論文 한국정밀공학회지 제13권 제4호 (1996년 4월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 13. No 4. April. 1996.

저소음 치차설계를 위한 치형수정에 관한 연구

윤 구 영* , 박 왕 준**

Analysis of Gear Noise and Design for Gear Noise Reduction

Koo-Young Yoon*, Wang-Jun Park**

ABSTRACT

The area of gear vibration and noise, has recently been the focus of many studies. The proper kinematic and geometric design of gears, the mathematical modeling of gear system are essential for a good design. This work present a gear design for reducing noise, and practical approaches used for machinery noise reduction along with the summary of methods available for predicting gear noise in terms of the transmission error, and show a comparative study with other methods.

A new tooth profile modification is proposed for reducing vibration and noise of involute gears. The method is based on the use of cubic spline curves. The tooth profile is constrained to assume an involute shape during the loaded operation. Thus the new gear profile assures conjugate motion at all points along the line of action. The new profile is found to result in a more uniform static transmission error compared to not only standard involute profile but also modificated profile thereby contributing to the improvement of vibration and noise characteristics of the gear.

Key Words: Gear Noise(기어소음), Transmission Error(전위 오차), Cubic Spline(3차 스프라인), Involute Curve(인벌류트 곡선), Harmonic Analysis(조화 해석), Profile Modification(치형수정), Conjugate Motion(공역 운동), Mesh Stiffness(메쉬 강성)

1. 서 론

현재의 첨단정밀기계류의 동력전달 장치에 가장 많이 채택되고 있는 기어전동 장치들은 모두 진동과 소음이라는 큰 문제에 직면하고 있다. 또한 여러종류 기어중에서 인벌류트기어는 그 특성상 진동 및 소음 문제에 가장 유리한것으로 인식되어 왔으나 그 소음 수치 또한 적지 않은 문제가 되고 있는 현실이다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 근래에는 치형수정 방식을 채택하여 기어의 진동 및 소음을 줄이려는 연구가 많이 시도되고 있다. 이에 본 논문에서는 인벌류트기어에서 발생되는 소음을 보다 효과적으로 줄일 수 있도록 3차

** 홍익대학교 과학기술대학 기계설계학과
*** 홍익대학교 과학기술대학 기계설계학과(대학원)

스프라인을 이용한 새로운 치형수정방식에 대하여 소개하겠다. 개선된 치형은 예측된 운동조건(하중 및 기구학적 변화)에서 인벌류트 곡선을 유지할 수 있도록 설계됨으로써 치운동선(line of action)의 모든 지점에서 공역운동을 갖게 될것이다. 따라서 개선된 치형은 치운동선의 전구간에서 일정한 전위오차(T.E, Transmission Error)를 갖게 된다는 것이 본 연구의 결론이며, 이를 이용하여 고속 또는 고부하 기어의 소음 또는 진동문제를 해결할 수 있을 것으로 예견된다.

2. 기어소음의 원인과 치형개선의 목표

지금까지의 기어 시스템의 소음 및 진동에 관한 연구의 주요한 목적은 정상운전상태에서 발생하는 소음과 진동특성을 이론적으로 해석하고, 또 이를 예측하여 기어시스템을 개선하는 것이었다. 여기에는 두 가지 접근방식이 기어소음을 해석하기 위한 보편적 방법으로 쓰여왔는데 기어 소음 및 진동은 기어치의 기구학적 오차를 나타내는 T.E.의 변동폭에 기인함으로 기어의 정적 T.E.가 소음과 매우 밀접한 관계[1,2]라는 것과 기어접촉시 치면에 걸리는 힘의 불균일이 소음의 직접 원인[3]이라는 것이 그것들이다. 여러가지 실험결과에서 기어의 소음과 진동을 예측하는 많은 방법이 제시되었으나 소음을 줄이는 방법에 대하여서는 많은 연구가 이루어져 왔으나 만족할 수 있는 수준에는 이르지 못하고 있다.[4] 실례로 Winter 와 Gerber[3] 는 기존의 치형수준으로 얻어지는 소음의 감소율의 한계를(최대 5% 이내) 실험하였다.

기어의 소음은 동하중(dynamic load), 치 강도(tooth stiffness), 치 마찰(tooth friction), 치 윤활(tooth lubrication) 등과 같은 여러 가지 요인들이 복합적으로 결합되어 발생하므로 해석하기가 매우 어려운 것이 현실이다. 그러나 가장 근본적인 문제는 치면에 부하되는 힘의 요동에 기인한다. 이러한 이유로 현재는 기어의 소음을 감소시키기 위한 최선의 치형 선택으로 인벌류트 곡선을 사용하는데, 이 치형의 장점은 기어운동시 모든 접촉점은 일정한 직선궤적을 형성함으로써 기어의 운동에서 힘의 변화의 3요소(크기,방향,작용점)가 일정하게 되고 또한 운동 가속도 변화가 거의 없으므로 가장 해석하기 어려운 부분인 기어치의 관성력의 변동요인을 근본적으로 줄여준다는 것이다.[5]

기존의 기어 치형 수정은 인벌류트 운동이나 공역 운동이 전 주기동안 유지될 수 없으므로 기어구동시 발생하는 진동과 소음을 제한적으로만 줄이는 효과를 보여왔다. 그 이유는 완전한 인벌류트 기어치형과는 달리 기존의 치형수정은 접촉하중으로 인하여 접촉지점에서 일정한 가속도(방향 및 크기)를 가질수 없기 때문이었다.[6,7] 따라서 본 연구는 3차 스프라인[8,9] 을 이용하여 기어의 치면이 하중에 의하여 변형된 후에도 그 운동선이 인벌류트 곡선이 되도록 하는 새로운 기어치형의 설계를 목표하였다. 이와 같이 새롭게 개선된 치형은 예상운동조건하에서 인벌류트치형을 형성하므로 T.E.의 변동을 최소화하여 기어의 소음과 진동을 효과적으로 감소시킬 수 있다. 또한 예상하중범위의 변동에 따른 실제개선효율감소와 그 손실의 폭도 기존의 단순수정보다 월등한 것으로 나타났다.

2.1 기어의 소음의 원인

일반적인 기어소음요인 중에서 인벌류트 기어가 갖고 있는 근본적 소음원인으로는 정하중 변동, 생산 및 조립오차, 단순 치형 수정오차 등이 있으며 이상적 치형개선은 이를 해결할 수 있어야 한다.

기어가 서로 맞물리는 동안 주기적인 변화를 일으키는 치하중 변화에 의한 진동과 그로 인한 소음은 기어장치에서 발생되는 여러가지 소음중에서도 가장 근원적인 문제가 된다. 정리하여 보면 다음과 같은 요인들에 의하여 치의 진동이 발생된다.

- 주기적인 메쉬 강성(mesh stiffness) 의 변화
- 치 창성의 오차
- 기어의 단순수정(선형또는 2차함수수정)으로 인한 치형변화
- 기어치의 간섭과 하중의 변동으로 인한 기어의 치형변화

전술한 모든 변화는 기어접촉시 발생되는 정적 T.E. 의 변화, 즉 기어의 진동 및 소음에 직접적 영향을 주게 된다. 따라서 위의 변화를 미리 고려하여 개선된 치형은 정적 T.E. 를 효과적으로 줄일 수 있을 것이다. 또 같은 이유로 접촉하는 치면에 부하되는 동적하중변화의 감소도 예견된다.[7]

2.2 이상적인 치형개선

Winter 와 Gerber[3] 는 기어치의 동하중이 기어 시스템의 기구학적인 요인과 접촉주기, 또한 헬리컬 기어의 경우는 이나비에 많은 영향을 받는다는것을 밝혔다. 또한 접촉비가 낮은 기어에 있어서 접촉하는 기어 치의 운동작용선상의 메쉬 강성의 변화는 스퍼어 기어나 헬리컬 기어

에 있어서 소음발생의 주요한 원인이 됨을 발표하였다. 접촉비의 증가는, 기어치형변화로 인하여 발생되는 소음은 줄이고, 이나비나 메쉬 강성에 의한 소음은 증가시키는 경향이 있다. 스퍼어 기어의 경우는 이러한 이유로 인하여 일정이상높은 접촉비의 기어를 설계할 수 없다. 또한 이끝개선방식(tip relief)으로 알려진 치형개선은 미리 정해진 일정점에서의 하중조건과 운동곡선을 전제로 하기 때문에 실제적으로 소음을 줄이는데 있어서 매우 제한적이다. 이런 제한요건은 인벌류트치형이 갖는 근본적 한계이기도 한데, 낮은 접촉비의 스퍼어 기어의 경우 맞물림의 중간에서 최대값을 갖는 정적하중이 접촉비와 관계가 있는 반면에 기어치형상의 메쉬 강성의 값은 이 접촉의 끝에서 최대가 되기 때문이다. 이러한 메쉬 강성이나 정적 하중의 가변성은 불균일한 정적 T.E. 를 유발한다[2]. 따라서 스퍼어 기어에서는 접촉비증가나 치형개선만이 정적 T.E. 를 줄일 수 있는 유일한 방법이다. 많은 경우 스퍼어기어에 대해서는 접촉비를 크게 변화시킬 수 없으므로 이것을 정적 T.E. 의 최적화 변수로 사용할수 없다. 따라서 정적 T.E. 를 개선하기 위한 유일한 방법은 치형개선에 의한 것 뿐이다. 하지만 단순한 치형개선은 오히려 기어소음 감소에 있어서 부작용을 초래할 요인이 있음을 이미 설명하였다.

기어의 치형개선을 하기 위해서는 다음의 사항을 만족하여야 한다.

1. 치형개선후에도 인벌류트치형의 장점이 유지되어야 한다.

- 중심거리의 미소변화가 공역 운동을 간섭해서는 안된다.
- 작용선 상에서는 접촉점의 속도가 일정해야 한다.
- 접촉점의 법선은 같은 방향을 가져야 한다.
- 치형창성이 가능해야 한다.

2. 치형개선에 의한 부가적 소음증대요소가 발생되어서는 않된다.

- 치 운동선의 모든부분에서 치형개선이 이루어져야 한다.
- 예상하중변동에 민감하게 작용하지 않아야 한다.

위의 모든 사항들을 고려하여 본 연구에서는 기어치형 수정을 위해서 3차 스프라인을 선택하게 되었다.

3. 3차 스프라인과 치형 설계

3차 스프라인은 곡선 해석 및 복제를 위해 연구되어 왔다. 스프라인의 장점은 창성할 곡선을 복잡한 고차의 다항식을 이용하는 대신에 3차 스프라인곡선을 사용하여 목적한 곡선의 원하는 정밀도와 1, 2차 미분값들 또한 만족할 수준을 유지하면서 문제를 해결할 수 있다는 것이다.[7]

3차 스프라인치형으로 만들어진 기어의 모듈값과 압력각이 인벌류트 치형의 값과 같으면 새로운 기어는 인벌류트 기어의 맞물림 특성을 그대로 유지하게 된다.

회전 직교 좌표계(x,y) 와 고정좌표계 (X,Y) 는 Fig. 1 과 Fig. 2 에 나타난 것처럼 표시한다. 이때 x-y 좌표계는 기어의 회전속도와 같은 각속도 ω 로 회전한다. X-Y 좌표계의 Y축은 Fig. 2 에 나온것과 같이 기어치의 중심을 지나도록 설정한다. 작용선, $\overline{P1-P2}$ 는 모든기어 접촉점에서의 법선방향을 나타낸다. 3차 스프라인치형의 기초원반지름과 피치 반경은 인벌류트치형의 것들과 같으므로 치형개선에 의한 기어의 소음,진동 변화량을 인벌류트 치형과 비교할 수 있을 것이다.

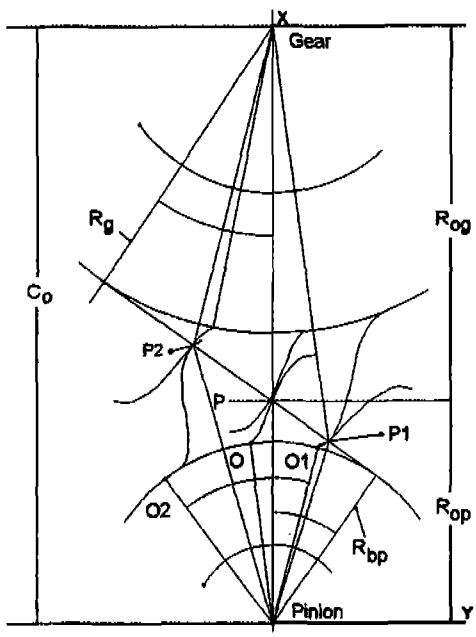


Fig. 1 고정좌표계에서 인벌류트 치형의 접촉상태

기어의 소음을 발생시키는 가장 큰 원인은 정적 T.E. 의 변동에 의한 것이다. 본 연구에서는 정적 T.E. 의 변동량을 최소로 하는 기어의 치형도출을 위하여 3차 스프라인을 선택하였다. 그러나 3차 스프라인에 의한 치형개선을 이루기 위하여는 최초 이의 정적하중하에서 표준인

벌류트 치형과 각 이의 변형량에 대한 정보등 많은 사전 해석을 요한다.

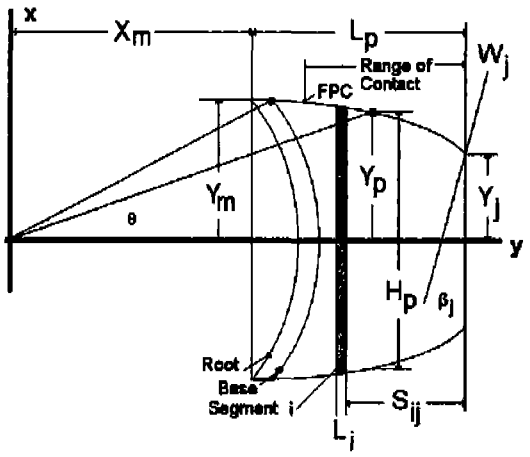


Fig. 2 기어의 치형

4. 기어치의 정적해석과 이상적 인벌류트곡선

기어 치의 컴플라이언스는 기어가 힘을 받아 변형되기 이전 상태에서 계산한다. 그러기 위해서는 다음의 가정이 필요하다.

(1) 단면이 불균일한 단순 지지보로 가정한 기어치는 굽힘 및 전단에 의한 변형량을 갖는다.

(2) 기어치의 기초부분은 강체로 가정한다.

(3) 표면 접촉력에 의한 변형은 헐츠 변형으로 간주한다.

이것을 계산하기 위해서는 Fig. 2 처럼 접촉부위를 일정한 단순 지지보의 작은 단면들로 구성되어 있다고 가정하고 이 단면들을 i 라고 설정한다. 하중이 가해지는 지점에서의 총변형량은 각각의 시편을 단순 지지보로 가정하여 구한 변형량들의 합과 된다. 시편 i 에서 하중 W 에 의하여 발생되는 전단력, 굽힘 모멘트에 의한 변형량은 다음과 같다.[6]

$$D_{t_i} = \frac{W_j \cos(\beta_j)}{6EI_i}\left(2L_i^3 + 3L_i^3 S_{ij}\right) \quad (1)$$

$$D_{mi} = \frac{W_j\left(S_{ij}\cos(\beta_j) - y_j \sin(\beta_j)\right)}{2EI_i}\left(L_i^2 + 2L_i S_{ij}\right) \quad (2)$$

i 부분에서의 치의 전단변형은 다음과 같다.

$$D_{s_i} = \frac{1.2 W_j L_i \cos(\beta_j)}{GA_i} \quad (3)$$

하중이 가해지는 방향으로 변형되는 기어치의 총 변형량은 다음과 같다.

$$D_{b_j} = \sum_{j=1}^{n}\left(D_{t_i} + D_{m_i} + D_{s_i}\right)\cos(\beta_j) \quad (4)$$

따라서 기어치의 변형을 단순 지지보의 변형으로 가정한 총 컴플라이언스 계수는 다음과 같다.

$$Q_{b_j} = \frac{D_{b_j}}{W_j} \quad (5)$$

또한 기어치의 뿌리는 위의 방정식을 계산하는 동안 강체라고 가정하였으나 치의 기초부분은 기어의 재질과 구조때문에 약간의 유동성이 있다고 가정한다. 또 접촉점에서의 하중은 위의 방정식에서 정적으로 가해진다고 가정한다. 사실상 위의 문제는 헐츠 접촉응력 문제이기 때문에 j 지점에서의 총 치 컴플라이언스는 기초부와 헐츠 응력을 더함으로써 더욱 정확한 값이 될것이다.

$$Q_j = \left(Q_{b_j}\right) + \left(Q_{f_j}\right) + \left(Q_h\right) \quad (6)$$

기초부 컴플라이언스와 헐츠 컴플라이언스는 다음과 같다.

$$Q_{f_i} = \frac{\cos^2(\beta_j)}{F * E}\left\{\begin{array}{l} 5.306\left[\frac{L_f}{H_f}\right]^2 + (1-\mu)\left[\frac{L_f}{H_f}\right] + \\ 1.534\left[1 + \frac{0.417\tan^2(\beta_j)}{1+\mu}\right] \end{array}\right\} \quad (7)$$

$$Q_h = \frac{1.37}{E^{0.9} F^{0.8} W_n^{0.1}} \quad (8)$$

$$L_f = X_j - X_m - Y_j \tan(\beta_j) \quad (9)$$

$$H_f = 2Y_m \quad (10)$$

Xm, Ym 은 Fig. 2 에서 보인것과 같이 유효치저의 좌표이고 j 지점에서의 총 정적 T.E. 는 치형에 부하된 하중에 의한것과 치형개선에 의한것의 합과 같다.

$$T.E._j = (T.E._{w_j}) + (T.E._{p_j}) \quad (11)$$

$T.E._w, T.E._p$ 는 각각 기어치에 부하된 하중에 의하여 발생되는 T.E. 의 값과 치형개선에 의한 T.E. 의 값이다. 낮은 물림율을 갖는 기어쌍의 정적 T.E. 와 기어에 걸리는 부분적인 치하중은 다음의 방정식으로부터 알 수 있다.[8]

$$Q_j^a W_j^a + (E_t)_j^a = (E_m)_j^a \tag{12}$$

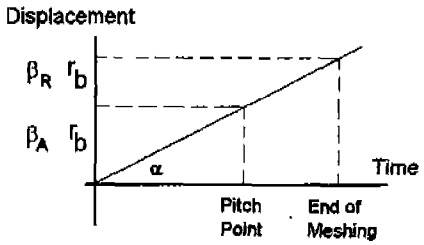
$$Q_j^b W_j^b + (E_t)_j^b = (E_m)_j^b + (E_s)_j^{ab} \tag{13}$$

$$W_j^a + W_j^b = W_N \tag{14}$$

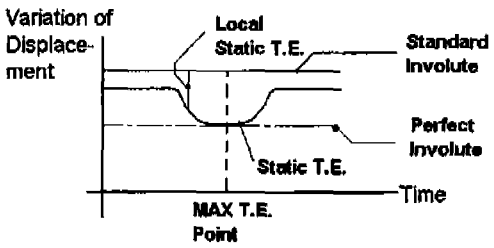
$$(E_t)_j^a = (E_t)_j^b \tag{15}$$

개선된 치형(변형후에 완전한 인벌류트 치형)이 Fig. 3(b)처럼 작용선상의 모든지점에서 일정한 변화를 한다면 이 치형은 인벌류트 곡선의 특성을 갖게 될 것이다. 즉, 작용선에 수직한 변화량을 갖는 치형은 접촉지점에서 법선 방향의 하중 W 의 영향을 받지 않게 된다.

이를 체계적으로 서술하면 다음과 같다.



a. Ideal displacement of contact point during meshing action



b. Position variation of determining new tooth profile

Fig. 3 개선된 치형의 결정과정

(1) 기어의 기준 치형에는 표준 인벌류트 곡선을 사용하고 이것의 모든 접촉지점에서 정적 T.E. 를 계산한다.

(2) 표준 인벌류트 곡선의 시작점과 끝점에서 변형량과 변형량의 기울기를 찾는다.

(3) 각 접촉지점의 최대 T.E. 에서 국부의 T.E. 를 뺀 값을 계산한다. (치형수정량 결정)

(4) 표준의 인벌류트곡선으로부터 국부의 T.E. 변형량을 감하여 완전한 인벌류트곡선을 형성한다.

(5) 허밋 3차 다항식(Hermit cubic polynomials)을 이용하여 완전한 인벌류트 곡선에 국부적인 T.E. 값을 더함으로써 새로운 기어치형을 만들어 낸다. 이 치형은 변형후에 완전 인벌류트 치형이 된다.

새로운 기어치형은 모든지점에서 2차미분값의 연속성이 유지될 수 있다. 하지만 새로운 치형으로는 기어치의 변형량을 알아낼 수 없으므로 이것을 알아내기 위해서 표준 인벌류트 치형이 단계(1)에서 사용되었다. 따라서 (1)에서 (5)까지의 단계는 새로운 치형을 알아내기 위해서 계속 반복되어야만 한다. Fig. 4에 이것을 위한 플로우 차트가 나와 있다. 이 알고리즘과 기어치형에 관한 여러 가지 공식(식 1~식 15)으로 3차 스프라인의 새로운 치형을 계산한다. 이때 작성된 프로그램은 기어설계시 필요한 기본적인 입력값들로 부터 3차 스프라인의 진동과 소음이 감소된 새로운 치형의 기어를 설계할수 있어야 한다.

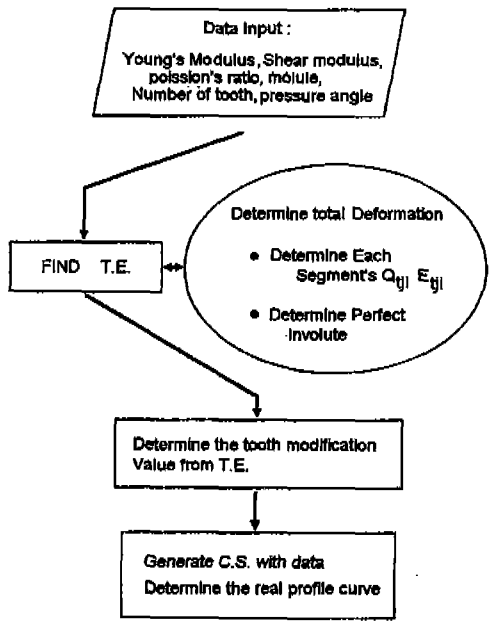


Fig. 4 C.S. 치형을 계산하기 위한 알고리즘

5. 해석 결과 및 검토

새로운 치형설계과정에 대한 예를 들기 위해서 Table 1.에 실험을 위한 한쌍의 스퍼어 기어 데이타가 나타나 있다. Fig. 5에 수정전과 수정후의 T.E. 가 나타나 있다. 이것으로 부터 수정후의 치형이 갖는 T.E. 는 수정전의 것에 비하여 일정하다는 것을 알 수 있다. 이 값이 약간 불안정한 것은 3차원 곡선의 생성에 관계된 변수인 맞물림 주기의 내부구간의 크기에 기인한 것으로 그 간격을 보다 정밀하게 함으로써 개선될 수 있다.

Table 1 Spur Gear Data

m=4.0, p=12.5664 mm, t=6.2832 mm, a=4.0 mm,
d=5.129 mm, α=20°
Input torque = 791 Nm, contact ratio=1.68

	Pinion	Gear
D(outside), mm	144	148
D(pitch), mm	136	140
D(root), mm	126	130
Face width, mm	28.45	28.45
D(base), mm	127.7982	131.5570
Number of Teeth	34	35
t'(chordal thickness), mm	6.2810	6.2811
a'(chordal addendum), mm	4.0726	4.0705
Pitch Point:	p(x,y)=	p(-3.1405,67.9274)

새로운 치형에서 보여지는 일정한 정적 T.E. 는 다른 하중과 속도에서도 역효과가 적은데, 이것은 다른 연구에서 보여지는 치형개선법들이 여러가지 속도와 하중에 있어서 일괄적으로 적용하는 것이 불가능하다는 것과 비교해보면 매우 큰 장점이 된다. 수정전과 수정후의 정적 T.E. 를 해석하기 위해서 FFT 를 이용하면 그 결과를 더욱 확실히 알수 있을 것이다. 관례적으로 기어 소음해석에는 처음3개의 하모닉의 합을 기어쌍에 의하여 발생되는 소음의 척도(목적함수)로 사용한다[9]. Fig. 6에 수정전과 수정후의 하모닉의 목적함수 값이 비교되어 있다. 본 연구의 완전한 인벌류트 치형의 기어는 기존의 최적화 수정방식에 따른 값, 0.64/12.20 = 0.0525 과 비교해서 목적함수 값은 0.23/15.45 = 0.0149 까지 낮추었다[10]. 이에 반하여 선형 또는 2차함수수정을 이용해서 얻은 치형은 난해한 T.E. 를 가질뿐만 아니라 일정한 물림률도 확보하지 못하여 맞물림 주기 동안에 하중곡선의 변화에 복잡한 영향을 미친다. 무엇보다도, 개선된 치형이 갖는 새로운 인벌류트 곡선은 맞물림 주기동안에 가속도 변화가 없기 때문에 관성력의 영향이 없는 매우 바람직한 운동곡선을 만들 수 있는 장점이 있다.

기어시스템에 있어서 축변형, 베어링 편심과 같은 여러가지 이차적 소음 및 진동요인들도 기존치형을 인벌류트 치형에서 벗어나게 해서 여러가지 소음을 발생시키지만, 이것은 위와 같은 과정을 응용 하여 그를 고려한 새로운 치형을 선택함으로써 해결될 수 있을 것이다.

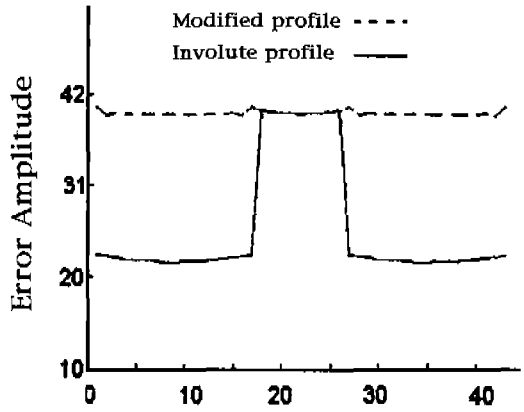


Fig. 5 치형개선

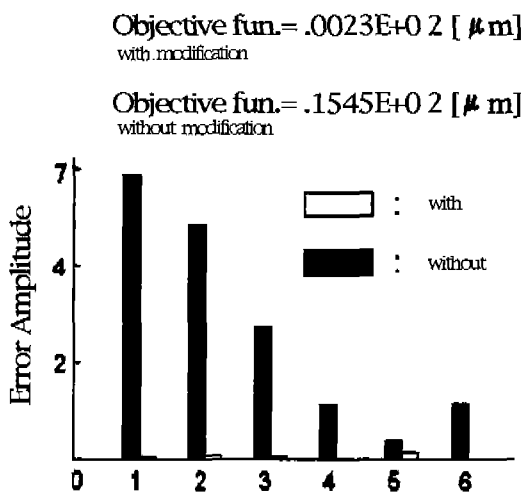


Fig. 6 접촉주기에서의 하모닉

6. 결 론

개선된 치형은 다음과 같은 특징을 갖는 것으로 결론할 수 있다.

(1) 정적 T.E. 의 변화를 최소화 한다.

(2) 2차미분값까지 연속성을 갖는 인벌류트곡선을 유지한다.

(3) 이끝개선방식을 택함으로써 치형개선으로 인한 뿌리부분의 치강도 감소가 발생하지 않는다.

(4) 단순한 치형개선과는 달리 모든 구간에서 정적 T.E. 가 일정함으로써 기계적, 물리적 성능향상이 예상된다.

(5) 개선된 치형은 결과적으로 기어구동시 발생되는 소음과 진동을 줄일 수 있다.

참고문헌

1. Mark, W.D., "Analysis of the Vibratory Excitation of Gear systems Basic Theory", Journal of the Acoustic Society of America, Vol. 63, No. 5, pp. 1758-1787, May 1978.
2. Houser, D.R., "Research in the Gear Dynamics and Gear Noise Research Laboratory", SAE paper 821066, 1982.
3. Winter, H. and Gerber, H., "Investigations on the excitation of Vibration and Noise at Spur and Helical Gears", ASME Power Transmission Conference, Vol. 2, pp. 765-772, 1989.
4. Masuda, T., "Prediction Method of Gear Noise Considering the Influence of the Tooth Flank Finishing Method", Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 108, pp. 95-100, 1986.
5. Attia, A.Y., "Noise of Gears: A Comparative Study", International Power Transmission and Gearing Conference, Vol. 4, 1989.
6. Cornell, R.W., "Compliance and stress Sensitivity of Spur Gear Teeth", ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 103, No.2, pp. 447-459, 1981.
7. Yoon, K. and Rao, S.S., "A Novel Gear Design Procedure for Reducing Vibration and Noise in Gears", ASME 19th Design Automation Conference, Albuquerque, New Mexico, 1993.
8. Tavakoli, M.S., and Houser, D.R., "Modifications for the Minimization of Static Transmission Errors of Spur Gears", Transactions of the ASME, Vol. 108, pp.86-95, 1986.
9. Lancaster, P. and Salkauskas, K., "Curve and Surface Fitting", San Diego, Academic Press, 1986.
10. Yoon, K., "Analysis of Gear Noise and Design for Gear Noise Reduction", Ph. D. in Mechanical Engineering, Purdue University, 1993.