

퍼지 간접추론법과 수정형 지글러-니콜스법에 의한 비례-적분-미분 제어기의 점진적 동조

김 성 동*

Iterative Tuning of PID Controller by Fuzzy Indirect Reasoning
and a Modified Zigler-Nichols Method

Sung-Dong Kim*

ABSTRACT

An iterative tuning technique is derived for PID controllers which are widely used in industries. The tuning algorithm is based upon a fuzzy indirect reasoning method and an iterative technique. The PID gains for the first tuning action are determined by a method which is modified from the Ziegler-Nichols step response method. The first PID gains are determined to obtain a control performance so close to a design performance that the following tuning process can be made effectively. The design parameters are given as time-domain variables which human is familiar with. The results of simulation studies show that the proposed tuning method can produce an effective tuning for arbitrary design performances.

Key Words : fuzzy indirect reasoning method(퍼지간접추론법), iterative tuning (점진적 동조), initial gain (초기 이득).

기호 설명

D_p	= 제어대상공정의 개회로응답의 지연시간
e	= 기준입력에 대한 출력의 오차
K_d	= 미분이득
K_{ff}	= 제어대상공정의 정상상태이득
K_i	= 적분이득
K_p	= 비례이득
M_p	= 제어대상공정에 대한 개회로응답의 초과응답
M_r	= 기준초과응답

M_y	= 제어대상공정에 대한 폐회로응답의 초과응답
n	= 반복시행횟수
N_d, N_M, N_p, N_R	= 퍼지량 음수
P_d, P_M, P_p, P_R	= 퍼지량 양수
r	= 기준입력
R_p	= 제어대상공정의 개회로응답의 상승시간
R_r	= 기준상승시간
R_y	= 제어대상공정의 폐회로응답의 상승시간
T_p	= 제어대상공정의 개회로응답에 대한 시정수
T_r	= 기준상승시간에 대응하는 시정수

* 금오공과대학교 생산기계공학과

$$\begin{aligned}
 u &= \text{제어입력} \\
 w_1, w_2, w_3, w_4 &= \text{퍼지규칙에 대한 적합도} \\
 &\quad (\text{compatibility}) \\
 y &= \text{제어대상공정의 출력}
 \end{aligned}$$

1. 서 론

오늘날 현대 제어이론의 발달에도 불구하고, 기존의 비례-적분-미분 제어기(PID controller)가 각종 산업공정에서 널리 이용되고 있는 이유는 제어기의 구조가 간단하여 실현하기가 용이하면서도 비교적 효과적이며 강인한 제어성능을 얻을 수 있기 때문이다.

이러한 비례-적분-미분 제어기의 설계는 비례이득, 적분이득, 미분이득을 결정하는 것으로써 이제까지 수 많은 연구가 이루어졌다. 비례-적분-미분 제어기의 설계 방법이나 동조 방법은 경험적 방법, 고전적 제어이론을 적용하는 방법, 자동동조 방법 등으로 나누어질 수 있다.

경험적 동조방법은 경험이 많은 운전자가 시행착오의 방법으로 동조하는 것으로써, 많은 시간이 소요되고 큰 어려움이 따른다. 또 하나의 경험적 동조방법에는 지글러-니콜스 방법(Ziegler-Nichols method)이 있는데, 계단응답법과 주파수응답법의 2가지 종류로 나누어진다^(1, 2). 이 방법은 실험적인 연구로부터 얻어진 경험적인 방법인데, 실질적으로는 오차신호의 절대값의 적분량을 성능지수(IAE)로 하는 최적제어의 결과에 해당하는 것으로 이론해석에서 밝혀졌다. 지글러-니콜스 방법은 적용이 간단 용이하다는 장점을 가지지만, 감쇄 특성이 적은 시스템에서는 만족스러운 제어성능을 얻기 어려운 경우가 많으며, 대개는 미세조정 과정을 거쳐야 한다. 또한, 설계자가 요구하는 임의의 제어성능을 얻을 수 없으며, 오차절대값의 적분량을 최소화하는 한정된 제어성능만을 얻게되는 단점을 가진다.

고전적 제어이론의 방법에는 근궤적법⁽³⁾, 주파수 응답을 이용하는 방법⁽³⁾, 극점배치법^(4, 5) 등의 여러가지 방법들을 생각할 수 있는데, 대부분의 방법들이 제어대상 시스템에 대한 복잡한 수학적 모델을 유도해야 하는 방법이거나 주파수 응답을 구하는 번거로운 실험을 거쳐야 하는 방법으로써 매우 번거로우며 부정확성을 수반하는 단점을 가진다. 또한, 설계 및 동조 과정이 인간에게 익숙한 시간영역에서 이루어질 수 없는 단점을 가진다.

비례-적분-미분 제어기의 자동동조 방법으로써는 지글러-니콜스 주파수 응답법에 릴레이를 적용하여 한계주기

와 한계이득을 구하는 과정을 간단화시킨 방법⁽²⁾을 Åström과 Hägglund가 제안하였으며, 이 방법을 더욱 발전시켜서 위상여유와 진폭여유를 임의로 선택할 수 있는 방법⁽⁶⁾ 등을 연구하였다. 이 외에 자동동조의 한 형태로써 적응제어 이론의 기법을 적용한 방법⁽⁷⁻¹⁰⁾과 최적이론등을 적용한 방법⁽¹¹⁻¹⁴⁾과 퍼지이론을 접목한 방법^(15, 16) 등이 연구되었다. 이러한 방법들 중에서 릴레이 이용법과 일부의 방법들은 실제로 상용화 되어진 경우도 존재하지만, 대부분의 방법이 실제 적용에는 한계를 가진다. 대부분의 방법들이 설계자가 요구하는 설계성능과 관계없이 자동동조기에 적용된 이론에 의하여 한정되어지는 제어성능의 동조 결과만을 얻을 수 있다. 또한, 인간에게 익숙한 시간영역에서의 설계변수를 설정할 수 있는 방법은 존재하지 않는다.

본 연구의 목적은 비례-적분-미분 제어기의 설계 및 동조 과정이 인간에게 익숙한 시간영역에서 이루어지며, 설계자가 설정하는 임의의 설계성능에 대하여 동조가 가능한 동조방법을 개발하는 것이다.

본 연구의 범위는 제어대상시스템으로써 적분기(1/S)를 가지지 않는 형태 0 시스템(type 0 system)⁽¹⁶⁾에 한정되어지며, 제어기의 형태는 비례동작과 적분동작, 미분동작을 모두 포함하는 경우만을 생각한다.

본 연구의 진행은 먼저 제어대상시스템, 비례-적분-미분 제어기와 동조기를 포함한 전체 시스템의 구성을 모색한다. 첫번째 시험동작을 위한 초기 이득값의 결정방법에 대하여 조사하고, 반복적 동조과정의 개발에 있어서 퍼지이론의 적용을 시도한다. 마지막으로 컴퓨터 시뮬레이션 과정을 통하여 개발되어진 동조방법의 효율성을 확인한다.

2. 전체 시스템의 구성

본 연구에서 목적하는 비례-적분-미분 제어기의 자기동조 시스템의 구성을 Fig. 1에서 보여 주는 바와 같이 자기동조기와 동조대상계로 이루어진다.

동조기의 구조는 제어계의 출력응답의 성능을 관측하는 성능감지기와 설계성능, 퍼지법칙, 소속함수 등의 정보를 기억하는 부분과 제어기 이득값을 계산하는 퍼지 추론부 등의 기본적인 구성인자로 이루어진다. 이러한 기본구성에 주어진 설계성능에 대하여 대략적 조정을 수행하는 최초 이득값 계산부가 추가되어진다.

최초 이득값의 계산은 제어대상공정의 동특성에 근거하

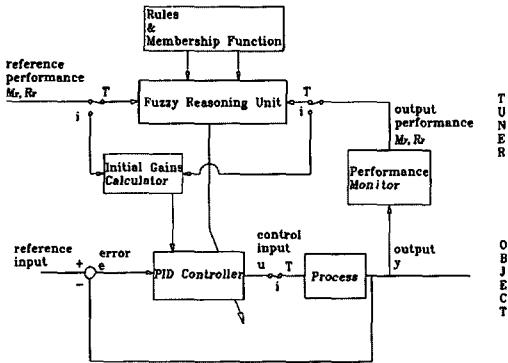


Fig. 1 Schematic block diagram of the overall system

여 이루어진다. 최초 이득값의 계산과 제어대상공정의 동특성의 파악을 위하여 Fig.1의 각 스위치가 T단자와 연결되어진다. 이 상태에서 제어대상 공정은 제어기와 분리된 개회로를 이루며, 동조기 부분에서는 페지추론부가 분리되고 최초 이득값 계산부와 연결된다. 제어대상공정에 단위계단입력을 주었을 때 얻어지는 개회로 응답에 대한 정보와 설계성능의 정보를 이용하여서 최초 이득값이 계산되어진다.

최초 이득값이 결정된 후에 미세 조정을 수행하는 동조과정에서는 Fig.1의 스위치가 T단자와 연결되어져서, 제어계 부분은 폐회로를 이루게 되며 동조기 부분은 페지추론부와 연결을 이룬다. 제어계에 단위계단입력을 주었을 때 얻어지는 폐회로 응답을 성능 감지기가 제어성능을 분석한다. 본 연구에서는 제어성능의 평가변수로써 Fig.2에 나타난 바와 같은 상승시간 R_y 와 초과응답 M_y 를 고려하였다. 이러한 평가변수들은 모두 시간영역에서 측정되어지며 평가되어지는 것들이므로 인간에게 가장 익숙한 물리량이라고 볼 수 있다. 이러한 성능평가변수들은 페지추론부에 전달되어지며, 기준제어성능으로써 주어진 설계성능의 기준초과응답 M_r , 기준상승시간 R_r 등과 비교되고 처리되어서 새로운 제어기 이득값을 계산하게 된다.

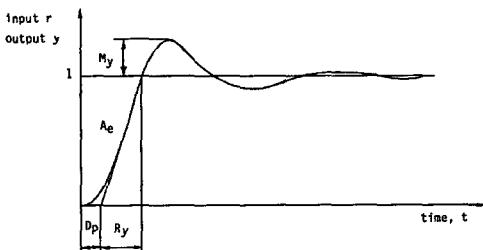


Fig. 2 Performance variables of output response

3. 초기 이득값의 결정

본 연구에서 비례-적분-미분 제어기의 초기 이득값을 결정하는 방법으로써 지글러-니콜스 계단응답법을 수정하고 개선시킨 방법이 적용되었다. 기존의 지글러-니콜스 계단응답법과 유사하게 제어대상공정 자체의 동특성 정보를 이용하게 되는데, 제어대상공정에 단위계단입력을 주었을 때 반응하는 출력응답으로부터 제어대상공정의 정보를 얻을 수 있다. 이 때의 출력응답은 Fig.2와 유사한 모양으로 나타나는데, 제어대상공정의 동특성의 평가변수로써 지연시간 D_p , 초과응답 M_y , 상승시간 R_y 등을 얻게 된다. 여기서 출력응답이 폐회로응답이 아닌 개회로응답이기 때문에 정상상태값이 기준입력과는 다른 값을 가지게 되는데, 정상상태값은 제어대상공정의 단위입력 u 에 대한 출력 y 의 이득, K_{ff} 에 해당한다.

비례-적분-미분 제어기는 다음의 수식으로 표현된다.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

관계식 (1)에서 $e(t)$ 는 기준입력 r 과 제어계 출력 y 사이의 오차량으로써 다음과 같이 표현된다.

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2)$$

관계식 (1)의 비례-적분-미분 제어기에서 비례동작과 미분동작, 적분동작 등의 각각의 제어동작은 응답속도, 정상상태오차, 안정도 등의 제어성능에 복합적으로 영향을 미치게 된다. 그러나, 적분제어동작은 제어계의 정상상태오차를 제거하는 것이 주된 목적이며, 비례제어동작은 제어계의 응답속도를 결정하는 것이 주된 목적이고, 미분제어동작은 제어계의 안정성을 향상시키는 것이 주된 목적이다. 이러한 관점에 착안하여서 비례-적분-미분 제어기의 초기 이득값을 결정한다. 즉, 비례이득 K_p 는 제어계의 상승시간 R_y 가 기준값으로 주어진 상승시간 R_r 에 가까운 응답속도가 되도록 결정하고, 미분이득 K_d 는 안정도와 연관이 깊은 초과응답 M_y 를 기준초과응답 M_r 에 연관시켜서 결정한다. 적분이득 K_i 는 제어계 출력 y 가 기준입력 r 에 접근되었을 때, 즉 시간적으로 기준상승시간 R_r 이 경과되었을 시점에서 오차의 적분량이 정상상태 적분량이 되도록 결정한다.

먼저, 적분제어동작의 이득값 K_i 를 결정하는 방법은 다음과 같은 일련의 설명으로 주어질 수 있다. 제어기와 출

력계환이 고려된 폐회로계가 정상상태에 도달하면, 관계식 (1)의 제어기에서 오차신호 $e(t)$ 와 그 미분신호의 효과가 소멸되고, 적분동작만이 제어계에서 영향을 미친다. 또한, 정상상태에서 제어대상계의 출력이 기준입력과 일치할 것이므로 다음의 관계식이 성립한다.

$$\left(K_i \int_0^{\infty} e(\tau) d\tau \right) K_{ff} = y_{ss} = r \quad (3)$$

여기서 K_{ff} 는 제어대상공정의 정상상태이득을 의미하며, 하첨자 ss 는 정상상태를 의미하며 y_{ss} 는 폐회로계에서 정상상태 출력이며 r 은 기준입력이다.

설계성능으로써 기준초과응답이 가능한 작게 주어지는 것이 이상적이므로 기준초과응답이 비교적 작게 주어지고, 출력초과응답이 기준초과응답과 상응하도록 미분제어이득이 결정된다면, 관계식(3)의 오차적분량은 출력상승시간 R_y 까지의 적분량과 유사할 것이다. 또한, 제어기의 비례이득값의 결정에 있어서, 시스템의 출력상승시간 R_y 이 기준상승시간 R_r 과 일치하도록 비례제어이득이 결정되어진다면, 오차적분량은 다음과 같은 근사식으로 표현된다.

$$\int_0^{\infty} e(\tau) d\tau \approx \int_0^{R_y} e(\tau) d\tau \approx \int_0^{R_r} e(\tau) d\tau \quad (4)$$

관계식 (4)에서 오차적분량은 Fig.2의 Ae 부분의 면적에 해당하는데, 출력상승시간 중의 변화가 거의 직선적으로 이루어진다고 가정하면, 오차적분량은 다음과 같은 근사식으로 표현된다.

$$\int_0^{R_r} e(\tau) d\tau \approx r(D_p + 0.5R_r) \quad (5)$$

관계식 (5)를 관계식 (3)과 (4)에 대입하고, 기준입력이 단위입력인 $r=1$ 인 경우를 생각하면, 적분이득 K_i 는 제어대상공정의 특성에 해당하는 시간지연 D_p , 정상상태 이득 K_{ff} 와 설계성능의 상승시간 R_r 으로 표현된다.

$$K_i = \frac{1}{K_{ff}(D_p + 0.5R_r)} \quad (6)$$

이상의 설명과 같이 결정되는 적분이득 K_i 는 기준입력

r 이 주어진 시점으로부터 기준상승시간 R_r 이 경과하기까지의 오차적분량이 시스템의 정상상태에서의 오차적분량과 일치하도록 하는 것이다.

미분이득 K_d 는 지글러-니콜스 방법의 문제점을 보완하는 방법으로 결정한다. 기존의 지글러-니콜스 방법에 의하면 미분이득은 제어대상공정의 개회로응답의 상승시간 R_p 에 계수를 곱한 것으로 표현된다.

$$K_d = 0.6R_p \quad (7)$$

관계식 (7)은 제어대상공정의 초과응답특성을 고려하지 않은 것으로써, 결과의 제어성능에서 감쇄율이 작은 진동양상을 보이는 경우가 많다. 이 문제의 보완방법으로써 관계식 (7)에 제어대상공정의 초과응답 M_p 를 고려해 준다. 또한, 관계식 (7)은 설계성능으로써 주어진 기준상승시간 R_r 과 기준초과응답 M_p 에 무관하며, 단지 제어대상공정의 고유특성에 해당하는 개회로응답의 상승시간 R_p 만이 이용되어지고 있다.

개회로응답의 상승시간 R_p 가 크다는 것은 제어대상계의 응답특성이 느린 것을 의미한다. 설계기준으로써의 기준상승시간 R_r 를 개회로응답의 상승시간보다 상대적으로 짧은 시간으로 설정한다는 것은 제어대상계의 고유의 응답특성보다 더 빠른 응답특성을 가진 제어성능을 얻기 위한 것인데, 응답속도를 높이는 대신에 제어출력이 기준점을 초과하여서 초과응답을 초래하게 될 가능성이 높아진다. 이러한 불안정화의 경향을 완화시키는 정성적 접근방법의 하나로써 미분이득을 R_p / R_r 에 비례하는 형태로 결정하는 것을 생각할 수 있을 것이다. 한편으로, 개회로응답의 초과응답 M_p 가 크다는 것은 제어대상계가 불안정 영역에 가까운 정도를 간접적으로 나타낼 수 있을 것이다. 설계기준으로써의 기준초과응답 M_r 을 제어대상계의 초과응답보다 작게 설정한다는 것은 제어대상계를 더욱 더 안정화시키는 것으로 생각할 수 있는데, 안정화시키는 방법으로써 미분이득을 $(1+M_p) / (1+M_r)$ 에 비례하는 형태로 결정할 수 있다.

본 연구에서는 미분제어동작에 관한 정성적 관측으로부터 얻어진 두 가지 계수를 기준의 지글러-니콜스 미분이득 공식인 관계식 (7)에 곱하여 주는 방법을 고려하였다.

$$K_d = 0.6 \frac{R_p^2 (1+M_p)}{R_r (1+M_r)} \quad (8)$$

관계식 (8)에서 M_p / M_r 의 계수를 끊하지 않고, $(1+M_p) / (1+M_r)$ 의 계수를 사용한 이유는 기준초과응답 M_r 이 0 혹은 0에 가까운 값으로 설정될 경우에 비례이득이 극단적으로 증가하는 것을 방지하고자 하는 목적이다.

비례이득 K_p 는 적분이득이 관계식 (6)으로 주어지고, 미분이득은 관계식 (8)로 주어진 조건에서 제어계의 과도응답의 속도가 설계성능으로 주어진 기준상승시간 R_r 과 부합되도록 결정되어진다. 과도응답의 속도가 기준상승시간과 부합된다는 것은 설계성능을 만족시켜주는 조건임과 동시에 앞에서 설명된 적분이득의 결정에 필요하였던 관계식 (4)의 전제조건을 만족시켜주는 것이다. 비례이득의 계산방법은 주극점배치법⁽⁵⁾으로 한다. 극점배치법의 적용을 위해서는 제어대상계의 수학적 모델이 필요한데 Fig.3에서 보는 바와 같이 등가적 1차 모델로 생각한다.

제어대상계의 수학적 모델을 등가적 1차 모델로 간단화하는 개념은 지글러-니콜스 계단응답법에서 제어대상계의 특성을 지연시간 D_p 과 상승시간 R_p 의 2가지 매개변수만으로 간단히 표현하는 개념과 방법적인 면에서 유사한 개념으로써 감소차수모델을 사용한다는 것이다. 등가적 1차 모델에서 시정수 T_p 는 개회로응답의 상승시간 R_p 에 0.63을 곱한 값으로 한다.

Fig. 3의 전달함수(transfer function)는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{Y}{R} = \frac{(K_d S^2 + K_p S + K_i) K_{ff}}{(T_p + K_d + K_{ff}) S^2 + (1 + K_p K_{ff}) S + K_i K_{ff}} \quad (9)$$

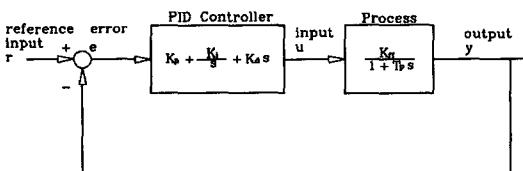


Fig. 3 Block diagram of the PID control using the Reduced 1st-order model of Process

관계식 (9)에서 분모부분의 근 중에서 제어계에 영향이 큰 극점은 다음과 같이 표현된다.

$$S = \frac{1}{2(T_p + K_d K_{ff})} \cdot \{- (1 + K_p K_{ff}) + \sqrt{(1 + K_p K_{ff})^2 - 4 K_i K_{ff} (T_p + K_d K_{ff})}\} \quad (10)$$

관계식 (10)의 극점이 설계성능으로 주어진 기준상승시간 R_r 과 부합되도록 하려면 다음의 관계가 성립한다.

$$S = -\frac{1}{T_r} = -\frac{1}{0.63 R_r} \quad (11)$$

여기서 T_r 은 기준상승시간 R_r 에 대응하는 시정수이다.

관계식 (10), (11)을 정리하여 K_p 를 구하고, K_i 와 K_d 에 관계식 (6)과 관계식 (8)을 대입하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} K_p &= K_i T_r + \frac{K_d}{T_r} + \frac{1}{K_{ff}} \left(\frac{T_p}{T_r} - 1 \right) \\ &= \frac{0.63 R_r}{K_{ff}(D_p + 0.5 R_r)} + \frac{0.95 R_p^2 (1 + M_p)}{R_r^2 (1 + M_r)} + \frac{1}{K_{ff}} \left(\frac{R_p}{R_r} - 1 \right) \end{aligned} \quad (12)$$

설계성능으로써 기준상승시간 R_r 과 기준초과응답 M_r 이 주어지고, 개회로응답에 대한 상승시간 R_p , 초과응답 M_p , 지연시간 D_p 가 주어지면 적분이득 K_i , 미분이득 K_d , 비례이득 K_p 는 관계식 (6), (8), (12)로 계산되어진다. 이러한 방법으로 결정된 제어기 이득값은 몇 가지의 가정과 근사적인 방법 등을 이용하여 유도되어진 결과이기 때문에 요구되어지는 설계성능을 완전히 만족시킬 수는 없을 것이다. 그러므로, 시스템의 제어성능이 설계성능에 가까워지도록 하기 위하여 제어기의 미세조정이 필요하다. 이러한 미세조정을 동조기 부분에서 수행하게 되며, 관계식 (6), (8), (12)으로부터 결정된 제어기 이득값들은 동조과정을 위한 초기 이득값으로 이용된다.

4. 퍼지 동조

Fig.1의 퍼지 동조기의 세부적인 구성을 Fig.4에서 보여준다. 동조과정에 필요한 정보자료로써, 설계 기준으로 주어진 기준상승시간 R_r 과 기준초과응답 M_r 의 정보와 현재 n번째 동조시험 동작에서 얻어진 출력응답의 상승시간 R_y 와 초과응답 M_y 의 정보와 n번째 시험동작에 사용된

제어기 이득 $K_p(n)$, $K_i(n)$, $K_d(n)$ 의 정보가 퍼지추론부에 입력되어져야 한다. 퍼지추론부에서 주어진 추론법칙, 소속함수들과 입력정보들을 이용하여서 $(n+1)$ 번째 제어기 이득값으로써 $K_p(n+1)$, $K_i(n+1)$, $K_d(n+1)$ 을 계산한다. 이러한 방법으로 만족스러운 제어성능을 얻을 때까지 동조 동작을 계속하게 된다.

3절에서 설명한 바와 같이 적분제어 동작의 기능은 정상상태 오차를 제거하는 것으로 하면 초기 적분이득값으로도 소기의 목적을 만족시켜 주므로 더 이상의 동조과정이 필요하지 않다. 그러므로 적분이득 K_i 는 초기의 이득값으로 고정시켜 놓고, 비례이득 K_p 는 제어계의 응답속도가 설계성능으로 주어진 기준상승시간 R_r 에 가까워지도록 동조시키고, 미분이득 K_d 는 초과응답이 기준초과응답 M_r 에 가까워지도록 동조시킨다. 제어계의 응답속도가 기준치보다 느리면 비례이득 K_p 를 증가시키고, 초과응답의 정도가 지나치면 미분이득 K_d 를 증가시키는 것으로 주어질 수 있다. 즉, 응답속도의 평가변수로써 상승시간 R_y 가 기준상승시간 R_r 보다 긴 경우에는 비례이득 K_p 를 증가시키고, 반대의 경우에는 비례이득을 감소시킨다. 또, 초과응답 M_y 가 기준초과응답 M_r 보다 크면 미분이득 K_d 를 증가시키고, 반대의 경우에는 미분이득을 감소시킨다. 이러한 점진적 동조 과정을 간단용이하게 구현하는 한 방법으로써 추가모토 퍼지간접추론법⁽¹⁶⁾이 고려되었는데, (*if ~ then ~*) 형태의 추론규칙은 다음과 같다.

○ 규칙 1 :

$$\text{if } \frac{R_y - R_r}{R_r} = P_R, \text{ then } \frac{\Delta K_p}{K_p(n)} = P_p$$

규칙 2 :

$$\text{if } \frac{R_y - R_r}{R_r} = N_R, \text{ then } \frac{\Delta K_p}{K_p(n)} = N_p$$

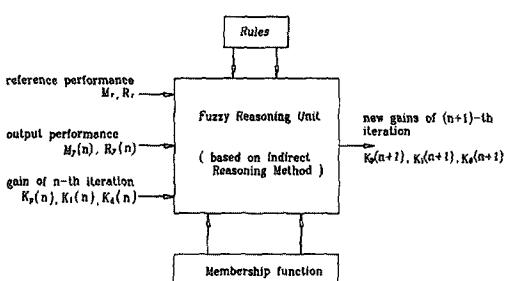


Fig. 4 Input and output information of the fuzzy tuner

규칙 3 :

$$\text{if } \frac{M_y - M_r}{1 + M_r} = P_M, \text{ then } \frac{\Delta K_d}{K_d(n)} = P_d$$

규칙 4 :

$$\text{if } \frac{M_y - M_r}{1 + M_r} = N_M, \text{ then } \frac{\Delta K_d}{K_d(n)} = N_d$$

상기 규칙에서 사용된 변수들은 이 규칙들이 임의의 공정에도 적용될 수 있도록 범용화시키는 관점에서 무차원화로 주어졌다. P_R , P_p , P_M , P_d 는 퍼지이론에서의 언어적 변수로써 양수를 의미하거나 증가를 의미하며, N_R , N_p , N_M , N_d 는 음수나 감소를 의미한다. 규칙의 후건부에서 괄호안의 n 은 n 번째 제어시험 동작을 의미하며, 기호 Δ 는 $(n+1)$ 번째 시험동작에서 수정되어질 변화량을 의미한다.

네가지 법칙에 대해서 본 연구에서 사용되어진 소속함수를 도식적으로 표현하면 Fig.5과 같다. Fig.5에서 기준상승시간에 대한 출력상승시간의 오차율인 $(R_y - R_r)/R_r$ 이 x_R 로 주어지고, 기준초과응답에 대한 출력초과응답의 오차율인 $(M_y - M_r)/(1 + M_r)$ 이 x_M 으로 주어진다고 가정하면, 각 제어법칙에 대한 적합도 w_1 , w_2 , w_3 , w_4 가 정해지며 제어기의 이득 변화율에 해당하는 $\Delta K_p/K_p$ 와 $\Delta K_d/K_d$ 는 다음과 같은 방법으로 구해진다.

$$\frac{\Delta K_p}{K_p} = \frac{W_1 Z_1 + W_2 Z_2}{W_1 + W_2} \quad (13)$$

$$\frac{\Delta K_d}{K_d} = \frac{W_3 Z_3 + W_4 Z_4}{W_3 + W_4} \quad (14)$$

또한, $(n+1)$ 번째 동조시험 동작을 위한 제어기 이득값들은 다음과 같이 표현되어진다.

$$K_i(n+1) = K_i(n) = K_i(1) \quad (15)$$

$$K_p(n+1) = K_p(n) + \Delta K_p \quad (16)$$

$$K_d(n+1) = K_d(n) + \Delta K_d \quad (17)$$

관계식 (15)에서 $K_i(1)$ 은 초기 적분이득값을 의미한다. 모든 제어이득은 0보다 크거나 같은 값으로 제한되어진다. 왜냐하면, 음수값의 제어이득은 극단적으로 제어성능을 해치기 때문이다.

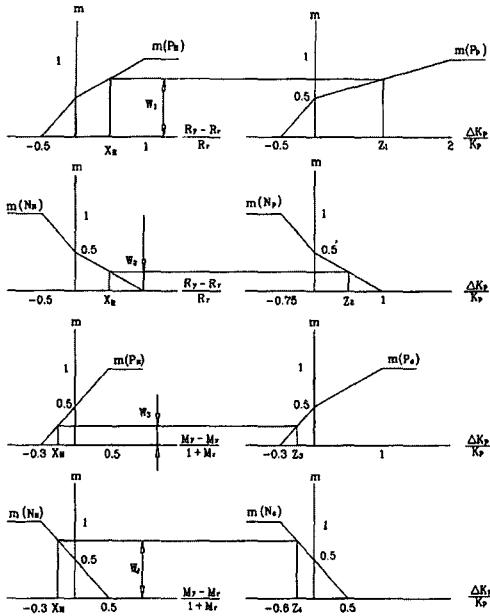


Fig. 5 Membership function for fuzzy rules and indirect reasoning process

5. 수치해석 사례

본 연구에서 제시한 비례-적분-미분제어기 동조 방법의 성능을 확인해 보기 위하여, 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 제어대상 공정으로써는 Fig.6에서 보여주는 질량-댐퍼-스프링계를 선정하였으며 위치제어 문제에 대하여 적용하였다. 수치해석에 사용된 매개변수의 값은 질량 M 이 1kg이고 점성마찰계수 B 는 2 Ns/m이고 스프링상수 C 는 4 N/m이다. 질량-댐퍼-스프링계를 수학적으로 모델링하면 관계식(18)의 2차계이지만 실제 수치해석에서는 매개변수의 값도 알지 못하며 수학적 모델의 차수(order)도 모른다고 가정하고, 비례-적분-미분 제어기의 초기 이득값을 결정하고 동조과정을 수행하였다.

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = u(t) \quad (18)$$

관계식(18)에서 x 는 변위를 의미한다. 적용되어진 수치해석 방법은 룬지-쿠타 4차법이며, 초기조건은 변위 x 가 0이고 속도 \dot{x} 도 0이다. 기준입력으로써는 1 m의 단위입력이 이용되었다.

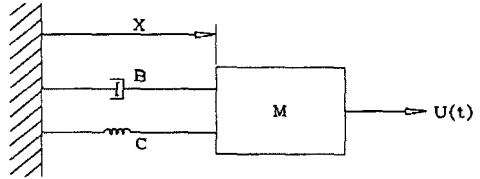


Fig. 6 Mechanical system for numerical example

설계성능으로써 주어진 기준상승시간 R_r 이 0.25sec이 고 기준초과응답 M_r 이 0.1인 경우에 대한 제어대상공정의 출력응답을 Fig.7에서 보여주며, 제어이득의 변화는 Fig.8(a)에 나타나 있고, 제어성능으로써 출력상승시간 R_y 와 출력초과응답 M_y 의 변화는 Fig.8(b)에 나타나 있다.

Fig.7에서 첫번째 시행의 응답은 관계식 (6), (8), (12)에 의하여 결정된 초기이득값을 비례-적분-미분 제어기 이득값으로 사용한 경우의 응답이다. 첫번째 시행의 응답에서 살펴볼 수 있는 바와 같이 초기응답이 0.4 정도로 너무 크게 나타나지만, 상승시간은 0.29sec 정도로써 조금 큰 정도이다. 결론적으로, 관계식 (6), (8), (12)에 의하여 결정된 제어기 이득값을 그대로 적용하더라도 상당히 양호한 결과를 얻을 수 있다고 생각할 수 있다.

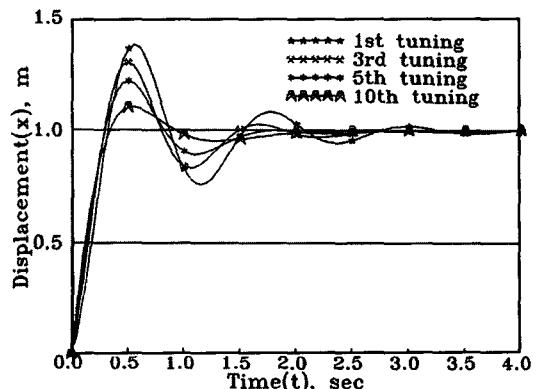


Fig. 7 Output responses for design performance : $R_r = 0.25\text{sec.}$, $M_r = 0.1$

Fig.7에서 동조과정이 진행됨에 따라서 시스템의 제어성능이 기준성능으로 주어진 설계성능에 접근하고 있으며, 10번째 동조시행에 대한 응답에서는 기준성능에 거의 일치하고 있다.

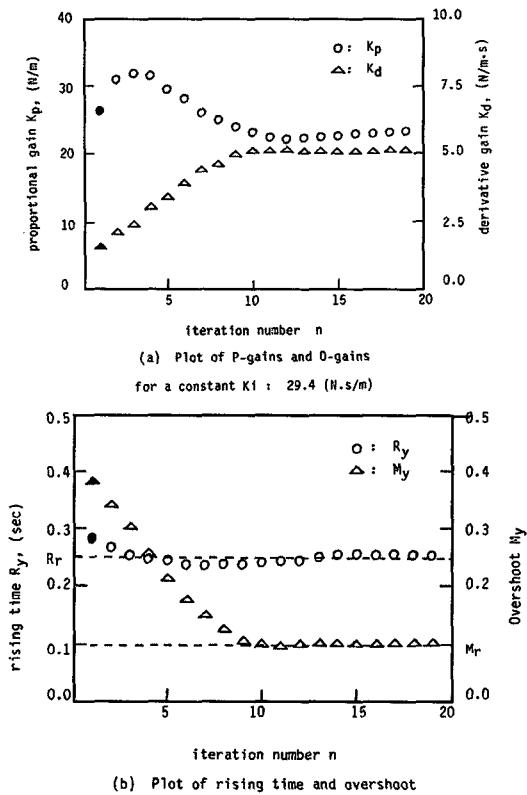


Fig. 8 Plots of controller gains and control performance for design performance : $R_r = 0.25\text{sec.}$, $M_r = 0.1$

Fig. 8을 살펴보면 본 연구에서 제시한 동조방법의 효율을 더욱 명확하게 파악할 수 있다. Fig. 8-(b)에서 5번 째 시행 정도에서 출력응답의 상승시간은 기준상승시간에 거의 일치하며, 초과응답은 10번 째 시행 정도에서 기준초과응답에 일치하게 된다. 시행횟수 10번 정도에서 설계자가 원하는 설계성능을 얻을 수 있는 동조방법이라면, 동조효율이 우수한 것으로 판단되어서 실제 적용에 적합하다고 볼 수 있다. Fig. 8-(a)에서 비례제어 이득값은 관계식 (12)에 의하여 결정된 이득값인 첫번째 시행값으로부터 변화되는 정도가 작은 반면에, 미분 이득값의 경우에는 관계식(8)에 의하여 결정된 값보다 3배 정도로 증가된 값에서 기준초과응답을 얻을 수 있었다. 그러므로, 관계식 (12)의 비례이득의 초기값 결정법은 우수하나, 관계식 (8)의 미분이득의 초기값 결정법은 보완의 여지가 있다고 볼 수 있다.

Fig. 9에서는 기준상승시간 R_r 이 1.0sec이고 기준초과

응답 M_r 이 0인 설계성능에 대한 제어대상 공정의 출력응답을 보여주고 있다.

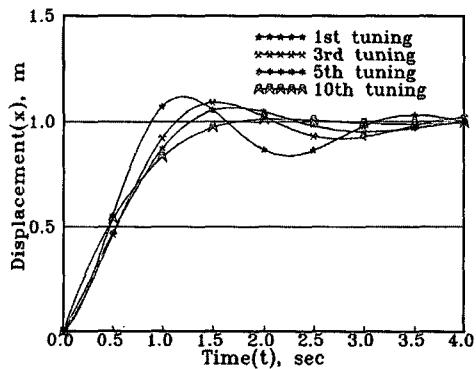


Fig. 9 Output responses for design performance : $R_r = 1\text{sec.}$, $M_r = 0.0$

Fig. 9에서도 초기 이득값을 사용한 첫번째 시행에서는 출력초과응답이 0.1 정도로써 설계기준으로써 설정된 기준초과응답과 차이를 보였지만, 미세 조정을 위한 동조시행이 10회 정도에 이르렀을 때에는 출력성능이 설계성능에 근접되었음을 알 수 있다.

설계변수의 값이 서로 다른 두가지 경우에 대하여 수행된 Fig. 7과 Fig. 9의 동조 결과는 설계자가 임의로 설계변수를 설정하더라도 설계성능에 접근된 동조가 가능하다는 것을 예증적으로 보여주는 것이다.

이러한 결과를 기준의 지글러-니콜스 방법을 적용한 결과와 비교하기 위하여 지글러-니콜스 방법에 대해서도 수치해석을 수행하였는데, 그 결과가 Fig. 10에 나타나 있다. 기준의 지글러-니콜스 방법에서는 Fig. 6의 제어대상계에 대하여 Fig. 10의 한정된 결과만을 얻게 되므로, 설계자가 임의로 상승시간과 초과응답을 조정하는 것이 불가능하다. 제어성능을 평가하는 관점에 있어서도 Fig. 10의 응답은 초과응답이 매우 크며 진동하는 모습을 보이고 있으며, 미세 조정을 위한 추가의 동조과정이 필요함을 보여 주고 있다. 또한, Fig. 7과 Fig. 9에서 초기 이득값에 대한 응답이 각각의 설계성능에 근접된 반면에 Fig. 10의 응답은 그렇지 못하다고 판정할 수 있으므로, 본 연구에서 제시한 반복적 동조과정을 위한 초기 이득값으로써 기준의 지글러-니콜스 방법으로부터 결정된 이득값을 사용하는 것보다 본 연구에서 제시한 방법으로부터 결정된 이득값을 사용함이 효율적임을 알 수 있다.

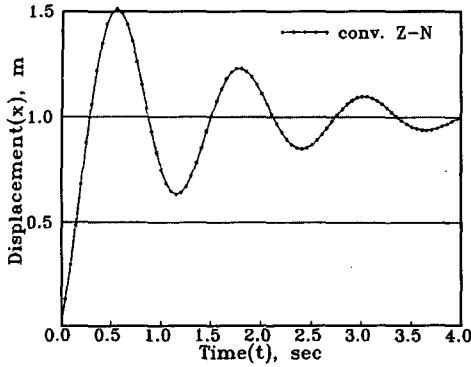


Fig.10 Output response for the conventional Ziegler-Nichols method.

제어대상계의 특성에 따라서 동조과정중의 출력초과응답 M_y 가 0인 경우가 존재할 수 있는데, 이러한 시스템에 대하여 본 연구의 동조방법의 효율성을 조사하기 위하여 1차의 제어대상계에 대하여 수치해석을 수행하였다. 1차 시스템의 수치해석 모델은 관계식(18)의 매개변수들 중에서 질량 M 을 0로 설정하고, 나머지 매개변수들은 앞의 경우와 동일하게 설정하였다.

설계성능으로써 주어진 기준상승시간 R_i 이 0.25sec이고 기준초과응답 M_r 이 0.1 주어질 경우에 동조가 진행됨에 따라서 출력응답이 변화하는 모습을 Fig.11에서 보여주고 있다. 출력상승시간 R_y 는 기준상승시간 R_i 에 거의 일치하며, 출력초과응답 M_y 는 기준초과응답 M_r 과 상당한 차이를 보이는 초기응답특성이 10번째 동조 시행의 응답특성과 거의 차이를 보이지 않고 있다. 동조시행은 10번째 이후까지도 수행되었는데, 계속적으로 응답특성은 변화하지 않았으며 비례이득의 변화에 있어서도 처음부터 10번째 이후의 동조시행에 이르기까지 거의 변화하지 않았다. 하지만 미분이득은 초기값으로부터 지속적으로 감소하여서 0으로 수렴하였으며, 미분제어동작이 제거되어지는 결과에 이르렀다. 미분동작이 제거되어져도 출력초과응답이 증가하지 않으며, 출력응답이 일정한 이유는 1차 제어대상 시스템이 감쇄특성만을 가지며 관성(inertia)을 가지지 않으므로 미분동작의 효과가 거의 영향을 미치지 않기 때문인 것으로 설명할 수 있다. 즉, 미분이득의 변화에 의해서만 초과응답을 변화시킬 수 있는 본 연구의 동조방법이 감쇄특성이 지배적인 제어대상계에 적용될 경우에는 초과응답을 임의로 동조할 수 없다고 분석할 수 있다. 이상에서 설명한 결과들은 기준상승시간과 기준초과응답을 변경한 경우에 대해서도 동일한 것으로 확인되었다.

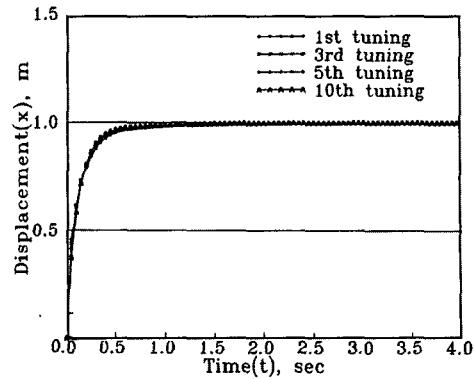


Fig.11 Output responses when the tuning method is applied to a first-order system.

6. 결 론

비례-적분-미분 제어기의 제어이득값을 반복적 시행동작에 의한 동조시키는 방법을 개발하였다. 이 동조방법의 특성은 다음과 같이 요약되어진다.

(1) 임의의 설계성능에 대해서도 동조가 가능하며, 설계 기준과 제어성능의 평가 변수가 인간에게 익숙한 시간 영역의 값으로 주어졌기 때문에 편리하다. 또한 동조 과정에 퍼지간접추론법이 적용되어서 간단하면서도 효과적인 비례-적분-미분 제어기의 동조가 가능하다.

(2) 기존의 지글러-니콜스 방법을 수정시킨 방법에 의하여 결정되어진 최초이득값은 그 자체로서도 기준상승시간에 근접한 출력 성능을 얻을 수 있으나, 출력의 초과응답은 기준초과응답과 상당한 차이를 보였다.

(3) 본 연구에 제시되어진 동조방법을 적용한 컴퓨터 시뮬레이션의 결과에 의하면 10회 정도의 시행동작에 설계 성능에 거의 근접하는 동조를 얻을 수 있었다. 하지만, 감쇄특성이 지배적인 제어대상계에 적용될 경우에는 초과응답을 임의로 동조할 수 없다.

참 고 문 헌

1. Ziegler, J. G. and Nichols, N. B., "Optimum Settings for Automatic Controllers", Trans. ASME, Vol. 64, pp.759-768, 1942.
2. Åström, K. J. and Hägglund, T., "Automatic Tuning of PID Regulators", Research Triangle Park, N.C., : Instrument Society of

- America, 1988.
3. Ogata, K., "Modern Control Engineering", Prentice Hall, INC., pp.314-369, pp.372-471, 1970.
 4. Persson, P., "Towards Autonomous PID Control", Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Sweden, pp.36-37, 1992.
 5. Åström, K. J. and Hägglund, T., "Automatic Tuning of PID Controllers Based on Dominant Pole Design", Proceedings of the IFAC Conference on Adaptive Control of Chemical Processes, Frankfurt, 1985.
 6. Åström, K. J. and Hägglund, T., "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins", Automatica, Vol.20, pp.645-651, 1984.
 7. Andersson, P. P. and Arcara S. A., "Self-Tuning of PID Controller by Conversion of Discrete Time Model Identification Parameters", US Pat. of 4,407,013, 1983.
 8. Gawthrop, P. J., "Self-Tuning PI and PID controllers", IEEE Conference on Applications of Adaptive and Multivariable Control, Hull, 1982.
 9. Kraus, T. W. and Myron, T. J., "Self-Tuning PID Controller Uses Pattern Recognition Approach", Control Engineering, pp. 106-111, 1984.
 10. Yamamoto, T., Omatsu, S. and Ishihara, H., "A Construction of Self-turning PID Control System", Trans. SICE Japan, Vol. 25, pp.39-45, 1989.
 11. Thompson, S., "Multivariable PID Controller for Unidentified Plant", ASME Trans. Journal of Dynamic Systems and Measurement and Control, Vol.104, pp.270-274, 1982.
 12. Nishikawa, Y., Sannomiya, N., Ohta, T. and Tanaka, H., "A Method for Auto-tuning of PID Control Parameters", Automatica, Vol.20, No.3, pp.321-332, 1984.
 13. Radke, F. and Isermann R., "A Parameter-Adaptive PID Controller with Stepwise Parameter Optimization", Automatica, Vol.23, pp.449-457, 1987.
 14. Zhuang, M. and Atherton, D.P., "Automatic Tuning of Optimum PID Controllers", IEE Proc., Vol. 140, No.3, pp.216-224, 1993.
 15. Iwasaki, T. and Morita, A., "Fuzzy Auto-tuning for PID Controller with Model Classification", Proc. NAFIDS '90, Toronto, Canada, pp.90-93, 1990.
 16. Zhao, Z. Y., Tomizuka, M. and Isaka, S., "Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol.23, No.5, pp.1392-1398, 1993.
 17. Tsukamoto, Y., "An Approach to Fuzzy Reasoning Method", Advances in Fuzzy Set Theory and Applications, Gupta, M. M., Ragade, R. K. and Yager, R. R., Editors, Amsterdam, North-Holland, 1979.
 18. Zadeh, L. A., "Fuzzy Algorithm, Information and Control", Vol. 12, pp.94-102, 1968.
 19. Mamdani, E. H., "Application of Fuzzy Algorithm for Control of Simple Dynamic Plant", Proc. IEE, Vol. 121, No. 12, pp.1585-1588, 1974.
 20. Sugeno, M., "An Introductory Survey of Fuzzy Control", Information Sciences, Vol. 36, pp.59-83, 1985.