

비균일 Ridge 구형 도파관의 입력 임피던스 계산

Calculation of Input Impedance of Nonuniformly Ridged Rectangular Waveguide

김세윤* · 박종국** · 김상욱*

Se-Yun Kim* · Jong-Kuk Park** · Sang-Uk Kim*

요 약

임의의 이중 ridge 구형 도파관의 단면에서 모우드 해석을 적용하여 차단주파수들을 계산하였다. 그리고 주파수 6~18 GHz에서 TE_{10} 모우드에 대한 특성 임피던스를 구하였다. 선형으로 taper된 구형 도파관 양단이 단일 및 이중 ridge 구형 단면으로 구성되어 있을 경우 TE_{10} 모우드에 대한 등가 비균일 전송선을 수치계산으로 풀었다. 단일 ridge 도파관이 있는 종단면에서 들여다 본 입력 임피던스는 광대역에서도 거의 일정한 값을 가짐을 보였다.

Abstract

The cutoff frequencies of a double ridged rectangular waveguide are calculated by applying the modal analysis to its cross-section. And the characteristic impedance of its TE_{10} mode is evaluated in a frequency range of 6 to 18 GHz. When both ends of a linearly tapered rectangular waveguide consists of single and double ridged rectangular cross-sections, the equivalent nonuniform transmission line of its TE_{10} mode is solved numerically. It is shown that the input impedance at its single ridged terminal becomes nearly constant in the wide bandwidth.

I. 서 론

안테나의 feeder로 통상 TE_{10} 모우드의 구형 도파관을 사용한다. 그러나 사용 주파수 대역이 6~18 GHz과 같이 광대역인 경우에는 feeding을 도파관에 대칭적으로 하여 TE_{20} , TE_{30} , ... 등은 발생하지 않도록 하더라도 단일 모우드만으로 전파시키는 것은 불가능하다. 따라서 이러한 광대역에서 TE_{10} 과 같은 단일 모우드의 전달을 위해서는 ridge 구형 도파관을 많이 사용한다. 이미 ridge 도파관의 차단

주파수와 임피던스 특성을 등가회로적으로 해석하는 방법[1~3]이 알려져 있지만 전자기적으로 정확히 해석한 것은 아니다. 1971년 Montgomery [4]에 의해 단면공진(transverse resonance)기법을 써서 ridge 도파관의 고차 모우드까지의 차단주파수를 정확한 식을 유도하고 수치계산으로 구하였다. 근래에는 변분법으로 ridge 도파관의 모우드를 계산하는 방법[5]도 제시되었다.

그런데 실제 안테나의 feeder로 사용되는 ridge 도파관의 양단은 대부분 서로 특성 임피던스가 다른 구조물이 접속된다. 즉 도파관의 한쪽 끝은 임피

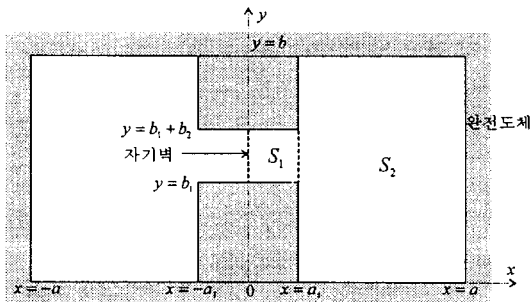
* 한국과학기술연구원 정보전자연구부(Div. Information and Electron. Tech., KIST)

** 서울대학교 전자공학과(Dept. Electron. Eng., Seoul Nat'l Univ.)

던스가 높은 안테나가 접속되며, 다른 한쪽 끝은 임피던스가 낮은 동축선이 접속되는 경우를 들 수 있다. 따라서 ridge 도파관은 전파방향으로 임피던스가 비균일한 구조를 갖는다. 이러한 경우에 적합한 구조로는 안테나측은 이중(double) ridge가 있는 도파관으로 하고, 동축선측은 단일(single) ridge가 있는 도파관을 취하면 된다. 따라서 이러한 양단의 ridge 도파관 구조를 선형적으로 연결하는 taper된 ridge 도파관에 대한 해석이 요구된다. 이때 이러한 비균일 도파관으로 전송되는 것은 기본 모드인 TE_{10} 모드만 이 가능하도록 구조를 정하고, TE_{10} 모드에 대한 비균일 전송선[6~8]을 등가적으로 만들어 입력 임피던스를 수치적인 방법으로 구하였다. 본 논문에서는 시간조화함수를 $e^{j\omega t}$ 로 취하였다.

II. 단면 모드 해석

[그림 1]과 같이 x 축 방향으로 $2a$, y 축 방향으로 b 인 구형 도파관 내부에 임의의 ridge가 있고, $x=0$ 인 면에 대해 좌우 대칭구조인 이중(double) ridge가 도파관 내부에 있다고 한다. 하단의 폭 $2a_1$ 인 ridge의 높이는 b_1 이고 상단의 폭 $2a_1$ 인 ridge의 높이는 $b-b_1-b_2$ 이어서 상하 ridge의 간격은 b_2 라고 한다. 이때 도파관 외부는 완전도체로 감싸져 있고, 내부는 유전율 ϵ_0 , 투자율 μ_0 인 공기로 채워져 있다



[그림 1] 이중 ridge 구형 도파관의 단면구조
[Fig. 1] Cross-sectional geometry of a double ridged rectangular waveguide.

고 한다. 그리고 $x=0$ 인 면에 대해 좌우 대칭인 전류를 인가시 ridge 도파관의 중앙에 자기력이 있다고 가정하여 $0 \leq x \leq a$ 인 단면 S 내에 형성되는 TE 모드에 대해서만 해석하면 된다. 따라서 단면 영역 S 를 $0 \leq x \leq a_1$ 인 ridge 영역 S_1 과 나머지 $a_1 \leq x \leq a$ 인 영역 S_2 로 나누자.

이 경우 S_1 영역의 단면 전계 $\vec{e}_{11}(x, y)$ 와 S_2 영역의 단면 전계 $\vec{e}_{12}(x, y)$ 는 다음과 같은 모드 전개로 나타낼 수 있다[4].

$$\vec{e}_{11}(x, y) = -\sum_{p=0}^{\infty} A_p \left[\hat{x}_0 \frac{p\pi}{b_2} \sin k_{1p} x \cdot \sin \frac{p\pi(y-b_1)}{b_2} + \hat{y}_0 k_{1p} \cos k_{1p} x \cdot \cos \frac{p\pi(y-b_1)}{b_2} \right] \quad (1)$$

$$\vec{e}_{12}(x, y) = -\sum_{q=0}^{\infty} B_q \left[\hat{x}_0 \frac{q\pi}{b} \cos k_{2q}(x-a) \cdot \sin \frac{q\pi y}{b} - \hat{y}_0 k_{2q} \sin k_{2q}(x-a) \cdot \cos \frac{q\pi y}{b} \right] \quad (2)$$

여기서 도파관의 단면방향의 전파상수를 k_T 로 나타내면 k_{1p} 와 k_{2q} 는 다음과 같다.

$$k_{1p} = \sqrt{k_T^2 - \left(\frac{p\pi}{b_2}\right)^2} \quad (3)$$

$$k_{2q} = \sqrt{k_T^2 - \left(\frac{q\pi}{b}\right)^2} \quad (4)$$

그리고 도파관 단면방향의 자기성분 $\vec{h}_i(x, y)$ 는 다음과 같다.

$$\vec{h}_i(x, y) = \frac{\omega\mu_0}{\sqrt{k^2 - k_T^2}} \hat{z}_0 \times \vec{e}_i(x, y), \text{ for } i=1,2 \quad (5)$$

이때 k_0 는 공기중의 전파상수를 의미한다.

그런데 단면전계는 $x=a_1$ 의 경계면상에서 다음과 같은 경계조건을 만족해야만 한다.

$$\hat{y}_0 \cdot \vec{e}_1(a_1, y) = \hat{y}_0 \cdot \vec{e}_2(a_1, y), \text{ for } b_1 \leq y \leq b_1 + b_2 \quad (6)$$

$$\hat{y}_0 \cdot \vec{e}_1(a_1, y) = 0, \text{ for } 0 \leq y \leq b_1, (b_1 + b_2) \leq y \leq b \quad (7)$$

그리고 본 논문에서 구하고자 하는 양은 자기벽이 있는 경우 TE 모드들의 차단주파수(cutoff frequency)를 구하는 것이므로 이때는 z 방향의 전파상수는 0이 된다. 따라서 자계성분 중 $x=a_1$ 면에 접선성분은 y 및 z 의 두 성분이 있으나 $y=0$ 인 경우를 고려하면 z 성분만이 있음을 알 수 있다. 그러므로 도파관내의 $x=a_1$ 에서는 접선성분의 자계는 다음과 같은 경계조건을 만족해야 한다.

$$\hat{z}_0 \cdot \vec{h}_1(a_1, y) = \hat{z}_0 \cdot \vec{h}_2(a_1, y), \text{ for } b_1 \leq y \leq b_1 + b_2 \quad (8)$$

두 영역 S_1 과 S_2 의 경계면인 $x=a_1$ 에서의 y 방향의 전개성분은 연속이어야 하므로 이를 $E_g(y)$ 로 표현하자. 이 경우 식(1), (2), (5)에 $x=a_1$ 에서의 경계조건인 식(6)~(8)을 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다[4].

$$\begin{aligned} & \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\tan(k_{1p}a_1) \int_{b_1}^{b_1+b_2} E_g(y) \cos \frac{p\pi(y-b_1)}{b_2} dy}{\epsilon_p k_{1p} b_2} \\ & \cdot \cos \frac{p\pi(y-b_1)}{b_2} \\ & = \sum_{q=0}^{\infty} \frac{\cot k_{2q}(a-a_1) \int_{b_1}^{b_1+b_2} E_g(y) \cos \frac{q\pi y}{b} dy}{\epsilon_q k_{2q} b} \\ & \cdot \cos \frac{q\pi y}{b} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 ϵ_p 는 다음과 같이 정의한다.

$$\epsilon_p = \begin{cases} 1, & p=0 \\ \frac{1}{2}, & p \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

식(9)의 양변에 $\cos \frac{m\pi(y-b_1)}{b_2}$ 을 곱하고, 이를 $b \leq y \leq b_1 + b_2$ 구간에 대해 적분하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\tan(k_{1m}a_1)}{k_{1m}} \int_{b_1}^{b_1+b_2} E_g(y) \cos \frac{p\pi(y-b_1)}{b_2} dy \\ & = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\cot k_{2q}(a-a_1)}{\epsilon_q k_{2q} b} L_{mq} \int_{b_1}^{b_1+b_2} E_g(y) \cos \frac{q\pi y}{b} dy \\ & , \text{ for } m=0, 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 L_{mq} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} L_{mq} &= \int_{b_1}^{b_1+b_2} \cos \frac{m\pi(y-b_1)}{b_2} \cdot \cos \frac{q\pi y}{b} dy \quad (12) \\ &= \begin{cases} b_2, & m=q=0 \\ 0, & m \neq 0, q=0 \\ \frac{b}{q\pi} \left[\sin \frac{q\pi(b_1+b_2)}{b} - \sin \frac{q\pi b_1}{b} \right], & m=0, q \neq 0 \\ \frac{q\pi}{\left(\frac{m\pi}{b_2}\right)^2 - \left(\frac{q\pi}{b}\right)^2} \left[\sin \frac{q\pi b_1}{b} - (-1)^m \sin \frac{q\pi(b_1+b_2)}{b} \right], & m \neq 0, q \neq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

III. TE₁₀ 모드의 단면전파상수 및 특성 임피던스

식(11)에서 $E_g(y)$ 를 다음과 같은 급수전개로 표시한다고 하자.

$$E_g(y) = \sum_{n=0}^N c_n \cos \frac{n\pi(y-b_1)}{b_2}, \text{ for } b_1 \leq y \leq b_1 + b_2 \quad (13)$$

식(13)을 식(11)에 대입하여 적분하면 다음과 같은 행렬식으로 표시할 수 있다.

$$[H_{mn}(k_r)] \vec{c}_n = 0 \quad (14)$$

여기서 $[H_{mn}]$ 은 $(N+1) \times (N+1)$ 행렬로 (m, n) 번째 요소 $H_{mn}(k_r)$ 는 도파관 단면의 전파상수 k_r 의 함수로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H_{mn}(k_r) = \delta_{mn} \frac{\tan\left(\sqrt{k_r^2 - \left(\frac{m\pi}{b_2}\right)^2} a_1\right)}{\sqrt{k_r^2 - \left(\frac{m\pi}{b_2}\right)^2}} \epsilon_m b_2 - \sum_{q=0}^{\infty} \frac{\cot\left(\sqrt{k_r^2 - \left(\frac{q\pi}{b_2}\right)^2} (a-a_1)\right)}{\epsilon_q \sqrt{k_r^2 - \left(\frac{q\pi}{b_2}\right)^2} b} L_{mq} L_{nq} \quad (15)$$

여기서 δ_{mn} 은 Kronecker delta 함수로 다음과 같이 정의한다.

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1 & , m=n \\ 0 & , m \neq n \end{cases} \quad (16)$$

그리고 식(14)에서 \vec{c} 는 $(N+1)$ 벡터로 각 요소인 c_0, c_1, \dots, c_N 은 식(13)에서 정의한 것처럼 $E_x(y)$ 의 급수전개의 계수를 의미한다.

식(13)의 행렬식의 의미에 대해 살펴보자. 일반적으로 도파관 내의 모우드는 도파관 단면이 공진(resonance)조건을 만족한다. 따라서 도파관 내의 모우드는 인가 전원이 없더라도 전개 모우드의 계수가 값을 갖게 된다. 그런데 식(13)에서 벡터 \vec{c} 는 $x=a_1$ 에서의 y 방향 성분 전계를 모우드로 전개시의 계수들을 의미한다. 따라서 도파관 모우드가 되기 위해서는 행렬 $[H_{mn}]$ 은 k_r 에 대한 함수 $F(k_r)$ 로 표현하면 다음 식을 만족해야 한다.

$$F(k_r) = \det[H_{mn}(k_r)] = 0 \quad (17)$$

따라서 식(17)을 만족하는 k_r 를 $k_{r1}, k_{r2}, k_{r3} \dots$ 로 나타낸다고 하자. 이때 $k_{r1} < k_{r2} < k_{r3} < \dots$ 의 관계가 있다고 하면, 식(17)을 만족하는 k_r 중에서 최소값 k_{r1} 이 TE_{10} 모우드의 단면전파상수이다. 그리고 k_{r2} 와 k_{r3} 는 모두 고차 모우드의 단면전파상수를 나타낸다.

다음에는 기본 전파모우드인 TE_{10} 모우드의 특성 임피던스를 구하기로 한다. 식(14)에서 $k=k_{r1}$ 일 경우 \vec{c}_n 을 구하는 것은 식(14)의 고유벡터(eigenvector)를 구하는 것과 같다. 먼저 $c_0=1$ 으로 취하여 나머지 c_1, c_2, \dots, c_N 을 식(14)를 이용하여 행렬 역변환(matrix inversion)으로부터 구하면 된다. \vec{c}_n 을 구하면, 이를 식(13)에 대입하여 $x=a_1$ 에서의 y 성분 전계 $E_x(y)$ 를 알 수 있다. 따라서 이를 식(1)과 (2)에 대입하면 계수 A_p 와 B_q 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A_p = -\frac{c_p}{k_{1p} \cos k_{1p} a_1}, \text{ for } p=0, 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

$$B_q = -\frac{\sum_{n=0}^N c_n L_{nq}}{\epsilon_q k_{2q} b \sin k_{2q} (a-a_1)}, \quad \text{for } q=0, 1, 2, \dots, \infty \quad (19)$$

그리고 [그림 1]의 ridge 도파관 내에서의 TE_{10} 모우드의 전압을 구하기로 한다. 먼저 $x=0$ 상의 평면에서 $y=b_1+b_2$ 로부터 $y=b_1$ 까지에 걸리는 전압을 V 라고 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$V = -\int_{b_1+b_2}^{b_1} j_0 \cdot \vec{e}_n(0, y) dy = -c_0 \frac{b_2}{\cos(k_r a_1)} \quad (20)$$

다음 도파관 단면내에서 TE_{10} 모우드의 전력 P 를 다음과 같이 계산하자.

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{2} \int_{\text{평면영역}} [\vec{e}_r(x,y) \times \vec{h}_r(x,y)] \cdot \hat{z}_0 dx dy \\
&= \frac{1}{Z_{10}} \int_S \vec{e}_r(x,y) \cdot \vec{e}_r(x,y) dx dy \\
&= \frac{\sqrt{k_0^2 - k_{T1}^2}}{\omega \mu_0} W
\end{aligned} \quad (21)$$

여기서

$$\begin{aligned}
W &= \frac{c_0^2}{\cos^2 k_{T1} a_1} b_2 \left[\frac{a_1}{2} + \frac{\sin 2k_{T1} a_1}{4k_{T1}} \right] \\
&+ \sum_{p=1}^N c_p^2 \frac{\epsilon_p b_2}{k_{1p}^2 \cos^2 k_{1p} a_1} \left[k_{T1}^2 \frac{a_1}{2} + \right. \\
&\quad \left. (2k_{1p}^2 - k_{T1}^2) \frac{\sin 2k_{1p} a_1}{4k_{1p}} \right] \\
&+ \sum_{q=1}^Q \left[\frac{\sum_{n=0}^N c_n L_{nq}}{\epsilon_q k_{2q} b \sin k_{2q} (a - a_1)} \right]^2 \\
&\times \epsilon_q b \left[k_{T1}^2 \frac{a - a_1}{2} - (2k_{2q}^2 - k_{T1}^2) \right. \\
&\quad \left. \frac{\sin 2k_{2q} (a - a_1)}{4k_{2q}} \right]
\end{aligned} \quad (22)$$

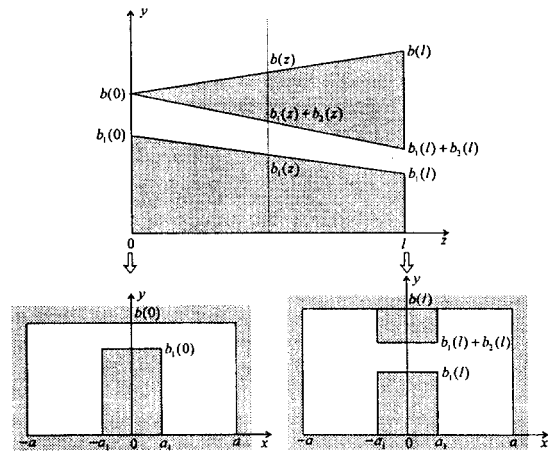
TE_{10} 모우드의 특성 임피던스 Z_{10} 은 TE_{10} 모우드에서 구한 전압 V 와 전력 P 로부터 다음과 같이 구할 수 있다[4].

$$\begin{aligned}
Z_{10} &= \frac{V^2}{2P} \\
&= \frac{\omega \mu_0}{\sqrt{k_0^2 - k_{T1}^2}} \frac{1}{2W} \frac{c_0^2 b_2^2}{\cos^2 k_{T1} a_1}
\end{aligned} \quad (23)$$

IV. 비균일 ridge 도파관의 입력 임피던스

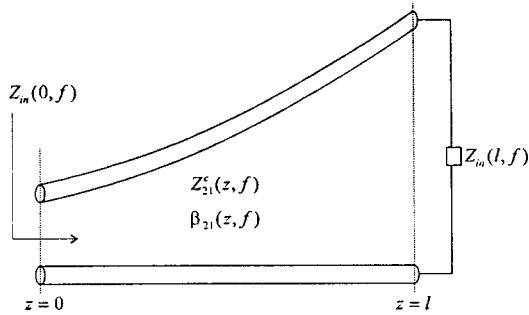
본 논문에서 다루는 비균일 ridge 구형 도파관의 x 방향 길이 $2a$ 와 내부에 삽입된 ridge의 x 방향 길이 $2a_1$ 은 일정하고, 다만 도파관의 y 방향 길이와 삽입된 ridge의 y 방향 구조는 z 방향으로 선형적으로 변한다고 한다. 도파관 좌측 종단면, 즉 $z=0$ 지점에서는 단일 ridge로 높이가 $b_1(0)$ 이고, 도파관의 y 방향 크기는 $b(0)$ 이라고 한다. 그리고 우측 종단면, 즉 $z=l$ 에는 도파관의 y 방향 크기는 $b(l)$ 이고, 이중 ridge의 하부와 상부 ridge간의 폭은 $b_2(l)$ 이며, 하부 ridge의 높이는 $b_1(l)$ 이라고 한다. 이러한 양단의 ridge 도파관 구조를 선형적으로 연결하는 taper된 ridge 도파관의 $x=0$ 평면상의 단면구조는 [그림 2]와 같다.

[그림 2]와 같은 비균일 도파관으로 전송되는 것은 기본 모우드인 TE_{10} 모우드만이 가능하도록 구조를 정하기 때문에 TE_{10} 모우드에 대한 비균일 전송선을 등가적으로 만들면 [그림 3]과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 $Z_{10}(z, f)$ 는 주파수 f 일 경우 임의의 z 위치에서의 TE_{10} 모우드의 특성 임피던스를 의



[그림 2] 비균일 ridge 구형도파관의 구조

[Fig. 2] Geometry of a nonuniformly ridged rectangular waveguide.



[그림 3] 비균일 ridge 구형도파관의 TE₁₀ 모드에 대해 등가적인 비균일 전송선
 [Fig. 3] Nonuniform transmission line equivalent to the TE₁₀ mode of the nonuniformly ridged rectangular waveguide.

미하고, $\beta_{21}(z, f)$ 는 주파수 f 일 경우 임의의 z 위치에서의 TE₁₀ 모우드의 z 방향 전파상수를 나타낸다. 이 경우 $Z_m(l, f)$ 는 $z=l$ 에서 부하측을 들여다 본 입력 임피던스로 마치 ridge 도파관의 TE₁₀ 모우드 전송선의 단말 부하처럼 생각하면 된다. 편의상 ridge 도파관의 우측 단말에 연결된 부하의 임피던스는 다음과 같이 두기로 한다.

$$Z_m(l, f) = A Z_{10}(l, f) \tag{24}$$

여기서 A 는 임의의 상수로 단말부하의 임피던스 정합특성을 나타낸다.

본 논문에서의 관심은 $z=0$, 즉 ridge 도파관의 좌측 단말에서 ridge 도파관 쪽을 들여다 본 입력 임피던스 $Z_m(0, f)$ 를 구하는 일이다. 비균일 전송선의 입력 임피던스를 해석적인 방법으로 구할 수 있는 경우는 전송선의 특성 임피던스가 거리 z 에 따라 지수함수, cosine 자승함수, 포물선 함수 등과 같은 특수한 비균일 함수형태로 주어질 경우만 가능하다[7]. 따라서 비균일 전송선의 전체길이 l 을 N 개로 등분하고, 각각 전체길이의 $1/N$ 인 소구간을 [그림 4]와 같이 균일 전송선으로 등가적으로

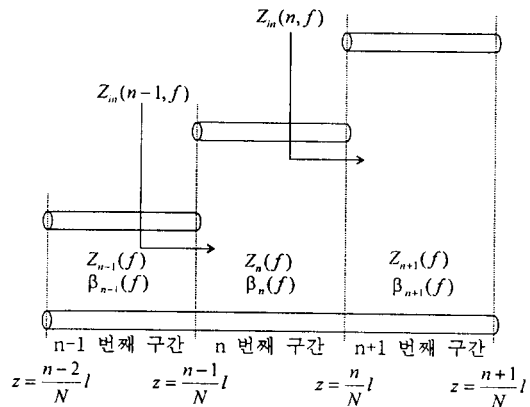
바꾼다. 즉 n 번째 구간인 $(n-1)l/N \leq z \leq nl/N$ 에서는 특성 임피던스 $Z_n(f)$ 와 전파상수 $\beta_n(f)$ 를 근사적으로 다음과 같다고 둔다.

$$Z_n(f) = Z_{10}^c(nl/N, f) \tag{25}$$

$$\beta_n(f) = \beta_{21}(nl/N, f) = \sqrt{k_0^2 - k_{T_1}^2(nl/N, f)} \tag{26}$$

[그림 4]에서 n 번째 구간에 있는 균일 전송선의 $z=nl/N$ 지점인 우측단말의 부하를 $Z_m(n, f)$ 라고 한다면, 좌측 단말인 $z=(n-1)l/N$ 에서 우측으로 들여다 본 입력 임피던스 $Z_m(n-1, f)$ 는 다음과 같다[6].

$$Z_m(n-1, f) = Z_n(f) \frac{Z_n(n, f) + jZ_n(f) \tan \frac{\beta_n(f)l}{N}}{Z_n(f) + jZ_m(n, f) \tan \frac{\beta_n(f)l}{N}} \tag{27}$$



[그림 4] 비균일 전송선을 N 개의 부분적인 균일 전송선 구간으로 분할

[Fig. 4] Discretization of the nonuniform transmission line into N number of piecewise uniform transmission line sections.

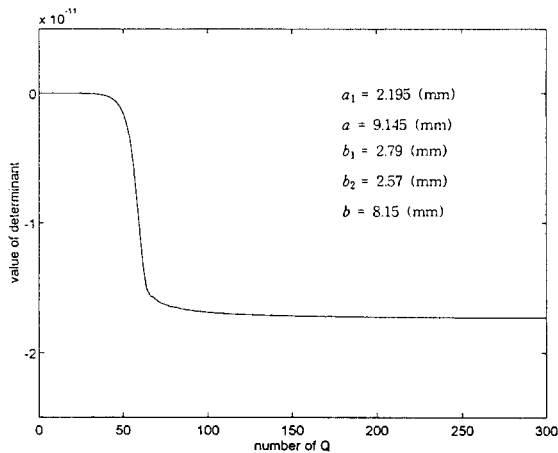
따라서 입력 임피던스 $Z_m(0, f)$ 는 식(27)을 $n=N$ 에 서부터 $n=0$ 일 때까지 반복적으로 적용함으로써 계 산 가능하다.

V. 수치계산 및 검토

수치계산을 위한 비균일 ridge 도파관의 기본구 조는 [그림 2]에서 $z=0$ 인 좌측 종단면은 $a_1=2.195, a=9.145, b_1=6.16, b_2=0.561, b=6.721$ mm 인 단일 ridge 구조를 갖는다고 하고, $z=l$ 인 우측 종단면은 $a_1=2.195, a=9.145, b_1=2.79, b_2=2.57, b=8.15$ mm인 이중 ridge 도파관이라고 둔다. 이 때 도파관의 축방향 길이 l 을 65 mm로 취하였다.

먼저 [그림 2]의 $z=l$ 인 이중 ridge 도파관 단면 에서의 단면전파상수를 수치계산하였다. 식(14)의 $(N+1) \times (N+1)$ 인 행렬 $[H_{mn}(k_r)]$ 의 각 요소들은 식(15)로 주어지는데, q 를 0부터 무한대까지 더할 수 없으므로 이를 Q 까지 제한해야 한다.

$N=19, k_r=100$ rad/m일 경우 식(17)의 $\det [H_{mn}(k_r)]$ 는 Q 가 100 이상이면 일정한 값으로 수렴함을 [그림 5]에서 볼 수 있다. 그리고 Q 를 500

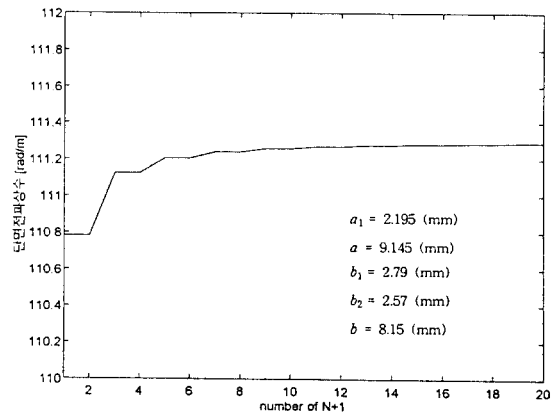


[그림 5] $N=19, k_r=100$ rad/m일 경우 $\det [H_{mn}(k_r)]$ 의 수렴에 미치는 Q 의 영향

[Fig. 5] Effects of Q on the convergence of $\det [H_{mn}(k_r)]$ for $N=19$ and $k_r=100$ rad/m.

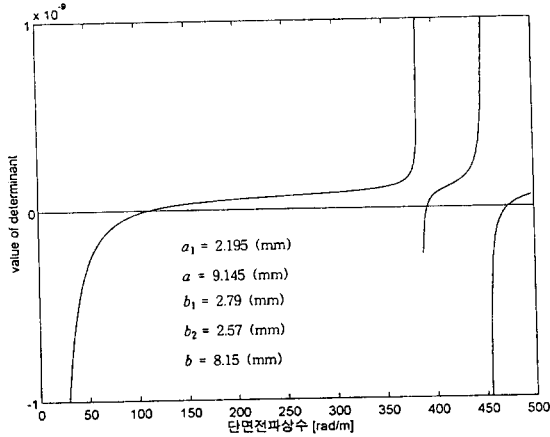
으로 충분히 크게 잡았을 경우 행렬 $[H_{mn}(k_r)]$ 의 크기(rank) N 이 10이상이면 식(17)을 만족하는 단 면전파상수 k_r 의 최소값 k_{r1} 은 111.28 rad/m로 수렴함을 [그림 6]에 보였다.

이러한 이중 ridge 도파관의 단면에서 $N=19, Q=500$ 으로 두고, 식(17)의 $\det [H_{mn}(k_r)]$ 를 k_r 에 대해 그린 것이 [그림 7]이다. [그림 7]에 의하면 식(17)를 만족하는 k_r 중에서 낮은 값 순으로 첫번째인 k_{r1} 은 111.28 rad/m로 TE_{10} 모우드의 단면전 파상수를 의미한다. 두번째 값인 k_{r2} 는 391.90 rad/m이고, 세번째 단면전파상수 k_{r3} 는 473.64 rad/m임을 볼 수 있다. 그런데 자유공간에서 6~18 GHz 대에서의 전파상수의 최소값 k_{\min} 와 최대값 k_{\max} 는 각각 125.6 rad/m와 376.8 rad/m이다. 따라서 도파관 방향인 z 방향으로 전파 가능한 모우드는 단지 $k_{r1}=111.28$ rad/m인 TE_{10} 모우드이고, 나머지 모우드들은 모두 z 방향 전파상수가 허 수가 되어 전파가 불가능하다. 이러한 전파 가능한 TE_{10} 모우드의 특성 임피던스를 6~18 GHz에 대해 그린 것이 [그림 8]인데, 대체적으로 주파수가 커질수록 임피던스는 낮아지는 경향이 있음을 볼 수 있다. 즉 주파수가 6 GHz에서 특성 임피던스는

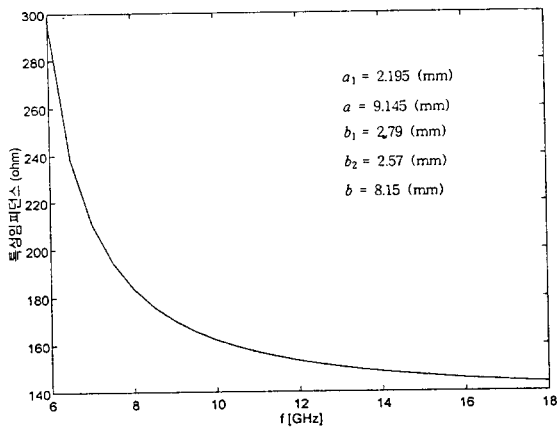


[그림 6] $Q=500$ 일 경우 k_{r1} 의 수렴에 미치는 N 의 영향

[Fig. 6] Effects of N on the convergence of k_{r1} for $Q=500$.



[그림 7] 이중 ridge 도파관의 단면에서 $N=19, Q=500$ 일 때 k_r 에 대한 $\det [H_{nm}(k_r)]$ 의 변화
 [Fig. 7] Variation of $\det [H_{nm}(k_r)]$ according to k_r on the cross-section of the double ridged waveguide for $N=19$ and $Q=500$.

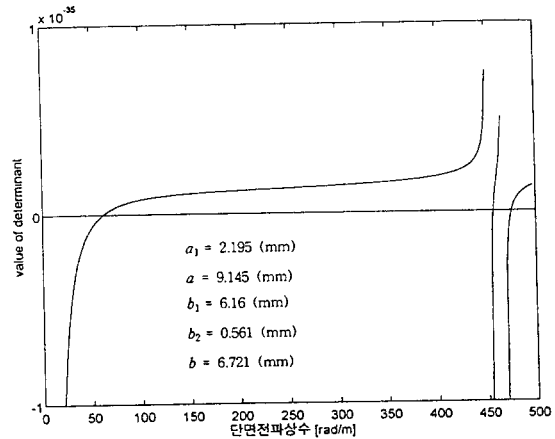


[그림 8] 이중 ridge 도파관 단면에서 TE_{10} 모우드에 대한 특성 임피던스의 주파수 반응
 [Fig. 8] Frequency response of the characteristic impedances of TE_{10} mode on the cross-section of the double ridged waveguide.

약 295 Ω 이지만 중심 주파수인 12 GHz에서는 약

153 Ω 으로 낮아지고 결국 18 GHz에서는 약 144 Ω 이 되었다.

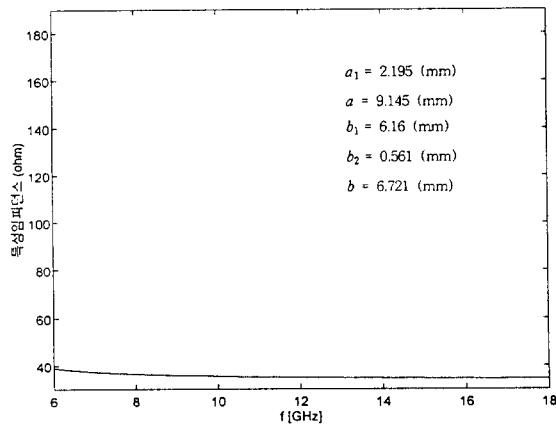
마찬가지로 좌측 단말의 단일 ridge 도파관 단면에서 $N=19, Q=500$ 일 경우 단면전파상수는 [그림 9]로부터 $k_{r1}=61.66$ rad/m, $k_{r2}=456.107$ rad/m, $k_{r1}=474.877$ rad/m로 실제 전파 가능한 모우드는 단면전파상수 $k_{r1}=61.66$ rad/m인 TE_{10} 모우드 뿐임을 알 수 있다. 전파 가능한 모우드가 단지 TE_{10} 모우드 뿐일 경우 [그림 7]의 이중 ridge 도파관은 주파수 $f=5.3\sim 18.7$ GHz 범위에서 사용 가능하지만, [그림 9]의 단일 ridge 도파관은 $f=2.95\sim 21.8$ GHz로 주파수 대역이 약 40% 정도 늘어난다. 따라서 광대역 특성을 요구하는 경우는 단일 ridge 도파관을 사용하는 것이 좋을 수 있다. [그림 10]은 단일 ridge 도파관에서 TE_{10} 모우드의 특성 임피던스를 주파수에 대해 그린 것으로 주파수 6~18 GHz에서 거의 일정한 특성 임피던스를 갖음을 보여준다. [그림 8]에서는 특성 임피던스가 6 GHz시 295 Ω 에서 18 GHz시 144 Ω 으로 약 50%



[그림 9] 단일 ridge 도파관의 단면에서 $N=19, Q=500$ 일 때 k_r 에 대한 $\det [H_{nm}(k_r)]$ 의 변화
 [Fig. 9] Variation of $\det [H_{nm}(k_r)]$ according to k_r on the cross-section of the single ridged rectangular waveguide for $N=19$ and $Q=500$.

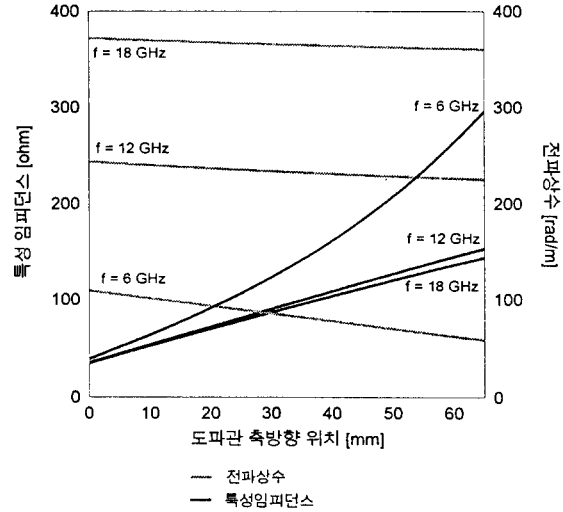
감소한다. 그러나 [그림 10]과 같이 주파수가 6 GHz에서 18 GHz로 증가해도 두번째 계산예인 단일 ridge 도파관에서는 특성 임피던스는 48 Ω에서 45 Ω 정도로 변해 겨우 약 6% 감소하는데 그친다. 그런데 TEM 모드만을 전파시키는 동축선과 같은 전송선 구조는 주파수에 상관없이 일정한 특성 임피던스를 갖게 된다. 따라서 이러한 전송선과 ridge 도파관을 접속하는 광대역에서 좋은 임피던스 정합특성을 갖기 위해서는 단일 ridge 도파관을 사용하는 것이 좋을 수 있다.

다음에는 [그림 2]와 같이 z방향으로 비균일한 ridge 도파관의 입력 임피던스를 구하기로 한다. 이를 위해 먼저 기본구조에서 주파수가 6, 12, 18 GHz일 경우 특성 임피던스 $Z_{21}(z, f)$ 와 z방향 전파상수 $\beta_{21}(z, f)$ 를 구하였다. [그림 11]에서 6 GHz일 경우 특성 임피던스는 단일 ridge 도파관이 있는 $z=0$ mm에서 48 Ω이고, 점차 이중 ridge 도파관으로 변하면서 특성 임피던스는 증가하여 $z=65$ mm에서는 295 Ω까지 됨을 볼 수 있다. 그러나 z방향 전파상수는 이와는 반대로 단일 ridge 도파관에서는 약 110 rad/m 이지만 이중 ridge 도파관으로



[그림 10] 단일 ridge 도파관 단면에서 TE₁₀모우드에 대한 특성 임피던스의 주파수 반응

[Fig. 10] Frequency response of the characteristic impedances of TE₁₀ mode on the cross-section of the single ridged waveguide.



[그림 11] 비균일 ridge 도파관의 축방향 위치에 따른 TE₁₀ 모우드의 단면전파상수 및 특성 임피던스 (f=6, 12, 및 18 GHz)

[Fig. 11] Transverse propagation constants and characteristic impedances of TE₁₀ mode according to the axial position in the nonuniformly ridged waveguide (f=6, 12, and 18 GHz).

변하면 점차 감소하여 결국 최종단에서는 60 rad/m 이하가 됨을 볼 수 있다. 이러한 특성 임피던스와 z방향 전파상수의 특성은 주파수가 바뀌어도 동일하며, 다만 주파수가 커질수록 전파상수 값은 커지며, 특성임피던스는 줄어듦을 볼 수 있다.

이러한 비균일 ridge 도파관의 길이 $l = 65$ mm를 균일한 간격 0.5 mm을 갖는 총 130 구간으로 나눈 다음, 식(27)을 이용하여 $Z_m(0, f)$ 를 수치계산하였다. 이때 $z = l$ 의 부하는 식(24)와 같다고 하였는데, 여기서 상수 A가 변할 때 주파수 $f = 6, 12, 18$ GHz에서 $Z_m(0, f)$ 에 미치는 영향을 <표 1>에 보였다. <표 1>에 의하면 우측 단말부하의 임피던스 정합특성이 변하면 좌측 단말에서의 입력 임피던스는 변하지만, 같은 정합조건하에서는 6~18

<표 1> 임의의 부하가 달린 비균일 ridge 도파관의 입력 임피던스

<Table 1> Input impedance of nonlinearly ridged waveguide terminated by arbitrary load

부하임피던스 [Ω]	주파수 (GHz)	입력임피던스[Ω]	
		실수부	허수부
0.25 Z_N	6	9.12	-0.78
	12	8.91	1.84
	18	8.85	0.66
0.5 Z_N	6	18.23	-1.55
	12	17.83	3.69
	18	17.69	1.32
Z_N	6	36.47	-3.10
	12	35.66	7.38
	18	35.39	2.64
2 Z_N	6	72.94	-6.21
	12	71.32	14.75
	18	70.78	5.29
4 Z_N	6	145.88	-12.47
	12	142.64	29.50
	18	141.56	10.57

GHz의 모든 주파수에서 입력 임피던스가 거의 동일함을 볼 수 있다.

VI. 결 론

본 논문에서는 주파수 6~18 GHz에서 TE_{10} 모드만이 전파 가능하도록 하는 ridge 구형 도파관을 단면공진법에 의거하여 모우드로 해석하고, 이를 이용하여 단면전파상수 및 TE_{10} 모우드의 특성 임피던스를 구하였다. 수치계산한 결과 단일 ridge 도파관에서는 주파수 6~18 GHz에서 TE_{10} 모우드의 특성 임피던스를 거의 일정하게 50Ω 근방이 되게 할 수 있음을 보였다.

그리고 도파방향에 대해 선형으로 taper된 ridge 구형 도파관 양단의 단면이 각각 단일 및 이중

ridge 형태인 경우 이를 TE_{10} 모우드에 대한 비균일 전송선으로 바꾸어 입력 임피던스를 수치계산으로 구하였다. 단일 ridge 도파관이 있는 종단면에서 들여다 본 입력 임피던스는 주파수 6~18 GHz에서 거의 일정한 값을 가질 수 있음을 보였으며, 다만 반대편 단말부하의 변화에 거의 비례하여 입력 임피던스가 변함을 확인하였다.

비균일 ridge 구형도파관은 광대역 특성을 요구하는 안테나의 feeder로 많이 사용되는데, 이러한 광대역 안테나 feeder 설계에 필요한 모든 자료를 본 논문의 해석결과로부터 얻을 수 있음을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] S. B. Cohn, "Properties of ridge wave guide," *Proc. IRE*, vol. 35, pp. 783-788, Aug. 1947.
- [2] S. Hofer, "The design of ridged waveguides," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-3, pp. 20-29, Oct. 1955.
- [3] J. R. Pyle, "The cutoff wavelength of the TE_{10} mode in ridged rectangular waveguide of any aspect ratio," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-14, no. 4, pp. 175-183, 1966.
- [4] J. P. Montgomery, "On the complete eigenvalue solution of ridged waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-19, no. 6, pp. 547-555, 1971.
- [5] Y. Utsumi, "Variational analysis of ridged waveguide modes," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-33, no. 2, pp. 111-120, 1985.
- [6] R. W. Klopfenstein, "The optimum tapered transmission line matching section," *Proc. IRE*, vol. 44, pp. 31-35, 1956.
- [7] M. J. Ahmed, "Impedance transformation equations for exponential, cosine-squared,

and parabolic tapered transmission lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-29, no. 1 pp. 67-68, 1987.

[8] S. Ramo, J. R. Whinnery, and T. V. Duzer, *Fields and Waves in Communication Electronics*. Wiley: New York, 1984, ch. 9.

김 세 윤

1974년 3월~1978년 2월 : 서울대학교 전기공학과(학사)
1978년 3월~1980년 2월 : KAIST 전기 및 전자공학과(석사)
1980년 3월~1984년 8월 : KAIST 전기 및 전자공학과(박사)
1984년 9월~1986년 11월 : KAIST 전기 및 전자공학과
(Post-doctor)
1986년 12월~현재 : KAIST 정보전자연구부 선임연구원, 책임
연구원
[주 관심분야] 파동의 회절 및 복사, 전자파 Imaging, 안테나
설계, EMI /EMC

박 중 국

1991년 3월~1995년 2월 : 서울대학교 전자공학과(학사)
1995년 3월~현재 : 서울대학교 전자공학과 석사과정
[주 관심분야] 마이크로웨이브 공학, 전자파 수치해석

김 상 욱

1989년 3월~1993년 2월 : 경희대학교 전자공학과(학사)
1993년 3월~1995년 2월 : 경희대학교 전자공학과(석사)
1995년 3월~현재 : KAIST 정보전자연구부 연구원
[주 관심분야] VLSI 설계, 이동통신, 레이더 신호처리