

# Involute Curve의 Biarc Curve Fitting에 관한 연구

이 춘 만\*, 이 승 훈\*\*, 조 승 래\*\*

## A Study on the Biarc Curve Fitting of Involute Curve

C. M. Lee\*, S. H. Lee\*\*, S. R. Cho\*\*

### ABSTRACT

The determination of the optimum biarc curve passing through a given set of points along involute curve is studied. The method adopted is that of finding the optimum no. of span and the optimum length of the span such that the error between the biarc curve and involute curve is minimum. Irregular curve span method is effectively used to describe the involute curve with reduced length of NC-Code.

**Key Words** : Biarc curve fitting(2개의 원호 곡선 보간법), Involute curve(인볼루트 곡선), Gear(기어)

### 1. 서 론

Gear는 물리는 이(Tooth)에 의해 운동을 전달시키는 기계요소로서 확실한 속도비와 큰 회전력을 아주 작은 구조로서 좋은 효율로 전달할 수 있다. 그 크기는 작은 것은 시계와 같은 것으로부터 큰 것은 수만 마력의 증기 터빈의 감속 Gear에 이르기까지 넓은 범위에 사용되고 있다. 이런 Gear를 설계하여 가공하는데 있어 가장 중요한 것은 Gear 이틀 형성하는 Involute curve를 어떤 Curve fitting법으로 묘사하며, 이렇게 묘사한 Curve를 NC 공작기계에서 가공할 때 어느 정도까지 오차를 줄여 Involute curve와 가까운 Curve를 가공하느냐 하는 것이다.

임의의 연속적인 점 Data가 주어졌을 때 이들 점들을 연속적으로 연결하여 합성 Curve를 얻는 방법에는 여러

가지가 있다. 그 중에서도 각 점사이에 접하는 두 개의 원호를 끼워 넣음으로써 곡선을 묘사하는 방법을 Biarc curve fitting 법이라고 한다. 이 방법은 범용 NC Controller에 내장되어 있는 원호보간 기능을 그대로 사용할 수 있으므로 매우 간편하고, NC-Code의 길이를 줄일 수 있는 장점이 있어 가장 많이 사용하는 방법중의 하나이다. 이러한 Biarc curve를 이용한 Fitting법에 대한 연구로서 K. M. Bolton<sup>(1)</sup>은 두 점과 접선각을 이용하고 두 원호의 반지름차를 최소화하도록 하는 원호를 구하여 Biarc curve를 묘사하였고, D. B. Parkinson과 D. N. Moreton<sup>(2)</sup>은 주어진 점을 가지고 3점을 잇는 2차식의 Curve를 이용하여 Biarc curve를 묘사한 바 있다. 또한 D. S. Meek 와 D. H. Walton<sup>(3)</sup>은 부드러운 Spline 곡선을 이루는 점 Data를 얻어 그 점을 지나는 원호와 직선을 이용하여 Biarc curve를 묘사하였고, J. Schon-

\* 창원대학교, 기계설계공학과

\*\* 창원대학교 대학원

herr<sup>(4)</sup>는 접하는 두 원호의 곡률을 최소화하는 방법으로 Biarc curve를 묘사한 바 있다. Gear의 Involute curve를 Biarc로 묘사하는 경우 접선각은 Involute curve상의 각 점에서의 압력각과 같으므로 접선각의 최적화는 필요하지 않다. 본 연구에서는 Involute curve상의 점들을 구하고 두 점사이를 Bolton이 제시한 Biarc curve fitting법을 사용하여 Involute curve를 묘사하였다. 이와 같은 이론을 바탕으로 Involute curve를 묘사하는 경우 원호에 의해 임의곡선을 근사로 나타내므로 두 곡선사이에는 피할 수 없는 오차(Error)가 발생한다. 그런데, 이 오차는 Curve 전체를 몇 개로 분할하며(구간수 : No. of span), 분할된 구간의 구간길이(Length of span)를 어떻게 하느냐에 따라 큰 영향을 받는다. 구간수를 증가시키면 오차를 감소시킬 수 있지만 NC-Code 길이가 길어진다. 그리고 Involute curve 전체를 Gear의 반지름 방향으로 균등하게 분할하여 균일한 구간길이를 하면, Gear의 이수가 적은 경우 이뿌리 부근에서 곡률의 급격한 증가로 인해 오차가 커진다. 그러므로 Gear의 이뿌리 부근에서는 조밀하게 분할하고, 이끝으로 갈수록 등성등성하게 분할하는 부등분할을 하는 것이 오차를 줄이는데 매우 효과적이다. 본 연구에서는 Involute curve를 부등간격으로 분할할 수 있는 수식을 제안하고 부등분할의 효과를 토론하였다. 즉, 구간길이를 지수(Exponent)에 의해 손쉽게 정량화시키고 그 효과를 고찰하였다.

본 연구의 목적은 Spur gear의 Involute curve를 Biarc curve로 Fitting 할 때 두 Curve 사이의 오차를 최소화시키기 위한 가장 적절한 구간수와 구간길이를 찾아내어 오차가 작은 Gear를 가공할 수 있는 NC-Code를 생성하는데 있다. 본 연구에서 생성한 NC-Code를 상용 외국산 Software의 결과와 비교해 보았으며, Wire-cut EDM에 의해 가공하여 보았다.

## 2. 이 론

### 2.1 Gear와 Involute curve

Gear는 평행 축간에 회전운동을 전달하기 위해 사용되며 Gear에 대한 개략도는 Fig. 1에 나와 있다. 피치원은 모든 계산의 기준이 되는 이론적인 원이며, 원주피치  $p$ 는 피치원상의 이의 특정한 점에서 인접한 이의 특정한 점까지의 거리이다. 피치원 지름을  $D_0$ , 이수를  $Z$ 라고 하면 원주피치와 모듈  $m$ 은 다음 식(1)과 같이 정의된다.

$$p = \frac{\pi D_0}{Z}, m = \frac{D_0}{Z} \tag{1}$$

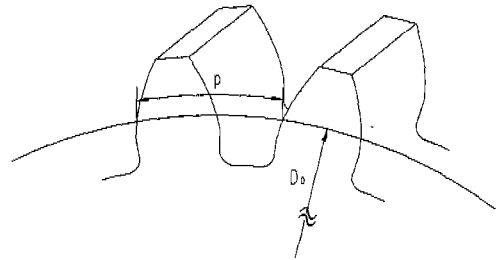


Fig.1 Standard spur gear

Involute curve는 Gear의 이를 나타내는 기본적인 Curve이다. Fig. 2에서와 같이 기초원  $R_b$ 상의 한 점 T에 접하는 선과 만나는 Involute curve상의 한 점 Q를 정하고 그 때의 압력각을  $\alpha$ 라 할 때 Involute 함수는 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\theta = \tan \alpha - \alpha = \text{inv} \alpha \tag{2}$$

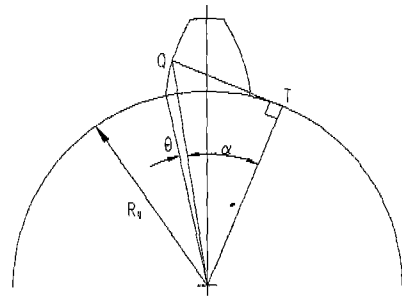


Fig. 2 Involute curve

Fig. 3에는 본 연구에서 사용한 평Gear의 이 반개를 나타내었다. 사각형 속의 그림은 이뿌리 근처를 확대한 그림이다. Involute curve는 Biarc로 묘사를 하고, 나머지 부분은 원호와 직선으로 묘사하였다. 여기서 묘사된 이 반개를 기준축에 대하여 복사변환(Mirror transformation)시키면 하나의 이를 묘사할 수 있다. 또한, 하나의 이를 다시 원주 방향으로 Gear의 이수만큼 복사변환을 하면 Gear 전체를 완성하게 된다.

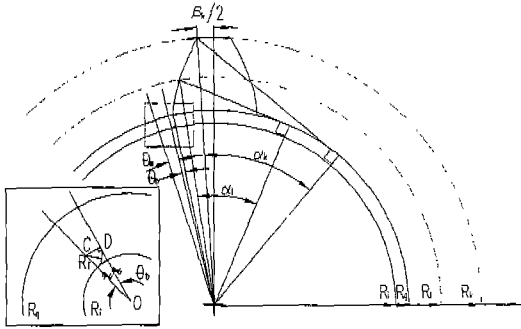


Fig. 3 Half description of gear tooth

본 연구에서는 Gear 이 반개를 다음의 수식들에 의해 묘사하였다. 기초원의 반지름을  $R_g$ , Involute curve상의 한점까지의 반지름을  $R_i$ 라고 하면, 그 점에서의 압력 각  $\alpha_i$ 는

$$\alpha_i = \cos^{-1}\left(\frac{R_g}{R_i}\right) \quad (3)$$

이 된다. 이 끝원 반지름  $R_k$ 에서의 압력각  $\alpha_k$ 는 식(3)에서  $R_i$  대신에  $R_k$ 를 대입하면 구할 수 있다. 피치원의 반지름을  $R_0$ , 전위계수를  $j$ , 피치원상의 압력각을  $\alpha_0$ 라고 하면 피치원에서의 이의 두께  $T_0$ 는 식(4)와 같다.

$$T_0 = \left(\frac{\pi}{2} + 2j \tan \alpha_0\right)m \quad (4)$$

여기서 전위 Gear가 아닌 표준Gear를 묘사하려면 전위계수를 영(Zero)으로 대입하여 계산하면 된다.

Involute curve상의 한점에서의 이 두께  $T_i$ 는 식(5)와 같이 된다.

$$T_i = 2R_i\left(\frac{T_0}{2R_0} + \text{inv}\alpha_0 - \text{inv}\alpha_i\right) \quad (5)$$

이의 두께를 결정하는 Involute curve의 끝점에서의 이 두께  $T_k$ 는 식(5)에서  $R_i$ 대신  $R_k$ ,  $\alpha_i$  대신  $\alpha_k$ 를 대입하면 구할 수 있다. 이 사이각  $\beta_k$ 는 식(6)과 같이 정의된다.

$$\beta_k = \frac{T_k}{2R_k} \quad (6)$$

이뿌리원  $R_i$ 와 기초원  $R_g$ 사이에는 다음식 (7)로 정의되

는 Fillet 원을 삽입하고, D점에서 기초원까지는 직선으로 연결하였다.

$$R_f = C_f m, \quad \theta_b = \sin^{-1}\left(\frac{R_f}{R_i + R_f}\right) \quad (7)$$

여기서  $C_f$ 는 Fillet 상수를 나타낸다.

기초원  $R_g$ 에 대응하는 각도  $\theta_a$ 는 식(8)로 구할 수 있다.

$$\theta_a = \frac{\pi}{Z} - \beta_k - (\tan \alpha_k - \alpha_k) - \theta_b \quad (8)$$

### 2.2 Biarc curve fitting법

Involute curve를 분할하여 구한 각 점 구간에 서로 접하는 두 개의 원호를 끼워 넣어 Biarc curve를 얻기 위해서는 우선 Involute curve상의 점들을 구하고, 이점을 지나는 원호를 Biarc curve fitting법에 의해 계산한다. 이 과정에서 필요한 접선각은 Involute curve상의 점에서의 압력각을 접선각으로 사용하였다. Biarc curve fitting법은 NC Controller의 원호보간 기능을 활용할 수 있어 NC-Code의 길이를 줄일 수 있을 뿐만 아니라 정밀한 가공이 가능하다. 여기에 사용된 Biarc curve fitting법에 관한 이론은 Bolton<sup>(1)</sup>이 제시한 것을 사용하였다. 원래 이론은 변곡(Inflection) 및 비변곡(No-inflection) 구간 모두에 대해 전개되어 있지만, Involute curve 묘사에는 변곡구간이 없으므로 비변곡구간에 대한 이론만 간단히 소개한다. 비변곡구간이란 것은 Fig. 4에서와 같이 두 점  $P_1, P_2$ 에서의 접선각을 각각  $\theta_1, \theta_2$ 라 할 때 접선방향인  $\overline{P_1P_2}$ 을 기준으로 하여 서로 반대 방향으로 향하는 경우에 해당된다. 즉, 곡선모양이 볼록한(Convex) 구간을 의미한다. 비변곡구간에 반지름이 각각  $R_1, R_2$ 인 두 개의 원호를 넣는 방법이 Fig. 4에 나타나 있다.

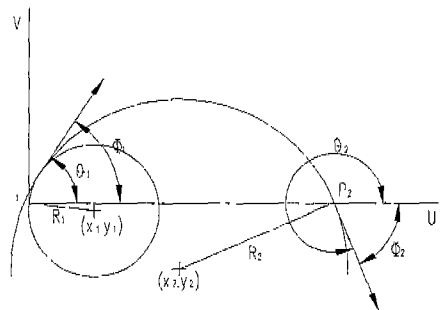


Fig. 4 No-inflection case for biarc curve fitting

Fig. 4에서 서로 접하는 두원의 중심점 좌표는 다음과 같이 된다.

$$(x_1, y_1) = (R_1 S_1, R_1 C_1) \quad (9)$$

$$(x_2, y_2) = (P - R_2 S_2, R_2 C_2) \quad (10)$$

여기서,  $P$  는 두점  $P_1, P_2$  간의 거리이고,  $R_1, R_2$  는 두원의 반지름이며

$$S_1 = |\sin \theta_1|$$

$$S_2 = |\sin \theta_2|$$

$$C_1 = -\sin \theta_1 \cos \theta_1 / S_1$$

$$C_2 = \sin \theta_2 \cos \theta_2 / S_2$$

를 나타낸다. 그리고 두 개의 원이 접하기 위한 조건은 다음 식(11)에 나타나 있다.

$$P^2 - 2P(S_1 R_1 + S_2 R_2) + 2R_1 R_2 (S_1 S_2 - C_1 C_2 + 1) = 0 \quad (11)$$

또한 두 원호의 반지름차  $D = R_1 - R_2$  는 식(11)을 이용하여 다음식 식(12)와 같이 구할 수 있다.

$$D = \frac{P^2 - 2PR_1 A + 2R_1^2 B}{2R_1 B - 2PC} \quad (12)$$

여기서,

$$A = S_1 + S_2$$

$$B = S_1 S_2 + C_1 C_2 + 1$$

$C = S_2$  이다.

그리고  $D$ 를 최소화하기 위한  $R_1$  값은  $D$ 를  $R_1$ 에 대해 미분하여 영이 되는  $R_1$ 을 구하면 식(13)과 같이 된다.

$$R_1 = \frac{PC \pm P(C^2 - CA + B/2)^{1/2}}{B} \quad (13)$$

식(13)에서 (+)인 경우는  $\Phi_1 > \Phi_2$  인 경우에 해당되고, (-)인 경우는  $\Phi_1 < \Phi_2$  인 경우에 해당된다.

### 2.3 Involute curve의 분할과 접선각의 계산

Biarc curve fitting의 첫번째 단계는 Involute curve 상의 점을 구하는 것이다. 이 때 Involute curve를 몇개의 구간수(No. of span)로 나누고 구간길이(Length of

span)를 어떻게 하느냐가 중요하다. 이 점들은 Biarc curve fitting에서의 기준점이 되기 때문이다. 본 연구에서는 기초원과 이끝원의 반지름의 차이를 부등간격으로  $M$ 등분하여  $N$ 개의 점의 위치를 구하였다. 즉, Fig. 3에서 기초원 반지름과 이끝원 반지름을 각각  $R_g, R_k$ 라고 하면 Involute curve상의  $i$ 번째 점까지 거리 ( $R_i$ )는 식(14)와 같이 계산하였다.

$$(R_i)_i = R_g + (R_k - R_g) \left(\frac{i}{N}\right)^n, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

여기서,  $N$ 은 분할점의 개수이며  $n$ 은 부등분할을 위한 지수(Exponent)이다. 그러므로 구간수(No. of span)  $M$ 은  $N-1$ 개가 된다.  $n$ 이 1.0 인 경우는 Involute curve를 이루는 점들의 구간길이가 일정한 균등분할의 경우가 되며,  $n$ 이 1.0 보다 커지면 이 구간길이는 이 뿌리 부근에서 조밀해지는 부등분할이 된다. 특히 이수가 적은 경우에는 이뿌리 부근에서 곡률이 증가하므로  $n$ 값을 증가시키면 Gear의 이뿌리 쪽으로 구간길이가 조밀해져 더 많은 원호들이 들어가서 Fitting하게 되므로 최대오차를 줄일 수 있다.

Involute curve상의 한점에서의 접선각을 구하는 방법은 Fig. 5에 나타나 있는데 그 점에 대한 압력각을 계산하여 접선각으로 하였다. 이끝원에서의 접선각  $\theta_k$ , 기초원에서의 접선각을  $\theta_g$ 라고 하면 Involute curve상의 한 점에 대한 접선각  $\theta_i$ 는 다음 식(15)로 구할 수 있다.

$$\theta_i = \text{Inv } \alpha_k + \alpha_k - (\text{Inv } \alpha_i + \alpha_i) \quad (15)$$

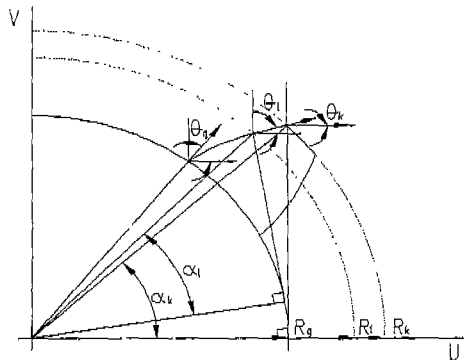


Fig. 5 Slope of biarc curve

2.4 Involute curve 와 Biarc curve의 오차

원호의 연속에 의해 Involute curve를 묘사하므로 두 Curve사이에는 피할 수 없는 오차(Error)가 발생한다. 그러므로 본 연구에서 사용한 Biarc curve와 Involute curve의 오차가 어느 정도인지를 알기 위하여 다음과 같이 오차를 구하여 분석하였다. Fig. 6 은 Involute curve 전체를 1개의 구간으로 하였을때, 즉 2개의 원호에 의해 Fitting한 개략도이다. Involute curve 상의 한 점 P와 한 원호의 중심 C<sub>1</sub>점까지의 거리를 D<sub>1</sub>, P점과 다른 원호의 중심 C<sub>2</sub>점까지의 거리를 D<sub>2</sub> 라고 하면 Involute curve와 Biarc curve와의 오차 e는 식(16)과 같다.

$$e = D_1 - R_1 \quad \text{또는} \quad e = D_2 - R_2 \quad (16)$$

오차는 Involute curve를 기준으로 하므로 (±)값을 가질 수 있다. 부호가 (+)인 경우는 Biarc curve가 Involute curve보다 더 작게 묘사하는 경우이며, 부호가 (-)인 경우는 Biarc curve가 Involute curve보다 더 크게 묘사하는 경우를 나타낸다. P 점이 어느 원에 속하는지를 판별하는 방법은 다음과 같다. R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>를 반지름으로 하는 두 원호가 접하는 점을 P<sub>T</sub> 라고 하고, P<sub>T</sub>C<sub>1</sub> 선분과 P<sub>T</sub>C<sub>2</sub> 선분의 사이각을 φ<sub>T</sub>, PC<sub>1</sub> 선분과 P<sub>T</sub>C<sub>1</sub> 선분의 사이각을 φ<sub>1</sub> 라고 하였을 때, φ<sub>1</sub> < φ<sub>T</sub> 인 경우에는 P 점은 R<sub>1</sub>을 반지름으로 하는 원호에 속하는 점이 되고, φ<sub>1</sub> > φ<sub>T</sub> 인 경우의 P 점은 R<sub>2</sub>을 반지름으로 하는 원호에 속하는 점이 된다.

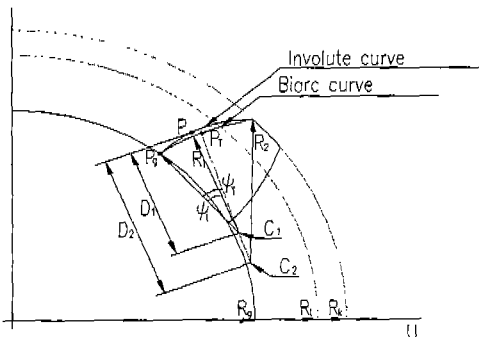


Fig. 6 Error between biarc curve and involute curve

본 연구에서는 Involute curve의 시작각도에서 끝나는 각도를 여러개(본 연구에서는 300개)로 분할하고 두 Curve 사이의 오차를 계산하였다. 이 경우 위치에 따라 원호 R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>가 바뀌게 되므로 구간에 따라 원호를 바꿔

가면서 오차를 계산하여야 한다. 이렇게 Involute curve를 여러 각도로 분할하여 구한 오차중 가장 큰 오차의 절대값을 최대오차(Maximum error) e<sub>max</sub> 라 하였다.

3. 결과 및 토론

구간수(No. of span)를 증가시키면 최대오차(Maximum error)를 감소시킬 수 있지만 NC-Code의 길이가 길어지므로 어느 정도의 허용오차범위내에 드는 구간수가 몇개정도인지를 고찰하였다. 모듈이 25 정도 이하의 보통 크기의 Gear에 대하여 최대 오차범위가 3μm 이내에 들 수 있도록 하였는데, 그 이유는 Wire-cut 방전가공기에서가공오차를 10μm 이내로 가공하기가 어려우므로 더 이상 설계오차를 줄여도 별의미가 없기 때문이다. 또한 구간길이(Length of span)를 조절하는 식(14)의 지수(Exponent)의 최적값을 Gear의 이수에 대해 고찰하였다.

Fig. 7은 이수 20개, 압력각 20°, 지수 1.9 인 Gear에 대해 모듈(m)을 2, 4, 6, 8, 10, 25 등으로 변화시키면서 최대오차를 나타내었다. 각각의 경우에 최대오차는 모듈의 증가에 대해 거의 비례 증가하는 경향을 보이고, 구간수가 증가할수록 줄어든다. 그리고 구간수가 4 이상인 경우에는 각 모듈에 따른 최대오차는 급격히 줄어들어 모듈이 10 이하인 경우에는 1μm 이하가 되고, 모듈이 25 이하인 경우에는 3μm 이하가 된다. 지수를 1.9로 한 이유는 이 근처에서 최대오차가 가장 작아지기 때문이다.

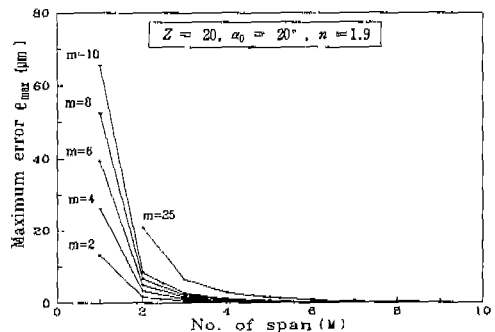


Fig.7 Effect of module and no. of span on maximum error

Fig. 8과 Fig. 9는 이수 20개, 모듈 4, 지수 1.9로 같게 하고 압력각을 각각 20° 과 14.5°인 경우에 대한 결과이다. 구간수가 4 이상인 경우 압력각 20°일 때 최대오차

는  $0.447\mu\text{m}$  이고, 압력각이  $14.5^\circ$ 인 경우는  $0.328\mu\text{m}$ 로 압력각이 큰 경우가 최대오차가 약간 크게 나타났다. 하지만 최적의 구간길이나 지수는 압력각의 변화에 거의 영향을 받지 않는다.

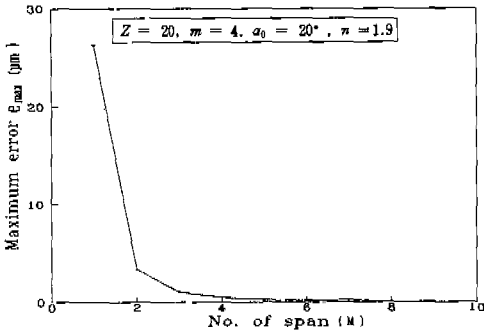


Fig. 8 Effect of pressure angle and no. of span on maximum error

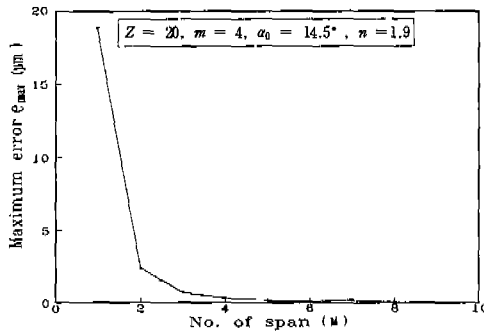


Fig. 9 Effect of pressure angle and no. of span on maximum error

Fig. 10과 Fig. 11는 모듈, 압력각을 같게 하고 이수를 증가시키면서 구간수와 최대오차의 관계를 그래프로 그려보았다. 동일한 구간수에서의 최대오차를 비교해 보면 이수가 증가할수록 최대오차는 감소하게 된다. 즉 이수가 많은 경우가 이수가 적은 경우보다 구간수를 줄여도 됨을 알 수 있다. Fig. 10은 Gear 이수 40, 모듈 4, 압력각을  $20^\circ$ , 지수 1.5 로 하여 이수에 따른 구간수와 최대오차의 관계를 나타내었다. 구간수가 증가하면 최대오차는 감소하며 구간수가 3 인 경우의 최대오차는  $0.583\mu\text{m}$ 이다.

Fig. 11은 Gear 이수 80, 모듈 4, 압력각을  $20^\circ$ , 지수 1.1 로 하여 이수에 따른 구간수와 최대오차의 관계를 나

타내었다. 구간수의 증가에 따라 최대오차는 감소하며 구간수가 2 인 경우의 최대오차는  $0.316\mu\text{m}$  이다.

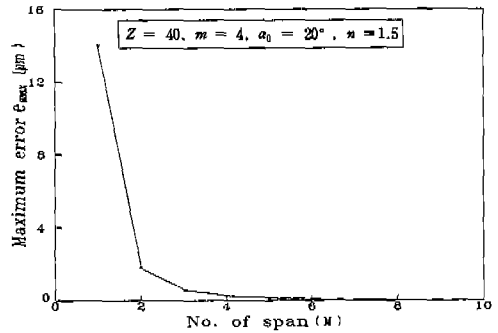


Fig. 10 Effect of no. of teeth and no. of span on maximum error

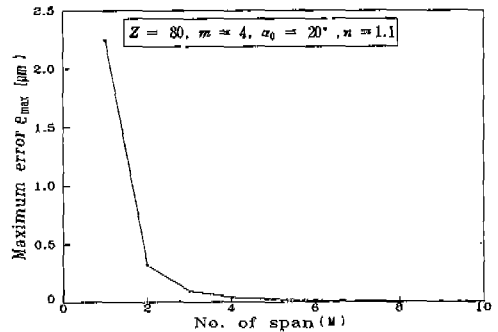


Fig. 11 Effect of no. of teeth and no. of span on maximum error

Fig. 12에서 Fig. 14까지는 모듈, 압력각을 같게 하고 이수를 증가시키면서 지수와 최대오차의 관계를 그래프로 그려보았다. 지수가 증가할수록 최대오차는 감소하다가 어느 점에서 증가하여 최대오차를 가장 작게 발생시키는 최적값이 존재함을 알 수 있다. 최적의 지수값은 이수가 20인 경우 1.9이고, 이수가 증가할수록 감소하여 이수가 100 이상인 경우에는 1.0에 가까워짐을 알 수 있다. Fig. 12는 Gear 이수 20, 모듈 4, 압력각  $20^\circ$ , 구간수를 4로 하고, 지수를 1.0에서 2.5 까지 변화시킨 그래프이다. 이 경우에는 지수가 1.9 일 때 최대오차가 가장 작게 되어  $0.447\mu\text{m}$  정도이다. 같은 조건에서 지수가 1.0인 균등분할의 경우에는 최대오차가  $2.985\mu\text{m}$  정도가 되므로 부등분할법이 최대오차를 줄이는데 매우 효과적임을 알 수 있다.

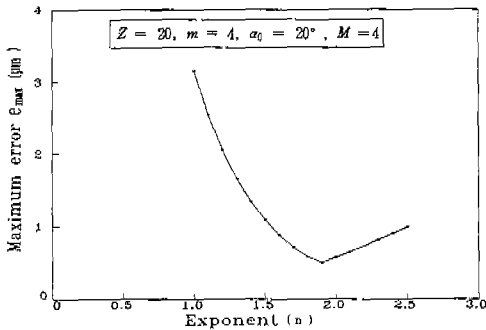


Fig. 12 Effect of no. of teeth and exponent on maximum error

Fig. 13은 Gear 이수 40, 모듈 4, 압력각 20°, 구간수 3 으로 하고 지수를 1.0에서 2.5 까지 변화시켜 보았다. 이 경우에는 지수가 1.5 일 때 최대오차가 0.584µm로 가장 작다.

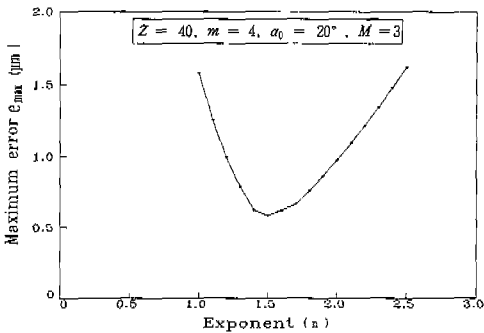


Fig.13 Effect of no. of teeth and exponent on maximum error

Fig. 14는 Gear 이수 80, 모듈 4, 압력각 20°, 구간수 2 인 경우 지수를 1.0에서 2.5 까지 변화시켜 보았다. 이 경우는 지수가 1.2 일 때 최대오차가 0.299µm로 가장 작다.

Gear 이수에 관계없이 구간수를 증가시키면 최대오차는 감소하게 된다. 최대오차가 가장 많이 감소하는 구간수는 1개에서 2개로 늘어날 때이며 4개이상의 경우에는 최대오차는 거의 변화가 없다. 그리고 모듈 10 이하의 Gear에 대해 1µm 이하의 최대오차를 갖는 구간수는 4개 이상이며, 이수가 증가할수록 구간수를 작게 하여도 1µm 이하의 최대오차를 갖는다. 오차가 가장 작은 지수는 이

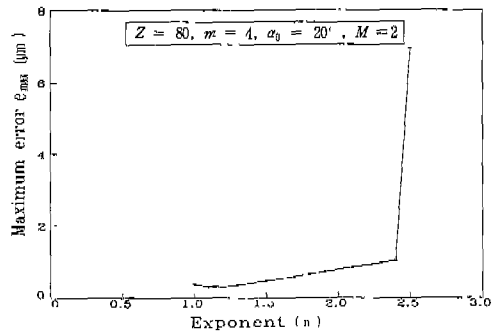


Fig.14 Effect of no. of teeth and exponent on maximum error

수가 10개 이하인 경우에는 1.9이며 이수가 증가할수록 지수는 감소하여 100개이상인 경우에는 거의 균등분할인 1.0에 가까워진다. 이를 정리하여 각 이수에 대한 최적의 구간수와 지수값을 Table 1에 나타내었다.

Table 1 Optimal no. of span and exponent for no. of teeth

이수(Z)	지수(n)	구간수(M)
3	1.9	5
4~	1.9	4
10~	1.9	4
15~	1.9	4
20~	1.9	4
30~	1.9	4
40~	1.5	3
50~	1.4	2
60~	1.2	2
80~	1.2	2
100~	1.1	2

Table 1에서 알 수 있듯이 Gear의 이수가 증가할 경우 구간수를 작게 하여도 된다. 이것은 NC 공작기계에서 Gear를 가공하는 경우 NC-Code의 길이를 줄여 주는 효과를 가져온다. Table 1의 최적 구간수와 지수값은 모듈, 압력각, 전위계수의 변화에도 상관없이 그대로 사용할 수 있다. 본 System에 의한 NC-Code의 길이는 Table 1에서의 구간수 M의 2배에 해당한다. 즉 구간수가 5인 경우 원호보간 NC-Block 수는 10개가 되고 구간수가 4인 경우는 8개가 된다. 균등분할법과 비교해 보면 이수 20인 경우 본 System은 구간수 4에서 최대오차는 0.447µm로서 NC-Block 수는 320개가 되며 균등분할법에서 구간

수가 9인 경우 최대오차는 0.869 $\mu$ m로서 NC-Block 수는 720개가 되어 본 System의 NC가공시간이 크게 줄어들을 알수가 있다. FANUC System과 비교해 보면 같은 구간수에서는 본 System의 최대오차가 더 작은 결과를 나타내므로, 같은 최대오차를 발생하는 구간수는 본 System이 더 작게 되어 NC-Block 수가 줄어들것으로 예상된다. 그러나, FANUC System에 대한 오차해석이 현실적으로 불가능하므로 그 정확한 자료는 파악할 수 없었다.

Fig. 15는 이수 20, 모듈 4, 압력각 20°, 구간수 4 로 하여 본 연구결과에 의해 생성한 NC-Code로 Wire-cut EDM가공한 Gear(a)와 FANUC사의 상용 프로그램을 사용하여 가공한 Gear(b)를 나타낸 것이다. 본 연구에서 개발한 System과 FANUC의 상용프로그램의 결과를 서로 비교한 결과 상호 오차는 모듈 10 이하의 Gear에 대해 0.2 $\mu$ m이하였다.



(a) Present method (b) FANUC system

Fig. 15 Manufactured gear by CNC Wire-cut EDM

#### 4. 결 론

Gear의 Involute curve를 부등간격으로 분할할 수 있는 수식을 제안하여, 분할된 구간에 대해 효과적으로 Biarc curve fitting 하는 방안을 제시하였다. 두 Curve 사이의 오차해석을 통해 설계오차가 일정 허용범위내에 들수 있도록 하는 구간수와 최적구간길이를 구하였다. 최적구간길이는 지수값으로 정량화시켜 분석하였다.

1. Involute curve를 부등간격으로 분할하여 Biarc curve fitting 하면 균등분할하는 경우보다 최대오차를 줄일 수 있다.

2. 최대오차는 모듈의 증가에 따라 거의 비례하여 증가한다.

3. 모듈이 10 이하인 소형Gear는 구간수를 4~5 정도로 하면 이론 Involute curve 와 Biarc curve 사이의 최대오차는 1 $\mu$ m이하가 되고, 모듈이 25인 Gear의 최대오차는 3 $\mu$ m이하가 된다.

4. 구간길이를 조절하는 지수의 최적값은 모듈이나 압력각, 전위계수에는 거의 영향을 받지 않고 이수에 의존 큰 영향을 받는다. Gear의 이수가 10개 정도인 경우 최적 지수값은 1.9 정도이고 이수가 100개 이상인 경우 지수는 1.0 인 균등분할에 가까워진다.

5. 상기 결론은 압력각과 전위계수의 변화에 상관없이 그대로 적용할 수 있다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단 특정연구과제(과제번호 : 93-0200-06-01-3, 과제제목 : '평금형을 이용한 열간압출의 공정 및 금형설계를 위한 Expert System의 개발에 관한 연구'의 2차년도 연구결과임)에 의해 연구가 수행되었습니다. 이 연구에 도움을 주신 관계자여러분께 감사드립니다. 또한, FANUC System에 관한 자료 등 많은 지원을 해주신 한국FANUC(주) 관계자에게도 감사드립니다.

#### 참 고 문 헌

1. K. M. Bolton, "Biarc curves", Computer-Aided Design, Vol.7, No. 2, pp.89-92, 1975
2. D. B. Parkinson and D. N. Moreton, "Optimal biarc curve fitting", Computer-Aided Design, Vol.23, No. 6, pp. 411-419, 1991.
3. D. S. Meek and D. H. Walton, "Approximation of discrete data by G<sup>1</sup>arc spline", Computer-Aided Design, Vol.24, No. 6, pp. 301-306, 1992.
4. J. Schonherr, "Smooth biarc curves", Computer-Aided Design, Vol. 25, No. 6, pp. 365-370, 1993.
5. I. D. Faux and M. J. Pratt, "Computational Geometry for Design and Manufacture", John Wiley & Sons, 1981.
6. 최병규, "CAM 시스템과 CNC 절삭가공", "청문각", 1993.