

## 대변형 유한요소해석에서 요소망의 재구성을 위한 기준

조 해 규\*, 채 수 원\*\*, 박 종 진\*\*\*

### A Remeshing Criterion for Large Deformation Finite Element Analysis

Hae-Gyu Cho\*, Soo-Won Chae\*\*, Jong-Jin Park\*\*\*

#### ABSTRACT

In this paper, a remeshing criterion has been suggested in order to automate the remeshing decision during finite element analysis of metal forming. In order to use for the remeshing decision, two of remeshing criteria have been investigated. One is the use of error estimates based on errors in stresses and strain rates of the finite element solution and the other is the use of geometric characteristics of distorted elements. As a result, the strain rate error estimate in power norm based on the former is found to give more valuable information about remeshing decision than the ones based on the latter. Examples are given to demonstrate the usefulness of the suggested error estimate as a remeshing criterion.

**Key Words** Remeshing criteria(재구성 기준), Automatic mesh generation(요소망 자동생성), Mapping of state variables(상태변수의 변환), Strain rate error(변형률속도 오차)

#### 1. 서 론

단조, 압출 등과 같은 대변형 가공에서 공정 설계자는 최종 제품을 기초로 하여 설계를 시작하게 된다. 이때 여러번에 걸친 공정과 각 공정에서의 형상결정이 경험과 시행착오를 통해서 이루어지므로, 금형 설계와 수정에 보통 많은 노력과 경비가 소요된다. 따라서 변형과정에 대한 정확한 정보, 즉 각 공정에서의 성형하중이나 변형 분포 등을 미리 알 수 있다면 이는 공정설계와 형 설계를 최적

화하는데 매우 유용하게 사용될 수 있다. 그러나 소성 변형량이 대단히 크고, 기하학적 형상변화가 매우 복잡한 성형공정에서는 성형하중 및 변형분포를 이론적으로 구하기가 매우 곤란하다.

최근들어 비선형 대변형 유한요소법이 발달함에 따라 복잡한 형상의 성형과정에 대한 해석이 가능해지게 되었다. 그러나 단조공정을 유한 요소법으로 해석할 경우에 근본적인 어려움은 변형량이 매우 크므로 물체의 형상이 계속 변하여 결국 초기에 설정한 유한 요소망이 크게 찌

\* 대우중공업(주)

\*\* 고려대학교 기계공학과

\*\*\* 홍익대학교 기계공학과

그러져서 더이상 계산을 수행할 수 없거나 계산상의 커다란 오차가 발생되는 데 있다. 따라서 이러한 문제점들은 성형해석 과정을 몇 단계로 나누어서 변형된 형상에 따라 요소망을 재구성하고 새로이 계산가능한 영역을 계속 만들어 가면서 계산을 수행할 때 해결이 가능하다. 그러나 유한요소망을 매과정마다 새로 구성한다는 것은 대단히 어렵고 많은 노력이 필요한 작업으로서, 요소망의 재구성 횟수가 많은 경우에는 한 번의 해석에 수 주일이 소요되기도 하여 사용자로 하여금 시뮬레이션 자체를 포기하게 한다. 따라서 이러한 과정을 Fig. 1에서 보는 바와 같이 자동화시키는 작업은 해석의 반복과정을 용이하게 하므로 유한요소법을 실제 단조공정설계 등에 적용하기 위한 필수적인 요건이라 할 수 있다.

대변형 해석과정에서 유한요소망을 자동적으로 재구성하는데 필요한 핵심 요소들은 요소망 재구성 시점을 결정하는 재구성기준 (remeshing criteria), 요소망의 재구성을 자동적으로 수행하기 위한 요소망의 자동생성기능 (automatic mesh generation) 및 초기 요소망에서 재구성 요소망으로 중간해석결과를 변환시키는 상태변수의

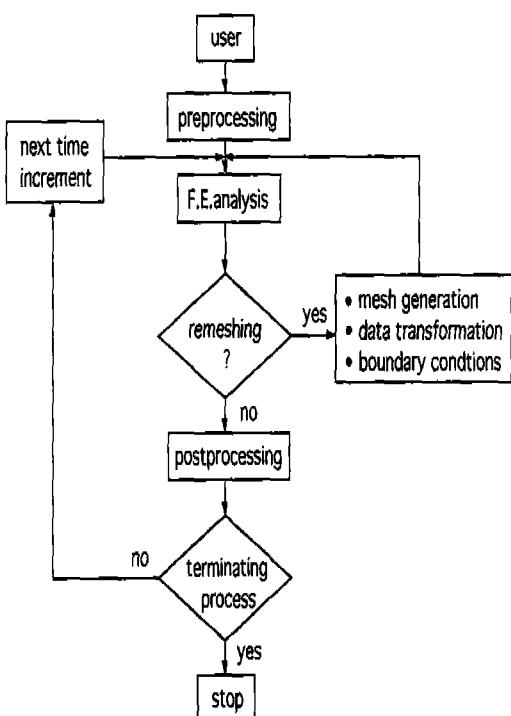


Fig. 1 Forming processes simulation with automatic mesh generation

변환 (mapping of state variables) 기능 등이라 할 수 있다.

본 논문에서는 이중 요소망의 재구성 시점을 자동적으로 결정하기 위한 요소망 재구성 기준을 제안하고, 이의 효용성을 조사하였다.

## 2. 요소망의 재구성시점 결정을 위한 기준

대변형 해석에서 유한 요소망의 재구성 기준은 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 첫번째는 요소의 기하학적 형상의 변형 정도를 기준으로 한 것이다. 이 방법으로, Habraken<sup>(1)</sup>은 삼각형면적기준, 절점각기준, 세장비기준들을 제안하였다으며, H. Yang 등<sup>(2)</sup>은 요소의 찌그러짐 정도를 등매개변수(isoparametric) 좌표와 실제(real) 좌표 사이의 관계를 사용하는 역사상(inverse mapping) 방법을 제안하였다. 이밖에 W. Wu 등<sup>(3)</sup>은 음의 Jacobian, 금형과 가공물 사이의 간섭량, 변형률 속도 기울기(gradient) 등을 사용하였다. 이들은 대체로 계산이 간단하여 사용이 편리한 장점이 있으나, 재구성 기준이 점진적으로 변하여 재구성 시점의 결정이 임의적이며 또한, 어느 한 가지 기준을 사용하기 보다 여러가지 기준을 동시에 사용하여야 하는 문제가 있다. 두번째 방법은 유한 요소해석 결과에 대한 오차를 기준으로 하는 것이다. 유한요소해석 결과에 대한 오차해석은 주로 탄성해석에서 효율적인 요소망 또는 최적요소망을 적응적으로 구성하기 위해 수행되어 왔다.<sup>(4)</sup>

최근들어 대변형 해석에서 요소망 재구성 기준으로서 해석결과에 대한 오차를 사용하기 시작하였다. Cheng<sup>(5)</sup>은 초기 요소망의 새로운 요소망으로의 데이터 변환 및 보간법을 제안하고 축대칭 후방 압출 및 평면 변형 압출 문제의 해석에 적용하였으며, 또한 한 요소와 인접 요소의 유효변형률(effective strain)의 차이를 오차로 정의하고, 유한요소 계산에서와 같은 보간법을 사용한 데이터 변환 방법으로 요소망 재구성의 자동화를 혜택, 압출 및 형단조 공정의 해석에 적용한 바 있다. 또한 Habraken 등<sup>(1)</sup>은 Zienkiewicz 등<sup>(6)</sup>이 탄성해석에서 제안한 에너지 노음(energy norm) 형태의 오차를 성형공정에 적용하여 조사하였다.

그 결과 오차가 성형이 진행되어 요소망이 찌그러짐에 따라 항상 증가하지는 않으므로, 오차만으로는 재구성 기준으로 사용하기에 부적합하다고 보고하였다. 그러나 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하고자 강소선 유통망

해석에서 중요한 변형률속도(strain rate)의 오차를 일률노음(power norm)의 형태로 사용하여 이를 다른 기하학적 오차지표<sup>[1, 7]</sup>와 비교 검토한 결과, 변형률속도 오차만으로도 재구성 기준으로 사용할 수 있음을 알게 되었다<sup>[8]</sup>. 특히, 기하학적 오차가 요소망을 재구성하면 보통 영(zero)에서 시작하는데 비하여 변형률속도를 사용한 일률노음 형태의 오차는 항상 영에서 시작하지 않고 요소망의 효율(effectiveness)에 따른 값을 가지므로 요소망의 적합성까지도 판단할 수 있는 장점이 있다.

### 가) 일률 오차

먼저 유한요소해석 결과 얻어지는 등가변형률속도를  $\dot{\bar{\varepsilon}}_h$  라 하고, 염밀해(exact solution)를  $\dot{\bar{\varepsilon}}$  라 하면, 변형률속도의 오차  $\dot{\varepsilon}$  는 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\bar{\varepsilon}} - \dot{\bar{\varepsilon}}_h \quad (1)$$

여기서 염밀해  $\dot{\bar{\varepsilon}}$ 는 일반적으로 구할 수 없다. 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 Zienkiewicz<sup>[6]</sup>는 각 절점에서 인접요소간의 응력이나 변형률의 평균을 구하여 이를 절점에서의 근사엄밀해(assumed exact solution)라 하고 이를 염밀해 대신 사용하는 절점평균법(nodal averaging process)을 제안하였으며, 이러한 방법은 현재 오차계산에서 많이 사용되고 있다. 따라서 본 논문에서도 변형률속도 오차를 이와 같은 방법을 도입하여 사용하고자 하였다. 즉, 각 절점에서 구한 평균 변형률속도  $\dot{\bar{\varepsilon}}^*$ 를 절점에서의 근사 염밀해로 가정하고 요소내에서의 변형률속도  $\dot{\varepsilon}^*$ 는 절점속도와 같은 보간함수에 의해 분포되어 있다는 가정을 다음과 같이 도입한다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\varepsilon}}^* &= H\hat{\varepsilon}^* \\ V &= H\hat{V} \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서  $H$ 는 보간함수이며,  $V$ 는 요소내의 속도벡터,  $\hat{V}$ 는 절점속도 벡터이다. 이와 같이 근사엄밀해를 염밀해 대신 사용하게 되므로  $\dot{\bar{\varepsilon}} \approx \dot{\bar{\varepsilon}}^*$ 가 되고, 식(1)은 다음과 같이 된다.

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\bar{\varepsilon}}^* - \dot{\bar{\varepsilon}}_h \quad (3)$$

본 연구에서는 변형률속도 오차의 일률노음(power norm)을 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\|\dot{\varepsilon}\| = \int_V |\bar{\sigma}^* - \bar{\sigma}_h| \dot{\bar{\varepsilon}}^* - \dot{\bar{\varepsilon}}_h | dV \quad (4)$$

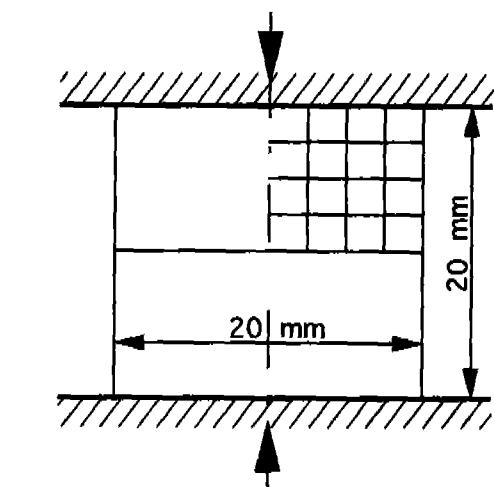
여기서  $\bar{\sigma}^*$ 는 근사엄밀 등가응력(assumed exact equivalent stress)이고  $\bar{\sigma}_h$ 는 유한요소해석 결과 얻는 등가응력이며 식(4)에 사용된 응력은 사용된 재료의 유동응력식  $\bar{\sigma} = C\dot{\varepsilon}^m$  또는  $\bar{\sigma} = C\dot{\varepsilon}^m$ 에 각각 등가변형률 또는 등가변형률속도를 대입하여 얻을 수 있다. 식(4)의 변형률속도 오차는 Zienkiewicz<sup>[8]</sup>가 제안한 것과 비슷한 것이다. 그러나 Zienkiewicz는 유동정식화(flow formulation)방법에 의한 성형문제의 해석에서 이러한 오차를 주로 효율적인 요소망을 적응적으로 구성하는데 적용하였으며, 요소망의 자동적 재구성 기준으로는 고려하지 않았다. 식(4)의 오차를 무차원화시키기 위한 기준으로 내부에서 소산되는 일률  $\dot{U}_0$ 를 식(5)와 같이 사용할 수 있으며, 이는 보통 외부에서 가해지는 일률(external power),  $\dot{U}_{ext}$ 과 같다고 알려져 있다<sup>[9]</sup>. 즉, 외부에서 가해지는 힘을  $F$ 라 하고 이 힘이 작용하는 속도를  $v$ 라 하면 다음식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 &= \int_{\Omega} \bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}} d\Omega = \dot{U}_{ext} \\ \dot{U}_{ext} &= F \cdot v \end{aligned} \quad (5)$$

그러나 본 연구에 의하면 식(5)는 가공물과 금형의 접촉면이 무마찰인 경우에만 성립된다. 즉, 접촉면에 마찰이 존재하는 경우 내부소산 일률(internal power),  $\dot{U}_{int}$ 는 식(6)과 같이 가공물의 내부에서 소산되는 일률과 접촉면에서 마찰로 소산되는 일률을 더한 것으로 사용되어야 외부에서 가해지는 일률  $\dot{U}_{ext}$ 과 같게 된다.

$$\dot{U}_{int} = \dot{U}_0 + \int_{\Gamma} \tau v_s d = \dot{U}_{ext} \quad (6)$$

여기서  $\tau$ 는 접촉면에서 마찰에 의한 전단응력이고,  $v_s$ 는 접촉면에서 금형과 가공물체 사이의 상대속도이며,  $\Gamma$ 는 접촉영역을 나타낸다. 마찰이 존재할 때 내부소산 일률  $\dot{U}_0$ 와 외부에서 가한 일률  $\dot{U}_{ext}$ 가 서로 다름을 확인하기 위해서 Fig. 2 와 같은 원통형 빌렛을 압축하는 경우를 해석해 본 결과, 마찰이 없는 경우 Fig. 2 (b)에서 보는 바와 같이 내부소산일률  $\dot{U}_0$ 와 외부에서 가해지는 일률  $\dot{U}_{ext}$ 가 같으나, 마찰이 존재하는 경우는 Fig. 2 (c)에서 보는 바와 같이 변형이 진행될수록  $\dot{U}_0$ 와  $\dot{U}_{ext}$



초기 높이: 20.0(mm)  
초기 지름: 20.0(mm)  
다이 속도: -1.0(mm/s)  
마찰 인자: 0.5, 0.0  
유동응력식:  $69.0 \frac{\dot{e}}{\varepsilon}$  (MPa)

(a) Compression model of a cylindrical billet

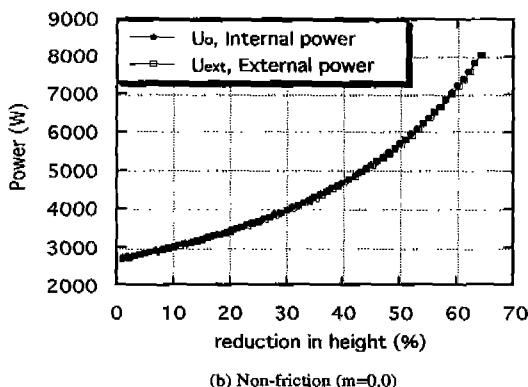
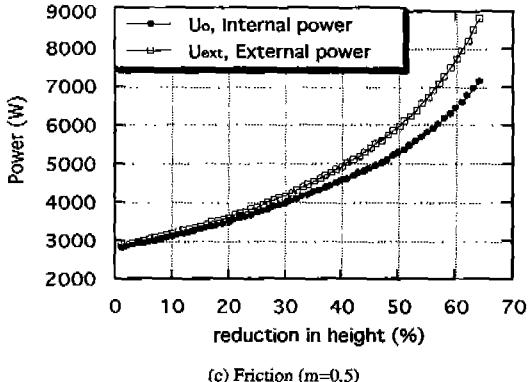
(b) Non-friction ( $m=0.0$ )(c) Friction ( $m=0.5$ )

Fig. 2 Comparison of internal power vs. external power.

의 차이가 더 커지게 된다. 또한 식(6)에서 가공률의 내부에서 소산되는 일률과 마찰에 의한 일률은 계산이 복잡 하므로, 식(4)의 오차를 무차원화 시키기 위한 기준으로 본 연구에서는 외부에서 가한 일을  $\dot{U}_{ext} (= F \cdot v)$  을 사용하였다.

따라서 각 요소별 오차  $\eta_i$  를 퍼센트로 정의하면

$$\eta_i = \frac{\| \dot{e} \|}{\dot{U}_{ext}} \times 100(\%) \quad (7)$$

가 되며, 위에서 구한 각 요소마다의 오차퍼센트를 전부 합하여 전체 오차를 다음과 같이 사용한다.

$$\eta_{total} = \sum_i \eta_i \quad (8)$$

#### 나) 기하학적 형상오차

기하학적 형상오차로는 Habraken<sup>(1)</sup> 이 8-절점 사각형 요소의 기하학적 상태에 대한 재구성기준을 여러가지로 조사하였으며 그가 제안한 기준에서 대변형해석에 많이 사용되는 4-절점요소에 적용 가능하도록 변형시킨 삼각형면적기준, 절점각기준, 세장비기준의 세가지와 민중기<sup>(7)</sup> 가 제안한 중심점과의 거리기준을 고려하였다.

##### (1) 삼각형 면적기준 (Criterion of the triangle area)

Fig. 3에서 보는 바와 같이 삼각형  $i$ 의 변형전의 면적을  $A_i^o$ , 변형후의 면적을  $A_i^d$  라 할 때, 요소의 변형정도를 나타내는 삼각형면적기준 오차지표를 다음과 같이 정의한다.

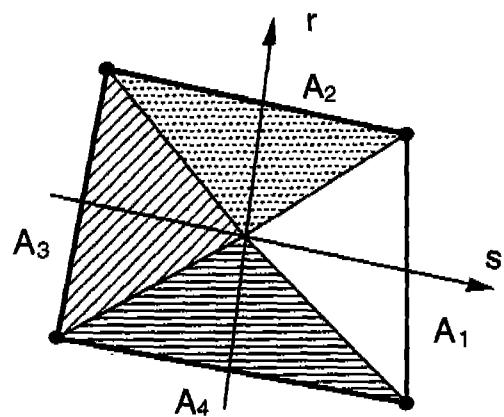


Fig. 3 Criterion of the triangle area

$$\xi_{A_{\max}} = \max \left[ \frac{|A_i^d - A_i^o|}{A_i^o}; i = 1, 2, 3, 4 \right] \times 100(\%) \quad (9a)$$

$$\xi_{A_{\min}} = \min \left[ \frac{|A_i^d - A_i^o|}{A_i^o}; i = 1, 2, 3, 4 \right] \times 100(\%) \quad (9b)$$

## (2) 절점각 기준 (Criterion of the corner angle)

Fig. 4에서 보는 바와 같이 절점  $i$ 의 변형전의 각을  $\alpha_i^o$ , 변형후의 각을  $\alpha_i^d$ 라 할 때, 절점각 기준오차지표를 다음과 같이 정의한다.

$$\xi_\alpha = \max \left[ \frac{|\alpha_i^d - \alpha_i^o|}{\alpha_i^o}; i = 1, 2, 3, 4 \right] \times 100(\%) \quad (10)$$

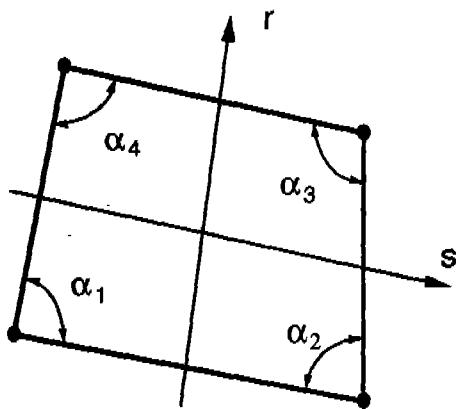


Fig. 4 Criterion of the corner angle.

## (3) 세장비 기준 (Criterion of the slenderness)

Fig. 5에서 보는 바와 같이  $L_2$ 를 두 변의 중점을 연결한 길이가 중 큰 것으로 하고  $L_1$ 을  $L_2$ 에서 다른 변의 중점까지의 최단거리라 할 때, 요소의 세장비(slenderness)는 다음과 같이 정의한다.

$$E = L_1 / L_2 \quad (11)$$

여기서  $E^d$ 를 변형 후의 세장비,  $E^o$ 를 변형 전의 세장비라 하면, 세장비기준을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\xi_E = \frac{|E^d - E^o|}{E^o} \times 100(\%) \quad (12)$$

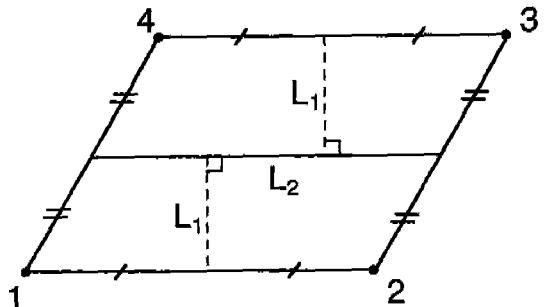


Fig. 5 Criterion of the slenderness.

위에서 설명한 오차 기준은 각각의 요소에 대한 오차였다. 그러나 실제 재구성 시점을 결정하기 위해서는 각 요소별 오차중에서 최대값을 기준으로 결정하는 방법이 있으나 보다 일반적인 방법으로 해석대상의 전체 오차를 계산하여 이를 기준으로 재구성 시점을 결정하는 것이 바람직하다고 했으며 Habraken<sup>(1)</sup>은 기하학적인 전체 오차를 다음과 같이 정의하여 사용하였다.

$$\eta_1 = \frac{\text{number of too distorted elements}}{\text{total number of elements}} \times 100(\%)$$

$$\eta_2 = \frac{\text{area of too distorted elements}}{\text{total area of elements}} \times 100(\%)$$

그러나  $\eta_1, \eta_2$ 를 구하기 위해서는 요소별로 변형이 심하게 되었는지 아닌지를 판단하는 기준을 설정하여야 계산이 가능하다. 그러므로 Habraken은 각각의 오차기준에 대해 짜그러짐이 심하게 되었는지를 판단하는 기준을 임의로 설정해서 이를 초과하는 요소의 갯수비나 면적비를 이용하여 전체 오차기준을 설정하였다.

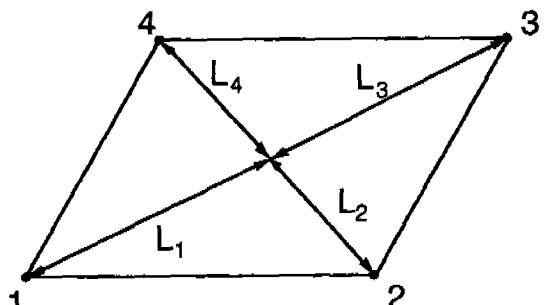


Fig. 6 Criterion of the length.

## (4) 중심점과의 거리 기준 (Criterion of the length)

Fig. 6에서 보는 바와 같이 각 절점에서 요소의 중심점과의 변형전 거리를  $L_i^0$ , 변형후의 길이를  $L_i^d$ 라 할 때, 중심점과의 거리기준 오차지표를 다음과 같이 정의한다.

$$\xi_L = \max \left[ \frac{L_i^d - L_i^0}{L_i^0}; i = 1, 2, 3, 4 \right] \times 100(\%) \quad (13)$$

## 3. 계산 결과 및 토의

본 논문에서는 대변형 유한요소해석을 위하여 강소성 유한요소 프로그램을 사용하였으며, 요소망의 자동적 재구성과 상태변수의 변환은 참고문헌<sup>[10-11]</sup>에서 개발한 프로그램을 사용하였다. 유한요소해석에 사용한 재료는 강소성과 강점소성재료를 사용하였다.

## 1) 원통형 빌렛의 단순압축

Fig. 7은 본 연구의 오차지표를 원통형 빌렛 (billit)의 단순압축공정에 적용하여 본 것이다. 이때 유한요소모델은 대칭을 고려하여 빌렛의 1/4만을 사용하였으며, 사용된 4-절점 요소의 수는 300개이다. 유한요소모델에 사용한 재료는 강점소성재료를 사용하였다. Fig. 8은 높이감소율이 각각 25%, 30%, 35%, 40% 일때의 요소망 모습을 나타낸다. 여기서 원통형 빌렛의 오른쪽 상단부가 변형이 크고 변형률속도 오차는 요소번호 300번이  $\eta_{total} (= 1.07)$ 의 큰부분을 ( $\eta_{300} = 0.36$ ) 차지하고 있음을 알 수 있다. Fig. 9에 각 요소망의 오차값을 등고선 (contour)으로 나타내었고 이것에서 보면 오른쪽 상단부

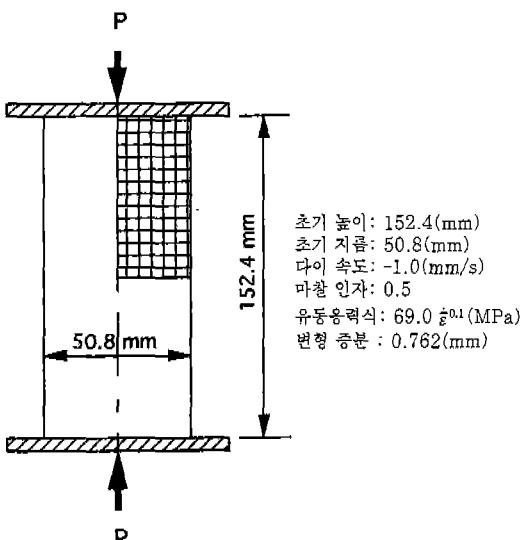


Fig. 7 Compression model of a cylindrical billet.

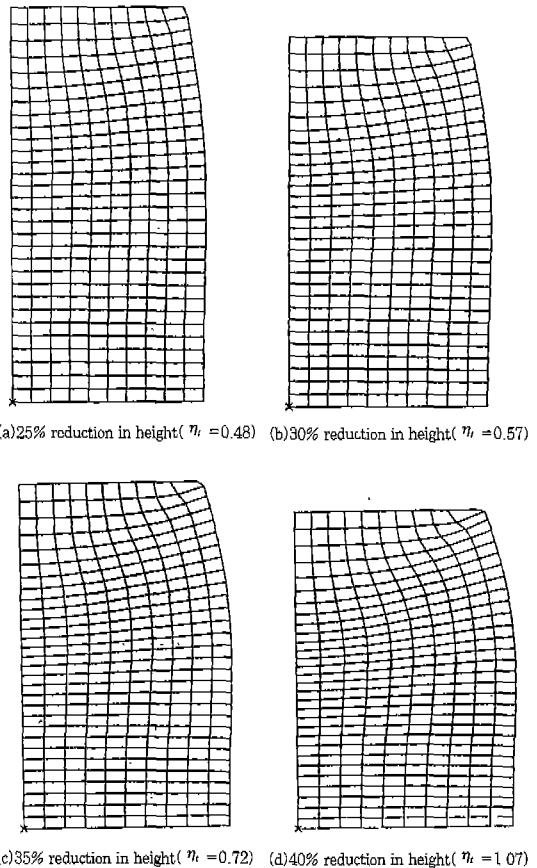
(a) 25% reduction in height ( $\eta_t = 0.48$ ) (b) 30% reduction in height ( $\eta_t = 0.57$ )  
(c) 35% reduction in height ( $\eta_t = 0.72$ ) (d) 40% reduction in height ( $\eta_t = 1.07$ )

Fig. 8 Grid deformations during compression processes.

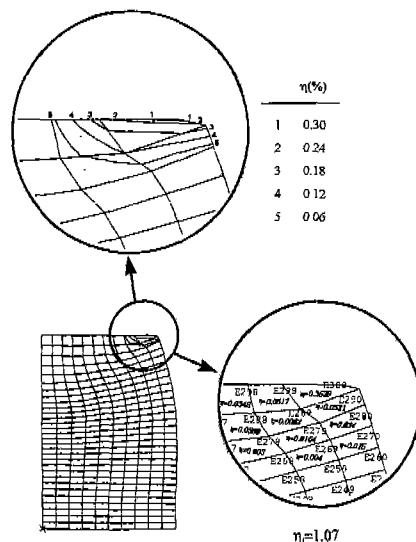


Fig. 9 Strain rate error contour at 40% reduction in height.

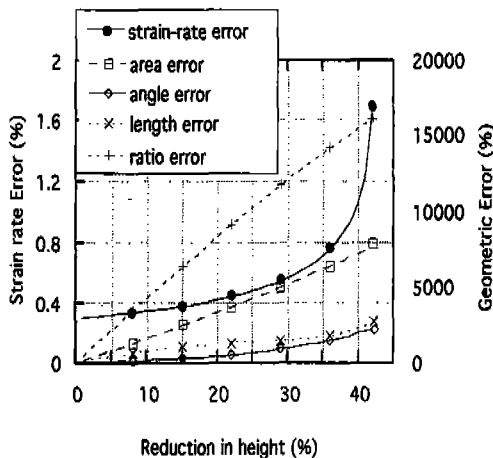


Fig.10 Strain rate error vs. geometrical deformation error.

의 크게 찌그러진 요소들에 집중되어 있음을 알 수 있다. Fig. 10 에는 각 단계별로 계산된 변형률속도 오차와 기하학적 오차들을 함께 비교하였다. Fig. 10 에서 보는 바와 같이 변형률속도 오차는 다른 기하학적 오차에 비하여 암하율이 30 ~ 40% 근처에서 급격하게 크기가 증가하는 특성을 보였으며, 이 때가 대체로 요소망의 재구성이 필요한 시점으로 추정된다. 특히 변형이 심하여 Jacobian 이 음(높이감소율 42% 이후)이 되기 전에 급격하게 오차가 증가하게 된다. 그러나 요소망의 재구성은 오차가 급격하게 증가하기 전에 수행되어야 한다. 즉 오차가 급격한 변화를 보일 때는 해석결과에 이미 오차가 많이 내포되어 있으므로 그 전에 요소망의 재구성을 하는 것이 해석결과의 정확도를 유지하기 위해 필요하다. Fig. 8 과 Fig. 10 에서 볼때 요소망의 재구성시점은 높이감소율이 대략 30%에서 40% 사이가 적절할 것으로 보인다. 따라서 Fig.11 (a) 에서와 같이 높이감소율이 34%일 때 요소망을 재구성하여 공정을 진행시켰으며, 이때의 변형률속도 오차는  $\eta_{total} = 0.68$ 로 높이감소율이 1% 진행된 후의 초기 오차  $\eta_{total} = 0.3$ 의 약 2.3배에 해당된다. Fig. 11 에서는 요소망을 2차례 재구성하면서 공정을 진행 할 때의 과정과 변형률속도 오차의 변화가 나타나 있다. Fig.11 (a) 는 요소망을 1차 재구성한 결과를 보여주고 있으며, 1차 재구성되는 요소망을 크게 찌그러진 요소들 없이 적절하게 구성한 결과 변형률속도 오차는  $\eta_{total} = 0.58$ 로 줄어들었다. 그러나 Fig. 11 (b) 에서와 같이 재구성되는 요소망이 찌그러진 요소들을 많이 포함한 부적절한 요

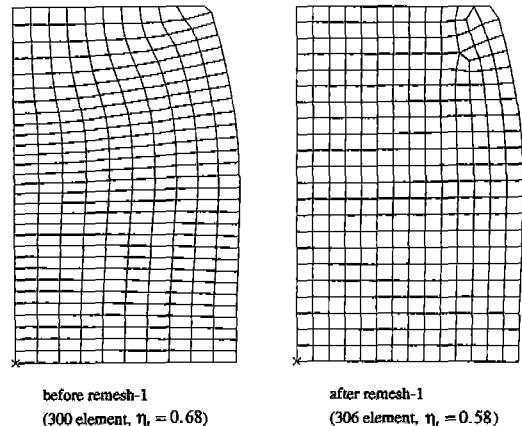


Fig.11 (a) Frist step of proper remeshing(34% reduction in height).

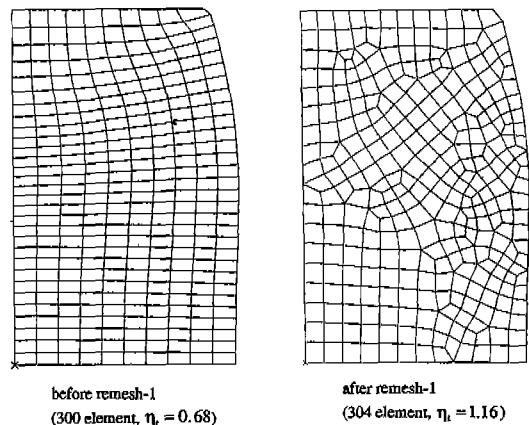


Fig.11 (b) Frist step of improper remeshing(34% reduction in height).

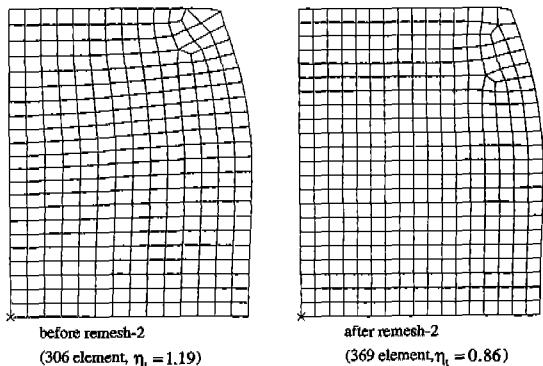


Fig.11 (c) Second step of remeshing(43% reduction in height).

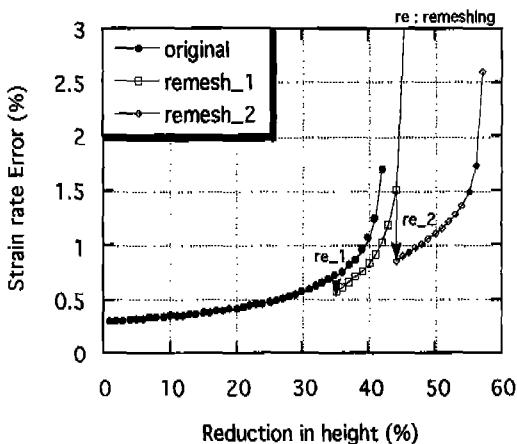


Fig. 11 (d) Strain rate error during compression with remeshing.

소망인 경우 변형률속도 오차는 오히려  $\eta_{total} = 1.16$ 으로 증가하였다. 이와 같이 요소망을 재구성하는 경우 재구성되는 요소망이 적절하게 구성되어 있는지 여부에 따라서 오차는 증가 또는 감소할 수 있음을 알 수 있다. Fig. 11 (c)는 높이감소율이 43% 일때 요소망을 2차로 재구성한 결과를 나타내고 있으며, 이 때 변형률속도 오차는  $\eta_{total} = 1.19$ 에서  $\eta_{total} = 0.86$ 으로 감소하였다. 이상의 결과를 종합하여 오차의 변화추세를 나타내면 Fig. 11 (d) 과 같다. Fig. 11 (d)에서 보는 바와 같이 요소망이 재구성된 후에도 변형률속도 오차는 변형이 심하여 또 다시 요소망을 재구성 해야 할 시점에서 다시 급격한 증가를 보인다. 한편, 기하학적 오차는 요소망을 재구성할 때 재구성되는 요소망의 적절성 여부에 관계없이 보통 영 (zero)에서 시작하게 된다. 따라서 변형률속도 오차는 요소망의 재구성 시점을 결정하는 데 기하학적 오차보다 더 적합하다고 할 수 있다.

## 2) 원통형 빌렛의 헤딩 (Heading)

Fig. 12 는 헤딩공정에 본 연구의 오차지표를 적용하여 본 것이며, 유한요소모델은 축대칭을 고려하여 1/2만을 사용하였고, 이때 사용된 4-절점요소는 200개이다. 유한요소모델에 사용한 재료는 강소성재료를 사용하였다. Fig. 13 은 높이감소율이 각각 10%, 15%, 20%, 25% 일때의 모습을 나타낸다. 여기서 오른쪽 중앙부가 변형이 큰 것을 알 수 있으며, 변형률속도 오차는 Fig. 14 에서와 같이 오른쪽 중앙부의 크게 찌그러진 요소들에 집중되어 있다. Fig. 15 에는 각 단계별로 계산된 변형률속도 오차와 기하학적 오차들을 함께 비교하였다. Fig. 15 에서 보는 바와 같이 변형률속도 오차는 다른 기하학적 오

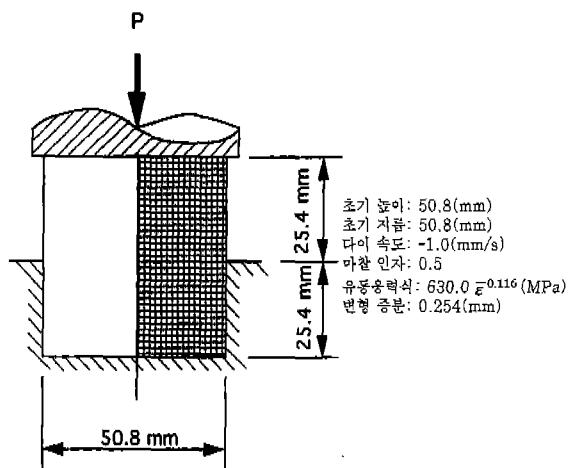


Fig. 12 Heading model of a cylindrical billet.

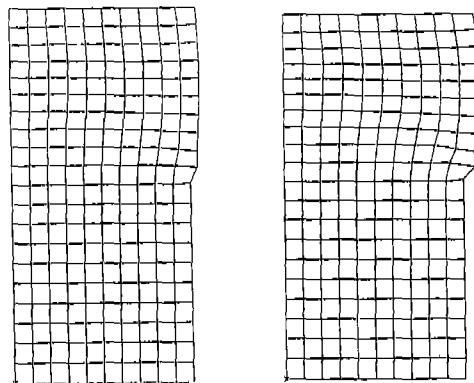
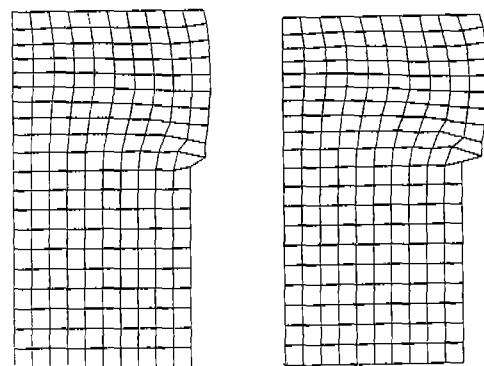
(a) 10% reduction in height ( $\eta_t = 2.07$ ) (b) 15% reduction in height ( $\eta_t = 2.35$ )(c) 20% reduction in height ( $\eta_t = 2.89$ ) (d) 25% reduction in height ( $\eta_t = 3.83$ )

Fig. 13 Grid deformations during heading processes.

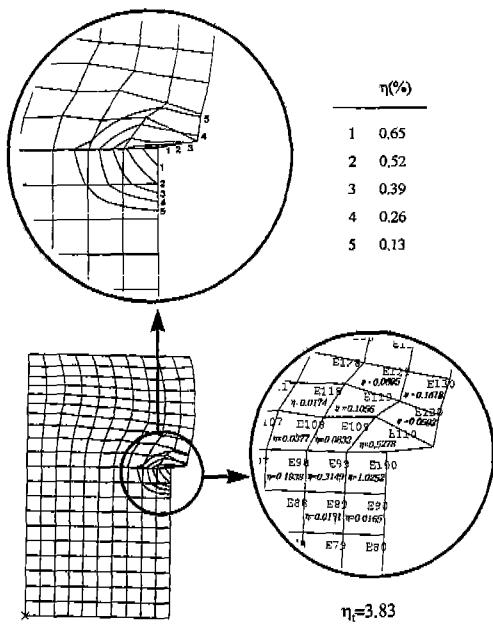


Fig.14 Strain rate error contour at 25% reduction in height.

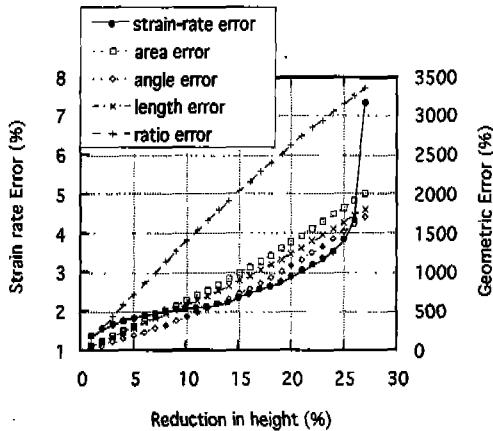


Fig.15 Strain rate error vs. geometrical deformation error.

차에 비하여 요소망 재구성이 필요한 시점에서 급격하게 크기가 증가하는 특성을 보였다. Fig. 14 와 Fig. 15 에서 볼 때 요소망의 재구성 시점은 높이 감소율이 대략 20%에서 25%사이가 적절할 것으로 보인다. 따라서 높이 감소율 24%일 때 요소망을 재구성하여 공정을 진행 시켰으며, 이 때의 변형률속도 오차는  $\eta_{total} = 3.56$ 으로 초기오차  $\eta_{total} = 1.35$ 의 약 2.6배에 해당된다. Fig. 16 은 요소망을 1차례 재구성하면서 공정을 진행할 때의 변형률속도 오차의 변화를 나타낸다. Fig. 16 에서 보는

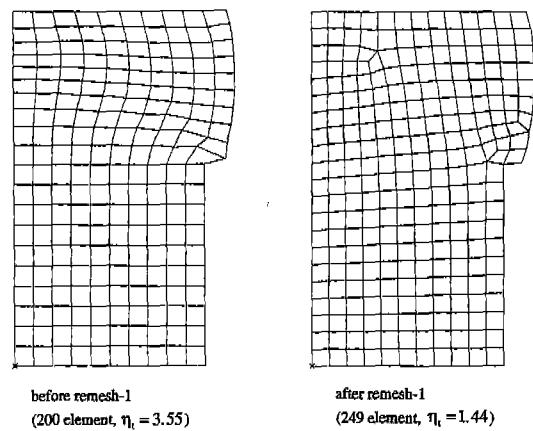


Fig. 16 (a) Frist step of proper remeshing (24% reduction in height).

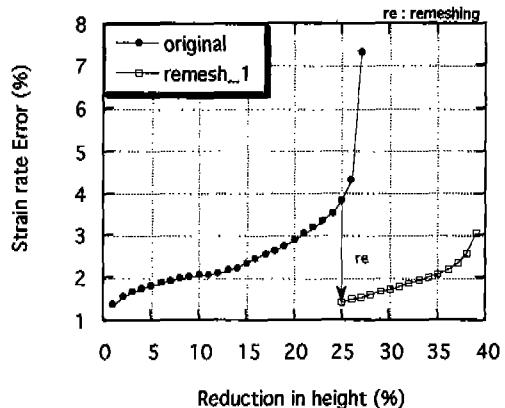


Fig. 16 (b) Strain rate error during heading with remeshing.

바와 같이 4-절점요소 249개로 요소망을 재구성하면 변형률속도 오차가  $\eta_{total} = 1.44$ 로 감소되고 요소망이 재구성된 후에도 변형률속도 오차는 변형이 심한 시점에서 다시 급격한 증가를 보였다. 따라서 변형률속도 오차는 요소망이 재구성된 후에도 재구성 시점을 결정하는데 적합한 것을 알 수 있다.

#### 4. 결론

대변형해석에서 유한요소망을 자동적으로 재구성하기 위한 기준의 결정과 상태 변수의 변환방법에 관한 연구이다. 여기서 요소망의 재구성 시점의 결정을 위한 기준으로서 변형률속도 오차를 제안하였고 이를 단순압축과 헤딩의 공정에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 변형률속도 오차는 사용된 요소들이 크게 찌그러져 요소망의 재구성이 불가피한 시점에서 기존의 다른 기하학적 오차에 비해 크기가 급격하게 증가하는 특성을 보임으로써 요소망의 재구성 시점을 보다 정확하게 결정할 수 있게 한다.

2) 변형률속도 오차는 성형이 진행되어 요소망이 찌그러짐에 따라 항상 증가하였으며, 다이의 모서리 부근과 같이 응력이나 변형이 집중되는 부분에서 크게 나타난다. 이 때 요소망을 적절히 재구성하면 오차는 감소한다.

3) 요소망의 재구성 시점은 대략 초기오차의 2 ~ 3배에 해당되는 시점으로 하는 것이 적당하다.

### 참 고 문 헌

- AM. Habraken and S. Cescotto, "An Automatic Remeshing Technique for Finite Element Simulation of Forming Processes", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.30, pp.1503-1525, 1990.
- H. T. Y. Yang, M. Heinstein and J. M. Shih, "Adaptive 2D Finite Element Simulation of Metal Forming Processes", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.28, pp.1409-1428, 1989.
- W. T. Wu, "Automated Mesh Generation for Forming Simulation", Ph. D. Dissertation, The Ohio State Univ. 1990.
- I. Babuska, O. C. Zienkiewicz, J. Gago and E. R. de A. Oliveria, "Accuracy Estimates and Adaptive Refinements in Finite Computations", John Wiley & Sons, 1986.
- J. H. Cheng, "Automatic Adaptive Remeshing for Finite Element Simulation of Forming Processes", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.26, pp.1-18, 1988.
- O. C. Zienkiewicz and J. Z. Zhu, "A Simple Error Estimator and Adaptive Procedure for Practical Engineering Analysis", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.24, pp.337-357, 1987.
- 민종기, "단조공정 해석을 위한 유한요소망 재구성법에 관한 연구", 석사학위논문, 흥의대학교, 1993.
- 채수원, 조해규, "대변형 해석에서 유한요소망의 재구성 기준", 대한기계학회 '94 고체역학 부문 학술대회 논문집, pp. 62 - 67, 1994.
- O. C. Zienkiewicz, Y. C. Liu and G. C. Huang, "Error Estimation and Adaptivity in Flow Formulation for Forming Problems", Int. J. Num. Meth. Eng., Vol.25, pp.23-42, 1988.
- 채수원, 신보성, 민종기, "사각형 유한요소망의 자동생성", 대한기계학회 논문집, 제17권, 제12호, pp.2995-3006, 1993.
- 박종진, 김낙수, 채수원, "Ti 합금 제트엔진 디스크의 열간 및 등온단조의 최적공정설계", 한국과학재단 특정기초연구 결과보고서, 1994.