

〈논 문〉 SAE NO. 96370069

## 다물체의 기구해석 및 동적거동해석을 위한 오일러 매개변수의 교정방법

### An Euler Parameter Updating Method for Multibody Kinematics and Dynamics

김 성 주,\* 배 대 성,\*\* 최 창 곤,\*\*\* 양 성 모\*\*\*\*  
S. J. Kim, D. S. Bae, C. K. Choi, S. M. Yang

#### ABSTRACT

This paper develops a sequential updating method of the Euler parameter generalized coordinates for the machine kinematics and dynamics, The Newton's method is slightly modified so as to utilize the Jacobian matrix with respect to the virtual rotation instead of this with respect to the Euler parameters. An intermediate variable is introduced and the modified Newton's method solves for the variable first. Relational equation of the intermediate variable is then solved for the Euler parameters. The solution process is carried out efficiently by symbolic inversion of the relational equation of the intermediate variable and the iteration equation of the Euler parameter normalization constraint. The proposed method is applied to a kinematic and dynamic analysis with the Generalized Coordinate Partitioning method. Convergence analysis is performed to guarantee the local convergence of the proposed method. To demonstrate the validity and practicalism of the proposed method, kinematic analysis of a motion base system and dynamic analysis of a vehicle are carried out.

#### 1. 서 론

기계시스템의 운동을 표현하는데 있어서, 일반 좌표를 선택하는 몇 가지 방법이 있다. 그 중 하나가 직교(Cartesian)좌표를 적용하는 것이다.

관성좌표계에 대하여 공간에서의 위치를 표현하기 위하여 세 개의 병진축이 이용되었다. 오일러(Euler)이나 브라이언트(Bryant)<sup>1)</sup>와 같은 세 개의 회전각 또는 네 개의 오일러 매개변수<sup>2)</sup>가 강체의 자세를 표현하기 위하여 이용되었다. 오일러각이나 브라이언트각이 때로는 특이한(singular) 자세를 갖고 많은 삼각함수를 포함하므로, 참고문헌 2와 3에서는 오일러 매개변수가 더 유용하다고 주장하고 있다. 그러나, 오일러 매개변수는 각각이 서로 독립적이지 않고 오일러

\* 한양대학교 기계공학과

\*\* 정회원, 한양대학교 기계공학과

\*\*\* 국방과학 연구소

\*\*\*\* 정회원, 전북대학교 정밀기계공학과

매개변수 구속조건을 만족해야 한다. 따라서 기구학적 구속방정식은 반드시 보일러 매개변수 구속방정식과 동시에 풀어야 하며, 이 과정은 방정식의 표현을 복잡하게 하며 풀어야 할 방정식의 수를 증가시킨다.

이러한 오일러 매개변수의 단점을 보완하기 위해 참고문헌 4, 5, 6과 7에서는 먼저 오일러 매개변수를 매개변수 구속조건을 고려없이 구한 후 얻어진 오일러 매개변수를 최소로 수정하여 오일러 매개변수 구속조건을 만족시키도록 수정한다. 이러한 수정방법은 두개의 성질이 다른 구속조건을 독립적으로 처리하여 동시에 두 구속조건을 동시에 만족시키지는 못한다.

본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위해 새로운 오일러 매개변수 교정방법을 제시한다. 이를 위해 Newton 방법<sup>8)</sup>을 수정하였다. 먼저 구속조건을 기구학적 구속조건과 오일러 매개변수 구속조건으로 나누고 기구학적 구속조건을 먼저 가상회전에 대한 편미분을 구하여 가상회전 변화량을 구한 후 오일러 매개변수 구속조건을 이용하여 매개변수 변화량을 구한다.

2절에서는 문제점이 자세히 설명되었고, 3절에서는 매개변수 교정방법이 제시되었으며, 4절에서는 변형된 Newton방법의 수렴성이 증명되었다. 수치예제는 5절에 수록되었으며 결론은 6절에 언급하였다.

## 2. 구속방정식과 문제 제기

### 2.1 구속방정식

기저 시스템은 일반좌표를 사용하여 표현된다. 그 예로써, 공간에 있는 각각의 강체는 세개의 방진좌표  $r = [x \ y \ z]^T$ 와 네 개의 오일러 매개변수  $p = [e_0 \ e_1 \ e_2 \ e_3]^T$ 로 표현될 수 있다<sup>9)</sup>. 기계시스템이 여러 개의 강체로 이루어졌기 때문에, 그 시스템에 대한 일반좌표 벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$q = [r_1^T, \dots, r_n^T, p_1^T, \dots, p_n^T]^T$$

여기서  $n$ 은 시스템에서 강체의 수이다. 두개의 인접한 강체가 기구학적 조인트로 연결되어 있을 때, 일반좌표는 조인트의 기하학적 관계와 연관되어 있다. 이러한 관계를 기구학적 구속조건이라 부르고 다음과 같이 표현한다.

$$\Phi^K(q) = 0 \quad (1)$$

공간에서 강체는 세 개의 회전자유도를 가지므로, 네 개의 오일러 매개변수는 서로 독립적이지 않고 오일러 매개변수 구속조건을 만족해야 한다.

$$\Phi^N = p^T p - 1 = e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 - 1 = 0 \quad (2)$$

기구해석을 하기 위해서는 자유도와 같은 수의 구동 구속조건  $\Phi^D$ 이 요구된다. 그 결과로서 기구학적 구속조건, 구동 구속조건, 오일러 매개변수 구속조건이 미지수의 수와 같은 수의 방정식을 구성한다. 즉,

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi^{KN} \\ \Phi^N \end{bmatrix} = 0 \quad (3)$$

여기서 위첨자  $K$ ,  $D$ , 그리고  $N$ 은 시스템에서 각각 기구학적 구속조건, 구동 구속조건, 오일러 매개변수 구속조건을 나타낸다.

일반좌표분리(Generalized Coordinate Partitioning)방법<sup>10)</sup>에서,  $\Phi_q$ 를 전피벗(full pivoting)하는 가우스(Gauss) 소거법에서 자유도의 수와 같은 독립좌표가 선택된다. 위치해석에서 독립좌표가 고정되어 있으므로,

$$\Phi^{IN} = U_0(q_{n+1} - \sum_{i=1}^k (a_i q_{n-1} + hb_i \dot{q}_{n-1})) = 0 \quad (4)$$

여기서 추출(incidence)행렬  $U_0$ 는 (자유도의 수  $\times$  일반좌표의 수)만큼의 차원을 가지며 일반좌표  $q$ 에서 이들을 독립좌표를 추출한다. 그리고  $q$ 로부터 독립 일반좌표를 구한다. 적분의 차수는  $k$ 로 가정되었다. 그래서, 일반좌표분리(Genera-

lized Coordinate Partitioning) 방법을 통한 위치해석에서 아래의 식에서 q를 구하게 된다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi^K \\ \Phi^M \\ \Phi^N \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

2.2 문제 제기

식 3과 식 5를 풀기 위해 Newton의 방법을 적용하면 아래와 같이 표시된다.

$$\Phi_0 \Delta q = -\Phi \quad (6.a)$$

$$q^{i+1} = q^i + \Delta q^i, \quad j=1, 2, \dots \quad (6.b)$$

식 6.a, 식 3 또는 식 5에 있는 자코비안 행렬  $\Phi_0$ 을 구하기 위해서는 가상변위  $\delta r$ 과 강체 부착 기준좌표계에 대한 가상 회전  $\delta \pi'$ 을 고려해야 한다. 즉,

$$\delta \Phi = \Phi_0 \delta r + \Phi_x \delta \pi' = 0 \quad (7)$$

여기서  $\delta r = [\delta r_1^T, \dots, \delta r_n^T]^T$ 이고  $\delta \pi' = [\delta \pi_1^T, \dots, \delta \pi_n^T]^T$  그리고 아래첨자 n은 시스템에서 강체의 수이다. 미소의 오일러 매개변수와 미소회전은 아래와 같은 관계를 갖는다<sup>4)</sup>.

$$\delta \pi' = 2G_i \delta p_i \quad (8)$$

여기서 행렬  $G_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$G_i = [-e_{ii}, -\tilde{e}_i + e_{ii}]_{3 \times 4} \quad (9)$$

모든 강체에 대하여 식 8을 식 7에 대입하면  $\delta r$ 과  $\delta p$ 에 대한 자코비안 행렬을 아래와 같은 식이 유도된다.

$$\delta \Phi = \Phi_0 \delta r + 2\Phi_x G \delta p \quad (10)$$

여기서  $G = \text{Diag}[G_1, \dots, G_n]$  그러므로  $\delta r$ 과  $\delta p$ 에 대한 자코비안 행렬식은 다음과 같이 구하여

진다.

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= [\Phi_0, \Phi_p] \\ &= [\Phi_0, 2\Phi_x G] \end{aligned} \quad (11)$$

$\Phi_0$ 와  $\Phi_x$ 를 비교하면 몇 가지 사실을 알 수 있다.

- (1)  $\Phi_x$ 로부터  $\Phi_0$ 를 구하기 위해서는 행렬 G를 더 곱해주어야 한다.
- (2) 각각의 강체에 대한 행렬  $\Phi_p$ 은  $\Phi_x$ 보다 하나의 열이 더 존재한다.
- (3)  $\Phi_x$ 에서 몇몇 항은 상수이다<sup>4)</sup>. 그리고 반복적으로 구할 필요가 없다. 그러나 행렬 G는 오일러 매개변수 p로 구성되므로, 이에 대한 자코비안 행렬은 매 시간마다 갱신되어야 한다.

$\delta p$ 에 대해 자코비안 행렬을 구하는 이러한 단점을 없애기 위하여, 위치해석시  $\Phi_x$ 를 이용하는 것이 더 바람직하다.  $\Phi_0$  대신에  $\Phi_x$ 를 이용하기 위해서 다음 장에서 Newton의 방법이 약간 수정되었다.

3. 오일러 매개변수의 순차적 수정방법

식 3과 식 5에 있는 구속방정식을 오일러 매개변수 구속방정식과 그 나머지의 구속방정식으로 다음과 같이 분해할 수 있다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi^R \\ \Phi^N \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 아래첨자 R은 오일러 매개변수 구속방정식 이외의 식을 의미한다. 이 장에서는 먼저  $\Phi^R$ 를 고려하고 나서  $\Phi^N$ 를 고려하는 연속적인 방법이 유도된다.

$\Phi^R$ 에 대하여 Newton의 방법을 고려하면,

$$\Phi_0^R \Delta q = -\Phi^R \quad (13)$$

식 11에서 구한 자코비안 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_i^R &= [\Phi_i^R \ \Phi_p^R] \\ &= [\Phi_i^R \ 2\Phi_{i'}^R G] \end{aligned} \quad (14)$$

새로운 변수  $\Delta\psi_i$ ,  $\Delta\phi$ , 그리고  $\Phi_p$ 를 아래와 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} \Delta\psi_i &\equiv 2G_i \Delta p_i \quad i=1, 2, \dots, n \\ \Delta\phi &\equiv [\Delta\tau_1^T, \dots, \Delta\tau_n^T, \Delta\psi_1^T, \dots, \Delta\psi_n^T]^T \\ \Phi_p &\equiv [\Phi_n, \dots, \Phi_m, \Phi_{n'}, \dots, \Phi_m] \end{aligned} \quad (15)$$

이 새로운 변수를 이용하면 식 13은 다음과 같이 표시된다.

$$\Phi_p^R \Delta\phi = -\Phi^R \quad (16)$$

중복된 구속조건이 없다면, 행렬  $\Phi_p$ 는 완전 열 랭크(full column rank)를 갖게 되고 비특이행렬이 된다<sup>4)</sup>. 그러므로,  $\Delta\phi$ 는 식 16으로 부터 구할 수 있다.

$i$ 번째 강체의 오일러 매개변수 구속조건  $\Phi^N$ 에 대하여 Newton의 방법을 적용하며,

$$2p_i^T \Delta p_i = -\Phi_i^N \quad (17)$$

여기서  $\Phi_i^N$ 는 주어진  $p_i$ 에 대한 오일러 매개변수 구속조건인 나머지이다.

$i$ 번째 강체에 대해  $\Delta q_i = [\Delta\tau_i^T, \Delta p_i^T]^T$ 를 구하기 위하여, 식 15와 식 17은 동시에 풀수 있고 아래와 같은 식을 구성한다.

$$2H_i \Delta p_i = \begin{bmatrix} \Delta\psi_i \\ -\Phi_i^N \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서  $\Delta\psi_i$ 는 식 16을 풀어 수치적으로 구할 수 있고 행렬  $H_i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$H_i = \begin{bmatrix} G_i \\ p_i^T \end{bmatrix} \quad (19)$$

식 18은 식으로 표현된  $4 \times 4$  선형 시스템의 특별한 형태를 포함하고 있다.  $\Delta p_i$ 에 대한 유일

해가 존재함을 증명하기 위하여 계수행렬  $H_i$ 는 비 특이행렬이어야 한다.

Lemma 1 : 행렬  $H_i$ 는 비 특이행렬이다.

증명 : 행렬의 행렬식이 0이 아니면 그 행렬은 특이행렬이 아니다. 행렬  $H_i$ 의 행렬식은 직접 계산을 통하여 구한다.

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} -e_1 & -e_2 & -e_3 & e_0 \\ e_0 & -e_3 & e_2 & e_1 \\ e_3 & e_0 & -e_1 & e_2 \\ -e_2 & e_1 & e_0 & e_3 \end{bmatrix} \\ = -e_1[e_1e_3^2 + e_0^2e_1 + e_1e_2^2 - (-e_1^3)] \\ + e_2[-e_2^3 - (e_1^2e_2 + e_2e_3^2 + e_0^2e_2)] \\ - e_3[e_1e_3^2 + e_0^2e_1 + e_1e_2^2 - (-e_1^3)] \\ - e_0[e_0^3 - (-e_0e_2^2 - e_0e_3^2 - e_0e_1^2)] \\ = -(e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2)(e_0^2 + e_1^2 + e_2^2 + e_3^2) \\ = -(p_i^T p_i)^2 \end{aligned}$$

$p_i=0$ 인 경우를 제외하고는 행렬식은 항상 음수가 되므로 행렬  $H_i$ 는 비특이행렬이다.  $p_i=0$ 인 경우, 이 논문에서 제시된 방법은 유효하지 않다. 그러나,  $p_i^T p_i$ 가 일반적으로 대부분의 적용 예에서 '1'에 근사하므로 이런 경우는 매우 드물다.

식 18에서 수치적으로  $\Delta p_i$ 를 구할 수 있다. 그러나, 식 18의 계수행렬은 역행렬을 기호상으로 쉽게 구할 수 있는 특별한 형태를 가지고 있다.

Lemma 2 : 행렬  $\frac{1}{2(p_i^T p_i)} H_i^T$ 은 비특이행렬  $2H_i$ 의 역행렬이다.

증명 :  $\frac{1}{2(p_i^T p_i)} H_i^T$ 은 비특이행렬  $2H_i$ 를 직접 곱하여 주면

$$\begin{aligned} \frac{1}{(p_i^T p_i)} \left[ \frac{1}{2} G_i^T \ \frac{1}{2} p_i \right] [2G_i^T \ 2p_i]^T \\ = (G_i^T G_i + p_i p_i^T) / p_i^T p_i \end{aligned} \quad (20)$$

식 9의 정의를 이용  $G_i^T G_i$ 를 기호적으로 계산하면 다음과 같은 관계가 나온다.

$$G_i^T G_i = (p_i^T p_i) / (1 - p_i p_i^T) \quad (21)$$

식 21을 식 20에 대입하면

$$\begin{aligned} & (G_i^T G_i + p_i p_i^T) / p_i^T p_i \\ &= [(p_i^T p_i) I - p_i p_i^T + p_i p_i^T] / p_i^T p_i \\ &= I \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2(p_i^T p_i)} H_i^T (2H_i) = I \text{ 이므로, } (2H_i)^{-1} = \frac{1}{2(p_i^T p_i)}$$

$H_i^T$ 의 관계를 갖는다.

요약하여 보면, Newton의 방법은  $\Delta\psi_i$ 를 구하기 위하여 식 16을 풀어준 후, 기호적 표현을 이용하여 수정되는  $\Delta p_i$ 가 연속적으로 구하여 진다.

$$\begin{aligned} \Delta p_i &= \frac{1}{2p_i^T p_i} H_i^T \begin{bmatrix} \Delta\psi_i \\ -\phi_i^N \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2p_i^T p_i} (G_i^T \Delta\psi_i - p_i \phi_i^N) \end{aligned} \quad (22)$$

#### 4. 수정된 Newton방법의 수렴해석

원래의 Newton의 방법은 앞장에서 다음과 같이 수정되었다. 즉,

$$\phi_\nu^R \Delta\phi = -\phi^R \quad (23.a)$$

그리고  $\Delta p$ 를 다음과 같이 구한다.

$$\begin{bmatrix} [I]_{3 \times 3} & [0]_{3 \times 4} \\ [0]_{4 \times 3} & [2H_i]_{4 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_i \\ \Delta p_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta r_i \\ \Delta\psi_i \\ -\phi_i^N \end{bmatrix} \quad (23.b)$$

$$q_i^{j+1} = q_i^j - \begin{bmatrix} \Delta r_i \\ \Delta p_i \end{bmatrix}_i \quad j=1, 2, \dots \quad (23.c)$$

여기서 아래첨자  $j$ 와 아래첨자  $i$ 는 각각 Newton 방법의 반복횟수와 강제의 번호를 나타낸다.

Theorem 1 : 식 23.a, 23.b 그리고 식 23.c에 의해 구하여지는 수열  $q^{j+1}$ 는  $\phi^R(q^*, t) = 0$ 과  $\phi^N(q^*) = 0$ 을 만족하도록  $q^*$ 에 수렴한다. 그리고 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$\|q^{j+1} - q^*\| \leq \beta \gamma \|q^j - q^*\|^2$$

여기서  $\|\phi_\nu(q^*)^{-1}\| \leq \beta$ 이고 행렬  $\phi_\nu$ 은  $q^*$ 를 중심으로 반경  $r$ 의 개 근방(open neighborhood)에서 Lipschitz 조건을 만족한다. 즉,

$$\|\phi_\nu(q) - \phi_\nu(q^*)\| \leq \gamma \|q - q^*\|$$

증명 : 수정된 Newton의 방법이 수렴하는 것을 증명하기 위하여, 먼저 수정된 Newton의 방법이 원래의 Newton의 방법과 수치적으로 동일하다는 것을 증명한다. 그리고 원래의 Newton의 방법이 수렴하는 것을 증명한다.

식 23.b를 시스템에서 모든 강체에 적용하고 다시 정리하면,

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} \Delta q = \begin{bmatrix} \Delta\phi \\ -\phi^N \end{bmatrix} \quad (24)$$

여기서  $J_1 = [I]$ ,  $J_2 = \text{Diag}[2G_1, 2G_2, \dots, 2G_n]$

그리고  $J_3 = \begin{bmatrix} 2p_1^T & & & \\ [0]_{n \times 3n} & 2p_2^T & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2p_n^T \end{bmatrix}$  이다.

식 24의  $\Delta\phi$ 는 식 23으로부터 아래와 같이 구하여진다.

$$\Delta\phi = -[\phi_\nu^R]^{-1} \phi^R \quad (25)$$

식 25를 식 24의 우변에 대입하면,

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{bmatrix} \Delta q = \begin{bmatrix} -[\phi_\nu^R]^{-1} \phi^R \\ -\phi^N \end{bmatrix} \quad (26)$$

식 26의 위치에 있는 양쪽 항에  $\phi_\nu^R$ 를 곱하여 주면 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{bmatrix} \phi_\nu^R [J_1] \\ [J_2] \\ J_3 \end{bmatrix} \Delta q = \begin{bmatrix} -\phi^R \\ -\phi^N \end{bmatrix} \quad (27)$$

식 13으로 부터  $\Phi_q^R \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \Phi_q^R$  이고  $J_3 = \Phi_q^N$ 이므로, 식 27은 원래의 Newton의 반복식과 동일하다.

$$\begin{bmatrix} \Phi_q^N \\ \Phi_q^N \end{bmatrix} \Delta q = \begin{bmatrix} -\Phi^R \\ \Phi^N \end{bmatrix}$$

이것으로 식 23.a, 23.b, 23.c에 있는 반복식은 식 6.a와 6.b에 있는 원래의 Newton의 방법과 수치적으로 동일하다는 것을 보여준다.

적분식은 아래와 같이 표시된다.

$$q^{i+1} = q^i - \Phi_q(q^i)^{-1} \Phi(q^i) \quad (28)$$

식 28의 좌우 항에  $q^*$ 를 빼주고  $\Phi(q^*)=0$ 를 이용하면 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} q^{i+1} - q^* &= q^i - q^* - \Phi_q(q^i)^{-1} [\Phi(q^i) - \Phi(q^*)] \\ &= \Phi_q(q^i)^{-1} [\Phi(q^*) - \Phi(q^i) - \Phi_q(q^i)(q^* - q^i)] \end{aligned} \quad (29)$$

참고문헌 13의 가정 4.1.12를 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \|q^{i+1} - q^*\| &\leq \|\Phi_q(q^i)^{-1}\| \|\Phi(q^*) - \Phi(q^i) - \Phi_q(q^i)(q^* - q^i)\| \\ &\leq 2\beta \frac{\gamma}{2} \|q^i - q^*\|^2 \\ &\leq \beta\gamma \|q^i - q^*\|^2 \end{aligned}$$

### 5. 수치 예제

제시된 방법의 유효성과 유용성을 보이기 위하여, 이 장에서 두개의 예제를 보인다.

#### 5.1 모션 베이스 시스템의 기구해석

그림 1에 보여진 모션베이스는 두개의 강체로 이루어져 있다. 하나는 모션베이스이고 나머지는 지면(ground)이다. 두개의 강체는 세 개의 유압 액츄에이터와 모션베이스의 중앙에 구면조인트

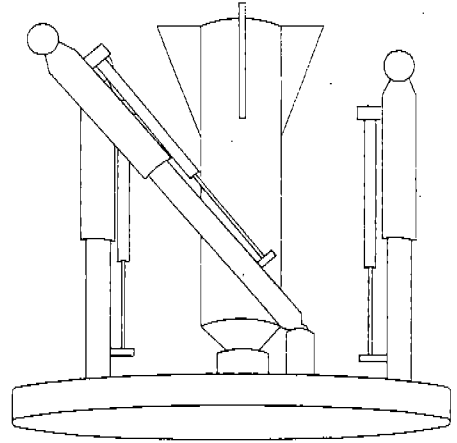


Fig.1 Motion Base Schematic

Table 1  $s_i^r$  vector in example 5.1

	actuator 1	actuator 2	actuator 3
ground	(0.03, 0.565, 0.028)	(-0.25, -0.45, 0.0)	(-0.25, 0.45, 0.0)
platform	(0.479, 0.021, -0.115)	(-0.25, -0.433, 0.0)	(0.25, 0.433, 0.0)

로 연결되어 있다. 이 액츄에이터가 시스템의 드라이버 역할을 한다. 모션베이스의 롤링(rolling), 요잉(yawing), 그리고 피칭(pitching) 각도는 미리 정하여져 있고 이에 대한 액츄에이터의 길이가 실시간으로 계산된다. 그리고 나서 모션베이스가 주어진 액츄에이터의 길이를 추종하도록 유압 서보 밸브를 제어한다. 모션베이스의 추종에러를 롤링, 요잉, 그리고 피칭각도로 측정하기 위하여 액츄에이터의 길이를 측정하는 LVDT 센서가 부착되었다.

측정된 액츄에이터 길이로부터 롤링, 요잉, 그리고 피칭각도를 구하는 과정을 위하여 모션베이스의 기구해석을 수행하였다. 세 개의 구속조건은 센서로부터 구하여진 액츄에이터 길이의 구속조건이다. 즉,

$$\Phi = d_i - d_i - l_i^2 = 0, \quad i=1, 2, 3$$

여기서  $l_i$ 은 LVDT 센서로부터 구하여진 것이고  $d_i = A s_i^r + r$ 이다.  $A$ 는 모션베이스의 변환행렬이

고  $r$ 은 상수벡터이고  $s_i'$  벡터는 표 1에 나타나 있다.

식 23에 있는 변형된 Newton의 방법을  $\Delta\phi$ 을 구하기 위하여 적용하여 보면,

$$\phi_0 \Delta\phi = [2d_i^T (-2As_i')] \Delta\phi = -\phi$$

모션베이스의 오일러 매개변수는 식 22에 의하여 갱신된다.

그림 2에 초기조건을  $p^T = [1000]$ 로 주었을 때 반복(iteration)하는 동안 구속조건의 위배량을 보여준다. 예상했던 대로 기구학적 구속조건과 오일러 매개변수 구속조건이 계산이 계속됨에 따라서 동시에 감소한다.

모든 구속조건이 만족되면 반복작업은 중단되

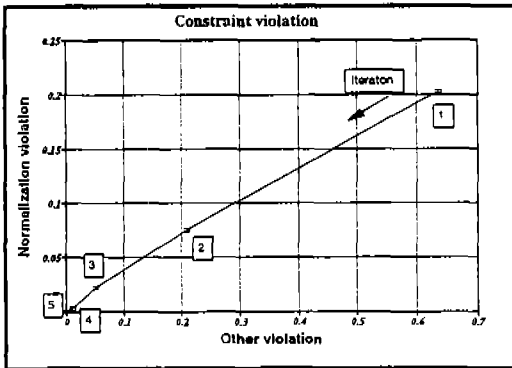


Fig.2 Convergence of Constraint

고 롤링, 요잉, 그리고 피칭각도는 마지막 오일러 매개변수로부터 계산된다.

### 5.2 고기동성 다목적 차량의 동적해석

고기동성 다목적 차량(High Mobility Multi-purpose Wheeled Vehicle(HMMWV))은 미육군의 기본차량이다. 이 차량의 현가장치는 더블 위쉬본(double wishbone) 형태이다. 그림 3에 보여지듯이 이 시스템은 너클(wheel knuckle), 상부 콘트롤 아암(upper control arm), 하부 콘트롤 아암(lower control arm), 그리고 타이로드(tie rod)로 구성되어 있다. 상부(Upper) 및 하부(lower) 콘트롤 아암은 새시와 너클에 각각 회전조인트와 구면조인트로 부착되어 있다. 병진 스프링 댐퍼 액츄에이터(Translational Spring

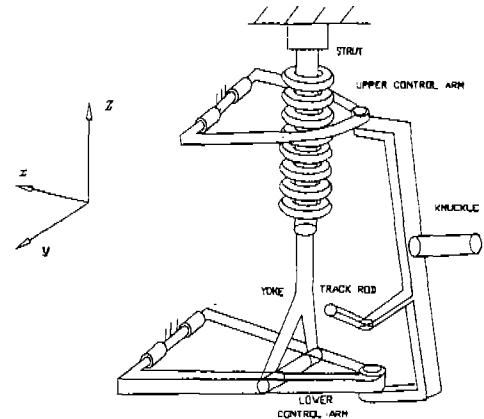


Fig.3 Double Wishbone suspension system

Table 2 Inertia properties of HMMWV

Body	Mass (Kg)	X-Moment of Inertia, $I_x$ (Kg·m <sup>2</sup> )	Y-Moment of Inertia, $I_y$ (Kg·m <sup>2</sup> )	Z-Moment of Inertia, $I_z$ (Kg·m <sup>2</sup> )
Chassis	2123.0	671934.0	226147.0	850900.0
front left lower control arm	16.7245	16.2696	16.2696	16.2696
front left wheel	90.5674	16.2696	16.2696	16.2696
front left upper control arm	5.5808	16.2696	16.2696	16.2696
rear left lower control arm	16.7245	16.2696	16.2696	16.2696
rear left wheel	90.5490	16.2696	16.2696	16.2696
rear left upper control arm	5.5808	16.2696	16.2696	16.2696

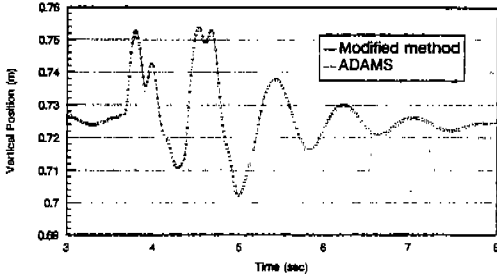


Fig.4 Vertical position time history of point under driver's seat when vehicle go over a bump

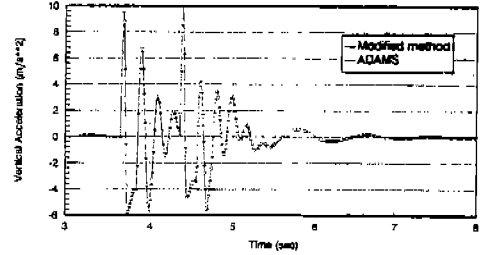


Fig.6 Vertical acceleration time history of point under driver's seat when vehicle go over a bump

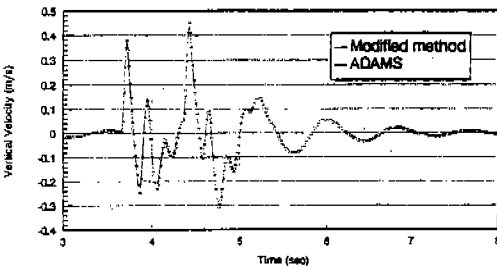


Fig.5 Vertical velocity time history of point under driver's seat when vehicle go over a bump

Damper Actuator(TSDA)) 요소가 새시와 하부 컨트롤 아암사이에 부착되어 있다. 이 힘요소는 비선형 스프링과 댐퍼로 설계되어 있다. 앞바퀴의 두개의 타이로드(tie-rod)는 구동랙(driving rack)에 연결되어 있고 이것은 새시와 병진조인트로 연결되어 있으며 이 병진 조인트를 이용하여 구동시킨다. 이 시스템의 자유도는 12 (14강체×6-8 회전조인트×5-8 구면조인트×3-1 병진조인트×5-2 볼조인트-볼조인트×1-1 병진드라이버×1=12)이다. 차량의 좌측 한쪽만을 고려한 모델에서 관성에 관한 물성치는 표 2에 나타내었다. 차량은 대칭이므로 나머지 부분은 생략되었다.

참고문헌 14에서 언급된 일반좌표 분리(Generalized Coordinate Partitoing)방법과 동적거동해석이 수행되었다. 이 모델에서 주로 운전자의 좌석에서의 응답을 관심 있게 관찰하였다. 차

량이 반경 0.10m(약 4인치)의 범프를 4.5m/sec의 속도로 지날 때, 운전자의 좌석에서 수직 방향의 위치, 속도, 가속도변화를 각각 그림 4, 5, 6에 나타내었다. 예상했던 대로 바퀴가 범프에 부딪힐 때 가속도는 최대값을 갖는다.

똑같은 모델을 상업용 프로그램인 Adams에서 구축하였다. 유사한 결과를 Adams에서 확인하였다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 새로운 오일러 매개변수 교정방법이 제시되었고, 제안된 방법의 수렴성을 증명하였다. 제시된 방법은 기계시스템의 기구해석과 차량 현가장치의 기구해석을 행함으로써 그 수렴성을 입증하였다.

## 후 기

본 연구는 과학재단의 핵심 연구과제 “다물체 시스템을 위한 구속조건의 방정식화”의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

1. Goldstein and Herbert, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley Pub. Co. 1950.
2. O. Bottema and B. Roth, *Theoretical Kinematics*, North-Holland Pub. Co.



3. E. J. Haug, *Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems*, Allyn and Bacon, Boston, 1989.
4. J. Wittenburg, *Dynamics of Systems of Rigid Bodies*, B. G. Teubner, Stuttgart, 1977.
5. J. Wittenburg, *A New Correction Formula for Euler-Rodriguez Parameters*, ZAMM 62, 495~497 (1982).
6. R. E. Roberson, *Correction of Numerical Error in Kinematical Differential Equations When One Direction Cosine is Known*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 46 (1984) 307~312, North-Holland.
7. R. E. Roberson, *Correction of Numerical Error When Two Direction Cosine Columns are Used as Kinematical Variables*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 46 (1984) 151~158, North-Holland.
8. Kendall E. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, John Wiley & Sons, 1989.
9. E. J. Haug and J. Yen, *Implicit Numerical Integration of Constrained Equations of Motion via Generalized Coordinate Partitioning*, University of Iowa Center for Simulation and Design Optimization of Mechanical Systems, Tech. Report R-39. Iowa City, IA, 1989.
10. F. A. Portra and J. Yen, *Implicit Integration for Euler-Lagrange Equations via Tangent Space Parametrization*, Mech. Struct. Mach., 15, 1987.
11. D. S. Bae, R. S. Hwang, and E. J. Haug, "A Recursive Formulation for Realtime Dynamic Simulation of Mechanical Systems", SAME J. of Mechanical Design, Vol. 113, pp. 158~166, 1991.
12. J. E. Dennis and R. Schnabel, *Numerical Method for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1983.
13. R. A. Wehage and E. J. Haug, "Generalized Coordinates Partitioning for Dimension Reduction in Analysis of Constrained Dynamic System", J. of Mechanical Design, Vol. 104, 1982, pp. 247~255.