

# 압전체 기관에서 에너지 포획된 두께전단진동의 변위분포

논문  
9-9-11

## Particle Displacement Distributions of Energy-trapped Thickness Shear Vibrations in the Piezoelectric Substrate

이개명\*  
(Gae-Myoung Lee)

### Abstract

Particle displacement distributions of the fundamental thickness shear vibration mode and overtone modes in an energy-trapped single resonator and an energy-trapped double acoustically coupled filter were calculated. The effects of the width of a pair of partial electrodes and the magnitude of the plate back of the resonator on the particle displacement distributions of its symmetric vibration mode and anti-symmetric vibration mode were investigated. And the effects of the width of a pair of partial electrodes, the width of the gap between two pairs of partial electrodes and the magnitude of the plate back of the filter on the particle displacement distributions of its symmetric vibration mode and anti-symmetric vibration mode were investigated.

**Key word(중요용어)** : Vibration displacement distribution(진동변위분포), Energy-trapping(에너지포획), Double-coupling(이중결합), Piezoelectric device(압전소자)

### 1. 서론

대부분의 압전체의 두께진동을 사용하는 필터나 공진자와 같은 주파수 소자는 에너지포획 효과를 이용하고 있다.

1960년대 초반 R. Bechmann이 최초로 에너지 포획형 공진자 구조의 핵심인 부분전극(Partial electrode)을 채택하여 공진자를 만들었다<sup>1)</sup>. 이 형태의 공진자에 대한 이론적인 고찰은 W. Shockley 등이 차단주파수의 개념을 사용하여 무한 크기의 기관에 대해 행하였고, 또 수정 기관을 사용하여 에너지 포획형 공진자를 구성하였다.<sup>2)</sup> Onoe 등은 유한 크기의 기관에 대해 이론적 해석을 행하였으며, 에너지 포획 모드 간의 결합을 이용한 이중결합 필터(Double-coupled filter)를 제안하였다.<sup>3)</sup> 그 후 에너지 포획형 공진자와 필터에 대한 각종 등가회로가 제시되었고,<sup>4),5),6)</sup> 재료적인 면과 탄성학적

인 면에서 고찰이 이루어 졌으며,<sup>7),8)</sup> 등가회로 해석과 소자 설계에 관한 연구가 계속되었다.<sup>9),10),11)</sup>

국내에서는 1978년 부터 초보적인 에너지 포획형 압전세라믹 필터의 제작에 관한 연구가 시작되었으며<sup>12),13)</sup> 그 후 파동해석적인 이론에 근거한 설계와 제작이 시도되었고<sup>14)</sup>, 본 저자에 의하여 등가회로에 의한 설계와 제작이 보고되었다<sup>15)</sup>.

본 연구에서는 에너지 포획된 두께 전단 진동(Thickness shear vibration)에 대해 파동방정식을 풀어 변위 분포를 구하여 진동 형태에 대해 보다 명확한 이해를 얻고자 시도하였으며, 에너지 포획된 공진자와 이중탄성 결합 필터의 주파수 저하량(영어:Plate back, 일어:周波數低下量), 부분전극의 폭, 부분전극 간의 간격이 진동 형태에 미치는 영향을 조사하였다. 파동방정식을 푸는 과정에서 Onoe<sup>3)</sup>와 G.Szentirmai<sup>16)</sup>의 해석 방법을 참고하여 보다 물리적인 의미를 충실히 나타내는 진동 변위 식과 보다 간단한 전개 과정을 취하는 경계조건을 제안하여 사용하였다.

본 연구를 통해 에너지 포획형 공진자와 필터의 진동 현상에 대한 직접적인 물리량인 변위 분포를

\* : 제주대학교 공대 전기공학과  
접수일자 : 1996년 9 월 30일  
심사완료 : 1996년 11월 23일

얻을 수 있으므로, 에너지 포획 현상을 좀 더 명확하게 이해할 수 있게 되고, 또 에너지 포획 형 소자의 설계와 실험 결과의 해석에 크게 도움이 되리라 생각한다.

## 2. 에너지 포획형 공진자와 이중결합 필터의 파동학적인 해석

본 장에서는 압전체 기관의 두께진단진동을 이용하는 에너지 포획 공진자와 에너지 포획 공진자 간의 탄성결합을 이용하는 이중결합 필터에 대한 물리적인 모델을 설정하고, 모델의 주어진 경계조건 하에서 파동방정식을 풀어 변위분포로 주어지는 해를 구하는 과정을 기술한다.

### 1. 에너지 포획

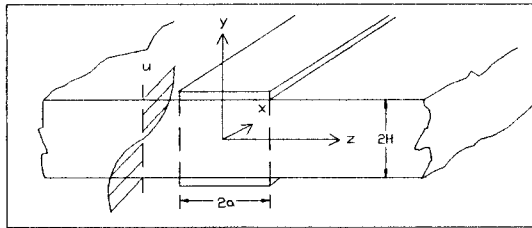


그림 1. 두께진단진동을 이용하는 무한 평판의 에너지포획형 공진자의 구조

Fig. 1. The structure of an energy trapped resonator using thickness shear vibration whose substrate is infinite

그림1은 무한 크기의 기관에  $x$ 방향으로 무한한 쌍의 띠 전극을 갖는 에너지 포획 공진자를 나타낸 것이다. 입자의 변위( Particle displacement)의 방향이  $z$ 방향인 두께진단진동을 고려하고 있다. 입자의 변위 분포를 구하기 위해 경계조건을 갖는 파동방정식을 풀어야 하므로, 먼저  $z$ 방향의 각 구간별로 파동방정식을 세우면,

$$\begin{aligned} \nabla^2 u_e &= \left(\frac{1}{v_e^2}\right) \frac{\partial^2 u_e}{\partial t^2} \quad ; |z| \leq a \quad (1) \\ \nabla^2 u_s &= \left(\frac{1}{v_s^2}\right) \frac{\partial^2 u_s}{\partial t^2} \quad ; |z| > a \end{aligned}$$

이 된다. 여기서  $u$ 는 입자의  $x$ 방향 변위이며,  $v$ 는 파의 속도이다. 첨자 "e"는 전극(electrode) 부분을, 첨자 "s"는 주변(surrounding) 부분의 물리량임을 나타낸다. 또  $\nabla^2$ 는 연산자로, 다음처럼 정의

되어 있다.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2)$$

경계조건은 다음 2가지이다. 첫째로,  $x$ 방향으로의 띠 전극은 무한대이므로,  $x$ 방향으로는 정재파가 형성되지 않는다. 따라서,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

이며, 둘째로  $y = \pm H$ 인 표면에서 법선 방향으로 스트레스(Stress)가 없기 때문에, 다음 조건이 얻어진다.

$$\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\pm H} = 0 \quad (4)$$

식(3), 식(4)의 조건으로 인해, 해를 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$u_n = \sin \beta_n y (A^* e^{-j\alpha_n z} + B^* e^{j\alpha_n z}) e^{j\omega t} \quad (5)$$

여기서  $\beta_n$ ,  $\alpha_n$ 은 각각  $y$ 방향과  $z$ 방향의 전파상수이며,

$$\beta_n = \frac{n\pi}{2H}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (6)$$

로 주어진다.  $n$ 은 두께 방향의 진동 차수이다. 식(5)를 식(1)에 대입하면

$$\begin{aligned} \alpha_n^2 &= \frac{\omega^2}{v_e^2} - \beta_n^2 \quad ; |z| \leq a \quad (7) \\ \alpha_n^2 &= \frac{\omega^2}{v_s^2} - \beta_n^2 \quad ; |z| > a \end{aligned}$$

이 얻어진다.

식 (7)은 각 영역에서의 전파상수에 관한 식으로, 이 식을 자세히 검토해 보자.  $v = \lambda f$ 이며, 각 영역에서의 두께 방향으로 기본 진동의 파장  $\lambda$ 는 전극의 두께를 무시하면  $\lambda = 4H$ 로 같게 된다. 따라서  $v_e$ 와  $v_s$ 는

$$\begin{aligned} v_e &= 4Hf_0 \\ v_s &= 4Hf_0' \end{aligned} \quad (8)$$

로 주어진다. 여기서  $f_0$ 와  $f_0'$ 는 각각 전극이 도포된 경우와 전극이 없는 경우의 기본 고유 공진 주파수이며, 에너지 포획 공진자의 전극 밑부분과 주변 부분의 차단주파수가 된다. 식(6), 식(8),  $\omega = 2\pi f$ 를 식(7)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{2H} \sqrt{\left(\frac{f}{nf_0}\right)^2 - 1} \quad ; \quad |z| \leq a \quad (9)$$

$$\alpha_n = \frac{n\pi}{2H} \sqrt{\left(\frac{f}{nf_0'}\right)^2 - 1} \quad ; \quad |z| > a$$

또

$$v_e = \sqrt{c_{44}^D / \rho_e} \quad (10)$$

$$v_s = \sqrt{c_{44}^D / \rho_s}$$

로 정의되어 있다<sup>(6)</sup>. 여기서  $\rho_e$ 와  $\rho_s$ 는 각각 전극 영역과 주변 영역의 유효밀도이다. 식(10)을 식(8)에 대입하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$f_0 = \frac{v_e}{4H} = \frac{1}{4H} \sqrt{c_{44}^D / \rho_e} \quad (11)$$

$$f_0' = \frac{v_s}{4H} = \frac{1}{4H} \sqrt{c_{44}^D / \rho_s}$$

식(11)에서 은(Ag)과 같은 무거운 금속을 전극 재료로 사용한다고 하면, 전극의 무게가 시편의 무게 보다 훨씬 무겁기 때문에  $\rho_e > \rho_s$ 가 되고,  $f_0' > f_0$ 이다. 식(9)에서  $nf_0 < f < nf_0'$ 인 탄성파는  $|z| \leq a$ 인 전극 영역에서는 전파상수가 실수이나,  $|z| > a$ 인 주변 영역에서는 허수가 된다. 전파상수,  $\alpha_n$ 이 허수가 되면 식(5)에서 변위는  $z$ 가 증가함에 따라  $\infty$ 가 될 수 없으므로  $A^* = 0$  될 것이며,  $B^* e^{j\alpha_n z}$ 에서는 지수가 음의 실수이므로 지수함수적으로 감쇄할 것이다. 물론 전파상수  $\alpha_n$ 이 실수인 경우는 식(5)에서 지수함수의 지수가 허수가 되므로 감쇄하지 않게 된다. 요약하면  $nf_0 < f < nf_0'$ 인 탄성파는 전극영역에서는 감쇄없이 전파하게 되나, 주변 영역에서는 지수함수적으로 감쇄하게 된다. 이는 경계면에서 탄성파의 반사를 의미하는 것으로 반사된 탄성파는 전극 밑부분 압전체에서 정재파(Standing wave)를 형성하게 된다. 따라서 탄성파의 에너지가 주변 압전체 영역으로 전달되지 않고 전극 밑부분에 포획(Trapping)되었다고 볼 수 있다. 포획되는 탄성파의 공진 주파수는 시편의 주파수상수, 시편의 두께 뿐만 아니라, 전극의 무게와 크기의 영향을 받게 된다.

## 2. 에너지 포획 공진자의 진동 모드

에너지 포획 공진자의 진동 모드를 살펴보자.

식 (5)을 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$u_n = u(z) \sin\left(\frac{n\pi y}{2H}\right) e^{j\omega t} \quad (12)$$

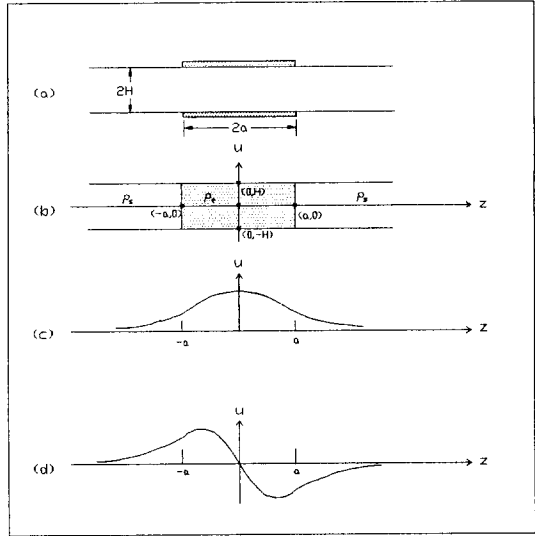


그림 2. (a) 에너지포획형 공진자, (b) 한 쌍의 부분전극에 의해 부과되는 무게의 고려, (c) 기본 대칭모드, (d) 기본 반대칭 모드

Fig. 2. (a) an energy-trapped resonator, (b) the consideration of the mass loaded by a pair of partial electrodes, (c) a fundamental symmetric mode, (d) a fundamental antisymmetric mode

윗 식에서 편의상  $n=1$ , 즉 두께 방향으로의 기본 모드인 경우를 선택하면, 진동 모드는 변위 분포가  $z=0$ 면에 대칭인 진동과  $z=0$ 면에 반대칭인 진동으로 나누어 생각할 수 있다. 전자를 대칭진동(Symmetric mode), 후자를 반대칭 모드(Antisymmetric mode)라 한다. 그림2(c)와 같은 대칭진동(Symmetric vibration)에 대해서 (12)식에서  $u(z)$ 는 각 영역 별로

$$\begin{aligned} u_{I(z)} &= B e^{\gamma(z+a)} & ; & \quad z < -a \\ u_{II(z)} &= A \cos \gamma z & ; & \quad -a \leq z \leq a \\ u_{III(z)} &= B e^{-\gamma(z-a)} & ; & \quad z > a \end{aligned} \quad (13)$$

와 같이 나타낼 수 있고, Fig.2(d)와 같은 반대칭진동(Antisymmetric vibration)에 대해서는

$$\begin{aligned} u_{I(z)} &= Be^{\gamma(z+a)} && ; z < -a \\ u_{II(z)} &= A \sin \gamma z && ; -a \leq z \leq a \\ u_{III(z)} &= -Be^{-\gamma(z-a)} && ; z > a \end{aligned} \quad (14)$$

와 같이 나타낼 수 있다<sup>(3)</sup>. 여기서

$$\gamma = \frac{\pi}{2H} \sqrt{\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 - 1} \quad (15)$$

$$\gamma' = \frac{\pi}{2H} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} \quad (16)$$

이다. 그림2(a)의 공진자가 좌우 대칭이므로 경계 값  $z=\pm a$  중에서  $z=a$ 에서의 경계조건만을 사용한다. 경계조건은

$$u_2(a) = u_3(a) \quad (17)$$

$$\frac{\partial u_2(a)}{\partial z} = \frac{\partial u_3(a)}{\partial z}$$

로 나타내어진다. 대칭진동의 변위식, 식 (13)를 식 (17)에 대입하면

$$\begin{bmatrix} \cos \gamma a & -1 \\ \gamma \sin \gamma a & -\gamma' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

을 얻을 수 있다. A, B가 둘 다 영(零)이 아닌 값으로 존재하기 위해서는 계수 행렬의 행렬식(Determinant)이 영(零)이어야 한다. 이로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\gamma}{\gamma'} \tan \gamma a = 1 \quad (19)$$

마찬가지로 반대칭진동의 변위식, 식 (14)를 식 (17)에 대입하면

$$\begin{bmatrix} \sin \gamma a & 1 \\ \gamma \cos \gamma a & -\gamma' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

을 얻을 수 있고, 대칭진동에서와 같은 경계 조건으로부터

$$\frac{\gamma}{\gamma'} \cot \gamma a = -1 \quad (21)$$

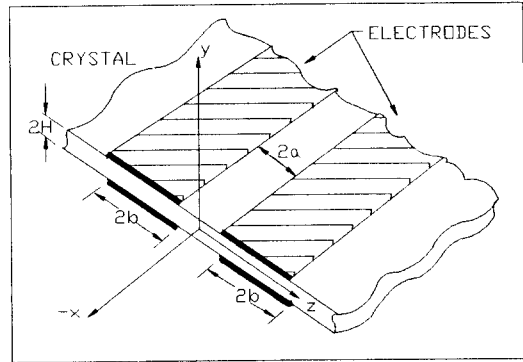
의 조건식을 얻을 수 있다.

식 (19)과 식 (21)의 해를 구하여 각각 식 (18)과 식 (20)에 대입하고 여기서 A, B 값을 결정하여 식(13)과 식(15)에 대입하면 대칭진동과 반대칭진동의 변위 분포를 구할 수 있다.

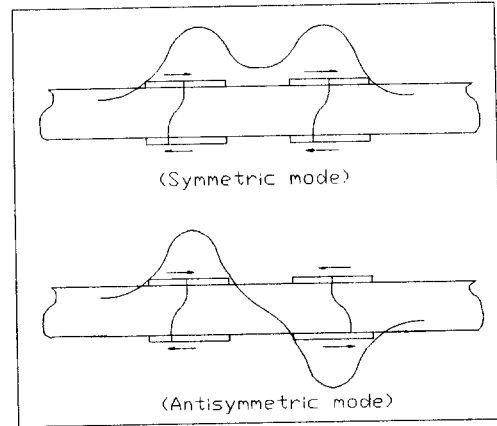
### 3. 이중 결합 필터

두 에너지 포획 모드간의 결합을 이용하는 필터

를 이중결합필터(Double coupled filter)라 한다. 그림3(a)에 나타난 것처럼 하나의 기관 위에 구성된 두 에너지 포획 공진자를 근접시키면 두 공진자의 전극에 의해 여기된 두 탄성파가 충분히 감쇄되지 않고 상호간섭하여 새로운 결합모드가 만들어진다. 생성되는 모드에는 그림3(b)와 같이 변위분포가  $z=0$ 인 면에 대칭인 진동(Symmetric mode)과 반대칭인 진동(Antisymmetric mode)이 있다.



(a)



(b)

그림 3. (a) 이중탄성결합 필터, (b) 기본 대칭모드와 기본 반대칭모드

Fig. 3. (a) a double acoustically coupled filter (b) a fundamental symmetric mode and a fundamental antisymmetric mode

앞 부분에서 설정한 두계진단진동에서 이중결합의 문제를 검토해 보자. 앞 부분에서와 같이 변위의 방향은  $x$ 방향이며,  $x$ 방향으로 시편과 전극의

길이는 무한대라고 가정한다.

그림3(a)와 같이 영역을 구분하고, 앞 절의 식 (13)과 식(14)와 같이 각 영역에서의 해를 설정하도록 한다. 먼저 대칭진동에 대해서는 다음과 같이 놓을 수 있고,

$$\begin{aligned}
 u_{I(z)} &= Ae^{\gamma(z+a+2b)} \\
 ; \quad & z < -a-2b \\
 u_{II(z)} &= -B\sin \gamma(z+a+b) + C\cos \gamma(z+a+b) \\
 ; \quad & -a-2b \leq z < -a \\
 u_{III(z)} &= D\cosh \gamma'z \\
 ; \quad & -a \leq z < a \\
 u_{IV(z)} &= B\sin \gamma(z-a-b) + C\cos \gamma(z-a-b) \\
 ; \quad & a \leq z < a+2b \\
 u_{V(z)} &= Ae^{-\gamma'(z-a-2b)} \\
 ; \quad & a+2b < z
 \end{aligned} \tag{22}$$

반대칭진동에 대해서는 다음과 같이 놓을 수 있다 (3).

$$\begin{aligned}
 u_{I(z)} &= -Ae^{\gamma(z+a+2b)} \\
 ; \quad & z \leq -a-2b \\
 u_{II(z)} &= B\sin \gamma(z+a+b) - C\cos \gamma(z+a+b) \\
 ; \quad & -a-2b \leq z < -a \\
 u_{III(z)} &= D\sinh \gamma'z \\
 ; \quad & -a \leq z < a \\
 u_{IV(z)} &= B\sin \gamma(z-a-b) + C\cos \gamma(z-a-b) \\
 ; \quad & a \leq z < a+2b \\
 u_{V(z)} &= Ae^{-\gamma'(z-a-2b)} \\
 ; \quad & a+2b \leq z
 \end{aligned} \tag{23}$$

식(22)에서  $z = a$ ,  $z = a+2b$ 에서 변위와 변위의 미분이 연속이라는 조건으로 부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & -\sin \gamma b & -\cos \gamma b & 0 \\ \gamma & \gamma \cos \gamma b & -\gamma \sin \gamma b & 0 \\ 0 & -\sin \gamma b & \cos \gamma b & -\cosh \gamma' a \\ 0 & \gamma \cos \gamma b & \gamma \sin \gamma b & -\gamma' \sinh \gamma' a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{24}$$

식 (23)에서 마찬가지로 조건으로 부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & -\sin \gamma b & -\cos \gamma b & 0 \\ \gamma' & \gamma \cos \gamma b & -\gamma \sin \gamma b & 0 \\ 0 & -\sin \gamma b & \cos \gamma b & -\sinh \gamma' a \\ 0 & \gamma \cos \gamma b & \gamma \sin \gamma b & -\gamma' \cosh \gamma' a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{25}$$

식 (24), 식(25)와 같은 제차 연립방정식이 해를 갖기 위해선 계수행렬의 행렬식(Determinant)이 영(零)이어야 한다는 조건을 사용하여, 식(24)으로 부터

$$2b\gamma = \tan^{-1} \frac{\gamma'}{\gamma} + \tan^{-1} \left( \frac{\gamma'}{\gamma} \tanh \gamma' a \right) \tag{26}$$

의 조건식을 얻을 수 있고, 식(25)로 부터

$$2b\gamma = \tan^{-1} \frac{\gamma'}{\gamma} + \tan \left( \frac{\gamma'}{\gamma} \coth \gamma' a \right) \tag{27}$$

의 조건식을 얻을 수 있다.

식 (26)과 식 (27)의 해를 구하여 각각 식 (22)와 식 (23)에 대입하고 여기서 A, B, C, D 값을 결정하여 식(22)와 식(23)에 대입하면 대칭진동과 반대칭진동의 변위 분포를 구할 수 있다.

### 3. 시뮬레이션 방법

2절에서 기술한 방법에 의해 주어진 파라미터 값에서 규격화 된 변위분포를 수치 계산을 통해 구하였다.

에너지 포획 공진자가 갖게 되는 단일 진동 모드의 경우에는 다음처럼 정의된 주파수 지하량  $\Delta$ 와 부분전극 폭  $a/H$ 가 진동의 변위분포에 미치는 영향을 조사하였고, 이중결합 필터가 갖게되는 이중 탄성 결합 모드의 경우에는 주파수 지하량  $\Delta$ 와 부분전극 폭  $b/H$  그리고 부분전극 간의 간격  $a/H$ 가 진동의 변위분포에 미치는 영향을 조사하였다.

$$\Delta = \frac{f_0' - f_0}{f_0'} \tag{28}$$

### 4. 결과 및 고찰

시뮬레이션 결과를 단일 진동 모드의 변위 분포와 이중결합 모드의 변위 분포, 그리고 전체적인 고찰의 세 부분으로 나누어 기술한다.

#### 1. 단일 진동 모드의 변위분포

본 절에서는 에너지 포획된 공진자의 대칭 모드와 반대칭 모드의 기본 진동과 고차진동의 변위 분포를 기술하고, 부분전극의 폭과 주파수 지하량이 대칭진동과 반대칭진동의 변위 분포에 미치는 영향을 설명한다.

#### (1) 에너지 포획된 공진자의 대칭 모드와 반대칭 모드

$\Delta=0.01$ ,  $a/H=48$  인 에너지 포획된 공진자의 대칭진동모드와 반대칭진동모드의 제 3고차분까지의 변위 분포를 그림4에 나타내었다. 이 결과로 부터 대칭진동의 제1, 제2, 제3 진동모드는 부분전극폭,  $2a$ 가 각각 1/2 파장, 3/2 파장, 5/2파장이고 반대

칭진동의 제1, 제2, 제3 진동모드는 부분전극의 폭 2a가 각각 1 파장, 3파장, 5 파장인 변위 분포를 갖음을 알 수 있다. 또 고차진동이 될 수록 전극 주변 부분의 감쇄량이 작아져 에너지 포획 효과가 작아짐을 보여준다.

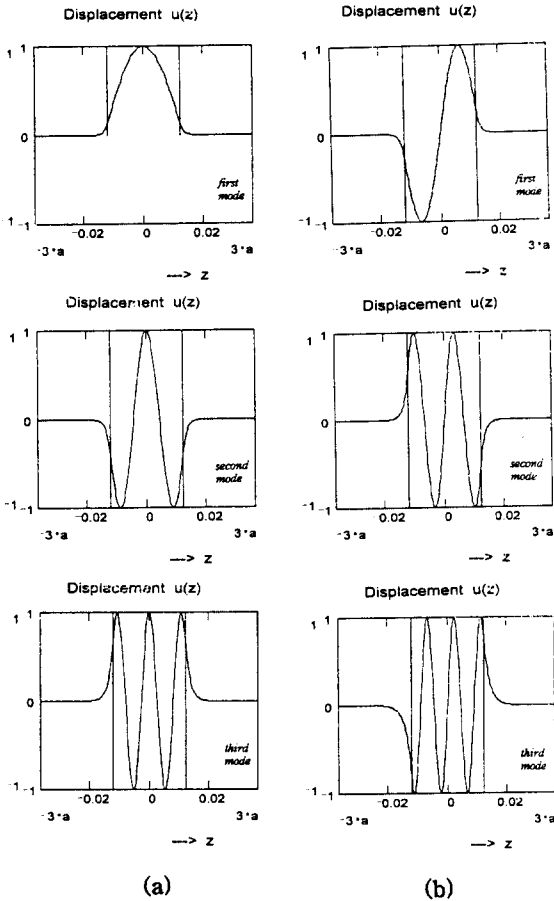


그림 4.  $\Delta = 0.01$ 와  $a/H=48$ 을 갖는 에너지포획형 공진자의 변위분포 (a) 대칭모드 (b) 반대칭모드

Fig. 4. Displacement distributions of the energy trapped resonator with  $\Delta=0.01$  and  $a/H=48$  (a) symmetric mode (b) anti-symmetric mode

(2) 부분전극의 폭이 에너지 포획된 공진자의 대칭모드와 반대칭모드에 미치는 영향

그림5의 시뮬레이션결과는  $\Delta=0.01$ 로 고정하고  $a/H$ 를 8.8, 12, 24로 변화시키면서 기본 대칭모드와 기본 반대칭모드의 변위 분포를 계산한 결과이

다. 이로부터  $a/H$ 가 커 질수록, 즉 두께를 고정하고 부분전극의 폭을 크게 할수록 주변부분의 감쇄량이 증가하고 부분전극 밑 부분에 형성되는 변위 분포가 보다 온전하게 되어 에너지 포획효과가 증대됨을 알 수 있다.

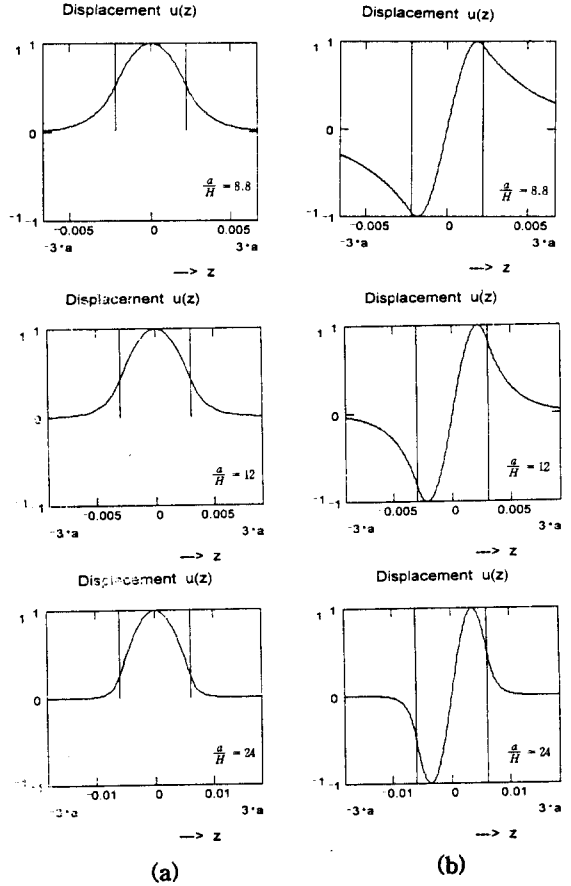


그림 5.  $\Delta = 0.01$ 와  $a/H=8.8, 12, 24$ 을 갖는 에너지포획형 공진자의 변위분포 (a) 대칭모드 (b) 반대칭모드

Fig. 5. Displacement distributions the energy trapped resonators with  $\Delta = 0.01$  and  $a/H= 8.8, 12, 24$  respectively (a) symmetric mode (b)antisymmetric mode

(3) 주파수 저하량이 에너지 포획된 공진자의 대칭모드와 반대칭모드에 미치는 영향

그림6의 시뮬레이션결과는  $a/H=12$ 로 고정하고  $\Delta$ 를 0.01, 0.1로 변화시키면서 기본 대칭진동과 기본 반대칭진동의 변위분포를 구한 것이다. 이로부터

터  $\Delta$ 의 증가는 변위분포에  $a/H$ 의 증가의 영향과 똑같이 부분전극 주변부분의 감쇄를 크게 한다.

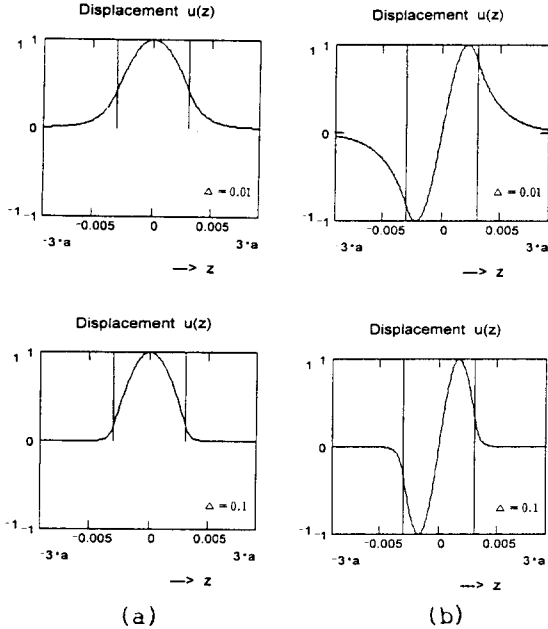


그림 6.  $a/H=12$ 와  $\Delta = 0.01, 0.1$ 을 갖는 에너지포획형 공진자의 변위분포 (a) 대칭모드 (b) 반대칭모드

Fig. 6. Displacement distributions the energy trapped resonators with  $a/H=12$  and  $\Delta = 0.01, 0.1$  respectively (a) symmetric mode (b) antisymmetric mode

## 2. 이중결합 진동모드의 변위분포

본 절에서는 이중결합 진동에서 대칭모드와 반대칭모드의 기본 진동과 고차 진동의 변위분포를 기술하고, 부분전극의 폭, 부분전극 간의 간격, 그리고 주파수 저하량이 대칭진동과 반대칭진동의 변위 분포에 미치는 영향을 설명한다.

### (1) 이중결합진동의 대칭모드와 반대칭모드

그림7은  $\Delta=0.1, a/H=1, b/H=6$ 인 이중결합필터의 제1, 제2, 제3 대칭모드와 반대칭모드를 나타낸 것이다. 두 모두가 모두 고차 모드가 될수록 주변부분에서의 감쇄량이 줄어들게 되어, 에너지 포획 효과가 감소하게 되고, 두 공진자의 진동 모드간의 탄성결합이 강하게 된다.

### (2) 부분 전극 폭이 이중결합 진동의 대칭모드와 반대칭모드에 미치는 영향

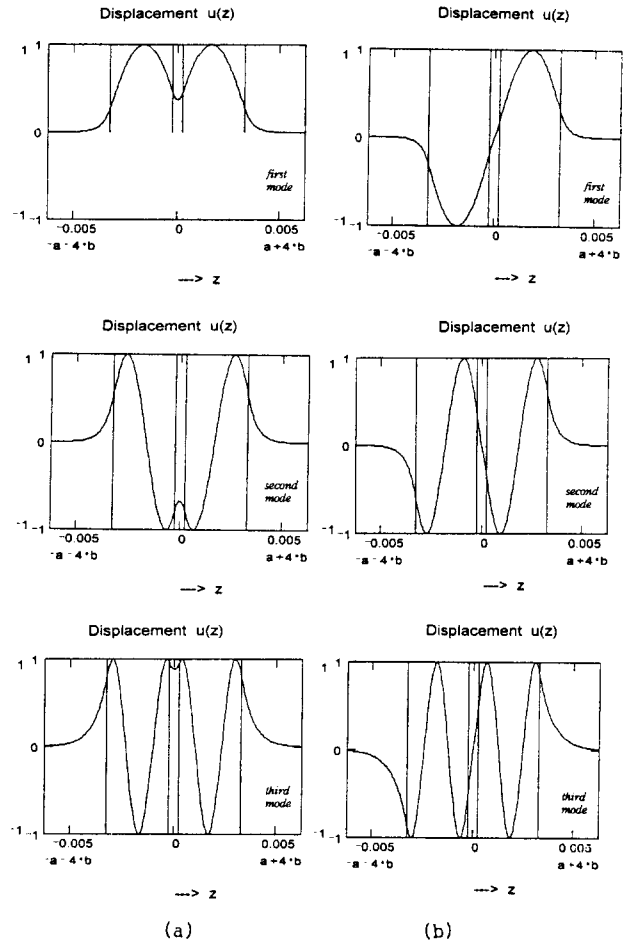


그림 7.  $\Delta = 0.01, a/H=1$ 와  $b/H=6$ 을 갖는 이중탄성결합 필터의 변위분포 (a) 대칭모드 (b) 반대칭모드

Fig. 7. Displacement distributions the double acoustically coupled filter with  $\Delta=0.01, a/H=1$  and  $b/H=6$  respectively (a) symmetric mode (b) antisymmetric mode

그림8은  $\Delta=0.1, a/H=1$ 로 고정하고  $b/H$ 를 1, 3, 6으로 변화시키면서 기본 대칭모드와 기본 반대칭모드의 변위분포를 구한 것이다. 이로 부터 부분전극의 폭을 크게 할 수록 두 모드 모두의 주변부분에서의 감쇄량이 증가한다. 이는 공진자 구조의 단일 진동 모드에서와 같은 결과이다. 따라서 부분전극 폭이 커 질수록 포획효과의 증대와 두 공진자의 진동모드 간에 탄성결합의 약화를 예상할 수 있다. 또  $b/H$ 가 작을 때에는 대칭진동의 경우에는 안 쪽에, 반대칭진동의 경우에는 두 부분전극의 바

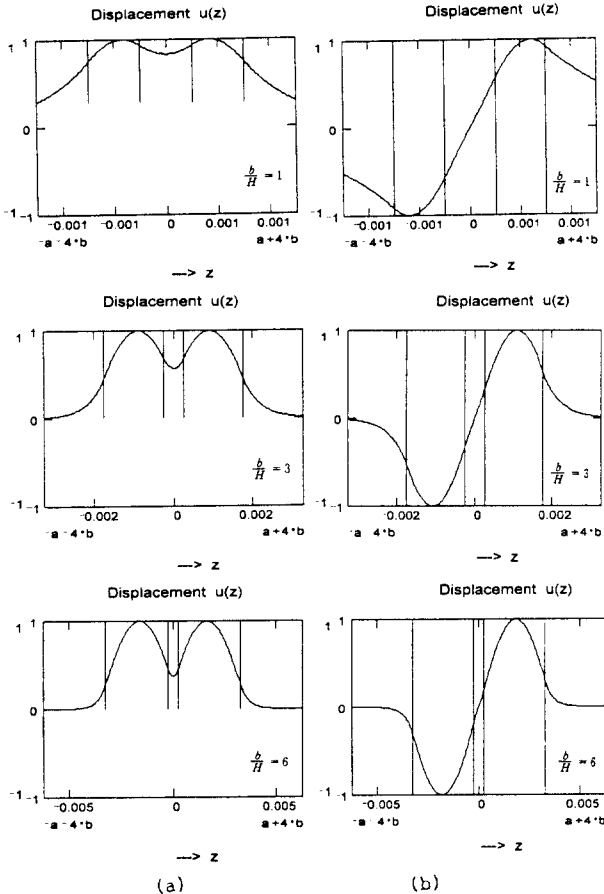


그림 8.  $\Delta = 0.1$ ,  $a/H=1$ 와  $b/H=1, 3, 6$ 을 갖는 이중탄성결합 필터의 변위분포 (a) 대칭모드 (b) 반대칭모드

Fig. 8. Displacement distributions the double acoustically coupled filters with  $\Delta = 0.1$ ,  $a/H=1$  and  $b/H=1, 3, 6$  respectively (a) symmetric mode (b) antisymmetric mode

끝쪽에 변위 파동의 마루나 골이 위치하게 되나  $b/H$ 가 증가할 수록 변위 파동의 마루나 골이 각자의 부분전극의 중심으로 이동하여 대칭성이 증가하게 된다.

(3) 주파수 저하량이 이중결합 진동이 대칭모드와 반대칭모드에 미치는 영향

그림9는  $a/H=1$ ,  $b/H=3$  로 고정하고  $\Delta$ 를 0.015, 0.05, 0.1로 변화시키면서 기본 대칭모드와 기본반대칭모드의 변위분포를 구한 것이다. 이로 부터 주파수 저하량을 증가시킬수록 공진자 구조의 단일진동모드에서와 같이 주변 부분에서의 감쇄량이

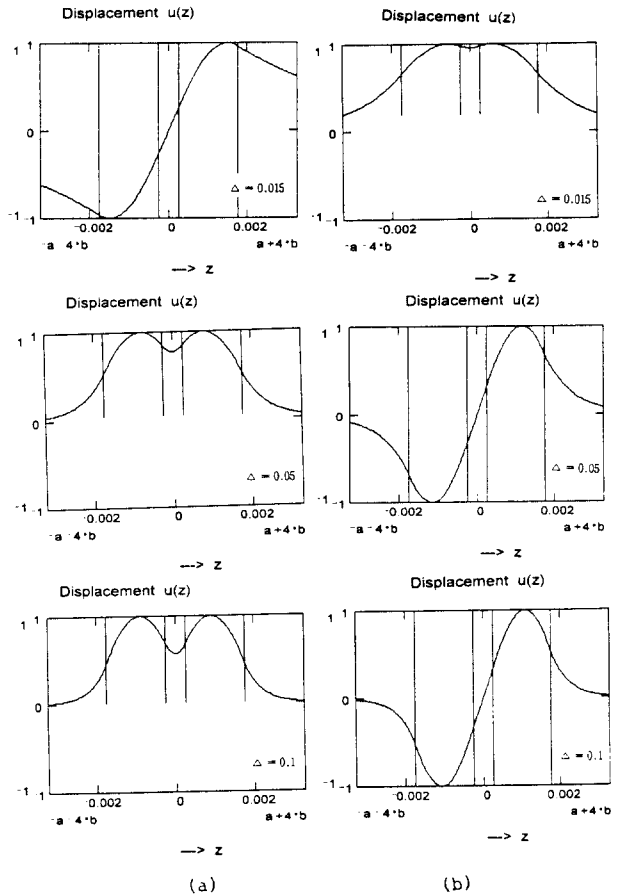


그림 9.  $a/H=1$ ,  $b/H=3$ 와  $\Delta = 0.015, 0.05, 0.1$ 을 갖는 이중탄성결합 필터의 변위분포 (a) 대칭모드 (b) 반대칭모드

Fig. 9. Displacement distributions the double acoustically coupled filters with  $a/H=1$ ,  $b/H=3$  and  $\Delta = 0.015, 0.05, 0.1$  respectively (a) symmetric mode (b) antisymmetric mode

증가한다.

따라서 주파수저하량이 증가할수록 포획효과가 증대하고, 두 공진자의 진동 모드간에 탄성결합이 약해진다.

(4) 부분전극 간의 거리가 이중결합 진동의 대칭모드와 반대칭모드에 미치는 영향

그림10은  $\Delta=0.1$ ,  $b/H=1$  로 고정하고  $a/H$ 를 1, 3으로 변화시키면서 기본 대칭모드와 반대칭모드의 변위분포를 구한 것이다. 이 결과는 부분전극 간의 거리가 멀어지므로 탄성결합이 약화됨을 보여주고 있다. 그리고 특이한 점은 부분전극 폭이 넓



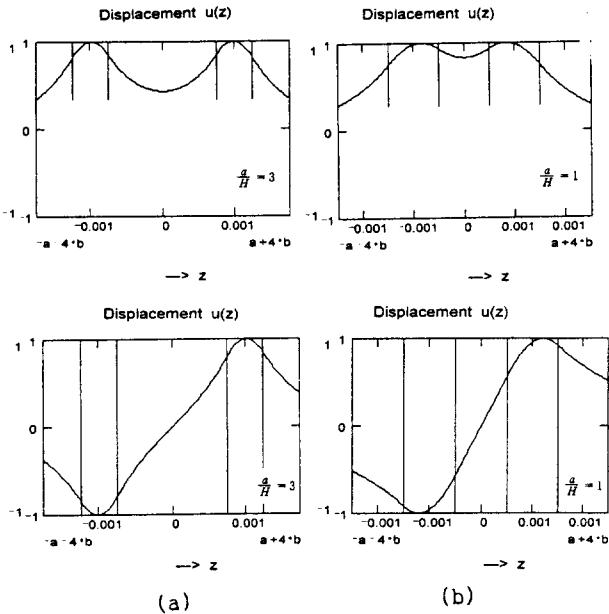


그림 10.  $\Delta = 0.1$ ,  $b/H=1$ 와  $a/H=1, 3$ 을 갖는 이중 탄성결합 필터의 변위분포 (a) 대칭모드 (b) 반대칭모드

Fig. 10. Displacement distributions the double acoustically coupled filters with  $\Delta = 0.1$ ,  $b/H=1$  and  $a/H=1, 3$  respectively (a) symmetric mode (b) antisymmetric mode

어지지 않음에도 불구하고 탄성 결합이 약화됨에 따라 각 부분전극 밑부분에서 변위분포의 대칭성이 증가한다는 것이다. 이를 다르게 설명하면 탄성 결합이 강하게 이루어지면 부분전극 아래의 본래의 진동의 변위 분포가 영향을 받게 됨을 의미한다. 즉 그림10에서  $a/H=1$ 인 결과는 탄성결합이 없었으면 부분전극의 중심에 있어야 할 부분전극 아래의 변위의 대칭면이 바깥방향으로 이동하였음을 보여준다고 볼 수 있다.

### 3. 전체적인 고찰

고체음향학에 있어서 파동방정식의 해석은 기본적인 분야이며, 본 논문과 같은 경계 조건을 갖는 파동방정식의 해석이 아직 국내에서는 소개된 적이 없으므로 본 논문에서는 파동방정식의 해석 과정을 상세히 기술하였다. 본 논문에서 설정한 경계 값은 Onoe<sup>(3)</sup>의 경계 값( 두 부분 전극의 간격을  $2a$ , 부분 전극의 폭을  $b-a$ , 기관의 두께를  $h$ 로 설정하였음 )보다 대칭적인 형태를 취하게 되고, 이

로 인해 보다 이해하기 쉬운 변위분포식, 식(22), 식(23)을 얻을 수 있었다. 그리고 파동방정식의 해석 과정에서 최종 조건식, 식(19), 식(21), 식(26), 식(27)은 서로 다른 경계 값을 고려하면 이에 대응하는 Onoe 논문의 식들과 일치함을 확인할 수 있다.

본 논문에서는 최초로 단일 부분 전극 구조의 공진자와 이중 결합 부분 전극 구조의 필터에 대한 규준화 된 진동 변위 분포를 구하였으며, 핵심적인 부분 전극 변수가 변위 분포에 미치는 영향을 규명하였다. 이 변위 분포의 형태로 부터 부분 전극 주변 부분에서 탄성파의 감쇄 정도와 진동의 대칭 중심 등의 사항을 알 수 있다. 진동의 대칭 중심과 같은 정보는 제작된 소자의 전기적인 주파수 특성의 추정으로는 알 수 없으며, 진동의 대칭 중심과 주파수 특성과의 관련성은 더 연구되어야 할 것이다.

시뮬레이션 결과 1-(2), 2-(2)로 부터 에너지 포획에 대한 다소 모호한 정의를 바로할 수 있다. 일반적으로 부분 전극의 크기를 증대 시키면, 소자의 주파수 특성에서 단일 공진반공진 특성 얻어 지지 않으며, 이로 인해 에너지 포획이 흐물어 진다고 말한다. 이는 틀린 생각이었으며, 이 시뮬레이션 결과로 부터 부분 전극이 커지면 각 모드에 대한 에너지 포획은 더 확실해 지며, 에너지 포획이 흐물어 지는 것 처럼 보이게 한 것은 부분 전극이 커짐에 따라 고차 모드에 대한 포획도 확실해 지기 때문에 소자의 주파수 특성에 고차 모드 성분이 뚜렷이 나타나기 때문이다.

분명히 할 필요가 있는 유의 사항은 구한 진동의 변위 분포가 규준화 되었기 때문에 기본 모드와 고차 모드 또는 대칭 모드와 반대칭 모드 간의 절대적인 진동 크기 차이는 알 수 없다는 것이다. 또 규준화 과정에서 재료정수  $c_{44}$ 는 사라 지고 변수로 채택 되지 않았으므로 시뮬레이션 결과는 재료정수가 고정된 상태에서 전극 변수의 영향을 고려하고 있다고 생각하면 문제가 없을 것이다. 실제 에너지 포획 형 소자에서 처럼 기관 위의 양 방향으로 한정된 크기의 부분 전극을 갖는 경우에는 두 방향으로 동시에 정재파가 형성되는, 즉 동시에 두 방향으로 에너지 포획이 일어나는 것으로 간주하여 위에서 언급한 시뮬레이션 결과를 적용할 수 있다. 기타 수식적인 해석이 곤란한 두께중진동을 이용한 에너지 포획 소자나 주파수 상승 방식의 에너지 포획 소자에도 유추하여 위 시뮬레이션 결과의 물리적인 내용을 적용할 수 있으리라 생각한다.

### 5. 결 론

두께진단 진동을 사용하는 에너지 포획 공진자와 이중 결합 필터에 대한 진동 변위 분포로 주어지는 파동방정식의 해를 구하고, 전극 변수가 진동 변위 분포에 미치는 영향을 시뮬레이션을 통해 규명하였으며, 다음과 같이 결론을 정리하였다.

1. 에너지 포획 공진자와 이중결합 필터에서 기본과 고차 대칭진동모드와 반대칭진동모드의 정규화된 변위분포를 구하였다.
2. 같은 전극조건에서 기본 진동과 더불어 고차 진동이 형성되는 경우 고차 진동이 될수록 부분전극 주변부분에서 변위분포의 감쇄가 작아지게 된다.
3. 대칭진동모드와 반대칭 진동모드의 변위분포에서 부분전극 폭과 주파수저하량이 증가하면 부분전극 주변부분의 감쇄가 커지게 되어 에너지 포획효과가 증대되게 되고, 나아가 부분전극 밑부분의 진동 변위분포에도 영향을 주게 된다. 이 경우 이중결합 필터에서는 탄성결합이 약해지게 된다.
4. 이중결합 필터의 변위 분포에서 부분전극 간의 간격이 커지게 되면 탄성결합이 약해지게 되고, 부분전극 밑부분의 변위분포가 대칭성을 회복하는 쪽으로 영향을 준다.

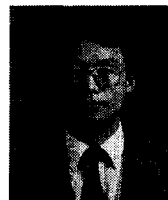
### 참 고 문 헌

1. Bechmann,R, " Quartz AT-type Filter Crystals for the Frequency Range 0.7 to 60 Mc," Proc. IRE, Vol. 49, No. 2, pp. 523-524, 1961
2. W.Sckockley, D.R.Curran and D.J.Koneval, " Energy Trapping and Related Studies of Multiple Electrode Filter Crystals", Proc.17th Symp.on Frequency Control, p.88-126, 1963
3. 尾上, 十文字, "에너지와 저주파형 압전 공진자의 해석", 信學誌, 48, 9, pp.70-77, 1965
4. 十文字, 尾上, "에너지와 저주파형 압전 공진자의 등가회로", 信學會超音波研資, US69-33, 1970
5. W.P. Mason, "Equivalent Electromechanical Representation of Trapped Energy Transducers", Pro. IEEE, 57, 10, p.1723, 1969
6. 中村, 清水, " Edge 부분におけるエネルギーと 저주파형", 信學會超音波研資, US69-2, 1969 ; 又は"壓電板に沿って傳播する厚み振動モードの等價回路表示", 信學論(A), 55-A, 2, p.95-102,

1972

7. 永田, 中嶋, 佐佐木, "VHF帶壓電セラミック共振子の開發", 信學論(C), 55-C, 7, p.345, 1975
8. 田中, 清水, "壓電磁器板を傳播する厚み縦振動", 信學會超音波研資, US71-3, 1971
9. T.Uno, "200MHz Thickness Extensional Mode LiTaO<sub>3</sub> Monolithic Crystal Filter", IEEE Trans., SU-22, 3, p.168-174, 1975
10. 渡邊, 中村, 清水, "エネルギーと 저주파형2重モードフィルタの構成條件について", 信學會超音波研資, US71-14, 1971
11. 中嶋, 萩原, 木谷, 永田 "基本厚み 縦振動によるVHF帶 壓電セラミックフィルタ," 信學誌(c),Vol. J60-C, No. 9, pp.537-544, 1977
12. 박창엽, 송준태, "Pb(Zr<sub>0.53</sub>Ti<sub>0.47</sub>)O<sub>3</sub> 압전세라믹 소자의 고주파 필터에 관한 연구", 전기학회지, 27권 3호, pp43-45, 1978
13. 박창엽, 이개명, "압전세라믹을 이용한 고주파 대역의 단일체 대역통과 필터에 관한 연구", 한국전기전자재료학회지, 2권 1호, pp41-51, 1989
14. 박기엽, 김원석, 송준태, "에너지트랩 효과를 이용한 세라믹필터의 공진주파수에 관한 연구", 한국전기전자재료학회 추계학술대회논문집, pp 139-142, 1994
15. K.M.Lee, C.Y.Park, "Design and Construction of Ceramic Filters Utilizing Harmonic Modes of Thickness Extentional Vibration", Proc. of 1991 ICEIC, Yanbian Univ, China, pp.ii 168-171, 1991
16. G.C. Temes and S.K. Mitra, Modern Filter Theory and Design, John Wiley & Sons, pp.199-206, 1973

### 저자소개



#### 이개명

1961년 8월 19일생. 1984년 연세대학교 공대 전기공학과 졸업. 1986년 동 대학원 전기공학(석사). 1990년 동 대학원 전기공학(박사). 1991년-현재 제주대학교 공대 전기공학과 조교수.