

垂直 平板핀에서의 混合對流－傳導 複合熱傳達에 關한 研究

A Study of the Conjugate Mixed Convection-Conduction Heat Transfer from a Vertical Plate Fin

趙 珍 鎬* 李 相 均**
J. H. Cho, S. K. Lee

ABSTRACT

The problem of laminar mixed convection flowing over a vertical plate fin is analytically studied by conjugate convection-conduction theory. The analysis is based on a first principles approach whereby the heat conduction equation for the fin is solved simultaneously with the conservation equations for mass, momentum and energy in the fluid boundary layer adjacent to the fin. Numerical results are given for various quantities of interest including the local heat transfer coefficient, local heat flux, fin efficiency and temperature distributions of fin under the effects of Prandtl number, the buoyancy parameter and the convection-conduction parameter. The results of the present numerical solution have been compared with those of the conventional fin theory. It is found that there are some discrepancies in the fin efficiency and the temperature distribution between present method and the conventional fin theory.

記 號 說 明

b : 핀 半 두께

g : 重力 加速度

Gr_x : 局所 Grashof 數 ($=g\beta(T_0 - T_\infty)x^3/\nu^2$)

Gr_L : 핀 길이 L 에 대한 Grashof 數 ($=g\beta(T_0 - T_\infty)L^3/\nu^2$)

H : 無次元 局所對流熱傳達係數 ($=hL/kRe_L^{1/2}$)

h : 局所對流熱傳達係數

k : 流體의 熱傳導率

k_f : 핀의 熱傳導率

L : 핀 길이

N_b : 浮力 媒介變數 ($=Gr_L/Re_L^2$)

N_{cc} : 對流－傳導 媒介變數 ($=kLRe_L^{1/2}/k_f b$)

Pr : Prandtl 數 ($=\nu/\alpha$)

Q : 總熱傳達率

q : 局所熱傳達率

Re_x : 局所 Reynolds 數 ($=u_\infty x/\nu$)

Re_L : 핀 길이 L 에 대한 Reynolds 數 ($=u_\infty L/\nu$)

T : 流體의 溫度

T_f : 핀의 溫度

T_0 : 핀 베이스의 溫度

* 漢陽大學校 工科學科 機械工學科

** 漢陽大學院 機械工學科

- T_{∞} : 流體의 自由流動溫度
- U, V : 流體의 無次元 速度 ($=u/u_{\infty}, =v \text{Re}_L^{1/2}/u_{\infty}$)
- u, v : 流體의 速度
- u_{∞} : 流體의 自由流動速度
- X, Y : 無次元 直交座標 ($=x/L, =y \text{Re}_L^{1/2}/L$)
- x, y : 直交座標
(Greece 文字)
- α : 流體의 熱擴散係數
- β : 流體의 熱膨脹係數
- η : 핀 效率
- ψ : 流量函數
- θ : 流體의 無次元 溫度 ($=(T-T_{\infty})/(T_0-T_{\infty})$)
- θ_f : 핀의 無次元 溫度 ($=(T_f-T_{\infty})/(T_0-T_{\infty})$)
- ν : 動粘性係數
- ω : 無次元 流量函數 ($=(\psi-\psi_1)/(\psi_0-\psi_1)$)

1. 緒 論

自動車の 放熱器 등과 같이 에너지의 變換에 關聯되는 工學의 많은 分野에서 熱傳達을 증대시키기 위한 핀의 研究는 대단히 중요하게 취급되고 있으며, 지난 수년 동안 핀으로부터의 對流-傳導 複合熱傳達(conjugate convection-conduction heat transfer) 問題는 많은 관심을 끌어왔다.^{1,6)} 이들의 결과들은 局所對流熱傳達係數가 핀 표면을 따라서 變化함을 나타내고 있다. 이는 핀에서의 局所對流熱傳達係數가 일정하다고 가정한 종래의 핀 理論에 의한 解析(單純解)과 直接的인 대조를 이루고 있다. 局所對流熱傳達係數의 變化는 周圍流體의 境界層 流動과 핀 사이의 相互作用에 기인하므로 핀으로부터의 熱傳達解析에서 局所對流熱傳達係數를 일정한 값으로 설정하지 않고 解析의 일부분으로 취급하는 것이 더욱 타당하다. 이러한 複合熱傳達問題에서는 핀에 대한 熱傳導方程式과 周圍流體에 대한 質量, 運動量 및 에너지 方程式을 동시에 解析(完全解)하여야 한다. 垂直 平板핀에서 周圍流體가 Prandtl 數 0.7인 空氣일 때 Sparrow와 Acharya¹⁾는 自然對流, Sparrow와 Chyu²⁾는 強

制對流, Sunden³⁾은 混合對流에 대한 對流-傳導 複合熱傳達問題를 解析하였다. 이들은 종래의 핀 理論에 根據를 둔 解析이 總熱傳達率을 구하는 데는 매우 타당하나 局所熱傳達率을 구할 수 없으며 특히 自然對流流動에서 局所對流熱傳達係數는 流動方向으로 單調減少하지 않고 핀 先端으로부터 급격한 減少를 하여 最小值에 이르고 핀 베이스로 감에 따라 점차 증가한다고 보고하였다.

Sparrow와 Chyu²⁾는 자신들의 研究結果가 Prandtl 數가 0.7과 매우 다를 때에도 적용할 수 있는지에 대하여 의심을 하였다. 그러나 Garg와 Velusamy⁶⁾는 周圍流體가 強制對流을 하는 垂直 平板핀에 대하여 넓은 Prandtl 數의 범위에서 相似解法을 사용, 數值解析하여 對流-傳導複合熱傳達問題의 적용범위를 擴大하였다. 이에 대하여 本 研究에서는 等溫 垂直 平板에서의 層流 混合對流流動에서 對流熱傳達係數를 구한 Chen 등의 研究⁷⁾에 기초를 둔 平均 對流熱傳達係數를 이용한 單純解와 Patankar-Spalding 方法^{8,9)}을 사용한 垂直 平板핀에서의 混合對流-傳導 複合熱傳達問題에 대한 完全解를 Prandtl 數의 범위가 0.7에서 100이고, 對流-傳導 媒介變數(convection-conduction parameter) N_{cc} 가 0으로부터 10의 범위이고, 浮力 媒介變數(bouyancy parameter) N_b 가 0.3 및 5일 때 局所對流熱傳達係數, 局所熱傳達率, 溫度分布, 總熱傳達率 및 핀 效率를 구한 후, 이를 比較 檢討하였다.

2. 解 析

研究對象으로 취한 流體의 流動을 包含하는 平板핀의 모델은 Fig.1과 같다. 즉, 流動方向과 동일하게 놓인 길이 L , 두께 $2b$, 熱傳導率 k_f 인 平板핀 위를 自由流動速度 u_{∞} , 溫度 T_{∞} , 動粘性係數 ν , 熱傳導率 k 인 流體가 흐르며, 直交座標系의 원점은 핀 先端에 위치하고 핀의 길이方向을 x 座標, 핀 表面과 수직인 方向을 y 座標로 설정한다. 또한 핀 베이스의 溫度 T_0 는 周圍流體의 溫度 T_{∞} 보다 높다.

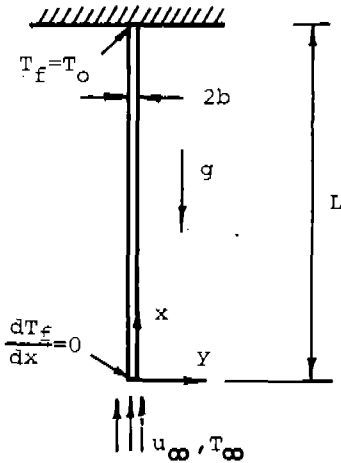


Fig.1 Vertical plate fin

2-1 支配方程式과 境界條件

平板핀의 길이가 두께에 비하여 매우 길면 핀에서의 熱傳導는 1次元으로 近似되어지므로 熱傳導에 대한 支配方程式은 다음과 같다.

$$k_f b \frac{d^2 T_f}{dx^2} = h(x)(T_f - T_\infty) \dots\dots\dots (1)$$

핀 先端에서의 熱損失을 무시할 수 있다면 식 (1)에 대한 境界條件은 다음과 같이 표시된다.

$$x = 0 \text{ 일 때 } \frac{dT_f}{dx} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$x = L \text{ 일 때 } T_f = T_0 \dots\dots\dots (3)$$

周圍流體에 대한 境界層 流動의 解析에 있어서 密度를 除外한 流體의 物性値는 일정하고 流體에서의 에너지 消散, 輻射熱傳達 및 壓縮性 效果를 무시한다. 境界層理論과 浮力項에 대한 Boussinesq 近似式¹⁰⁾을 적용하면 垂直 平板핀에서 流體의 運動을 支配하는 保存方程式은 다음과 같다.

連續方程式 :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

運動量 方程式 :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_\infty) \dots\dots (5)$$

에너지 方程式 :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \dots\dots\dots (6)$$

위의 保存方程式들에 대한 境界條件은 다음과 같이 주어진다.

$$y = 0 \text{ 일 때 } u = v = 0, T = T_f \dots\dots\dots (7)$$

$$y \rightarrow \infty \text{ 일 때 } u \rightarrow u_\infty, T \rightarrow T_\infty \dots\dots\dots (8)$$

핀과 流體의 對流境界層을 熱的으로 연결하기 위하여 接觸面에서의 溫度와 局所熱傳達率이 連續이라고 가정하면 다음과 같이 표시된다.

$$y = 0 \text{ 일 때 } T_f(x) = T(x, 0) \dots\dots\dots (9)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } -k \frac{\partial T}{\partial y} = h(x)(T_f - T_\infty) \dots\dots (10)$$

핀과 流體에 대한 支配方程式과 境界條件을 無次元化하기 위하여 다음과 같은 無次元 變數와 無次元 數를 定義한다.

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L} Re_L^{1/2}, U = \frac{u}{u_\infty} \\ V &= \frac{v}{u_\infty} Re_L^{1/2}, \theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}, \theta_f = \frac{T_f - T_\infty}{T_0 - T_\infty} \\ H &= \frac{hL}{k Re_L^{1/2}}, N_{cc} = \frac{kL}{k_f b} Re_L^{1/2}, N_b = \frac{Gr_L}{Re_L^2} \\ Re_L &= \frac{u_\infty L}{\nu}, Pr = \frac{\nu}{\alpha}, Gr_L = \frac{g\beta(T_0 - T_\infty)L^3}{\nu^2} \end{aligned} \dots\dots\dots (11)$$

式 (11)로 정의한 無次元 變數와 無次元 數를 사용, 無次元 形態의 支配方程式과 境界條件은 다음과 같이 표시할 수 있다.

① 垂直 平板핀에 대한 支配方程式과 境界條件

$$\frac{d^2 \theta_f}{dX^2} = N_{cc} H \theta_f \dots\dots\dots (12)$$

$$X = 0 \text{ 일 때 } \frac{d\theta_f}{dX} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

$$X = 1 \text{ 일 때 } \theta_f = 1 \dots\dots\dots (14)$$

② 周圍流體에 대한 支配方程式과 境界條件

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \dots\dots\dots (15)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + N_b \theta \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$Y=0 \text{ 일 때 } U=V=0, \theta=\theta_f \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$Y \rightarrow \infty \text{ 일 때 } U \rightarrow 1, \theta \rightarrow 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

式 (12)와 式 (15)~(17)이 垂直 平板핀에서의 混合 對流-傳導 複合熱傳達問題에 대한 支配方程式이 되며 N_{cc} , N_b 및 Pr 이 媒介變數로서 작용하게 된다.

2-2 핀의 局所對流熱傳達係數, 熱傳達率 및 效率

(1) 局所熱傳達率

垂直 平板핀에서 單位面積當 局所熱傳達率은 핀과 流體의 接觸面에서 熱傳達率이 連續이므로 式 (10)으로 주어지고 이를 無次元化하면

$$\frac{qL}{k(T_o - T_\infty) Re_L^{1/2}} = H\theta_f = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} \quad \dots\dots\dots (20)$$

이 된다.

(2) 局所對流熱傳達係數

式 (20)으로부터 無次元 局所對流熱傳達係數를 구하면

$$H = \frac{hL}{k Re_L^{1/2}} = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} / \theta_f \quad \dots\dots\dots (21)$$

로 表示된다.

(3) 總熱傳達率

垂直 平板핀에서의 總熱傳達率은 벽으로부터 핀베이스로 전달되는 熱量으로 구하거나, 式 (20)으로 表示되는 局所熱傳達率의 合이므로

$$\frac{Q}{k(T_o - T_\infty) Re_L^{1/2}} = - \frac{2}{N_{cc}} \left(\frac{d\theta_f}{dX} \right)_{X=1} \quad \dots\dots\dots (22)$$

또는

$$\frac{Q}{k(T_o - T_\infty) Re_L^{1/2}} = - 2 \int_0^1 \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} dX \quad \dots\dots\dots (23)$$

로 표시되고, 여기서 우변의 상수 2는 핀에서 양면의 熱傳達率을 고려한 것이다.

(4) 핀 效率

핀 效率 η 는 無限大의 熱傳導率을 갖는 핀,

즉 等溫핀에 대한 總熱傳達率에 대한 實際핀의 總熱傳達率의 比로서 정의되므로

$$\eta = - \frac{2}{N_{cc} \bar{H}} \left(\frac{d\theta_f}{dX} \right)_{X=1} = - \frac{2}{\bar{H}} \int_0^1 \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0} dX \quad \dots\dots\dots (24)$$

로 表示된다. 여기서 等溫핀에 대한 總熱傳達率 \bar{H} 는 式 (26)에서 쉽게 구할 수 있다.

2-3 종래의 핀 理論에 의한 單純解

종래의 핀 理論에서는 熱傳導方程式만을 解析한다. 일반적으로 式 (12)의 우변에 있는 對流熱傳達係數는 等溫 平板인 경우에 대한 값들이 사용되며, 이 係數들은 핀의 熱傳導率과는 獨立의이므로 실제로 핀과 流體 사이의 相互作用은 고려되어질 수 없다. 本 研究에서는 Chen 등¹⁷⁾이 제시한 垂直 等溫 平板에 대한 層流 混合對流流動에서의 局所對流熱傳達係數와 平均對流熱傳達係數를 사용하였으며, 이는 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{hx}{k Re_x^{1/2}} = F_1(Pr) \{ 1 + [F_2(Pr)(Gr_x/Re_x^2)^{1/4} / F_1(Pr)]^3 \}^{1/3} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\bar{H} = \frac{\bar{h}L}{k Re_L^{1/2}} = 2 F_1(Pr) \{ 1 + [2 F_2(Pr) (Gr_L/Re_L^2)^{1/4} / 3 F_1(Pr)]^3 \}^{1/3} \quad \dots\dots\dots (26)$$

여기서

$$F_1(Pr) = 0.5642 Pr^{1/2} [1 + (Pr / 0.0468)^{2/3}]^{-1/4} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$F_2(Pr) = \frac{3}{4} Pr^{1/2} [2/5(1 + 2 Pr^{1/2} + 2 Pr)]^{1/4} \quad \dots\dots\dots (28)$$

이다. 式 (26)으로 구한 \bar{H} 를 式 (12)에 대입하여 핀의 性能을 解析하면 다음과 같다.

$$\theta_f = \cosh(\bar{H} N_{cc} X^2)^{1/2} / \cosh(\bar{H} N_{cc})^{1/2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\frac{qL}{k(T_o - T_\infty) Re_L^{1/2}} = \bar{H} \cosh(\bar{H} N_{cc} X^2)^{1/2} / \cosh(\bar{H} N_{cc})^{1/2} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\frac{Q}{k(T_o - T_\infty) Re_L^{1/2}} = 2(\bar{H}/N_{cc})^{1/2} \tanh(\bar{H} N_{cc})^{1/2} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\eta = (1/\overline{HN}_{cc})^{1/2} \tanh(\overline{HN}_{cc})^{1/2} \dots\dots\dots (32)$$

2-4 數值 解析

(1) 周圍流體에 대한 境界層 流動問題

핀 先端(X=0)에서 핀베이스(X=1)까지의 數值解析은 marching procedure에 의하여 해석하며 실제계산은 Patankar-Spalding方法^{8,9)}을 사용하였다. 이 방법은 implicit finite difference scheme으로서 流體의 流線에 垂直인 座標는 다음과 같은 無次元 流量函數 ω 를 사용한다.

$$\omega = \frac{\psi - \psi_1}{\psi_0 - \psi_1} \dots\dots\dots (33)$$

여기서 流量函數 ψ 는,

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \dots\dots\dots (34)$$

로 정의되며, 첨자 0과 i는 각각 境界層의 윗면과 아랫면을 나타내고 본 계산에서는 $\psi_1 = 0$ 이며, 差分법에 사용된 無次元 流量函數 ω 에 대한 grid point는 계산상의 모든 X에서 $0 \leq \omega \leq 1$ 의 범위에 存在한다. 계산상의 正確度を 높이기 위하여 핀 先端에서 境界層이 급격하게 變化하므로 流線方向의 X grid point의 分布는 핀 先端에서는 그 간격을 조밀하게 설정하였다. 이 간격은 境界層의 윗면으로부터 流入되는 流體의 流入率에 따라 결정되며 流線에 垂直인 方向의 ω grid point는 $\omega_i = [(i-2)/(N-2)]^2$ ⁷⁵⁾에 의하여 결정하였다. 여기서 N은 ω grid point의 個數를 나타낸다.

(2) 핀에 대한 熱傳導問題

핀에서의 熱傳導 方程式 (12)은 制御體積方式⁹⁾에 의하여 差分化하였으며 境界條件에 대한 差分式을 包含시켜 TDMA(Tri-Diagonal Matrix Algorithm)를 이용하여 解를 구하였다. X grid point의 分布는 핀 先端에서 조밀하게 選擇하였다.

(3) 計算 順序

Sparrow 등^{1,2)}은 핀의 初期溫度를 $\theta_f = 1$ 로 가정하였으나, 反復 回數를 줄이기 위하여 중

래의 핀 理論에 기초를 둔 單純解에서의 溫度 分布式 (29)를 사용하여 핀의 初期溫度를 가정한다. 가정된 핀의 溫度分布를 周圍流體에 대한 境界條件으로 사용하여 流體의 速度와 溫度分布는 支配方程式 (15)~(17)을 이용하여 구한 후, 式 (21)에 의하여 局所對流熱傳達係數를 계산하고, 이 값들을 熱傳導方程式 (12)에 대입하여 새로운 溫度分布 θ_f 를 구한다. 이때 얻어진 θ_f 의 값을 流體에 대한 境界條件으로 사용하여 θ_f 가 수렴될 때 까지 反復 計算한다. 수렴조건은 핀의 溫度變化量이 10^{-4} 이하일 때로 하였으며, 解의 수렴은 反復 回數가 3~5회 이내에서 이루어졌다. 본 研究에서는 解의 正確度を 높이고 計算時間을 줄이기 위하여 사전에 적정 격자수를 조사하였고, 이로부터 얻어진 격자수는 ω 方向으로 202個, X 方向으로 547個였다. marching procedure가 安定性을 갖는 $X = 1.0 \times 10^{-5}$ 보다 큰 값에서 해를 구하였고, 또 $\Delta X = 2.0 \times 10^{-3}$ 을 넘지 않도록 하였다.

3. 結果 및 考察

Pr 數의 범위가 0.7에서 100이며 각각의 Pr 數에서 對流-傳導 媒介變數 N_{cc} 가 0으로부터 10의 범위이고 浮力 媒介變數 N_b 가 0.3 및 5일 때 無次元 局所對流熱傳達係數, 無次元 局所熱傳達率, 無次元 總熱傳達率, 無次元 溫度 分布 및 핀 效率를 數值解析하였고, 본 研究의 결과중 浮力 媒介變數 N_b 가 0인 경우는 純粹 強制對流에 대한 결과이며, 이에 대한 Garg 등⁶⁾의 결과와 完全히 一致하므로 그림으로의 比較는 省略하였다. 또한 N_b 가 無限大가 되면 自然對流가 되며, 對流-傳導 媒介變數 $N_{cc} = 0$ 은 핀의 熱傳導率이 無限大이거나 等溫핀($\theta_f = 1$)을 나타내며, N_{cc} 값은 Reynolds 數 Re_L , 流體의 熱傳導率 k 및 핀 길이 L 이 커지거나 핀의 熱傳導率 k_f 가 작을수록 더욱 커진다.

Patankar-Spalding 방법은 境界層의 두께를 運動量 境界層 두께로 결정하므로 Prandtl 數가 1보다 작은 경우, 즉 熱 境界層 두께가 運動量 境界層 두께보다 큰 경우에는 에너지 方

程式 (17)을 解析 領域에서 正確하게 計算할 수 없으므로 不正確한 結果를 초래하게 되고 이러한 不正確性을 해소하기 위하여 약간의 수정이 必要하다. 本 研究에서는 Patankar-Spalding 方法을 적용할 수 있는 Prandtl 數의 범위를 결정하기 위하여 사전에 격자수 조사를 실시하였고, 이로부터 Prandtl 數가 0.7일 때 ω 方向의 격자수는 202개였으며, Prandtl 數가 0.5일 때 ω 方向의 격자수를 502개로 늘려도 不正確한 結果를 얻었다. 그리고 지금까지 垂直 平板면에서의 對流-傳導 複合熱傳達 問題는 數值的 方法에 의하여 解析되어 왔으며 實驗的 研究는 발표되지 않고 있다. 따라서 이러한 數值的 解析의 타당성을 입증할 수 있는 實驗이 요구되고 있다.

Fig.2~4는 Pr 數가 각각 0.7, 5 및 100인 경우에 대한 無次元 局所對流熱傳達係數를 나타낸 것으로 먼저 強制對流을 나타내는 $N_b = 0$ 인 경우를 考察한다. N_{cc} 가 0.5로 작을 때에는 平 表面에서의 無次元 局所對流熱傳達係數의 分布는 等溫 平의 結果와 거의 近似함을 알 수 있다. 그림에서 나타낸 바와 같이 無次

元 局所對流熱傳達係數는 平 先端으로부터 平 베이스로 감에 따라 單調減少하고 平 先端에서는 상대적으로 급격히 감소하며, Pr 數가 커질수록 이러한 減少傾向은 더욱 급격하다.

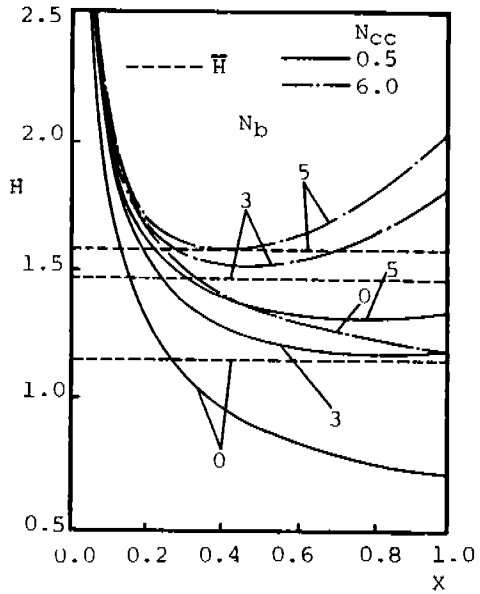


Fig.3 Local heat transfer coefficients for Pr=5

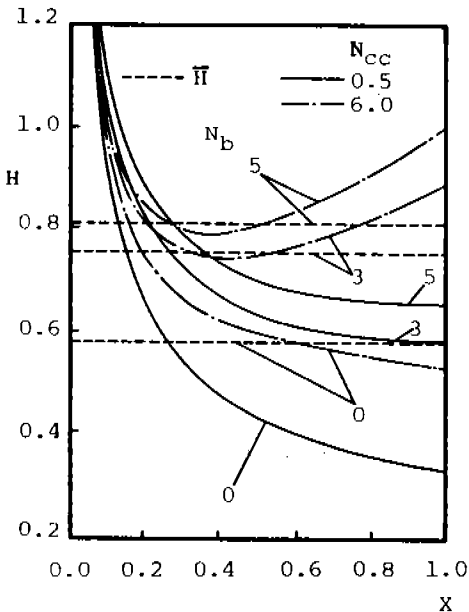


Fig.2 Local heat transfer coefficients for Pr=0.7

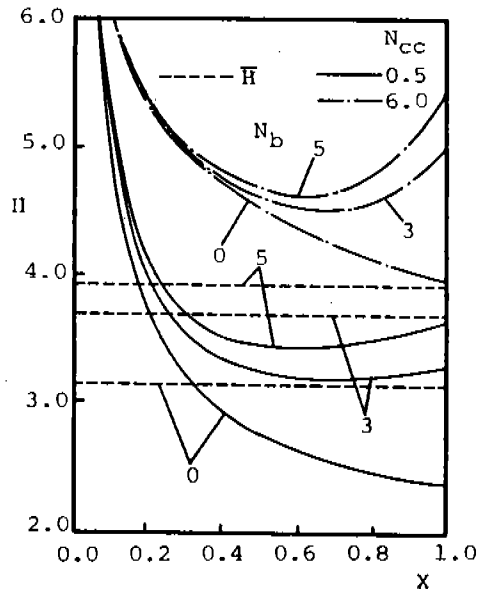


Fig.4 Local heat transfer coefficients for Pr=100

N_{cc} 가 6.0으로 커지면 핀의 전 표면에서 무次元 局所對流熱傳達係數는 증가하고 이러한 增加傾向은 Pr 數가 클수록 더욱 커짐을 알 수 있다. 이는 Pr 數가 증가할수록 運動量 境界層의 두께에 대한 熱境界層의 두께가 얇아지므로, 핀 表面에서 周圍流體가 핀 表面과 垂直인 方向으로 더욱 큰 溫度勾配를 가지기 때문이다.

混合對流($N_b = 3, 5$)인 경우일 때 무次元 局所對流熱傳達係數는 핀 先端으로부터 급격히 감소하여 最小值에 이르고 핀배이스로 갈수록 점차 증가하며, 이러한 傾向은 自然對流에 대한 Sparrow와 Acharya¹⁾의 結果와 동일하나 混合對流에 대한 Sunden³⁾은 무次元 局所對流熱傳達係數에 대한 結果를 제시하지 않았다. 이러한 最小值의 위치는 N_b 가 커질수록 핀 先端으로 이동하며 핀배이스로 갈수록 무次元 局所對流熱傳達係數는 더욱 증가하였다. 이는 混合對流流動에서 境界層 壁의 역할을 하는 핀의 表面溫度가 증가하기 때문이며, 流動 方向으로 浮力이 증가함에 따라 핀의 溫度가 증가하고, 이러한 핀의 溫度增加는 流體의 流動을 더욱 가속시킨다.

점선으로 表示한 無次元 平均 對流熱傳達係數는 式 (26)에 의하여 計算하였으며, 이들은 $\theta_f = 1$ 인 垂直 等溫 平板에 대한 값들로 핀의 熱傳導率과는 獨立의이며 單純解를 구하는데 사용하였다.

Fig.5~7은 Pr 數가 각각 0.7, 5 및 100인 경우일 때 代表性인 N_{cc} 와 N_b 값에 대하여 X

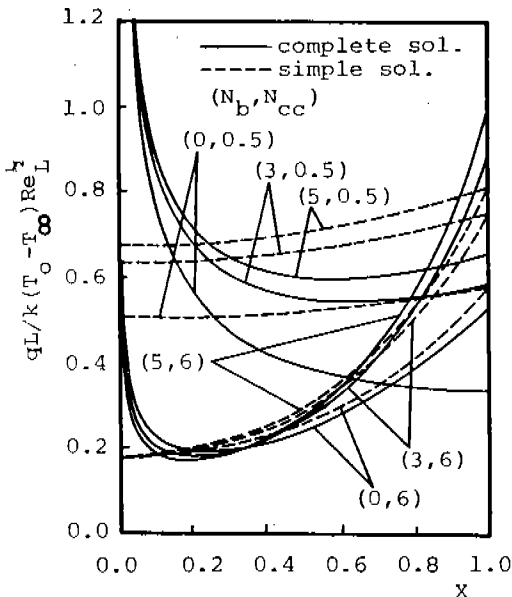


Fig.5 Local heat fluxes for Pr=0.7

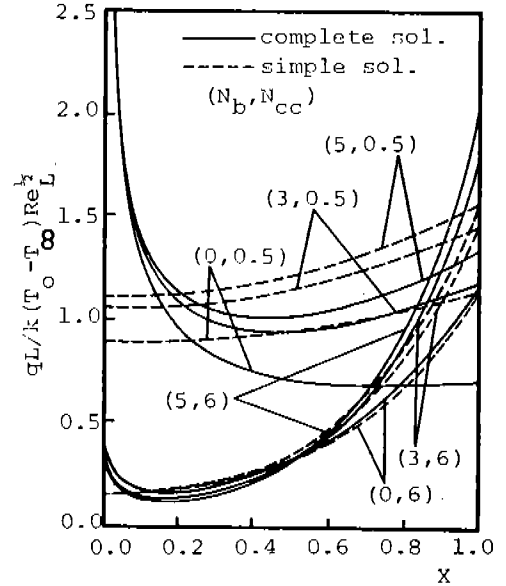


Fig.6 Local heat fluxes for Pr=5

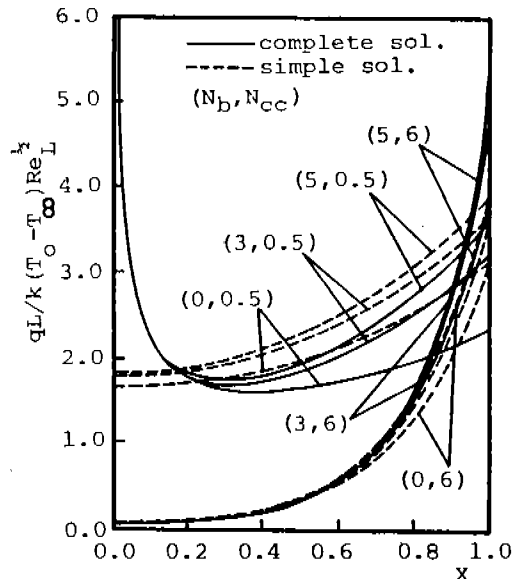


Fig.7 Local heat fluxes for Pr=100

의 변화에 따른 무次元 局所熱傳達率을 나타낸 것이다. 그림에서 나타낸 바와 같이 N_{cc} 가 작은 경우에는 핀 先端과 핀베이스 사이의 溫度差가 적으므로 무次元 局所熱傳達率은 무次元 局所對流熱傳達係數와 비슷한 傾向을 나타낸다. 그러나 N_{cc} 가 커질수록 浮力의 影響을 받는 領域은 핀베이스 方向으로 이동하면서 점점 줄어들고, 이는 핀 先端에서 핀의 表面溫度가 낮아지므로 浮力의 影響이 줄어들기 때문이다. N_b 가 커질수록 핀 表面의 대부분에서 무次元 局所熱傳達率은 증가하나, 핀 先端 近處에서는 浮力의 影響이 무시되고 핀 先端에서의 무次元 局所熱傳達率은 無限大가 된다. 왜냐하면 $X=0$ 인 점은 特異點(singular point)이기 때문이다. 完全解와 單純解에 의한 局所熱傳達率의 差는 N_b, N_{cc} 및 Pr 數가 커질수록 감소함을 알 수 있다. 이는 N_b, N_{cc} 및 Pr 數가 커질수록 핀 先端의 溫度가 감소하여 무次元 局所對流熱傳達係數의 影響이 줄어들기 때문이다.

Fig. 8~10은 Pr 數가 각각 0.7, 5 및 100인 경우에 대한 핀 表面의 무次元 溫度分布를 중

래의 핀 理論에 의한 單純解와 數值解析에 의한 完全解를 동시에 나타내었다. 그림에서와 같이 핀 表面의 무次元 溫度分布는 핀베이스

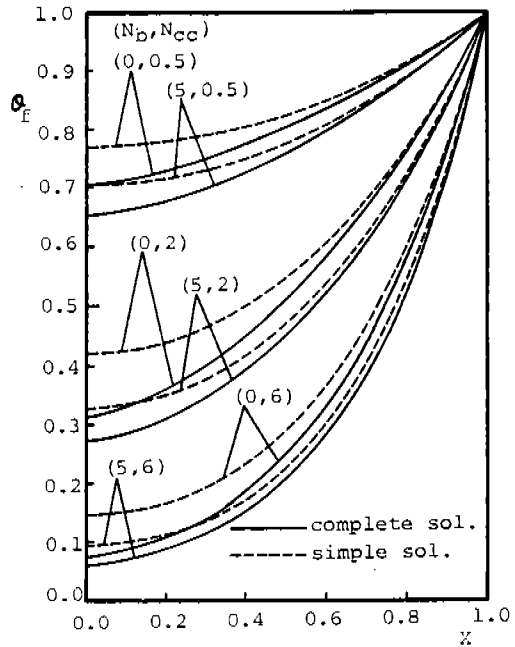


Fig.9 Fin temperature distributions for Pr=5

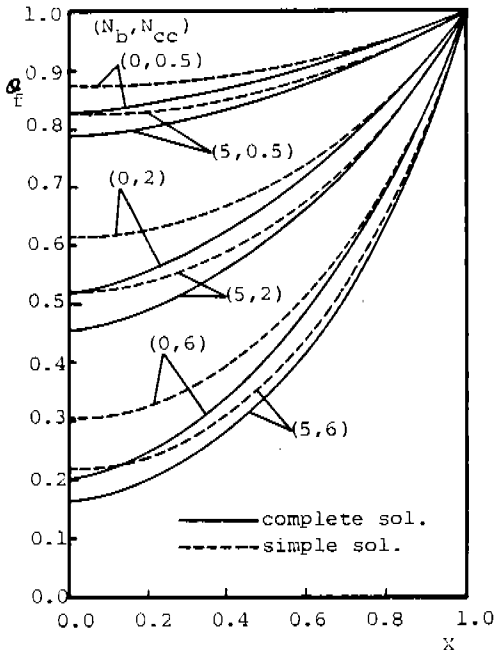


Fig.8 Fin temperature distributions for Pr=0.7

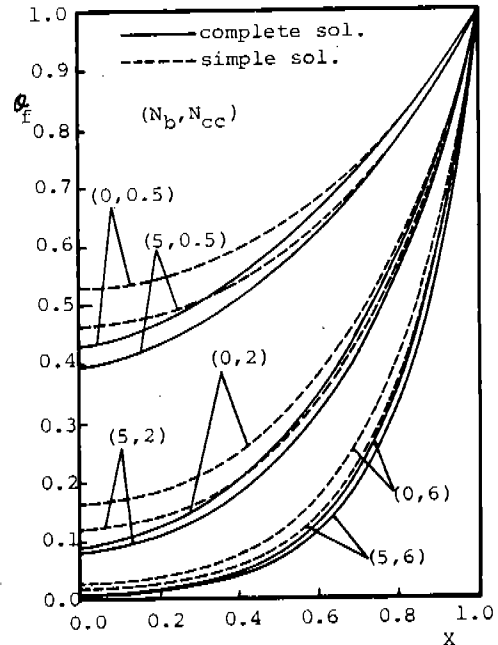


Fig.10 Fin temperature distributions for Pr=100

에서 핀先端으로 單調減少하나 單純解에 의한 핀의 溫度分布는 完全解에 의한 핀의 溫度分布보다 항상 높으며 N_b , N_{cc} 및 Pr 數가 커질수록 핀베이스와 핀先端의 溫度差는 커짐을 알 수 있다. 이는 N_{cc} 가 커질수록 핀 表面의 局所對流熱傳達係數가 증가하기 때문이며, N_b 가 커질수록 浮力の 影響이 커져서 局所對流熱傳達率이 증가하기 때문이다. 또한 Pr 數가 증가할수록 熱境界層이 얇아져서 局所對流熱傳達係數가 커지며 이로 인한 局所對流熱傳達率이 증가하기 때문이다.

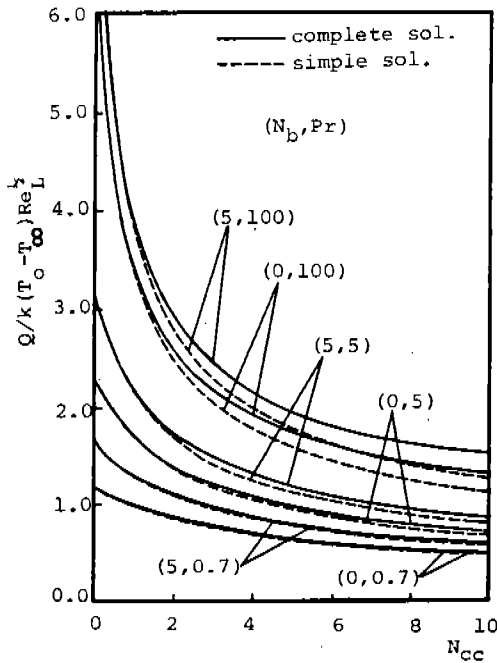


Fig. 11 Overall rates of fin heat transfer

Fig. 11은 對流-傳導 媒介變數 N_{cc} 의 變化에 따른 總熱傳達率을 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 Pr 數가 일정한 경우에는 N_{cc} 가 증가함에 따라 總熱傳達率은 감소하나, N_{cc} 가 일정한 경우에는 N_b 와 Pr 數가 증가함에 따라 總熱傳達率이 증가함을 알 수 있다. 또한 핀 效率은 式 (24)로 주어지므로 總熱傳達率과 동일한 曲線으로 表示되며 N_b 와 Pr 數가 커질수록 單純解와 完全解에 의한 總熱傳達率의 差는 증가하나, 式 (24)에서 等溫 핀에 대한 總熱

傳達率 \bar{H} 가 커지므로 핀 效率의 差는 증가한다고 할 수 없다. N_b , N_{cc} 및 Pr 數가 커질수록 핀 效率은 감소하며, 이는 핀의 溫度分布가 점점 더 等溫 핀에서 멀어짐을 의미한다.

4. 結 論

垂直 平板핀에서 핀의 熱傳導問題와 周圍流體의 混合 對流 境界層問題를 동시에 고려한 複合熱傳達問題를 數值解析한 完全解와 종래의 핀 理論에 의한 單純解를 浮力 媒介變數, 對流-傳導 媒介變數 및 Prandtl 數가 달라지는데 따른 無次元 局所對流熱傳達係數, 無次元 局所熱傳達率, 無次元 總熱傳達率, 無次元 溫度分布 및 핀 效率을 구하고, 이때 얻은 結論을 要約하면 다음과 같다.

(1) Patankar-Spalding 方法은 Prandtl 數가 0.7보다 클 경우에 적용할 수 있으며 Prandtl 數가 1보다 매우 작은 경우에는 약간의 수정이 必要하다.

(2) 無次元 局所對流熱傳達係數는 핀先端으로부터 급격히 감소하여 最小值에 이르고 핀 베이스로 감에 따라 점차 증가하며, 이러한 最小值의 위치는 浮力 媒介變數가 커질수록 핀先端으로 이동한다.

(3) 浮力 媒介變數가 커질수록 대부분의 핀 表面에서 無次元 局所熱傳達率은 증가하며, 完全解와 單純解에 의한 無次元 局所熱傳達率의 差는 浮力 媒介變數, 對流-傳導 媒介變數 및 Prandtl 數가 커질수록 감소한다.

(4) 單純解에 의한 핀의 溫度分布는 完全解에 의한 핀의 溫度分布보다 항상 높으며 浮力 媒介變數, 對流-傳導 媒介變數 및 Prandtl 數가 커질수록 핀베이스와 핀先端의 溫度差는 커진다.

(5) Prandtl 數가 일정한 경우에는 對流-傳導 媒介變數가 커질수록 總熱傳達率은 감소하나, 對流-傳導 媒介變數가 일정한 경우에는 浮力 媒介變數와 Prandtl 數가 커질수록 總熱傳達率은 증가한다.

(6) 핀 效率은 浮力 媒介變數, 對流-傳導 媒介變數 및 Prandtl 數가 커질수록 감소한다.

參 考 文 獻

1. Sparrow, E.M. and Acharya, S., "A Natural Convection Fin with a Solution-Determined Nonmonotonically Varying Heat Transfer Coefficient," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.103, 1981, pp.218-225.
2. Sparrow, E.M. and Chyu, M.K., "Conjugate Forced Convection-Conduction Analysis of Heat Transfer in a Plate Fin," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.104, 1982, pp.204-206.
3. Sunden, B., "Conjugate Mixed Convection Heat Transfer from a Vertical Rectangular Fin," Int. Commun. Heat Mass Transfer, Vol.10, 1983, pp.267-276.
4. Huang, M.J. and Chen, C.K., "Conjugate Mixed Convection and Conduction Heat Transfer along a Vertical Circular Pin," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.28, 1985, pp.523-528.
6. Huang, M.J., Chen, C.K. and Cleaver, J.W., "Vertical Circular Pin with Conjugated Natural Convection-Conduction Flow," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.107, 1985, pp.242-245.
6. Garg, V.K. and Velusamy, K., "Heat Transfer Characteristics for a Plate Fin," ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 108, 1986, pp.224-226.
7. Chen, T.S., Armaly, B.F. and Ramachandran, N., "Correlations for Laminar Mixed Convection Flows on Vertical, Inclined, and Horizontal Flat Plates," ASME Journal of Heat Transfer, Vol.108, 1986, pp. 835-840.
8. Spalding, D.B., GENMIX: A General Computer Program for Two-Dimensional Parabolic Phenomena, Pergamon Press, Oxford, 1977.
9. Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, 1980.
10. Eckert, E.R.G. and Drake, R.M., Analysis of Heat and Mass Transfer, McGraw-Hill, Tokyo, 1979, pp.523-524.