

〈논 문〉 SAE NO. 96370029

국부변형률방법을 이용한 노치를 지닌 축의 피로수명평가

Fatigue Life Evaluation of Notched Shaft Using Local Strain Approach

고 승 기,* 김 영 일,* 이 학 주,** 김 완 두,** 이 상 록**
S. K. Koh, Y. I. Kim, H. J. Lee, W. D. Kim, S. R. Lee

ABSTRACT

Fatigue life of a notched shaft was evaluated in order to estimate the durability and integrity of the notched shaft in design stage. Cumulative fatigue damage analysis was performed using local strain approach based on the assumption that the fatigue life of a notched component is approximately same as that of a smooth specimen is subjected to the same strain at the notched component. In this paper, shafts with different notch root radius of 1, 2mm resulting in different values of stress concentration factors were tested under rotating bending fatigue loading condition.

Theoretical stress concentration factor for each notch type was calculated using finite element method. Fatigue life prediction program, FALIPS, written in C language was developed using the strain-life curve, and the local strain approach integrating Neuber's rule, cyclic stress-strain, and hysteresis loop equations. The fatigue life evaluated using the fatigue notch factor obtained from the experimentally determined fatigue strength showed very large scattering with nonconservatism, but the fatigue notch factors derived from the stress concentration factors and Peterson's equation reduced the considerably accurate fatigue life evaluation within a factor of three.

주요기술용어 : Local Strain Approach(국부변형률법), Finite Element Method(유한요소법), Fatigue Notch Factor(피로노치계수), Fatigue Life Evaluation(피로수명평가)

1. 서 론

반복하중을 받는 기계 및 구조물의 파손이 많은 인명 및 재산의 손실을 초래하게 됨에 따라 피로수명예측은 기계 및 구조물의 내구성과 안전

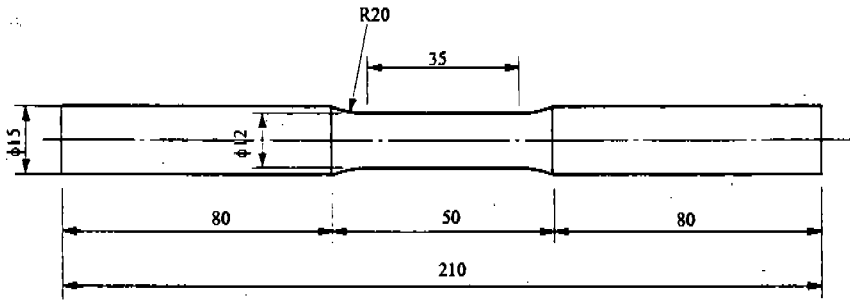
* 군산대학교 기계공학부

** 한국기계연구원

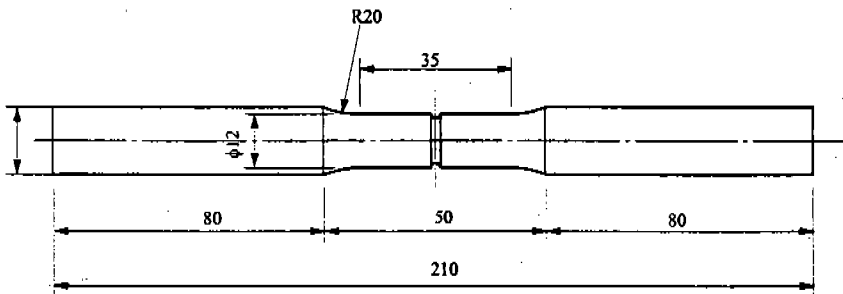
성을 고려한 설계에 있어서 고려되어야 하는 중요한 과정이 되었다. 특히 기계 및 구조물의 축 설계에 있어서 노치, 필렛, 홈 등의 존재가 불가피한 상황이 자주 발생하며, 이러한 축류가 반복적인 피로하중을 받을 때 불연속점에서 피로균열이 발생하고 전파하여 파손에 이르게 된다. 누적 피로손상해석(cumulative fatigue damage analysis)은 기계 및 구조물의 취약부분에서의 국부 응력과 국부변형률이 실험실에서 동일한 재료의 매끈한 시편에 가하여질 때 기계 및 구조물의 피로균열 발생수명이 시편의 수명과 연관지워 질 수 있다는 가정에 기초하고 있다¹⁾. 따라서 기계 및 구조물의 복잡한 피로해석 문제는 일반적으로 하중 또는 공칭응력, 공칭변형률, 그리고 응력, 변형률과 피로수명과의 관계 등의 자료로 부터

피로손상해석을 이용하여 국부응력, 국부변형률을 결정함으로써 해석되어 오고 있다²⁾. 근래에는 국부변형률방법을 이용한 수명예측방법³⁾과 응용⁴⁾에 대한 많은 연구가 진행되어 오고 있으며, 지나치게 보수적인 국부변형률 계산방법에 대한 개선이 요구되고 있다^{5),6)}.

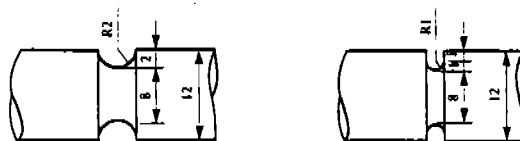
본 논문에서는 형상과 응력집중계수가 다른 노치를 지닌 축류가 일정한 진폭의 반복적인 회전 굽힘하중을 받을 때 축재의 피로강도를 회전굽힘 피로실험을 수행하였으며, 반복하중에 의하여 노치에서 발생하는 국부변형률을 노이머(Neuber) 방법을 이용하여 평가하였다. 특히 유한요소법을 이용하여 얻어진 이론적 응력집중계수, Peterson식, 그리고 피로실험으로 부터 직접 얻어진 계수등을 각각 피로노치계수(fatigue notch fac-



(a) Smooth specimen



(b) Specimen with groove A



(c) Specimen with groove B

Fig.1 Rotary bending fatigue test specimen (dimensions in mm)

tor)를 사용했을 때에 피로노치계수가 피로수명 예측에 미치는 영향을 검토하기 위한 수명평가가 수행되었다. 또한 하중이 반복됨에 따라 노치에서 발생하는 국부변형률, 누적 피로손상, 그리고 피로손상에 의한 피로파괴수명을 예측하는 피로수명예측 프로그램을 개발하고 이를 노치를 지닌 축류의 피로수명 예측에 적용하고 실험으로 부터 얻은 피로수명과 비교하였다.

2. 회전굽힘 피로실험 방법 및 재료

축류의 회전굽힘에 대한 피로강도를 평가하기 위하여 Fig.1과 같은 회전굽힘 피로시험편을 사용하여 피로실험을 수행하였으며, 시험편은 축의 재료로 많이 사용되는 SCM4140강으로서 그의 기계적 성질은 Table 1과 같다. 축류에 존재하는 필렛 또는 노치의 형상이 피로강도에 미치는 영향을 파악하기 위하여 매끈한 시험편 및 각각 곡률반경이 1mm, 2mm의 홈을 지니는 시험편이 사용되었다.

회전굽힘 피로시험편의 홈에서 발생하는 이론적 응력집중계수를 얻기 위하여 회전굽힘 피로시

험편의 대칭성을 이용하여 Fig.2와 같이 모델링하여 유한요소 응력해석을 수행하였다. 시험편에서는 기하학적 대칭성이 존재하였으나 가하여지는 하중, 즉 굽힘모멘트의 비대칭성 때문에 2차

Table 1 Monotonic tensile properties of SCM4140 steel

Young's modulus, E(GPa)	200
Yield strength, σ_{ys} (MPa)	976
Ultimate tensile strength, σ_u (MPa)	1,076
Reduction in area, %	60
True fracture strength, σ_f (MPa)	1,524
True fracture ductility, ϵ_f	0.69

Table 2 Finite element solutions of the fatigue specimens with different types of grooves subjected to a moment of 10 N-m

Groove type	σ_{max} (MPa)	S(MPa)	K_t
A	299.5	199.0	1.51
B	373.9	199.0	1.88

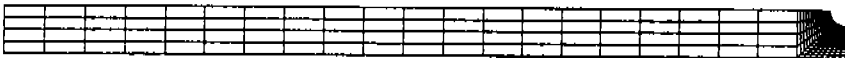
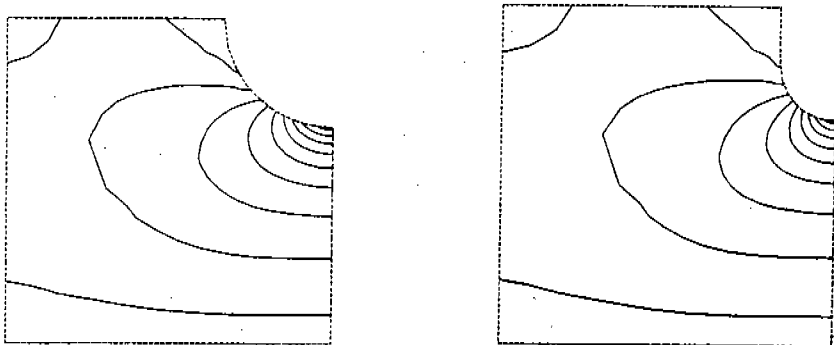


Fig.2 Finite element model of the rotary bending fatigue test specimen



(a) Specimen with groove A

(b) Specimen with groove B

Fig.3 Stress contours near the notches of the rotary bending fatigue test specimens

원 축대칭 하모닉 요소가 사용되었다⁷⁾. 피로시험편의 유한요소 응력해석 결과는 Table 2와 같이 얻어졌으며, Fig.3은 각각 홈 A, B를 지나는 시험편의 홈뿌리에서의 응력집중 현상을 보여주고 있다. Table 2에서 σ_{max} 는 최대응력, S는 공칭응력을 의미하며, K_t 는 σ_{max}/S 로 정의된다.

피로실험은 10kgf-m용량의 Shimazu H7 회전굽힘 피로시험기를 이용하여 상온에서 3000~3400rpm으로 회전굽힘하중이 반복되었으며, 파단될 때 까지의 반복회수를 피로수명으로 정의하였다.

매끈한 시험편과 각각의 서로 다른 형상의 홈을 지닌 피로시험편의 피로수명은 Fig.4에 나타나 있다. 곡률반경이 1mm의 groove B홈을 지나는 시험편이 다른 형상의 시험편에 비하여 가장 짧은 피로수명을 보여 주고 있으며 $N=10^7$ cycles에서의 피로강도(fatigue strength)는 약 254MPa이었다. 곡률반경이 2mm의 groove A홈을 지나는 시험편은 큰 공칭응력의 반복하중이 작용될 때에는 groove B의 수명과 적은 차이를 보이고 있지만 반복하중이 작아 질수록 수명차이가 커져서 $N=10^7$ cycles에서의 피로강도(fatigue strength)는 약 292MPa이었다. 매끈한 시험편에 대한 실험은 충분하지는 않았지만 약 346MPa 정도의 피로강도를 보여주고 있다.

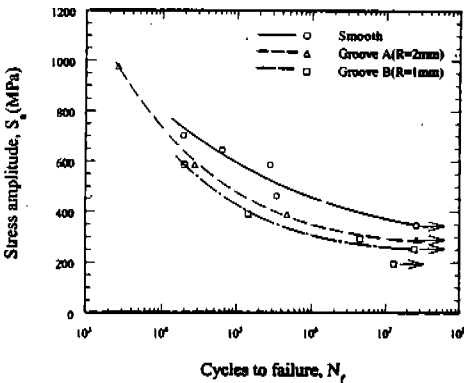


Fig.4 Applied nominal stress amplitude versus cycles to failure

3. 피로수명 평가 방법

3.1 저사이클 피로특성

금속재료의 피로에 대한 저항특성은 Fig.4와 같은 응력-수명곡선(stress-life curve) 또는 변형률-수명곡선(strain-life curve)으로 표현된다. 변형률-수명곡선은 실린더형의 매끈한 시험편을 변형률제어 저사이클 피로실험을 수행하여 얻어진다. 시험편 표면에서의 균열형성 관찰을 기초로 하여 일반적으로 최대 인장하중의 25퍼센트 감소 또는 파단을 저사이클 피로수명의 판단기준으로 결정한다. 반복적인 하중을 받을 때 재료의 응력과 변형률 응답은 저사이클 피로실험에서 얻어지는 히스테리시스 곡선으로부터 다음의 사이클릭 응력-변형률 관계식으로 표시된다.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'}\right)^{1/n'} \quad (1)$$

위에서 n' , K' 은 각각 사이클릭 강도계수, 사이클릭 변형을 경화지수이다.

저사이클 피로수명은 탄성변형률에 의한 수명과 소성변형률에 의한 수명의 합으로 다음과 같이 표현된다⁸⁾.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\epsilon}{2} &= \frac{\Delta\epsilon_e}{2} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \\ &= \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \epsilon_f' (2N_f)^c \end{aligned} \quad (2)$$

Table 3. Cyclic stress-strain properties and low cycle fatigue properties

Cyclic strength exponent, n'	0.14
Cyclic strain hardening coefficient, K' (MPa)	1,781
Cyclic yield strength, $\sigma_{y'}$ (MPa)	621
Fatigue strength coefficient, σ_f' (MPa)	1,827
Fatigue strength exponent, b	-0.080
Fatigue ductility coefficient, ϵ_f'	1.2
Fatigue ductility exponent, c	-0.59

위에서 σ_f' , b , ϵ_f' , c 는 각각 피로강도계수, 피로강도지수, 피로연성계수, 피로연성지수이며 N_f 는 피로수명이다.

Table 3는 본 논문에서 사용된 합금강 SCM4140의 저사이클 피로실험으로부터 구하여진 사이클릭 응력-변형을 및 저주기피로특성치를 나타내고 있다⁹⁾.

3.2 평균응력을 고려한 저사이클 피로수명식

Table 3의 저사이클 피로특성은 변형률비 (strain ratio), $R_\epsilon = \epsilon_{\min}/\epsilon_{\max} = -1$ 로부터 얻어진 것이다. 그러나 실질적으로 기계 및 구조물이 피로하중을 받을 때 취약부에서의 변형을 상태가 $R = -1$ 의 경우는 매우 특수한 경우이며 일반적으로 평균응력, 평균변형률이 존재하는 $R \approx -1$ 상태이다. 평균응력이 존재하는 경우 평균응력의 부호, 즉, 인장평균응력, 압축평균응력에 따라 저주기 피로수명을 각각 단축시키거나 연장시키는 효과를 보이게 된다. 본 연구의 회전굽힘 피로시험에서는 평균응력이 없는 하중(fully reversed loading)을 받게 되지만 일반적인 상황에 적합한 피로수명 예측 프로그램을 개발하기 위하여 평균응력 영향을 고려하였다.

피로수명에 대한 평균응력의 영향을 고려하기 위하여 Morrow는 Basquin식에 평균응력, σ_m 을 도입하여 다음의 변형된 저사이클 피로수명식을 제안하였다¹⁰⁾.

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{(\sigma_f' - \sigma_m)}{E} (2N_f)^b + \epsilon_f' (2N_f)^c \quad (3)$$

윗 식에서 평균응력은 오로지 탄성변형률수명에만 영향을 미치고 있으며 이러한 경향은 실험으로부터 확인되고 있다.

한편 Smith, Watson, Topper는 평균응력을 고려하기 위하여 다음과 같이 $\sigma_{\max} \epsilon_a$ 로 표시되는 파라미터를 다음과 같이 제안하였다¹¹⁾.

$$\sqrt{\sigma_{\max} \epsilon_a} E = F(2N_f) \quad (4)$$

위에서 σ_{\max} , ϵ_a 는 각각 저주기 피로실험에서의

최대응력, 변형률진폭이며 윗식을 $R = -1$ 의 저사이클 피로특성치 σ_f' , b , ϵ_f' , c 를 이용하여 다음과 같은 로그-로그 이선형(log-log bilinear equation)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} \epsilon_a &= \sigma_f' \left(2N_f \right)^2 \left[\frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \epsilon_f' (2N_f)^c \right] \\ &= \frac{(\sigma_f')^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \epsilon_f' (2N_f)^{b+c} \quad (5) \end{aligned}$$

3.3 국부변형률방법

기계 및 구조물이 반복적인 하중을 받을 때 피로균열은 응력 및 변형률이 집중되는 취약한 부분에서 발생하게 되므로 취약한 부분에서의 누적되는 피로 손상해석을 통한 피로수명예측을 수행하기 위해서는 반복적인 국부응력, 국부변형률의 해석이 필요로 된다.

일반적으로 국부변형률을 결정하기 위한 방법으로는 스트레인 게이지 등을 이용한 실험적 방법, 수치해석적 유한요소방법 그리고 Neuber 법칙에 의한 근사해석법이 사용된다. 그러나 실험적 어려움, 수치해석적 비경제성 및 부정확성을 고려할 때 Neuber법칙에 의한 국부변형률 해석 방법은 많은 이점을 지니고 있다¹²⁾. Neuber법칙은 Topper에 의하여 수정되어 피로하중을 받는 노치 뿌리에서의 국부응력, 국부변형률과 공칭응력, 공칭변형률과의 관계를 다음과 같이 표현한다¹³⁾.

$$\Delta \sigma \Delta \epsilon = K_f^2 (\Delta S \Delta \epsilon) \quad (6)$$

위에서 K_f 는 피로노치계수(fatigue notch factor)로서 다음과 같이 정의되며,

$$K_f = \frac{\text{Fatigue strength of smooth}}{\text{Fatigue strength of notched}} \quad (7)$$

Peterson에 의하면 피로노치계수는 이론적 응력 집중계수 K_t 와 다음과 같은 관계를 가진다¹⁴⁾.

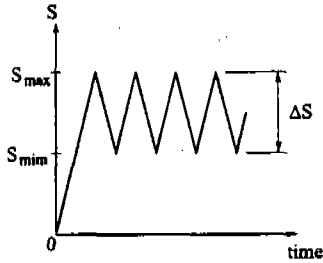
$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + p/r} \quad (8)$$

Table 4 Fatigue notch factor for each groove type

Groove type	Fatigue notch factor, K_f		
	$K_f=K_t$	Experiment	Peterson's eq.
A	1.51	1.18	1.49
B	1.88	1.36	1.82

식 (7) 및 (8)과 (9)를 이용하여 구한 피로노치계수는 Table 4와 같다.

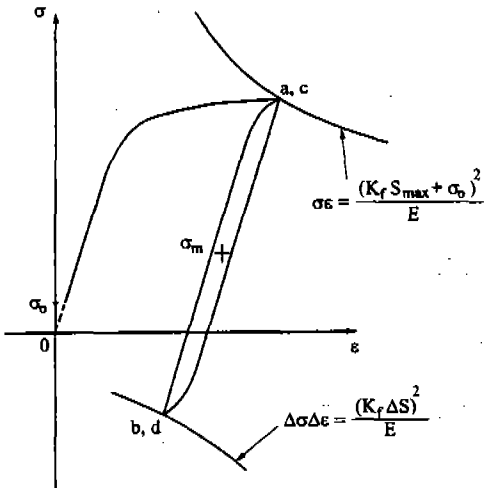
Fig.5와 같은 일정한 진폭을 지니는 공칭응력 이력(nominal stress history)을 받고 있는 노치에 발생하는 점 a에서의 국부응력, 국부변형률은 Neuber법칙에 의하여 식 (1)의 사이클릭 응력-변형률곡선과 식 (6)의 Neuber hyperbola와의 교점이 되어 다음 식으로부터 구하여 진다¹⁵⁾.



$$\sigma \left[\frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'} \right)^{1/n'} \right] = \frac{(K_f S_{max} + \sigma_0)^2}{E} \quad (10)$$

윗 식에서 σ_0 는 노치에 존재하는 잔유응력을 나타낸다.

한편 점 b에서의 국부응력, 국부변형률은 점 a를 원점으로 하여 다음의 히스테리시스 루프곡선 식 (11)과 Neuber hyperbola 식 (7)로부터 식 (12)를 얻을 수 있다.



$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \quad (11)$$

$$\frac{(\Delta \sigma)^2}{2E} + \Delta \sigma \left(\frac{\Delta \sigma}{2K'} \right)^{1/n'} = \frac{(K_f \Delta S)^2}{2E} \quad (12)$$

따라서 비선형방정식의 근을 구하는 bisection방법 또는 Newton-Raphson방법 등을 이용하여 식 (12)로부터 $\Delta \sigma$, $\Delta \epsilon$ 을 구할 수 있다¹⁶⁾.

4. 피로수명예측 결과 및 고찰

노치를 지닌 기계 및 구조물 부재의 피로수명을 예측하기 위하여 피로수명예측 프로그램 FALIPS(Fatigue Life Prediction Software)이 개발되었으며 노치를 지닌 회전굽힘 피로시험편의 피로수명예측에 적용하였으며 실제 피로시험으로부터 얻은 피로수명과 비교하였다.

FALIPS는 국부변형률방법을 이용한 저사이클 피로수명예측 프로그램으로서 Fig.6과 같은 구조를 지니고 있다. 단순 인장성질 및 사이클릭 특성, 그리고 저사이클 피로특성 등의 재료의 물

Fig.5 Local strain and local stress calculation using Neuber's rule

위에서 r 은 노치 반경이며, p 는 매끈한 시편과 노치를 지닌 시편의 피로실험으로부터 결정되는 재료상수로서 다음과 같다.

$$p = 0.0254(2068 \text{MPa} / \sigma_u)^{1.8} \text{mm} \quad (9)$$

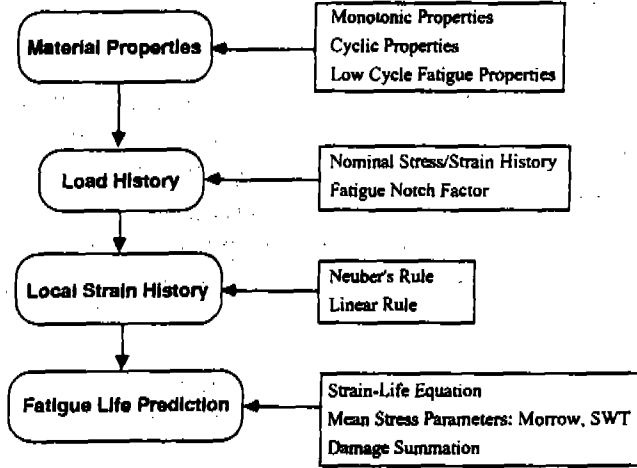


Fig.6 Structure of FALIPS program

FATIGUE LIFE PREDICTION BY FALIPS VER 1.0

MATERIAL : SCM4140

MATERIAL PROPERTIES

```

    Young's Modulus(E)           = 200000.0000
    Fatigue notch factor(Kf)      = 1.5100
    Cyclic Strength Coefficient(K') = 1781.0000
    Cyclic Strength Exponent(n')  = 0.1400
    Fatigue Strength Coefficient(sf') = 1827.0000
    Fatigue Strength Exponent(b)  = -0.0800
    Fatigue Ductility Coefficient(ef') = 1.2000
    Fatigue Ductility Exponent(c) = -0.5900
    
```

[1] Local Stress/Strain Calculation using NEUBER's Rule

```

    Residual Stress = 0.00
    Max. Nominal Stress = 975.00
    Min. Nominal Stress = -975.00
    Max. Local Stress = 898.84
    Max. Local Strain = 0.012057
    Stress Amplitude = 898.84
    Strain Amplitude = 0.012057
    Mean Stress = 0.00
    
```

[2] Fatigue Crack Initiation Life using MORROW's equation

Nf = 2740 (Cycles)

Fig.7 Output of FALIPS program

Table 5 Local strains and local stresses in the fatigue specimens with groove A using $K_t=K_f$

Nominal stress, S(MPa)	Local strain, ϵ		Local stress, σ (MPa)	
	ϵ_{max}	$\Delta\epsilon/2$	σ_{max}	σ_m
975	0.01206	0.01206	898.84	0
585	0.00534	0.00534	729.43	0
390	0.00308	0.00308	562.81	0
292	0.00224	0.00224	438.00	0

Table 6 Local strains and local stresses in the fatigue specimens with groove B using $K_t=K_f$

Nominal stress, S(MPa)	Local strain, ϵ		Local stress, σ (MPa)	
	ϵ_{max}	$\Delta\epsilon/2$	σ_{max}	σ_m
585	0.00750	0.00750	806.05	0
390	0.00409	0.00409	657.00	0
293	0.00285	0.00285	533.03	0
254	0.00243	0.00243	470.19	0
195	0.00184	0.00184	365.38	0

성치와 노치를 지니는 부재가 받는 공칭응력, 공칭변형을 그리고 취약부위에서의 피로노치계수 등의 하중이력 입력데이터는 메뉴방식으로 입력이 가능하도록 C언어를 이용하여 작성되었다. 노치에서의 국부응력, 국부변형률은 재료물성치와 하중이력 입력데이터와 식 (6)의 Neuber법칙 그리고 식 (10), (12)의 비선형 방정식을 bisection반복법 또는 Newton-Raphson반복법으로 해석하여 구하여진다.

피로수명예측 프로그램에서의 누적피로손상은 평균응력을 고려한 변형률-수명식을 이용하여 다음의 Miner법칙에 의한 선형누적손상식으로부터 구한다.

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (13)$$

위에서 N_i 는 $\Delta\epsilon_i/2$ 에서의 피로파괴수명이며 n_i 는 $\Delta\epsilon_i/2$ 에서 가하여진 반복수이다.

FALIPS를 이용하여 피로하중을 받는 서로 다른 형상의 피로시험편에 대한 피로수명예측을 수행하였다. Fig.6은 FALIPS의 재료물성치 및 하중이력 입력화일 및 프로그램으로부터 계산된 국부응력, 국부변형률, 평균응력 그리고 Morrow 또는 SWT 평균응력 파라미터를 이용한 피

로수명예측 결과에 대한 출력예를 보여 주고 있다. 피로노치계수가 이론적 응력집중계수와 같다고 가정했을 경우, 피로수명예측 프로그램을 이용하여 얻어진 서로 다른 곡률반경의 홈을 지닌 회전굽힘 피로시험편에서의 국부응력, 국부변형률은 Table 5, 6과 같다.

곡률반경이 각각 2mm, 1mm의 A, B홈을 지닌 피로시험편에 대한 피로수명 예측은 얻어진 국부변형률, 평균응력 그리고 저사이클 수명식을 이

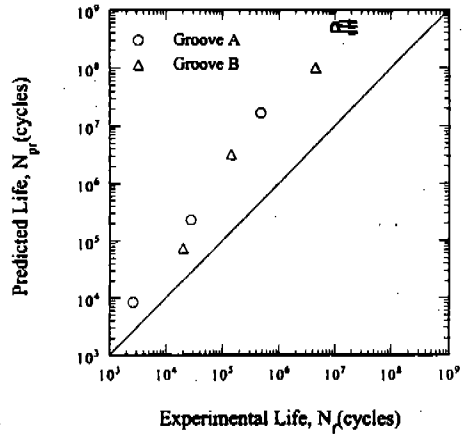


Fig.9 Predicted fatigue life versus experimental fatigue life using the experimentally determined K_f

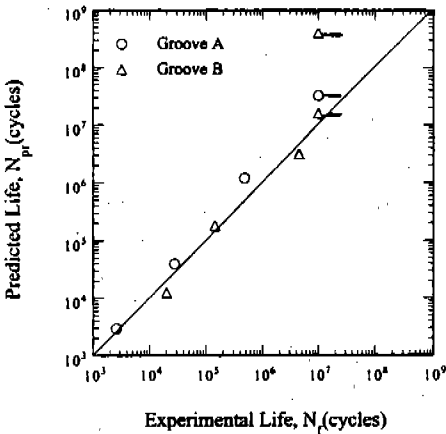


Fig.8 Predicted fatigue life versus experimental fatigue life using $K_f = K_t$

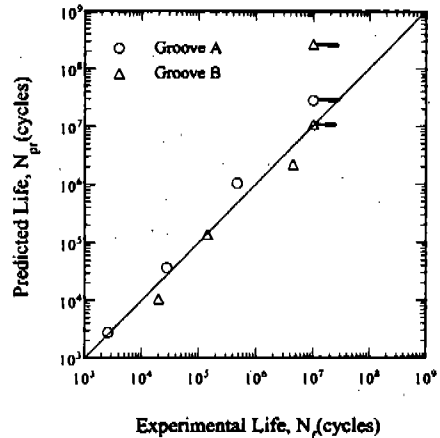


Fig.10 Predicted fatigue life versus experimental fatigue life using K_f from Peterson's equation

용하여 FALIPS에서 수행되었으며 실험으로부터 얻어진 피로수명과 비교하여 사용된 Table 4의 피로노치계수값에 따라 Fig.8~10과 같은 결과가 얻어졌다. 피로노치계수, K_f 를 응력집중계수, K_f 와 같도록 가정했을 경우의 피로수명예측 공식 (8)의 피로노치계수를 이용한 피로수명예측은 3배의 범위내에서 상당히 정확하게 예측하고 있으나 회전굽힘 피로실험으로부터 얻은 피로노치계수를 이용한 피로수명예측은 상당한 오차를 보이고 있다. 특히 Fig.9으로부터 수명이 긴 영역으로 갈수록 오차가 커짐이 관찰되며 응력집중계수가 상대적으로 낮은 groove A 시험편에서의 오차가 위험한(nonconservative) 경향을 보이면서 더욱 커짐을 보이고 있다. 따라서 Fig.8~10으로부터 피로수명예측이 피로노치계수에 매우 민감함을 알 수 있으며 정확한 피로노치계수의 계산이 요구된다.

5. 결 론

- 1) 회전굽힘 피로하중을 받는 노치를 지닌 축류의 피로수명평가가 국부변형을 방법을 이용한 피로수명평가방법을 이용하여 얻어졌다. 예측수명은 실험으로부터 얻어진 피로수명에 비교하여 피로노치계수값의 정의에 따라 3배에서 40배의 오차를 보였으며, 이는 수명예측치가 피로노치계수에 매우 민감함을 의미한다.
- 2) 피로노치계수를 이론적 응력집중계수와 같도록 가정하거나 Peterson의 피로노치계수식을 사용했을 경우에 모두 3배의 오차 범위 내에서 상당히 정확한 피로수명 예측치를 보이고 있으나, 실험으로부터 얻은 피로노치계수를 사용하였을 경우 실험데이터의 부족에 의한 부정확한 피로노치계수로 인한 큰 오차범위와 위험한 피로수명예측 결과가 얻어졌으며, 피로노치계수가 피로수명예측에 매우 큰 영향을 미치고 있다.
- 3) 노치를 지나는 축류의 피로수명은 노치의 피로노치계수 및 응력집중계수에 매우 민

감하므로 축류의 피로수명향상은 피로노치계수를 작게 하도록 설계함으로써 가능하며, 본 연구에서 개발된 피로수명예측 프로그램을 이용하여 설계시 축류의 안전성을 미리 파악할 수 있다.

참 고 문 헌

1. D. F. Socie, "Fatigue-Life Prediction Using Local Stress-Strain Concepts", *Experimental Mechanics*, pp. 50~56, February 1977.
2. Morrow, J., Wetzel, R. M., and Topper, T. H., "Laboratory Simulation of Structural Fatigue Behavior", in *Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life*, ASTM STP 462, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 74~91, 1970.
3. Bannantime, J. A. and Socie, D., "A Multiaxial Fatigue Life Estimation Technique", in *Advances in Fatigue Lifetime Predictive Techniques*, ASTM STP 1122, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 249~275, 1992.
4. 이상록, 김완두, 이학주, 한승우, 김경식, "텔리메트리를 이용한 승용차용 드라이브축의 서비스토크 추정 및 피로수명예측", 한국자동차공학회 1994년도 춘계학술대회 논문집, pp. 508~416, 1994.
5. Wu, Y. S., "The Improved Neuber's Rule and Low Cycle Fatigue Life Estimation", in *Low Cycle Fatigue*, H. D. Solomon, G. R. Halford, L. R. Kaisand, and B. N. Leis, Eds., ASTM STP 942, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 1007~1021, 1988.
6. Tipton, S. M., "A Review and the Development and Use of Neuber's Rule for Fatigue Analysis", in *Fatigue Research and Applications*, SAE SP-1009, Society of

- Automotive Engineers, Warrendale, pp. 51~56, 1993.
7. *ANSYS User's Manual*, Vol. 1, Swanson Analysis Systems, Inc., Houston, PA., 1992.
 8. L. F. Coffin, Jr., "A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stress on a Ductile Metal", *Trans. ASME*, Vol. 76, pp. 931~950, 1954.
 9. *Technical Report on Fatigue Properties-SAE J1099*, SAE Handbook, Vol. 1, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA., 1993.
 10. J. Morrow, *Fatigue Design Handbook*, Advances in Engineering, Vol. 4, Sec. 3.2, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA., pp. 21~29, 1968.
 11. K. N. Smith, P. Waston, and T. H. Topper, "A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals", *J. Materials*, Vol. 5, No. 4, pp. 767~778, 1970.
 12. H. O. Fuchs and R. I. Stephens., *Metal Fatigue in engineering*, Wiley, New York, 1980.
 13. T. H. Topper, R. Wetzal and J. Morrow, "Neuber's Rule Applied to Fatigue of Notched Specimens", *J. Materials*, Vol. 4, No. 2, pp. 200~209, 1969.
 14. R. E. Peterson, *Stress Concentration Factors*, John Wiley and Sons, New York, 1974.
 15. N. E. Dowling, *Mechanical Behavior of Materials*, Prentice-HallEnglewood Cliffs, 1993.
 16. J. D. Faires and R. L. Burden, *Numerical Methods*, PWS Publishing Company, Boston, 1993.