-m)j} (\tan k_j c_0 + i) & \text{for } p=1 \text{ and } q=m+1, m+2, \dots, 2m \\ \alpha_{pqj} (\tanh k_{pj} c_0 + 1) & \text{for } p=2, 3, \dots, m \text{ and } q=1, 2, \dots, m \\ \beta_{p(q-m)j} (\tanh k_{pj} c_0 - 1) & \text{for } p=2, 3, \dots, m \text{ and } q=m+1, m+2, \dots, 2m \\ \alpha_{1qj} (\tan k_j c_0 + i) & \text{for } p=m+1 \text{ and } q=1, 2, \dots, 2m \\ \beta_{1(q-m)j} (\tan k_j c_0 - i) & \text{for } p=m+1 \text{ and } q=m+1, m+2, \dots, 2m \\ \alpha_{(p-m)qj} (\tanh k_{pj} c_0 - 1) & \text{for } p=m+2, m+3, \dots, 2m \text{ and } q=1, 2, \dots, m \\ \beta_{(p-m)(q-m)j} (\tanh k_{pj} c_0 + 1) & \text{for } p=m+2, m+3, \dots, 2m \text{ and } q=m+1, m+2, \dots, 2m \end{cases}$$

윗 식에서

$$\alpha_{1qj} = \frac{k'_j}{2k_j} \cot k'_j a \Psi_{11j} \Psi_{q1j} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k'_{nj}}{2k_j} \coth k'_n a \Psi_{1nj} \Psi_{qnj}$$

$$\beta_{1qj} = \frac{k'_j}{2k_j} \tan k'_j a \Psi_{11j} \Psi_{q1j} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k'_{nj}}{2k_j} \tanh k'_n a \Psi_{1nj} \Psi_{qnj}$$

$$\alpha_{1pqj} = \frac{k'_j}{2k_{pj}} \cot k'_j a \Psi_{p1j} \Psi_{q1j} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k'_{nj}}{2k_{pj}} \coth k'_n a \Psi_{pnj} \Psi_{qnj}$$

$$\beta_{1pqj} = \frac{k'_j}{2k_{pj}} \tan k'_j a \Psi_{p1j} \Psi_{q1j} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k'_{nj}}{2k_{pj}} \tanh k'_n a \Psi_{pnj} \Psi_{qnj}$$

여기서 $\Psi_{pqj} = \int_h^d f_{pj}(z) g_{qj}(z) dz$.

Symmetric part :

$$U_{aj}^{(1)} = \begin{bmatrix} (u_{11j}^s+1) & u_{2j}^s & \cdots & u_{1(m+1)j}^s & u_{1(m+2)j}^s & \cdots & u_{1(2m)j}^s \\ u_{21j}^s & (u_{22j}^s+1) & \cdots & u_{2(m+1)j}^s & u_{2(m+2)j}^s & \cdots & u_{2(2m)j}^s \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{(m+1)1j}^s & u_{(m+1)2j}^s & \cdots & (u_{(m+1)(m+1)j}^s-1) & u_{(m+1)(m+2)j}^s & \cdots & u_{(m+1)(2m)j}^s \\ u_{(m+2)1j}^s & u_{(m+2)2j}^s & \cdots & u_{(m+2)(m+1)j}^s & (u_{(m+2)(m+2)j}^s-1) & \cdots & u_{(m+2)(2m)j}^s \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{(2m)1j}^s & u_{(2m)2j}^s & \cdots & u_{(2m)(m+1)j}^s & u_{(2m)(m+2)j}^s & \cdots & (u_{(2m)(2m)j}^s-1) \end{bmatrix}$$

$$V_{sj}^{(1)} = \langle 1 - (u_{11j}^s + u_{1(m+1)j}^s) - (u_{21j}^s + u_{2(m+1)j}^s) \cdots - 1 - (u_{(m+1)1j}^s + u_{(m+1)(m+1)j}^s) - (u_{(m+2)1j}^s + u_{(m+2)(m+1)j}^s) \cdots - (u_{(2m)1j}^s + u_{(2m)(m+1)j}^s) \rangle^T$$

여기서

$$u_{pqj}^a = \begin{cases} \beta_{1qj} (\cot k_j c_0 - i) & \text{for } p=1 \text{ and } q=1, 2, \dots, m \\ \alpha_{1(q-m)j} (\cot k_j c_0 + i) & \text{for } p=1 \text{ and } q=m+1, m+2, \dots, 2m \\ \beta_{pqj} (\coth k_{pj} c_0 + 1) & \text{for } p=2, 3, \dots, m \text{ and } q=1, 2, \dots, m \\ \alpha_{p(q-m)j} (\coth k_{pj} c_0 - 1) & \text{for } p=2, 3, \dots, m \text{ and } q=m+1, m+2, \dots, 2m \\ \beta_{1qj} (\cot k_j c_0 + i) & \text{for } p=m+1 \text{ and } q=1, 2, \dots, 2m \\ \alpha_{1(q-m)j} (\cot k_j c_0 - i) & \text{for } p=m+1 \text{ and } q=m+1, m+2, \dots, 2m \\ \beta_{(p-m)qj} (\coth k_{pj} c_0 - 1) & \text{for } p=m+2, m+3, \dots, 2m \text{ and } q=1, 2, \dots, m \\ \alpha_{(p-m)(q-m)j} (\coth k_{pj} c_0 + 1) & \text{for } p=m+2, m+3, \dots, 2m \text{ and } q=m+1, m+2, \dots, 2m \end{cases}$$