

공간 계열 함수를 이용한 가공 표면의 특성 연구

홍 민 성*

Engineered Surface Characterization by Space Series Function

Minsung Hong*

ABSTRACT

An attempt is made to characterize and synthesize engineered surfaces. The proposed method is not only an analytical tool to characterize but also to generate/synthesize three-dimensional surfaces. The developed method expresses important engineered surface characteristics such as the autocorrelation or power spectrum density functions in terms of the two-dimensional autoregressive coefficients.

Key Words : Space Series Function (공간계열함수), Autoregressive Model (오토리그레시브 모델), Surface Characterization (표면특성), Autocorrelation (자동상관관계)

1. 서 론

다양한 생산공정에 의한 가공면들은 각 공정의 특징적 표면형상들을 보여준다. 그 형상들은 실제 작업 공정에서의 윤활, 마찰 등에 주요한 역할을 한다⁽¹⁾. 결과적으로 표면형상과 그 기능적 작용과의 관계는 표면생성과정을 이해하는 데에 매우 중요하다. 또한 이 문제의 충분한 이해는 표면형상의 조직, 특성, 생성에 대한 적합한 기술들을 사용해 봄으로써 이루어진다.

표면형상의 제어를 통해서 실제 작업 공정을 개선하려는 상당한 노력들이 계속되었다. 이러한 노력들은 표면처리 계측기구의 측정범위를 발전시켰고 이들 계측수단의 특성화를 위한 광범위한 매개변수를 도입하였다. 이러한 매개변수들은 대부분의 상업적 계측기에 의해 얻어지는

출력으로써 표면의 형상을 평가한다.

가공면의 기능적 해석의 또 다른 방법은 가공면의 실제 작업공정의 모델링을 통한 것이다. 과거에 수학적 모델링은 통계적으로 수학적공식에 의해 현상의 특징과 단순화로 연관하였다. 그러나, 새로이 도입된 컴퓨터 시뮬레이션은 현상을 이해하는데 매우 강력한 도구로써 사물을 쉽게 해석할 수 있다. 더구나, 표면의 특성을 나타내는 매개변수 연구는 알려진 통계학적 성질을 가진 자료들이 필요하고, 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 이들을 쉽게 얻을 수 있다.

일반적으로 가공면의 형상은 축침계로 측정된 단일 윤곽에 의해 평가된다. 따라서 축침계는 널리 보급되어 모든 국제 표면거칠기 규격에 사용되었다. 축침계를 이용한 단일 윤곽의 정확한 계측은 비교적 용이하나, 곡면의 정

* 아주대학교 공과대학 기계 및 산업공학부

확한 계측은 매우 복잡하다. 최근에 도량형학자들과 공학자들은 표면이 2차원에서 적절히 특성화될 수 없다는 것을 깨닫기 시작했고 3차원 해석을 강조하게 되었다. Raster scan 방식에 기초한 측침계는 계속 발전해 왔다. 그러나 3차원 표면계측은 단일 윤곽들의 정확한 재배치 기술과 이들을 수치적으로 정렬하는 부가 소프트웨어가 필요하다. 3차원 표면을 특성화하기 위해서는 표면으로부터 별개의 입력데이터를 얻어야 하며 이들 데이터들은 측침계의 디지털 출력 또는 표면거칠기의 수학적 시뮬레이션으로부터 얻어진다.

불연속적인 3차원 표면계측은 다평행윤곽측정방법(Multi-parallel profile method)⁽²⁾에 의해 이루어질 수 있다. 다평행윤곽측정방법은 전환 가능한 2차원 윤곽측정기술을 3차원 표면측정으로 확장시킨 것이다. 근본적으로 밀집된 단일 윤곽들로서 3차원 표면조직을 평가하는 것이다.

시계열 또는 공간계열 모델들은 표면의 높이와 공간의 특성들을 단일 모델로 결합하는 방법으로 표면 도량형 분야에서 많은 채택되었다. De Vor와 Wu⁽³⁾는 ARMA(autoregressive moving average)의 매개변수 통계모델을 사용하는 새로운 표면윤곽 특성화 기술을 소개하였다. Stauffer⁽⁴⁾는 표면특성화를 위해 시계열 모델을 단일 윤곽에 적용했다. 3차원 임의 표면은 2차원 AR (autoregressive) 모델의 상수들이 표면의 자동상관관계(auto-correlation) 함수를 나타냄으로써 2차원 AR 모델의 활성화를 가져왔다⁽⁵⁾.

이외에도 표면특성과 조직의 문제해결 방법으로써 특성 연구를 위한 보다 나은 해석방법의 연구 및 원하는 표면 특성들로 3차원 표면을 재생성/합성하는 방법의 연구도 필요하게 되었다.

본 논문은 2차원 선형 AR모델에 기초한 2차원 z 변환을 이용하여 표면의 특성뿐만 아니라 3차원 표면 형상의 재생 및 합성을 시도하였다. 공간계열 모델들은 단순한 소수의 매개변수 형태로써 실제면의 특성을 나타낼 수 있다.

2. 2차원 공간계열 기술

비록 시간이 공간과 같은 다른 다양한 것들로 대체되기도 하지만 공학에서 주목되는 데이터의 결과는 보통 시간에 의해서 구해지며 시계열이라고 부른다. 이런 데이터의 결과분석을 처리하는 통계적 도량형을 시계열 또는 공간계열 해석이라고 한다. 다른 통계적 분석에 비해 두드러

지는 시/공간 계열 해석의 특징은 관측이 이루어지는 중요한 규칙을 뚜렷하게 인지할 수 있다는 것이다. 비록 다른 많은 문제들에서 관측은 통계적으로 독립적이기는 하지만 거의 모든 시간/공간 계열에서는 종속적이다.

2.1 2차원 ARMA 모델

일반적으로 연속이든 또는 불연속이든 시/공간 계열의 표현에 있어서 가장 유용한 확률적 모델은 ARIMA(autoregressive integrated moving average) 모델이다⁽⁶⁾. 보통 가공면은 고정된 확률적 공정(stationary stochastic processes)에 의해 표현될 수는 없지만, 지금까지 가정되어 왔고 실제로 대다수의 가공면들이 고정된 표면의 범주에 들어간다⁽⁷⁾. 그러므로 단순화를 위해서 또는 절삭가공면과 연마용 공구에 의한 표면 등은 유한 평균치나 평균편차를 나타내므로, ARMA(autoregressive moving average)의 시/공간계열 모델 형태를 갖는다. Pandit과 Wu⁽⁸⁾는 임의의 불연속 시계열 또는 확률적인 시스템 또는 불연속 표면 윤곽을 다음의 통계적 상위방정식(stochastic difference equation)으로 해석하였다.

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_n X_{t-n} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_{n-1} a_{t-n+1}, a_t \sim NID(0, \sigma_a^2) \quad (1)$$

이때 식(1)은 ARMA($n, n-1$)로 표시되며, 현재값 X_t 는 2차원 표면 윤곽의 불연속 표면들을 의미하고 ϕ_i 와 θ_i 는 AR과 MA의 상수를 의미한다. 이 모델에서 시스템의 현재값은 과거공정값과 과거충격값 또는 백색소음(white noise) (a_{t-n+1})들의 유한수만큼의 유한 불연속 집합으로 표현된다. 식(1)의 1차원 ARMA($n, n-1$)모델을 2차원 ARMA($m_1, m_2; n_1, n_2$)로 발전시킨 다음의 식으로 3차원 곡면을 나타낼 수 있다. 즉,

$$x_{s,t} = \sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \phi_{ij} x_{s-i, t-j} + \sum_{i=0}^{n_1} \sum_{j=0}^{n_2} \phi_{ij} a_{s-i, t-j} \quad (2)$$

여기서 $\theta_{00} = -1$, 또한 $a_{s,t} \sim NID(0, \sigma_a^2)$. 식(2)에서 $x_{s,t}$ 는 직교좌표 ($s\Delta_1, t\Delta_2$)에서의 표면 높이이며 s 와 t 는 정수이고 Δ_1 과 Δ_2 는 표본 간격을 나타낸다⁽⁹⁾.

2.2 2차원 AR 모델

Wold 분해법(decomposition)⁽¹⁰⁾을 통해 고정 ARMA 또는 MA 모델은 무한차수의 단일 AR 모델로 표현할 수

있다. 만약 ARMA이나 MA에 의한 잘못된 모델은 높은 차수의 AR 모델로 근사치를 얻을 수 있다. 따라서 ARMA 모델은 높은 차수의 AR 모델에 의해 대체될 수 있다.

AR 모델의 계수는 다음과 같이 선형 함수로 나타나므로 ARMA와 MA 모델보다 계산상의 이점을 갖는다. 즉, 식(2)에서 정의되는 2차원 ARMA 모델로부터 2차원 AR(m_1, m_2) 모델을 얻을 수 있다.

$$x_{s,t} = \sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \phi_{ij} x_{s-i,t-j} + a_{s,t} \quad (3)$$

$$s = m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, N_1, t = m_2 + 1, m_2 + 2, \dots, N_2$$

여기서 계수 $\{\phi_{ij}\}$ 는 조건부 최소제곱평가(conditional least squares estimates)에 의해 얻을 수 있고 $a_{s,t}$ 는 평균 0과 편차 σ_a^2 의 백색소음이다. AR 모델링에서 입력은 백색소음에 의해 일어나는 임의의 신호라고 가정하고 시스템의 출력은 확률적으로 모델의 계수들에 의해 특성화된다.⁽¹¹⁾

2.3 매개변수 평가(Parameter Estimates)

식(3)으로부터 2차원 AR 모델의 행렬은 다음과 같다.

$$Y = X\Phi + A \quad (4)$$

여기서 Y는 현재값의 벡터 $(x_{s,t}, x_{s,t+1}, \dots, x_{N_1, N_2})^T$, Φ 는 매개변수 $(\phi_{10}, \phi_{01}, \dots, \phi_{m_1 m_2})^T$, A는 $(a_{s,t}, a_{s,t+1}, \dots, a_{N_1, N_2})^T$ 이고 X는 다음의 행렬이다.

$$X = \begin{bmatrix} x_{s-1,t} & x_{s,t-1} & \cdots & x_{s-m_1,t-m_2} \\ x_{s-1,t+1} & x_{s,t} & \cdots & x_{s-m_1,t-m_2+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{N_1-1,N_2} & \cdots & \cdots & x_{N_1-m_1,N_2-m_2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

2차원 AR 모델의 계수 $\{\phi_{ij}\}$ 는 식(3)의 누적제곱합(residual sum of squares ; RSS)를 최소화함으로써 얻을 수 있다. 즉,

$$RSS = \sum_{s=1}^{N_1} \sum_{t=1}^{N_2} a_{s,t}^2 = \sum_{s=1}^{N_1} \sum_{t=1}^{N_2} \left| x_{s,t} - \sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \phi_{ij} x_{s-i,t-j} \right|^2 \quad (6)$$

또는 벡터 형식으로

$$RSS = \sum_{s=1}^{N_1} \sum_{t=1}^{N_2} a_{s,t}^2 = A^T A = (Y - X\Phi)^T (Y - X\Phi) \quad (7)$$

식(6)의 최소화는 ϕ_{ij} 에 대한 편미분을 하여 그 값을 0으로 놓으면 구해진다. 그러므로 다음과 같은 관계를 구할 수 있다.

$$\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \phi_{ij} R_{i-p,j-q} = R_{p,q} \quad (8)$$

여기서 $p = 0, 1, \dots, m_1, q = 0, 1, \dots, m_2, p+q \neq 0$

또는 벡터 형식으로

$$(X^T X)\Phi = (X^T Y) \quad (9)$$

여기서 자동상관관계 함수 $R_{p,q}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$R_{p,q} = \frac{1}{N_1 N_2 \sigma_x^2} \sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_2} x_{i,j} x_{i+p,j+q} \quad (10)$$

여기서 σ_x^2 는 표면 높이의 편차이고 다음과 같이 얻어진다. 즉,

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} (x_{i,j} - \mu_x)^2 \quad (11)$$

$$\text{여기서 } \mu_x = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} x_{i,j} \quad (12)$$

AR 계수 Φ 와 표본 자동상관관계 함수 $(X^T Y)$ 는 $\{(m_1 + 1)(m_2 + 1) - 1\} \times 1$ 벡터들이고 자동상관관계 함수 $(X^T X)$ 는 $\{(m_1 + 1)(m_2 + 1) - 1\} \times \{(m_1 + 1)(m_2 + 1) - 1\}$ 인 행렬이다. 행렬 $(X^T X)$ 이 양일 때, 모델계수 Φ 는 다음과 같이 얻어진다

$$\hat{\Phi} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (13)$$

그리고 잉여편차(residual variance)는 다음과 같이 얻어진다.

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{RSS}{N_1 N_2} \quad (14)$$

$\{X_{s,t}\}$ 로부터 얻어지는 매개변수는, 고려되는 모델이 순수한 AR 모델 형식이라면 항상 무편향(unbias)이다. 이 경우 식(3)의 AR 모델의 차수는 $a_{s,t}$ 가 백색소음으로 가정하고 선택한다. 만약 차수가 너무 낮게 선택된다면 $a_{s,t}$ 는 명백하게 서로 상관관계를 갖는다. 만약 차수가 너무 높게 선택된다면 편향은 증가하지 않고 매개변수 $\phi_{ij} (\forall i > m_1, j > m_2)$ 는 0으로 수렴할 것이다. 적절한 AR 차수를 선택하기 위하여는 통계학에서 흔히 사용되는 F-test⁽⁸⁾를 이용한다.

만약 AR 모델이 r 매개변수를 갖고, N 관측에 기초하여 이들 중 s 가 0 인가를 시험한다면 그 척도는 다음과 같이 나타난다.

$$F = \frac{A_1 - A_0}{s} \div \frac{A_0}{N-r} \sim F(s, N-r) \quad (15)$$

여기서 A_0 는 무제한 모델의 제곱의 합이고 A_1 은 제한된 모델의 제곱의 합이다. $F(s, N-r)$ 은 s 와 $N-r$ 차 자유도를 가진 F분포를 표시한다.

위에서 고려된 $AR(m_1 + l_1, m_2 + l_2)$ 대 $AR(m_1, m_2)$ 의 검사를 위한 매개변수들은 다음과 같다.

$$r = (m_1 + l_1 + 1)(m_2 + l_2 + 1)$$

$$s = (m_1 + l_1 + 1)(m_2 + l_2 + 1) - (m_1 + 1)(m_2 + 1)$$

$$= l_1 l_2 + l_1(m_2 + 1) + l_2(m_1 + 1)$$

$$A_0 = \sum \text{of squares of } a_{s,t} \text{ s for the } AR(m_1 + l_1, m_2 + l_2)$$

$$A_1 = \sum \text{of squares of } a_{s,t} \text{ s for the } AR(m_1, m_2)$$

$$N = \text{관찰수(Number of observation)}$$

이때 F-test는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$F = \frac{A_1 - A_0}{l_1 l_2 + l_1(m_2 + 1) + l_2(m_1 + 1)} \div \frac{A_0}{N - (m_1 + l_1 + 1)(m_2 + l_2 + 1)} \\ \sim F\{l_1 l_2 + l_1(m_2 + 1) + l_2(m_1 + 1), N - (m_1 + l_1 + 1)(m_2 + l_2 + 1)\} \quad (16)$$

만약 이 방법으로 얻어진 F 값이 F 분포표로부터 얻어진 5%의 위험 검정률 $F(s, N-r)$ 값을 초과한다면 $AR(m_1 + l_1, m_2 + l_2)$ 의 모델로 차수를 증가시켜야 하며, 검정률을 초과하지 않을 경우에는 $AR(m_1, m_2)$ 모델이 적당하다.

3. 2차원 AR 모델을 이용한 3차원 표면 특성화

이 장에서 우리는 2차원 AR 모델을 이용하여 3차원 표면 특성을 유도할 것이다. 이 장의 중요한 목적은 2차원 AR 계수들로 3차원 표면특성을 해석적(analytically)으로 표현하는 것이다. 우선, 어떤 요소가 3차원 표면에 크게 영향을 미치는 지를 결정해야 한다. 일반적으로 3차원 표면에 가장 널리 사용되는 요소로는 표면 경사도, 정점의 높이, 접촉성, 내구성, 마찰, 곡률 등이다⁽¹²⁾.

이 장에서 제시된 방법은 2차원 AR 계수들을 중요한 요소와 간접적으로 연관시키는 것이다. 즉, 2차원 표면 특성 요소들을 2차원 자동상관관계 함수나 동력 스펙트럼 밀도 함수(power spectrum density function)로 표현한다. 그리고 2차원 자동상관관계 함수 또는 동력 스펙트럼 밀도 함수를 2차원 AR 계수들의 형태로 표현하는 방법이다.

여러 가지 표면 특성 요소들은 다음의 2차원 AR 계수들의 형태로 표현된다.

자동상관관계 함수 : 식(3)으로 부터 2차원 AR 모델은 다음과 같이 구할 수 있다. 즉,

$$x(n_1, n_2) = \sum_{k_1=0}^{m_1} \sum_{k_2=0}^{m_2} \phi_{k_1, k_2} x(n_1 - k_1, n_2 - k_2) + a(n_1, n_2) \quad (17)$$

여기서 A 는 ϕ_{k_1, k_2} 가 0이 아닌 (k_1, k_2) 의 범위를 의미한다. 식(17)의 AR 모델이 반복적으로 계산된다면 $x(n_1, n_2)$ 는 먼저 계산된 값들과 적절한 경계조건으로부터 계산될 수 있다.

$x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)$ 를 식(17)의 양변에 곱하고 기대값을 취하면 다음과 같이 2차원 $AR(m_1, m_2)$ 모델에 대한 자동상관관계 함수 $\{R_x(l_1, l_2)\}$ 의 일반식을 얻을 수 있다.

$$R_x(l_1, l_2) = \sum_{k_1=0}^{m_1} \sum_{k_2=0}^{m_2} \phi_{k_1, k_2} R_x(l_1 - k_1, l_2 - k_2) \\ + E[a(n_1, n_2)x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)] \quad (18)$$

만약 $l_1 + l_2 \neq 0$ 이면 식(18)은 식(8)과 같다.

AR(1,1) 모델에 대한 예로써, $R_x(l_1, l_2)$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} R_x(l_1, l_2) &= E[x(n_1, n_2)x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)] \\ &= \phi_{01}E[x(n_1, n_2 - 1)x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)] \\ &\quad + \phi_{10}E[x(n_1 - l_1, n_2)x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)] \\ &\quad + \phi_{11}E[x(n_1 - l_1, n_2 - 1)x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)] \\ &\quad + E[a(n_1, n_2)x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)] \end{aligned} \quad (19)$$

여기서

$$E[a(n_1, n_2)x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)] = \begin{cases} \sigma_a^2 & \text{if } l_1 = l_2 = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

그러므로, 자동상관관계 함수 $R_x(0,0)$, $R_x(1,0)$, $R_x(0,1)$, $R_x(1,1)$, ... 와 $R_x(1,1,2)$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} R_x(0,0) &= \phi_{01}R_x(0,1) + \phi_{10}R_x(1,0) + \phi_{11}R_x(1,1) + \sigma_a^2 \\ R_x(0,1) &= \phi_{01}R_x(0,0) + \phi_{10}R_x(1,1) + \phi_{11}R_x(1,0) \\ R_x(1,1) &= \phi_{01}R_x(1,0) + \phi_{10}R_x(0,1) + \phi_{11}R_x(0,0) \\ &\vdots \\ R_x(l_1, l_2) &= \phi_{01}R_x(l_1, l_2 - 1) + \phi_{10}R_x(l_1 - 1, l_2) \\ &\quad + \phi_{11}R_x(l_1 - 1, l_2 - 1) \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)의 처음 4개의 선형식을 풀면 $R_x(0,0)$, $R_x(1,0)$, $R_x(0,1)$, $R_x(1,1)$ 은 다음과 같이 AR 계수의 형태로 다시 쓸 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} R_x(0,0) &= \frac{\sigma_a^2(1 - I_2 - 2I_4)}{I_1 - 2(I_2 + I_3) - 8I_4 + 1} \\ R_x(0,1) &= \frac{\sigma_a^2\{\phi_{01}(1 - \phi_{01}^2 + \phi_{10}^2 + \phi_{11}^2) + 2\phi_{10}\phi_{11}\}}{I_1 - 2(I_2 + I_3) - 8I_4 + 1} \\ R_x(1,0) &= \frac{\sigma_a^2\{\phi_{10}(1 + \phi_{01}^2 - \phi_{10}^2 + \phi_{11}^2) + 2\phi_{01}\phi_{11}\}}{I_1 - 2(I_2 + I_3) - 8I_4 + 1} \\ R_x(1,1) &= \frac{\sigma_a^2\{\phi_{11}(1 + \phi_{01}^2 + \phi_{10}^2 + \phi_{11}^2) + 2\phi_{01}\phi_{10}\}}{I_1 - 2(I_2 + I_3) - 8I_4 + 1} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서

$$\begin{aligned} I_1 &= \phi_{01}^4 + \phi_{10}^4 + \phi_{11}^4 \\ I_2 &= \phi_{01}^2 + \phi_{10}^2 + \phi_{11}^2 \\ I_3 &= \phi_{01}^2\phi_{10}^2 + \phi_{10}^2\phi_{11}^2 + \phi_{11}^2\phi_{01}^2 \\ I_4 &= \phi_{01}\phi_{10}\phi_{11} \end{aligned}$$

AR(m_1, m_2) 모델의 자동상관관계 함수 $R_x(l_1, l_2)$ 의 일반식은 식(18)에 $R_x(l_1 - k_1, l_2 - k_2)$ 를 반복적으로 대입하여 얻을 수 있다. 따라서 AR(m_1, m_2) 모델의 $R_x(l_1, l_2)$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} R_x(l_1, l_2) &= \sum_{k=0}^{\infty} \left[\left(\sum_{i_1=0}^{m_1} \sum_{j_1=0}^{m_2} \phi_{i_1, j_1} \right) \left(\sum_{i_2=0}^{m_1} \sum_{j_2=0}^{m_2} \phi_{i_2, j_2} \right) \cdots \right. \\ &\quad \left. \left(\sum_{i_k=0}^{m_1} \sum_{j_k=0}^{m_2} \phi_{i_k, j_k} \right) A \left(l_1 - \sum_{k=0}^k j_k, l_2 - \sum_{k=0}^k j_k \right) \right] \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 $i_k + j_k \neq 0$ 이고,

$$\begin{aligned} &A \left(l_1 - \sum_{k=0}^k i_k, l_2 - \sum_{k=0}^k j_k \right) \\ &= E \left[\left(a(n_1, n_2)x(n_1 - l_1 + \sum_{k=0}^k i_k, n_2 - l_2 + \sum_{k=0}^k j_k) \right) \right] \\ &= \begin{cases} \sigma_a^2 & \text{if } l_1 = \sum_{k=0}^k i_k \text{ and } l_2 = \sum_{k=0}^k j_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

또한 AR(1,1)에 해당하는 식(24)를 이용하면 다음과 같은 표면 특성 요소들을 2차원 AR 계수들로 나타낼 수 있다.

임의편차 (σ_x^2) 와 RMS (σ_x^2) : 임의곡면의 편차와 RMS(root mean square)값을 다음과 같이 2차원 AR 계수들로 나타낼 수 있다. 즉,

$$R_x(0,0) = \sigma_x^2 = E[x(n_1, n_2)^2] \quad (25)$$

$$\sigma_x = \sqrt{R_x(0,0)} = \left(\frac{\sigma_a^2(1 - I_2 - 2I_4)}{I_1 - 2(I_2 + I_3) - 8I_4 + 1} \right)^{1/2} \quad (26)$$

동력 스펙트럼 밀도함수 : 식(3)에서 2차원 시스템은 다음의 2차원 z 변환에 의해 특성화된다.

$$H(z_1, z_2) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \phi_{ij} z_1^{-i} z_2^{-j}} \quad \left| \begin{array}{l} z_1 = e^{j\omega_1} \\ z_2 = e^{j\omega_2} \end{array} \right. \quad (27)$$

여기서 ϕ_{ij} 항은 상수이며, $\phi_{00} = 1$.

z 변환의 유용한 특징은 주파수함수로 변환 가능한 것이다. 식(27)에서 $H(z_1, z_2)$ 에 $z_1 = e^{j\omega_1}$ 와 $z_2 = e^{j\omega_2}$ 을 대입하면, $H(z_1, z_2)$ 의 주파수 영역 표현 $H(\omega_1, \omega_2)$ 와 연관시킬 수 있다. 동력 스펙트럼 밀도함수는 자동상관관계 함수의 Fourier 변환으로 정의된다. 식(3)에서 $X_{s,t}$ 는 잉여편차 σ_a^2 를 갖는 백색소음 ($a_{s,t}$)에 영향 받는 AR 모델이다.

σ_a^2 의 고정 동력스펙트럼을 갖는 임의의 $X_{s,t}$ 의 스펙트럼 ($\hat{p}_x(\omega_1, \omega_2)$)은 다음과 같이 AR 계수의 함수로 주어진다.

$$\hat{p}_x(\omega_1, \omega_2) = \frac{\sigma_a^2}{\left| 1 - \sum_{i=0}^{m_1} \sum_{j=0}^{m_2} \phi_{ij} e^{-j\omega_1 i} e^{-j\omega_2 j} \right|^2} \quad (28)$$

이때 ω_1 과 ω_2 앞의 j 는 $\sqrt{-1}$ 이다(위첨자 j 와 구별). 이 밖에도 동력스펙트럼 모멘트(power spectral moment)나 정점의 높이, 그리고 곡률 등의 표면 특성 요소들을 AR 계수의 함수로 나타낼 수 있다⁽¹³⁾.

4. 2차원 AR 모델의 응용

일반적으로 절삭가공공정에 의한 가공면의 분석에는 공간계열을 이용한 방법이 Fourier 변환을 이용한 것보다 매개변수 모델의 결과가 우수하다는 것이 입증되었다⁽¹⁴⁾. 이 장에서는 2차원 공간계열함수를 이용하여 AR 계수들을 구하고 원래의 곡면의 재생성/합성을 시도하였다.

다음절들은 2장에서 제안된 2차원 AR 모델을 가공면들에 적용하였다. 가공면에 대한 스펙트럼 표현은 FFT(Fast Fourier Transform)과 z 변환을 사용하여 검토하였다.

4.1 이론곡면에서의 적용 예

우선 2차원 AR 모델의 적합성을 보이기 위해 제안된 방법을 이론적 3차원 곡면 ($x_{s,t}$)에 (Fig. 1(a)) 적용하였다. 곡면의 식은 다음과 같다.

$$x_{s,t} = \sin(As)\cos(Bt) + \sin(Cs) + \cos(Dt), \quad 0 \leq s \leq N_1 \text{ and } 0 \leq t \leq N_2 \quad (29)$$

여기서 $N_1 = N_2 = 80$, $A = B = C = D = 0.1\pi$ 이며 표본 간격(sampling interval) $\Delta_1 = \Delta_2 = 0.01$ mm 이다.

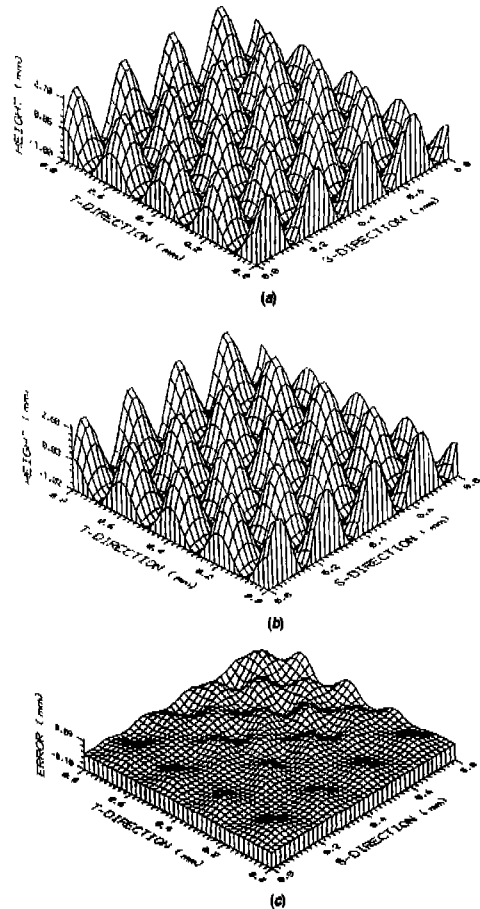


Fig. 1 Simulated artificial surfaces: (a)original, (b)regenerated, and (c) errors between original and regenerated surfaces

F-test로 부터 AR(7,7)모델이 Fig.1(a)의 곡면에 가장 적합하며 AR 계수는 Table 1에 나타나 있다. 이들 계

Table 1 Coefficients of the two-dimensional AR (7,7) model

ϕ_{ij}	$i=0$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$	$i=7$
$j=0$	1.000	1.956	-1.023	-0.0438	.0246	.0187	-.0533	.0525
$j=1$	1.952	-3.774	1.963	.0578	-.0226	-.0217	.0720	-.0784
$j=2$	-1.061	2.023	-1.051	.0013	-.0157	.0123	-.0341	.0338
$j=3$.0158	-.0163	.0049	-.0199	.0166	-.0147	.0462	-.0376
$j=4$.0113	-.0215	.0145	.0039	-.0032	.0268	-.0688	.0473
$j=5$.0401	-.0562	.0246	-.0022	-.0041	-.0289	.0615	-.0263
$j=6$	-.1076	.1641	-.0639	-.0108	.0129	.0239	-.0569	.0191
$j=7$.0762	-.1139	.0379	.0113	-.0058	-.0069	.0224	-.0071

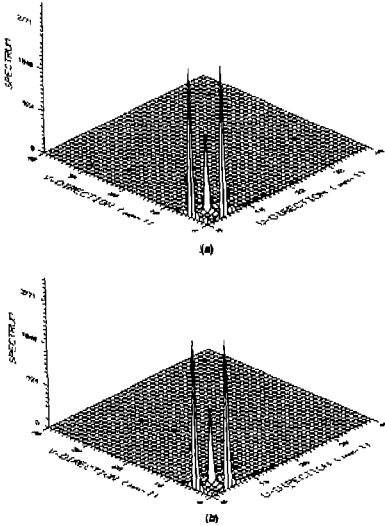


Fig. 2 FFT spectra of artificial surfaces: (a) original and (b) regenerated surfaces (continued)

수와 백색소음을 입력하면 우리는 원래의 면 $x_{s,t}$ 를 Fig. 1(b)처럼 재생할 수 있다. 원래의 면과 재생된 면의 차이는 Fig. 1(c)에 나타나 있다.

Fig. 2는 원래면과 재생된 면의 z 변환과 Fourier 변환의 스펙트럼을 나타낸다. Fig. 2에서 U와 V 방향은 Fig. 1의 공간역(space domain)의 S와 T에 해당하는 주파수역(frequency domain)의 방향이다. Fig. 2에서 주파수역의 첨점(peak)은 다음과 같이 해석할 수 있다.

즉, $(u,v)=(4,4)$ 에서의 첨점은 식(29)의 첫 번째 항의 변환에 대응하며, T방향의 4주기 cosine 파형과 S방향의 4주기 sine 파형의 곱을 나타낸다. $(u,v)=(4,0)$ 는 식(29)의 두 번째 항에, 그리고 $(u,v)=(0,4)$ 는 식(29)의 세 번째 항의 변환에 대응한다.

4.2 선삭가공면의 적용 예

Fig. 3(a) 나타난 곡면은 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 만

들어진 선삭가공면이다. AR(7,7) 모델에 의해, Fig. 3(b)는 재생된 곡면을, Fig. 3(c)는 재생된 곡면과 원래 곡면과의 차이를 보여준다. 얻어진 AR 계수는 Table 2에 나타나 있다. RSS 값은 $4.3E-0.6$ 이며 이 FFT와 z 변환은 Fig. 3(d)와 Fig. 3(e)에 보여진다. $(u,v)=(0,0)$ 에서의 첨점은 가공면의 평균값(Mean value)인 $9.76/(60 \times 60) = 2.7 \mu m$ 를 나타낸다. 또한 $(u,v)=(4,0)$ 에서 최대의 첨점은 공간역에서의 S 방향에 비례하는 U 방향의 4주기를 보여준다.

Table 2 AR coefficients of the turned surface

ϕ_{ij}	$i=0$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$	$i=7$
$j=0$	1.0000	.0636	-.0196	.0155	-.0115	-.0563	.0788	.0611
$j=1$.6160	.0162	-.0093	-.0208	.0773	.0205	-.0717	-.1037
$j=2$.5295	-.0876	.0073	.0680	-.0511	.0392	.0278	.0980
$j=3$	-.1638	.1121	.0309	-.0252	-.0589	.0065	-.0333	-.0454
$j=4$.0467	-.1200	-.0330	.0265	.1296	-.0047	.0128	-.0742
$j=5$.0361	.0262	.0392	.0127	-.0250	.0681	-.0067	.0679
$j=6$	-.1601	-.0622	-.0142	-.1130	.0251	-.1853	-.0144	.0343
$j=7$.0942	.0568	-.0230	.1117	-.0357	.1126	.0089	-.0397

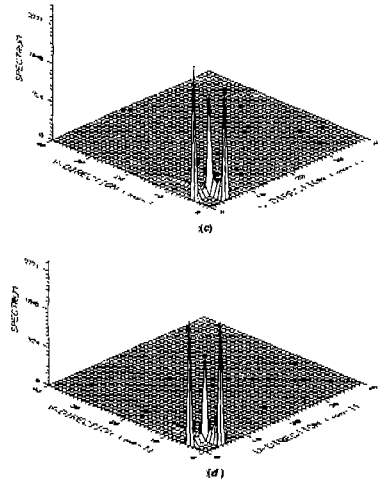


Fig. 2 Spectral of artificial surfaces by z-transform: (c) original and (d) regenerated surfaces

4.3 엔드밀 가공면의 적용 예

Fig. 4(a)의 볼엔드밀로 가공한 면을 2차원 AR(8,8) 모델로 Fig. 4(b)에 재생성 하였다. 이에 대한 AR 계수는 Table 3에 제시하였다. Fig. 4(c)는 가공면과 원래면과의 차이를 나타내 주고 있다. 가공면에서의 RSS 값은 $1.75E-12$ 이며 FFT와 z 변환에 의한 스펙트럼들은

Fig. 4(d)와 Fig. 4(e)에 보였다. 우세주파수(dominant frequency)는 공간역의 T방향에 비례하는 V방향에서 6mm^{-1} 이다.

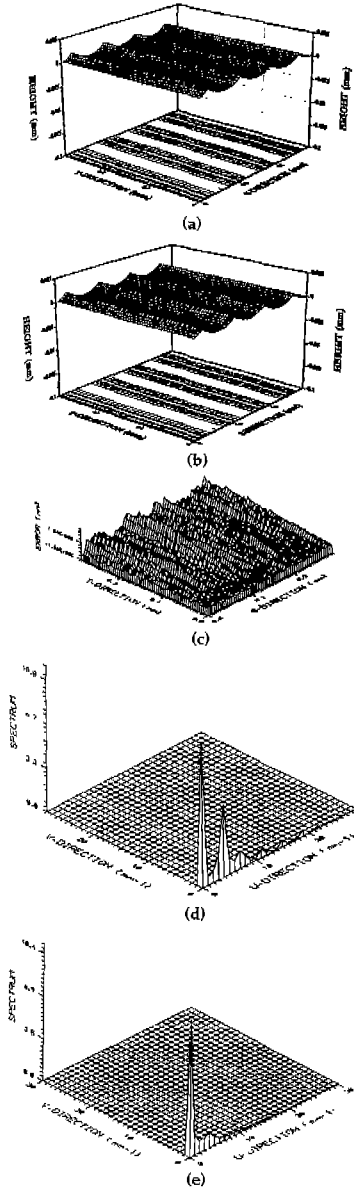


Fig. 3 Simulated turned surfaces: (a) original, (b) regenerated, (c) errors between original and regenerated surfaces, (d) FFT and (e) z-transform spectra

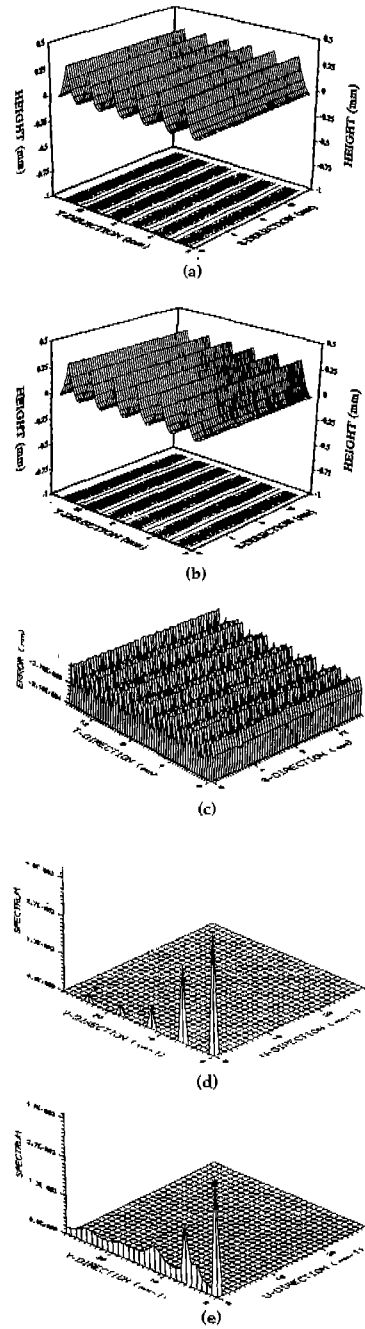


Fig. 4 Simulated ball nose end milled surfaces: (a) original, (b) regenerated, (c) errors between original and regenerated surfaces, (d) FFT and (e) z-transform spectra

Table 3 AR coefficients of the ball nose end milled surface

θ_j	$i=0$	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$	$i=7$	$i=8$
$j=0$	1.0000	.0642	.1615	.4501	-.0704	.1787	.1508	-.1187	.1838
$j=1$.1073	.0686	.1131	-.0535	.0171	-.0602	-.0609	-.0698	-.0416
$j=2$.0926	.0340	-.0373	-.0563	-.0071	.0271	-.0570	.0076	-.0035
$j=3$.1089	-.0136	-.0470	-.0607	.0314	.0141	-.0350	-.0134	.0152
$j=4$.1187	-.0548	-.0556	-.0264	.0292	-.0341	-.0378	.0440	.0179
$j=5$.0685	-.0716	.0276	.0671	-.0220	-.0931	-.0321	.0824	-.0270
$j=6$.1260	-.0338	-.0310	-.0202	-.0188	-.0732	.0344	.0612	-.0450
$j=7$.1233	.0419	-.0458	-.0818	-.0010	-.0075	-.0012	.0014	-.0065
$j=8$.0967	.0124	-.0560	-.0373	.0297	-.0013	-.0249	-.0067	.0073

5. 결 론

본 논문에서 우리는 가공면을 분석하고 합성하는 시도를 해 보았다. 2차원 상위 방정식과 2차원 선형 AR 모델에 기초한 이 기법은 표면특성화의 분석기법일 뿐만 아니라 3차원 곡면을 요구되는 특성으로 재생/합성하기 위한 것이다. 그 결과는 다음과 같이 요약할 수 있다.

(1) 본 논문에서 제안한 방법은 면에 대한 충분한 분석뿐만 아니라 역으로 3차원 곡면을 재생/합성할 수 있게 해 준다.

(2) 시계열/공간계열 모델은 극단적으로 간단한 매개변수의 형태로 3차원 곡면을 표현해 줄 수 있기 때문에 사용하였다. 2차원 AR 모델은 시계열/공간계열에 기초하여 유도하였다. 2차원 AR 모델에 의해 3차원 곡면을 분석하였으며, 또한 AR 매개변수는 최소자승법으로 디지털화된 곡면을 재생하였다.

(3) 2차원 AR 모델을 이용한 기법으로 2차원 AR 계수들로 자동상관관계나 동력 스펙트럼 밀도함수와 같은 3차원 곡면의 분석에 대한 중요한 표면 특성 요소들을 표현하였다.

참 고 문 헌

1. Patir, N., and Cheng, H.S., "An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication," *ASME Journal of Lubrication Technology*, Vol. 100, pp. 12-17, 1978.
2. Zhou, G., Leu, M., Geskin, E., Chung, Y., and Chao, J., "Investigation of Topography of Water-jet Generated Surfaces," *WAM of ASME*, Vol. 62, Engineered Surfaces, pp. 191-202, 1992.
3. DeVor, R.E. and Wu, S.M., "Surface Profile Characterization by Autoregressive- Moving Average Models," *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 94, pp. 825-832, 1972.
4. Stauffert, G., "Characterization of Random Roughness-profiles - a Comparison of AR-model Technique and Profile Description by means of Commonly Used Parameters," *Annals of the CIRP*, Vol. 28/1, pp.431-435, 1979.
5. Gu, X., and Huang, Y., "The Modeling and Simulation of a Rough Surface," *Wear*, Vol. 137, pp. 275-285, 1990.
6. Box, G.E.P., and Jenkins, G.M., *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden-Day, London, 1970.
7. DeVries, W.R., "Autoregressive Time Series Models for Surface Profile Characterization," *Annals of the CIRP*, Vol. 28/1, pp.437-440, 1979.
8. Pandit, S.M., and Wu, S.M., *Time Series and System Analysis with Applications*, Wiley, New York, NY, 1983.
9. Rabiner, L.R., and Gold, B., *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1975.
10. Whitman, E., "The Spectral Analysis of Discrete Time Series in terms of Linear Regressive Models," *Naval Ordnance Labs Rep.*, NOLTR-70-109, White Oak, MD, 1974.
11. Lim, J.S., *Two-Dimensional Signal and Image Processing*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1990.
12. Whitehouse, D.J., "The Generation of Two-Dimensional Random Surfaces Having a Specified Function," *Annals of the CIRP*, Vol. 32/1, pp. 495-498, 1983.
13. Hong, M.S., "Generation, Characterization and Synthesis of Engineering Surfaces," Ph.D. Thesis, Northwestern University, Evanston, IL., USA, 1994.
14. You, S. J., "Synthesis and Generation of Milled and Polished Surfaces under Tertiary Cutter Motion," Ph.D. Thesis, Northwestern University, Evanston, IL., USA, 1989.