

〈논 문〉 SAE NO. 96370032

자율 주행 반송차의 궤적 오차와 마찰력에 대한 매개 변수의 민감도 해석

Parameter Sensitivity Analysis of Autonomous Robot Vehicle for Trajectory Error and Friction Force

김 동 규,* 박 기 환,** 김 수 현,*** 곽 윤 근***
D. K. Kim, K. H. Park, S. H. Kim, Y. K. Kwak

ABSTRACT

In order to obtain the principal design data for developing the Autonomous Robot Vehicle (ARV), Sensitivity analysis on the trajectory error and friction force with respect to the dynamic parameters is performed. In the straight motion, the trajectory error has been proved to be much affected by the mass variance of the ARV while the lateral friction force is much affected by the location of the mass center. In the curved motion, the effect of mass and moment of inertia is considered importantly. In addition, the lateral offset gives more effect than the geometric dimension of the ARV on the trajectory errors and friction force.

주요기술용어 : 자율 주행 반송차(Autonomous Robot Vehicle), 추측 항법(Dead Reckoning), 민감도 함수(Sensitivity Function), 미끄러짐(Slippage), 매개 변수(Parameter)

1. 서 론

자율 주행 반송차는 평면상의 주어진 궤적을 추종함으로써 임무를 수행할 수 있다. 근래 반송차의 이용이 증가하고 운동 성능이나 다양한 기능이 요구되고 있으며 이러한 반송차의 이용은 자동화된 공장, 자동 창고, 공항, 사무실, 식당

등 다양하게 이용되고 있다^{1)~4)}. 지금까지 많은 형태의 반송차가 개발되었는데, 크게 유도 방식과 비유도 방식으로 구분할 수 있다. 유도 방식은 반송차가 주행해야 하는 궤적을 테이프, 매설 와이어 또는 고정된 궤도에 의해 미리 고정시킨 후 이를 추종하는 방식이고¹⁾, 비유도 방식은 고정된 궤적이 주어지는 것이 아니라 추측 항법, 비이콘(Beacon), 관성 항법 또는 CCD카메라를 이용한 자율 주행 방식이다^{5)~9)}. 그리고, 구동하는 형태에 따라 차륜형^{1),10)}과 조향형^{11),12)}이 많이 이용되고 이외에 자동차형^{13),14)}이나 특수한

* 한국과학기술원 기계공학과
** 광주과학기술원 기전공학과
*** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

형태의 구동방식^{1), 15), 16)}이 있다.

본 연구에서 개발하고자 하는 반송차는 조향형의 자율주행 방식으로 노면 상태가 양호한 공장이나 사무실에서 추측 함법에 의하여 궤적을 추종하는 물건 이동용이다. 물건을 싣고 이동함으로써 주행 반송차의 동역학적 매개변수의 변화는 주행 반송차의 운동과 주행 성능에 영향을 준다^{17)~19)}.

자율 주행 반송차가 운동하면서 발생하는 가장 큰 문제점인 미끄러짐도 동역학의 변화와 밀접한 관계가 있다. 이러한 미끄러짐은 궤적 오차의 원인이 되고 궁극적으로 궤적 추종 성능의 저하를 야기 시킨다^{20)~22)}. 이러한 미끄러짐에 대한 연구는 신경 회로망을 이용한 보상 방법²²⁾과 미끄러짐이 생성되지 않도록 주어진 궤적에 대한 시간 스케일링 방법¹⁹⁾ 등 여러 방법이 제안되었다.

그러므로 자율 주행 반송차의 설계, 제작에 앞서 이와같은 문제점들에 대한 고찰이 필요하고, 이동시킬 물체의 질량과 위치등이 반송차의 운동에 미치는 영향과 그 정도에 대하여 해석할 필요성이 있다.

본 연구에서는 조향형 자율 주행 반송차에 대하여 민감도 함수^{23)~26)}를 이용하여 매개 변수의 변화에 대한 반송차의 동적 특성을 살펴본다. 2장에서는 자율 주행 반송차의 기구학, 동역학 식을 유도하고 미끄러짐이 없는 조건을 이용하여 반송차에 대한 운동 방정식을 유도한다. 3장에서는 마찰력에 대한 해석으로 마찰력이 반송차의 매개 변수와 변수의 항으로 표시가 된다. 4장에서는 민감도 함수를 유도하고, 주행 성능과 민감도 함수의 입력, 그리고 마찰력에 대한 민감도를 해석한다. 5장에서는 시뮬레이션에 사용된 궤적의 생성과 연속적인 조향각의 생성, 그리고 주어진 궤적을 추종하기 위한 구동 바퀴의 역 기구학을 설명하고 이를 바탕으로 시뮬레이션 결과와 그 결과에 대한 토의를 한다. 그리고, 6장에서는 본연구의 결론을 제시한다.

2. 자율 주행 반송차의 운동 방정식

2.1 자율 주행 반송차의 기구학

자율 주행 반송차의 주어진 궤적을 추종하는 능력은 반송차의 구조와 동역학적 특성에 의해 많은 영향을 받는다. Fig.1은 자율 주행 반송차의 좌표계와 기구학적 매개 변수를 나타낸다. 반송차의 동력학식을 유도하기 위하여 반송차의 무게 중심에 좌표의 원점이 위치하고, x 축이 반송차의 종축 방향과 일치하도록 고정된 국부 좌표계(Local coordinate)를 정의한다. 반송차가 강체(Rigid body)라는 가정하에서 각 바퀴 중심에서의 속도, 가속도는 무게 중심의 속도, 가속도와 반송차의 회전 각속도(θ), 각가속도($\dot{\theta}$)의 합으로 나타낼 수 있다. 조향을 하는 앞바퀴 중심에서의 속도, 가속도 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x} - e\dot{\theta} \\ \dot{y}_1 &= \dot{y} + c\dot{\theta} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \ddot{x} - e\ddot{\theta} - c\dot{\theta}^2 \\ \ddot{y}_1 &= \ddot{y} + c\ddot{\theta} - e\dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, \dot{x}_1 , \dot{y}_1 는 앞바퀴 중심에서의 x_1 , y_1 방향의 속도, e 는 반송차의 기하학적 중심 축에서 부터 무게 중심까지의 편심된 거리이고 c 는

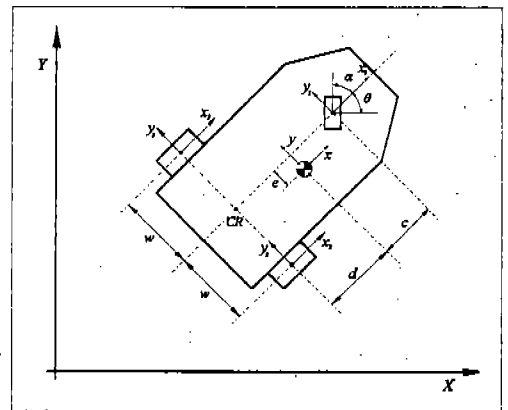


Fig.1 Coordinate system of autonomous robot vehicle

반송차의 무게 중심에서 부터 앞바퀴 중심까지의 x 방향으로의 거리이다.

그리고, 뒷바퀴의 왼쪽, 오른쪽 바퀴 중심에서의 속도, 가속도 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \dot{x} - (w+e)\dot{\theta} \\ \dot{y}_2 &= \dot{y} - d\dot{\theta} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= \dot{x} + (w-e)\dot{\theta} \\ \dot{y}_3 &= \dot{y} - d\dot{\theta} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_2 &= \ddot{x} - (w+e)\ddot{\theta} + d\ddot{\theta}^2 \\ \ddot{y}_2 &= \ddot{y} - d\ddot{\theta} - (w+e)\ddot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_3 &= \ddot{x} + (w-e)\ddot{\theta} + d\ddot{\theta}^2 \\ \ddot{y}_3 &= \ddot{y} - d\ddot{\theta} + (w-e)\ddot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, d 는 반송차의 무게 중심에서부터 뒷바퀴 중심까지의 x 방향으로의 거리이고 $2w$ 는 뒷바퀴 사이의 거리이다.

2.2 자율 주행 반송차의 운동 방정식

Fig.2에 나타난 자유 물체도로 부터 반송차 운동 방정식은 국부 좌표계로 표시하면 다음과 같다.

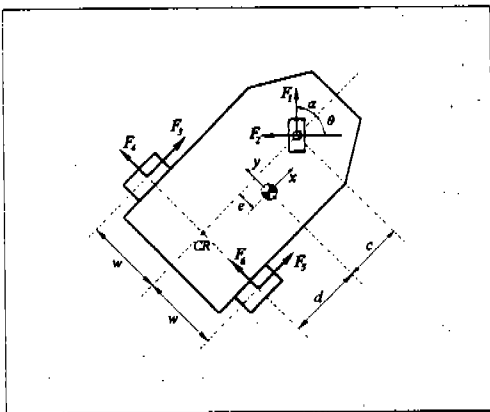


Fig.2 Free body diagram for the autonomous robot vehicle

$$\begin{aligned} M \ddot{x} &= F_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha + F_3 + F_6 \\ M \ddot{y} &= F_1 \sin \alpha + F_2 \cos \alpha + F_4 + F_6 \\ I \ddot{\theta} &= (c \sin \alpha - e \cos \alpha) F_1 - (c \cos \alpha + e \sin \alpha) F_2 \\ &\quad - (w+e) F_3 - d(F_4 + F_6) + (w-e) F_5 \end{aligned}$$

여기서 M 은 반송차 몸체 차량, F_i 는 반송차 무게 중심에 대한 질량 관성 모멘트이고 $F_i(i=1, \dots, 6)$ 는 반송차 몸체와 바퀴의 반작용력이다.

Fig.3에서 보는 바와 같이 반송차의 운동 방정식을 바닥과 바퀴에 작용하는 마찰력 f_i 로 표시하면 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned} (M + \sum_i m_i) \ddot{x} &= f_1 \cos \alpha - f_2 \sin \alpha + f_3 + f_5 \\ (M + \sum_i m_i) \ddot{y} &= f_1 \sin \alpha + f_2 \cos \alpha + f_4 + f_6 \\ (I + \sum_i I_i) \ddot{\theta} &= (c \sin \alpha - e \cos \alpha) f_1 \\ &\quad - (c \cos \alpha + e \sin \alpha) f_2 \\ &\quad - (w+e) f_3 - d(f_4 + f_6) \\ &\quad + (w-e) f_5 \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $m_i(i=1,2,3)$ 는 각 바퀴의 질량이다. 반송차의 입력 토크가 τ 일때, 각 바퀴의 운동 방정식은 다음과 같다.

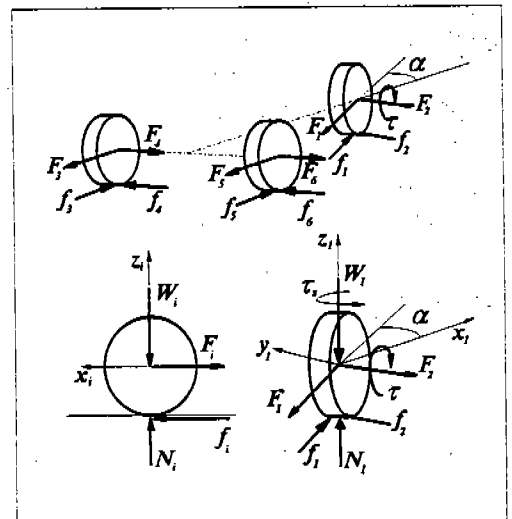


Fig.3 Free body diagram for the wheels

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= (f_1 - F_1) \cos \alpha - (f_2 - F_2) \sin \alpha \\ m_1 \ddot{y}_1 &= (f_1 - F_1) \sin \alpha + (f_2 - F_2) \cos \alpha \\ m_1 \ddot{z}_1 &= N_1 - W_1 \quad J_1 \ddot{q}_1 = \tau - r_1 f_1 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{x}_2 &= f_3 - F_3 \quad m_2 \ddot{y}_2 = f_4 - F_4 \\ m_2 \ddot{z}_2 &= N_2 - W_2 \quad J_2 \ddot{q}_2 = -r_3 f_5 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} m_3 \ddot{x}_3 &= f_5 - F_5 \quad m_3 \ddot{y}_3 = f_6 - F_6 \\ m_3 \ddot{z}_3 &= N_3 - W_3 \quad J_3 \ddot{q}_3 = -r_3 f_5 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $W_i (i=1,2,3)$ 는 반송차 본체가 각 바퀴에 작용하는 중량이고 $N_i (i=1,2,3)$ 는 바퀴에 작용하는 수직항력이다.

2.3 미끄러지지 않는 조건에서의 운동 방정식

바퀴와 바닥과의 접촉점에서 미끄러짐이 존재하지 않는다는 가정하에서, 구속 조건을 부가하여 운동 방정식을 정리하면, 조향을 하는 앞바퀴 중심에서의 속도, 가속도 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= r_1 \dot{q}_1 \cos \alpha \\ \dot{y}_1 &= r_1 \dot{q}_1 \sin \alpha \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= r_1 \ddot{q}_1 \cos \alpha - r_1 \dot{q}_1 (\dot{\alpha} + \theta) \sin \alpha \\ \ddot{y}_1 &= r_1 \ddot{q}_1 \sin \alpha + r_1 \dot{q}_1 (\dot{\alpha} + \theta) \cos \alpha \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, r_1 : 앞바퀴의 반지름
 \dot{q}_1, \ddot{q}_1 : 앞 바퀴의 회전 각속도, 각 가속도
 α : 반송차의 조향 각도 (Steering angle)

그리고, 뒷바퀴의 왼쪽, 오른쪽 바퀴 중심에서의 속도, 가속도 식은 다음과 같다.

$$\dot{x}_2 = r_2 \dot{q}_2, \quad \dot{y}_2 = 0 \quad (14)$$

$$\dot{x}_3 = r_3 \dot{q}_3, \quad \dot{y}_3 = 0 \quad (15)$$

$$\ddot{x}_2 = r_2 \ddot{q}_2, \quad \ddot{y}_2 = r_2 \ddot{q}_2 \theta \quad (16)$$

$$\ddot{x}_3 = r_3 \ddot{q}_3, \quad \ddot{y}_3 = r_3 \ddot{q}_3 \theta \quad (17)$$

여기서 r_2, r_3 는 왼쪽, 오른쪽 뒷바퀴의 반지름이고 $\dot{q}_i, \ddot{q}_i (i=2,3)$ 는 뒷바퀴의 회전 각속도와 각가속도이다. 식 (12)~(17)을 식 (1)~(6)에 적용함으로써 반송차의 무게 중심과 각 바퀴에서의 속도를 구동 바퀴의 각속도와 조향각의 함수로 나타낼 수 있다. 이를 식으로 표현하면,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \left(\cos \alpha + \frac{e}{d+c} \sin \alpha \right) r_1 \dot{q}_1 \\ \dot{y} &= d\dot{\theta} = \frac{d}{d+c} r_1 \dot{q}_1 \sin \alpha \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{d+c} r_1 \dot{q}_1 \sin \alpha \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \left(\cos \alpha - \frac{w}{d+c} \sin \alpha \right) r_1 \dot{q}_1 \\ \dot{x}_3 &= \left(\cos \alpha + \frac{w}{d+c} \sin \alpha \right) r_1 \dot{q}_1 \\ \dot{y}_2 = \dot{y}_3 &= 0.0 \end{aligned} \quad (19)$$

그리고, 반송차 무게 중심에서의 가속도를 구동 바퀴의 변수와 조향각의 함수로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \left(\cos \alpha + \frac{e}{L} \sin \alpha \right) r_1 \ddot{q}_1 \\ &\quad + \left(\frac{e}{L} \cos \alpha - \sin \alpha \right) r_1 \dot{q}_1 \dot{\alpha} + \frac{r_1^2}{L^2} d \dot{q}_1^2 \sin^2 \alpha \\ \ddot{y} &= \frac{d}{L} r_1 \ddot{q}_1 \sin \alpha + \frac{d}{L} r_1 \dot{q}_1 \dot{\alpha} \cos \alpha \\ &\quad + r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{1}{L^2} e r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin^2 \alpha \\ \ddot{\theta} &= \frac{1}{L} r_1 \ddot{q}_1 \sin \alpha + \frac{1}{L} \dot{q}_1 \dot{\alpha} \cos \alpha - \frac{(w+e)}{L^3} r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin^2 \alpha \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, $L=d+c$

그리고, 식 (7)~(11)에 식 (1)~(6)과 식 (12)~(20)을 대입함으로써 다음과 같은 운동 방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau = r_1^2 \dot{q}_1 & \left\{ M \left(\cos^2 \alpha + \frac{e}{L} \sin(2\alpha) + \left(\frac{e}{L} \right)^2 \sin^2 \alpha \right) + \frac{I}{L^2} \sin^2 \alpha \right. \\ & \left. + \frac{3}{2} \left(m_1 + (m_2 + m_3) \left(\cos^2 \alpha + \left(\frac{w}{L} \right)^2 \sin^2 \alpha \right) + (m_3 - m_2) \frac{w}{L} \sin(2\alpha) \right) \right\} \\ & + r_1^2 \dot{q}_1 \dot{\alpha} \left\{ M \left(\frac{e}{L} \cos(2\alpha) + \frac{e^2 + c^2 - 2Lc}{2L^2} \sin(2\alpha) \right) + \frac{I}{2L^2} \sin(2\alpha) \right. \\ & \left. + \frac{3}{2} \left((m_2 + m_3) \left(\frac{-L^2 + w^2}{2L^2} \sin(2\alpha) \right) + (m_3 - m_2) \frac{w}{L} \cos(2\alpha) \right) \right\} \\ & + \dot{q}_1^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \left(\frac{r_1^3}{L} \right) (-I - 3(m_2 + m_3)(w^2 + e^2) - 3(m_2 - m_3)ew) \end{aligned} \quad (21)$$

3. 자율 주행 반송차의 미끄러짐과 마찰력

반송차의 운동중 발생하는 가장 큰 문제는 바퀴와 바닥과의 미끄러짐이다. 이는 주어진 궤적을 추종하는데 있어서 누적 오차의 원인이 되고, 인코더(encoder) 신호를 이용한 추측 방법에 의하여 반송차의 위치를 추정(Position estimation) 하는 경우에는 더욱 심각한 문제를 발생할 수 있다. 본 연구에 사용된 반송차의 동역학식으로부터 마찰력을 반송차의 매개 변수와 변수들의 항으로 나타낼수 있다. 식 (9)~(11)로부터

$$\begin{aligned} f_1 &= F_1 + m_1 r_1 \dot{q}_1 \\ f_2 &= F_2 + m_1 r_1 \dot{q}_1 (\dot{\alpha} + \theta) \\ f_3 &= F_3 + m_2 \ddot{x}_2 \\ f_5 &= F_5 + m_3 \ddot{x}_3 \\ f_4 &= F_4 + m_2 \ddot{y}_2 = F_4 + m_2 r_2 \dot{q}_2 \dot{\theta} \\ f_6 &= F_6 + m_3 \ddot{y}_3 = F_6 + m_3 r_3 \dot{q}_3 \dot{\theta} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, 마찰력 f_i 는 반작용력 F_i 와 반송차의 매개 변수와 변수들의 항으로 표시된다. 그리고 반작용력 F_i 역시 반송차의 매개 변수와 변수들의 항으로 표시할 수 있다.

식 (10), (11)에서

$$f_3 = -\frac{J_2}{r_2} \ddot{q}_2, \quad f_5 = -\frac{J_3}{r_3} \ddot{q}_3 \quad (23)$$

이고, $J_2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2$, $J_3 = \frac{1}{2} m_3 r_3^2$ 라고 가정하면,

$$\begin{aligned} F_3 &= f_3 - m_2 \ddot{x}_2 = -\frac{1}{2} m_2 r_2 \ddot{q}_2 - m_2 \ddot{x}_2 = -\frac{3}{2} m_2 \ddot{x}_2 \\ F_5 &= f_5 - m_3 \ddot{x}_3 = -\frac{3}{2} m_3 \ddot{x}_3 \end{aligned} \quad (24)$$

이 된다. 반작용력 F_1, F_2, F_4, F_6 를 구하기 위하여 식 (7)을 정리하면,

$$\begin{aligned} M \ddot{x} - F_3 - F_5 &= F_1 \cos \alpha - F_2 \sin \alpha \\ M \ddot{y} &= F_1 \sin \alpha + F_2 \cos \alpha + (F_4 + F_6) \\ I \ddot{\theta} + (w+e)F_3 - (w-e)F_5 &= (c \sin \alpha - e \cos \alpha) F_1 \\ &+ (c \cos \alpha + e \sin \alpha) F_2 - d(F_4 + F_6) \end{aligned} \quad (25)$$

이 되고, 여기서 식은 3개이고, 알고자 하는 반작용력은 4개이다. 반작용력 F_4, F_6 벡터는 방향이 같으므로 하나의 변수로 생각할 수 있다. 그러므로,

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_4 + F_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 1 \\ c_1 & c_2 & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

이다. 반송차의 몸체와 바퀴 중심 사이에 작용한 반작용력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{L} \left[(L \cos \alpha + e \sin \alpha) g_1 + d \sin \alpha g_2 + \sin \alpha g_3 \right] \\ F_2 &= \frac{1}{L} \left[(-L \sin \alpha + e \cos \alpha) g_1 + d \cos \alpha g_2 + \cos \alpha g_3 \right] \\ F_3 &= -\frac{3}{2} m_2 \ddot{x}_2 \\ F_5 &= -\frac{3}{2} m_3 \ddot{x}_3 \\ F_4 + F_6 &= \frac{1}{L} \left[-e g_1 + c g_2 - g_3 \right] \end{aligned} \quad (27)$$

여기서, $c_1 = c \sin \alpha - e \cos \alpha$

$c_2 = c \cos \alpha + e \sin \alpha$

$g_1 = g_{11} \ddot{x} + g_{12} \ddot{\theta} + g_{13} d \ddot{\theta}^2$

$g_2 = g_{21} \ddot{y}$

$g_3 = g_{31} \ddot{x} + g_{32} \ddot{\theta} + g_{33} d \ddot{\theta}^2$

$$g_{11} = M + \frac{3}{2}(m_2 + m_3)$$

$$g_{12} = g_{31} = g_{33} = \frac{3}{2}[m_3(w - e) - m_2(w + e)]$$

$$g_{13} = \frac{3}{2}(m_2 + m_3)$$

$$g_{21} = M$$

$$g_{32} = I + \frac{3}{2}[m_2(w + e)^2 + m_3(w - e)^2]$$

식 (27)을 식 (22)에 대입하여 마찰력을 반송차의 매개 변수와 변수들의 항으로 구할 수 있다.

$$f_1 = \left(L \cos \alpha + \frac{e}{L} \sin \alpha \right) g_1 + \frac{d}{L} \sin \alpha g_2 + \frac{1}{L} \sin \alpha g_3 + m_1 r_1 \ddot{q}_1$$

$$f_2 = \left(-\sin \alpha + \frac{e}{L} \cos \alpha \right) g_1 + \frac{d}{L} \cos \alpha g_2 + \frac{1}{L} \cos \alpha g_3 + m_1 r_1 \dot{q}_1 (\dot{\alpha} + \dot{\theta})$$

$$f_3 = -\frac{1}{2} m_2 \ddot{x}_2$$

$$f_5 = -\frac{1}{2} m_3 \ddot{x}_3$$

$$f_4 + f_6 = \frac{1}{L} [-eg_1 + cg_2 - g_3] + m_2 r_2 \dot{q}_2 + m_3 r_3 \dot{q}_3 \dot{\theta} \quad (28)$$

반송차가 운동중 미끄러지지 않으려면 마찰력과 동 마찰력이 다음과 같은 식을 만족해야 한다.

$$f_i \leq \mu_i N_i \quad (29)$$

여기서, μ_i : 동마찰 계수

식 (28)에서 알수 있듯이 반송차의 마찰력은 반송차 매개 변수와 측정 가능한 변수들의 함수이므로 이러한 요소들이 마찰력에 미치는 영향을 해석함으로써 마찰력의 변화와 미끄러짐에 대한 현상을 이해할 수 있다.

4. 민감도 해석

4.1 반송차의 주행 성능에 대한 민감도

자율 주행 반송차는 사무실이나 공장에서 물건을 싣고 주어진 경로를 추종하여야 한다. 이처럼 반송차는 상황이나 작업 환경에 따라 주어진 임무가 다르고 반송차에 가해지는 하중도 변화한다. 식 (21)에서 자율 주행 반송차의 운동 방정식을 다음과 같이 표시한다.

$$\tau = M(p, \alpha) \ddot{q}_1 + V_1(p, \alpha) \dot{q}_1 + V_2(p, \alpha) \dot{q}_1^2$$

위식으로부터 민감도 방정식을 유도하면,

$$M(p, \alpha) \frac{\partial \ddot{q}_1}{\partial p_i} + V_1(p, \alpha) \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial p_i} + 2V_2(p, \alpha) \dot{q}_1 \frac{\partial \dot{q}_1}{\partial p_i} = u_i \quad (30)$$

여기서, 민감도 함수(sensitivity function) $\lambda_i \equiv \frac{\partial q_1}{\partial p_i}$ 라고 정의하면, 위 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M(p, \alpha) \ddot{\lambda}_i + \left(V_1(p, \alpha) + 2V_2(p, \alpha) \dot{q}_1 \right) \dot{\lambda}_i = u_i \quad (31)$$

여기서 민감도 방정식의 입력 u_i 는 다음과 같다.

$$u_i = -\frac{\partial M(p, \alpha)}{\partial p_i} \ddot{q}_1 - \frac{\partial V_1(p, \alpha)}{\partial p_i} \dot{q}_1 - \frac{\partial V_2(p, \alpha)}{\partial p_i} \dot{q}_1^2 \quad (32)$$

여기서 위 점차 0은 공칭(nominal) 값을 나타낸다. 식 (31)은 구동 휠의 매개 변수에 대한 민감도(λ_i)의 2차 미분 방정식이다. 그리고 매개 변수 $p = \{M, I, e, c, w\}$ 라고 정의하면 5개의 미분 방정식을 얻을 수 있다. 이러한 미분 방정식의 해를 구함으로써 매개 변수에 대한 민감도(λ_i)를 구할 수 있다.

4.2 마찰력에 대한 민감도

마찰력에 대한 매개 변수의 민감도를 계산하기 위하여, 식 (22)를 $p = \{M, I, e, c, w\}$ 에 대하여 편미분을 취하면

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\partial F}{\partial p} + \frac{\partial h}{\partial p} \tag{33}$$

와 같이 표시된다. 반작용력은 앞 식으로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= AF \text{ 또는, } F = A^{-1} \tilde{x} \\ \frac{\partial F}{\partial p} &= \frac{\partial}{\partial p} (A^{-1} \tilde{x}) = \frac{\partial A^{-1}}{\partial p} \tilde{x} + A^{-1} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial p} \end{aligned} \tag{34}$$

이다. 그리고 $\frac{\partial A^{-1}}{\partial p} = A^{-1} \left(\frac{\partial A}{\partial p} \right) A^{-1}$ 이므로 식 (33)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial p} &= A^{-1} \left(\frac{\partial A}{\partial p} \right) A^{-1} \tilde{x} (p, \alpha, \dot{q}_i) \\ &+ A^{-1} \frac{\partial \tilde{x}(p, \alpha, \dot{q}_i)}{\partial p} + \frac{\partial h(p, \alpha, \dot{q}_i)}{\partial p} \end{aligned} \tag{35}$$

여기서, 행렬 A는 매개 변수의 함수이다.

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= r_1 \dot{q}_1 \cos \alpha - r_1 \dot{q}_1 \dot{\alpha} \sin \alpha - \frac{d}{L^2} r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin^2 \alpha \\ \tilde{x}_2 &= r_1 \dot{q}_1 \sin \alpha - r_1 \dot{q}_1 \dot{\alpha} \cos \alpha \\ &- \frac{1}{L^2} r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{e}{L^2} r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin^2 \alpha \\ \tilde{x}_3 &= \tilde{x}_5 = -\frac{d}{L^2} r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin^2 \alpha \\ \tilde{x}_4 &= \frac{1}{L^2} r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{e}{L^2} r_1^2 \dot{q}_1^2 \sin \alpha \end{aligned}$$

그리고, \tilde{x} 와 h 는 반송차의 매개 변수와 조향각, 구동바퀴의 속도, 가속도의 함수이므로 이 항의 편미분은 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{x}(p, \alpha, \dot{q}_i)}{\partial p} &= \frac{\partial \tilde{x}(p)}{\partial p} + \frac{\partial \tilde{x}(\dot{q}_i, \dot{q}_i)}{\partial \dot{q}_i} \lambda_i + \frac{\partial \tilde{x}(\ddot{q}_i, \dot{q}_i)}{\partial \ddot{q}_i} \lambda_i \\ \frac{\partial h(p, \alpha, \dot{q}_i)}{\partial p} &= \frac{\partial h(p)}{\partial p} + \frac{\partial h(\dot{q}_i, \dot{q}_i)}{\partial \dot{q}_i} \lambda_i + \frac{\partial h(\ddot{q}_i, \dot{q}_i)}{\partial \ddot{q}_i} \lambda_i \end{aligned}$$

그러므로, 식 (35)를 이용하여 매개 변수에 대한 마찰력의 민감도를 계산할 수 있다.

5. 시뮬레이션(SIMULATION)

5.1 궤적 생성

자율 주행 반송차의 주어진 작업을 수행하기 위해서는 궤적의 생성이 필수적이다. 반송차의 궤적 생성에는 연속적인 궤적 생성 방법과 평면상의 좌표값을 지정해주는 Point-to-Point 궤적 생성 방법이 있다. 본 논문에서는 Fig.4에서 평면상의 X, Y, Θ 값을 입력함으로써 주어진 점들을 반송차가 통과하도록 하는 방법을 이용하였다. 이는 반송차의 궤적을 각각의 국부 좌표계에서 직선과 곡선으로 나누어 생성시킴으로써 평면상의 궤적을 표현할 수 있다.

이는 Fig.4에서 보는바와 같이 반지름이 일정한 원주가 아니라 원주의 반지름이 궤적이 변하는 각도의 함수로 표시된다. 이를 식으로 표현하면,

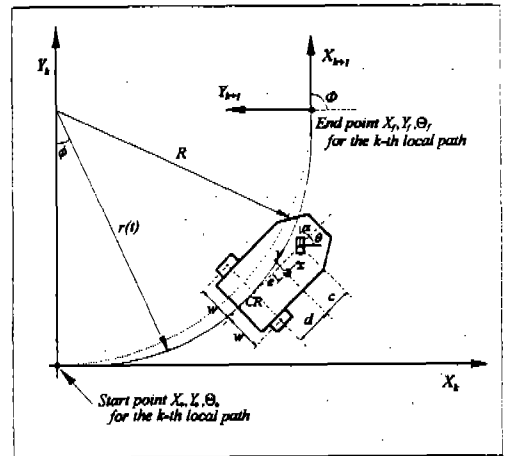


Fig.4 Path generation for continuous steering angle

$$r(\phi) = a_0 + a_1\phi + a_2\phi^2 + a_3\phi^3 + a_4\phi^4 \quad (36)$$

그리고, 이 식의 계수를 구하기 위한 경계 조건은

$$r=R, r'=0, \kappa=0, \text{ at } \phi=0$$

$$r=R, r'=0, \kappa=0, \text{ at } \phi=\Phi$$

여기서, $r' \equiv \frac{dr}{d\phi}$ 이고 $\kappa = \frac{d\theta}{ds}$ 는 곡률이다.

그러므로, 식 (36)은

$$r(\phi) = R \left(1 + \frac{\phi^2}{2} - \frac{\phi^3}{\Phi} + \frac{\phi^4}{2\Phi^2} \right) \quad (37)$$

구동바퀴의 속도를 연속적으로 얻기 위하여 본 연구에서는 평면상의 위치의 변화 각도인 ϕ 를 시간에 대한 5차 다항식으로 주었다.

본 연구에서는 반송차의 회전 중심점을 궤적 추종의 안내점으로 사용한다. 이때 Fig.5에서와 같이 회전 중심의 속도와 좌표상의 주어진 속도의 관계식에서 구동 휠의 속도는

$$\dot{q} = \frac{r' \sin \tau + r \cos \tau}{r \cos \alpha} \dot{\phi} \quad (38)$$

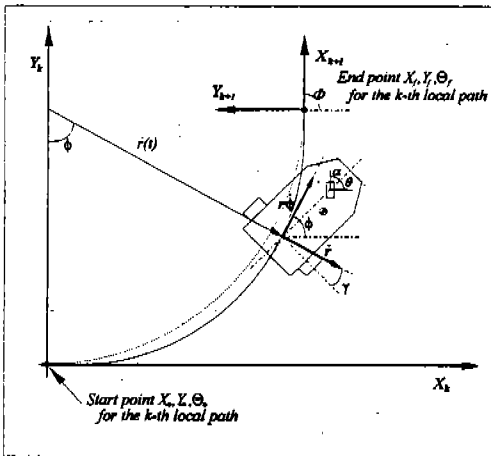


Fig.5 Kinematic relationship between drive wheel velocity and ϕ

와 같다. 연속적인 조향각은 다음과 같다.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{(1 - \frac{rr'}{r^2} - 2\tau'^2) \phi}{(r' \sin \tau + r \cos \tau) \phi} \right) \quad (39)$$

이와같은 방법으로 연속적인 조향각과 구동 휠의 각속도를 구할 수 있다.

5.2 결과 및 토의

본 시뮬레이션에 사용된 반송차 매개 변수 값은 다음과 같다.

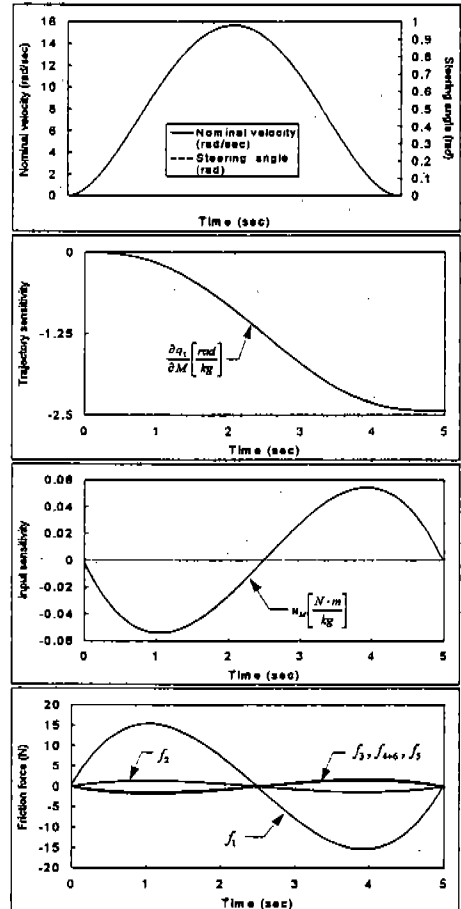


Fig.6 Sensitivity for straight motion

$M=15\text{kg}$, $I=1.9\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $e=0.1\text{m}$
 $c=0.4\text{m}$, $L=0.75\text{m}$, $w=0.3\text{m}$
 $m_1=m_2=m_3=0.5\text{kg}$, $r_1=r_2=r_3=0.15/2\text{m}$

시뮬레이션에 사용된 직선과 호의 궤적은 직선인 경우 국부 좌표계의 x 방향으로 πm 를 5초에 주행하도록 하였고, 호인 경우 반지름(R)이 2m 이고 90° 회전을 5초에 주행하도록 하였다.

본 논문에서 나타낸 민감도 그래프는 매개 변수 변화량에 대한 주행 민감도(λ), 입력에 대한 민감도(u_i), 그리고 마찰력의 민감도를 나타내었다.

Fig.6은 직선 주행하는 경우의 구동 바퀴의 각

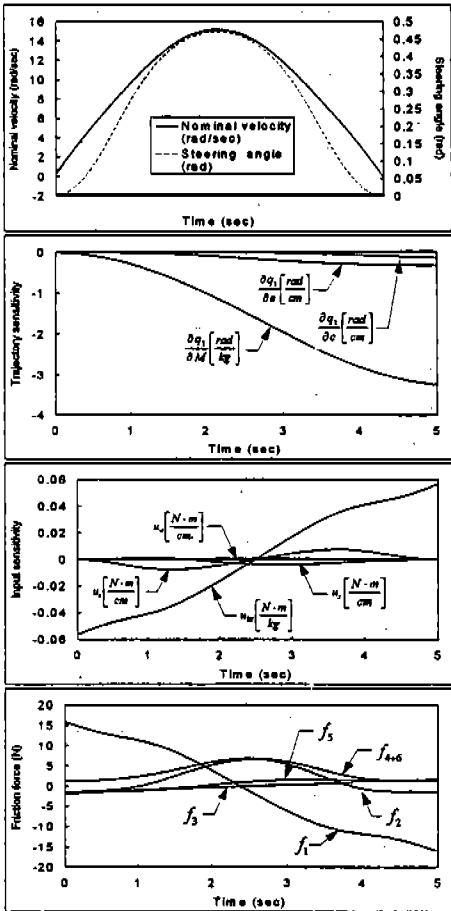


Fig.7 Sensitivity for curved motion

속도와 민감도를 나타낸다. 직선 주행인 경우 가속과 감속시 민감도가 대칭으로 나타났으며 주행 성능, 입력 그리고 마찰력에 대해 민감한 매개 변수는 질량(중량)이다. 곡선 주행인 경우 Fig. 7, Fig.8에서 보는 바와 같이 주행과 입력 민감도 역시 질량에 많은 영향을 받는다. 그외 관성과 횡방향 편심도 많은 영향을 미친다. 그리고

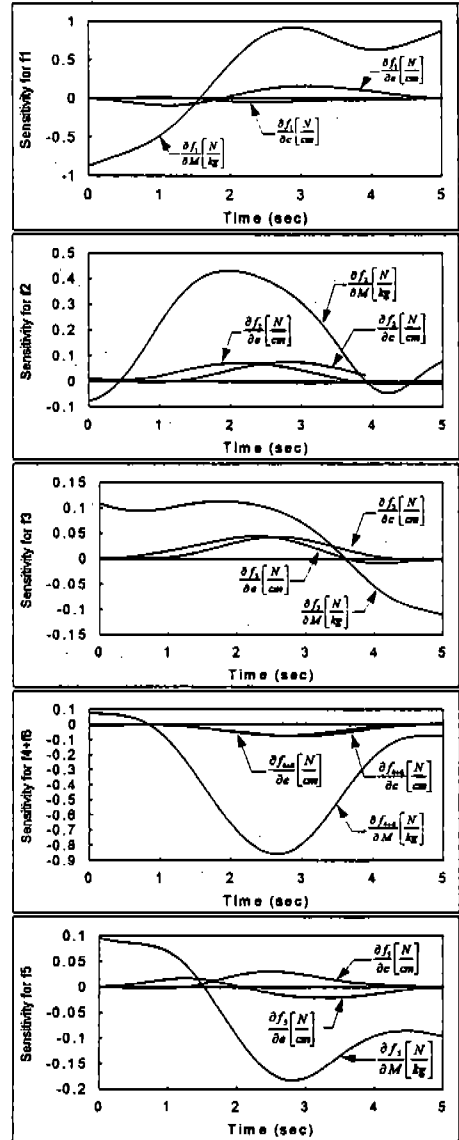


Fig.8 Rolling friction force sensitivity for curved motion

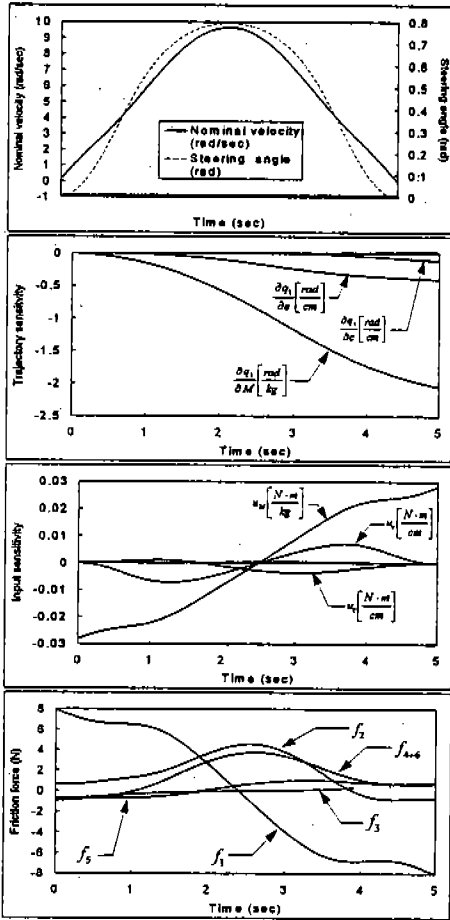


Fig.9 Sensitivity for curved motion with large curvature

주행 곡률이 커진 경우($R=1m$)에 대한 주행 민감도를 Fig.9에 나타내었다. 매개 변수 변화에 따른 주행 오차는 1차 근사(1st order approximation)식으로 표현하면 다음과 같다. 이는 20% 변화량내에서는 적용이 가능하다.

$$\delta q_1 = \sum_i \frac{\partial q_1}{\partial \delta h} \delta h = \sum_i \lambda_i \delta h \quad (40)$$

여기서 주행오차는 직선인 경우 보다 곡선시 더 많이 발생하고 질량외에 질량 중심의 위치에도 영향을 받는다. 그리고 큰 곡률의 궤적을 운행하

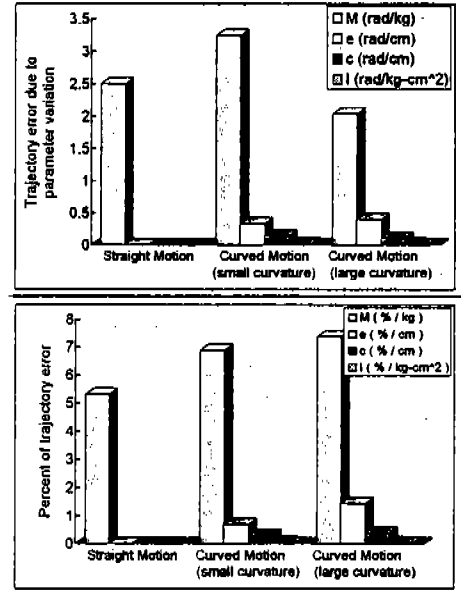


Fig.10 Trajectory error due to parameter variation

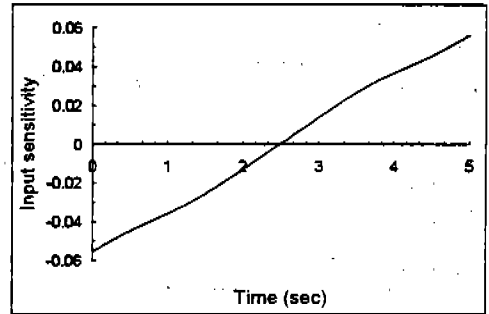


Fig.11 Input sensitivity for curved motion using difference method

는 경우 질량중심의 변화량이 주행 에러에 미치는 영향이 커진다. 단위 매개 변수 변화량에 대한 주행오차는 Fig.10과 같다. 이와같이 구한 민감도가 차분법에 의하여 구한 값과의 비교를 위하여, 차분법에 의한 민감도 λ_i 를

$$\lambda_i = \frac{q(\delta h) - q(h)}{\delta h}$$

와 같이 정의하여 본문에서 제안한 민감도와 비교하였다. Fig.11은 다른 매개 변수는 고정시키고 질량(무게) 2kg 변화에 따른 입력의 변화를 나타낸다.

이는 Fig.7의 질량 변화에 따른 Input sensitivity 곡선과 매우 유사함을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구는 반송차를 운행시 변화하는 마찰력과 입력, 그리고 그에 따른 주행 능력에 대한 반송차 매개 변수의 민감도에 대하여 해석 하였다. 그 결과를 요약하면, 반송차의 질량 변화는 주행 성능에 대해서 매우 민감하게 작용하며, 질량 중심의 위치가 많은 영향을 미침을 알 수 있다. 그리고, 궤적의 변화가 마찰력의 변화와 주행오차에 밀접한 관계가 있으며 이 경우 무게중심의 편심된 양에 큰 영향을 받음을 알 수 있다. 그러므로, 궤적 생성이 반송차의 운동 특성에 밀접한 관계가 있음을 알 수 있고, 마찰력의 발생에 많은 영향을 준다. 본 시뮬레이션의 결과는 반송차를 설계할때 작업조건이나 매개 변수에 따른 주행 능력을 추측하는데 유용한 자료가 될 것이다.

참 고 문 헌

1. R. H. Hollier, *Automated Guided Vehicle Systems*, IFS.
2. J. Borenstein and Y. Koren, "A Mobile Platform for Nursing Robots", IEEE, Trans. on Indust. Elect., Vol. 32, No. 2, MAY 1985, pp. 158~165.
3. J. Borenstein and Y. Koren, "Motion Control Analysis of a Mobile Robot", J. of Dyn. Syst., Meas., and Con., Vol. 109, JUNE 1987, pp. 73~79.
4. T. Skewis, et, al, "Motion Planning for a Hospital Transport Robot", Proc. of the 1991 IEEE Int. Conf. on Rob & Auto., 1991, pp. 58~63.
5. T. Tsumura, et. al., "Position and Heading Compensations for a Self-Contained Measuring System of a Vehicle Travelling on Roadway", Rob. & Auto., IEEE Int. Conf., 1986, pp. 353~359.
6. T. Hongo, et. al., "An Automatic Guidance System of a Self-Contained Vehicle", IEEE, Trans. on Indust. Elect., Vol.IE-32, No. 1, Feb. 1987, pp. 5~10.
7. P. Blazevic, et. al., "Mobile Robot Using Ultrasonic Sensor: Study of a Degraded Mode", Robotica, Vol. 9, 1991, pp. 365~370.
8. L. Kleeman, "Optimal Estimation of Position and Heading for Mobile Robots Using Ultrasonic Beacons and Dead-reckoning", Proc. of the 1992 IEEE Int. Conf. on Rob. & Auto., May 1992, pp. 2582~2587.
9. F. Chenavier and James L. Crowley, "Position Estimation for a Mobile Robot Using Vision and Odometry", Proc. of the 1992 IEEE Int. Conf. on Rob. & Auto., May 1992, pp. 2588~2593.
10. Sen, A., et. al., "The Imperial College free ranging automated guided vehicle system", Proc. of 7th Conf. on Computer Aided Produ. Eng., 1991, pp. 1017~1022.
11. Ingemar J. Cox, "Blanche-An Experiment in Guidance and Navigation of an Autonomous Robot Vehicle", IEEE Trans. on Rob. & Auto., Vol. 7, No. 2, April 1991, pp. 193~204.
12. Bruce H. Krogh, "Dynamic Steering Control of Conventionally Steered Mobile Robots", J. of Robotics Systems, 1991, pp. 699~721.
13. Th. Fraichard, "Smooth trajectory planning for a car in a structured world", Proc. of the 1991 IEEE Int. Conf. on Rob. & Auto., April 1991, pp. 318~323.
14. S. E. Shiladover, et. al., "Steering Controlled Design for Automated Guideway

- Transit Vehicles*", J. of Dyn. Syst., Meas. and Con., Vol. 100, Mar. 1978, pp. 1~8.
15. Karsten Berns, "An Application of a Back propagation Network for the Control of a Tracking Behavior", Proc. of the 1991 IEEE Int. Conf. on Rob. & Auto., April 1991, pp. 2426~2431.
 16. A. Koshiyama, K. Yamafuji, "Design and Control of an All-Direction Steering Type Mobile Robot", The Int. J. of Rob. Research, Vol. 12, No. 5, Oct. 1993, pp. 411~419.
 17. F. Demick Boyden and Steven A. Velinsky, "Dynamic Modeling of Wheeled Mobile Robots for High Load Applications", Proc. of the 1994 IEEE Int. Conf. on Rob. & Auto., 1994, pp. 3071~3078.
 18. Zvi Shiller and Yu-Rwei Gwo, "Dynamic Motion Planning of Autonomous Vehicles", IEEE Trans. on Rob. & Auto., Vol. 7, No. 2, April 1991, pp. 241~249.
 19. T. J. Graettinger and B. H. Krouh, "Evaluation and Time Scaling of Trajectories for Mobile Robots", Trans. of the ASME, Vol. 111, June 1989, pp. 222~231.
 20. J. Borenstein, "The CLAPPER: A Dual-drive Mobile Robot With Internal Correction of Dead-reckoning Errors", the 1994 IEEE Int. Conf. on Rob. & Auto., 1994, pp. 3085~3090.
 21. J. Borenstein, "Internal Correction of Dead-reckoning Errors With the Smart Encoder Trailer", Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems(IROS '94)-Advanced Robotic Systems and the Real World, Sep. 12~16, 1994, pp. 127~134.
 22. Jae. H. Kim, "A Study on the Position Estimation of a Wheeled Mobile Robot", Ph. D. Dissertation, KAIST, August, 1992.
 23. M. J. Vilenius, "The Application of Sensitivity Analysis to Electrohydraulic Position Control Servos", J. of Dyn. Syst., Meas. and Con., Vol. 105, June 1983, pp. 77~82.
 24. Charles P. Neuman, John J. Murray, "Linearization and Sensitivity Functions of Dynamic Robot Models", IEEE Trans. on Syst., Man, and Cybern., Vol. SMC-14, No. 6, November/December 1984.
 25. M. Vukobratovic, N. Kircanski, "Computer Assisted Sensitivity Model Generation in Manipulation Robots Dynamics", Mechanism and Machine Theory, Vol. 19, No. 2, 1994, pp. 223~233.
 26. W. K. Chung, "On the Dynamic Characteristics and Control of Balanced Robotic Manipulators", Ph. D. Dissertation, KAIST, August 1992.