

〈논 문〉 SAE NO. 96370002

## 실험계획법을 이용한 현가장치의 요소설계

### Suspension Parameter Design Using a Design of Experiments

김 상 중,\* 박 찬 중,\* 박 태 원\*\*  
S. J. Kim, C. J. Park, T. W. Park

#### ABSTRACT

Using computers in design is a trend in recent years. A good suspension model is depend on the carefully prepared data like joint connection points or spring stiffness, etc.

Once a good computer model is obtained, a parametric study for specific suspension design factor, like a toe angle, can be done to obtain sensitivity information. Using this information, several important design parameters for a specific design factor can be identified. Once a design of experiments is done using computer models, the results can be used to approximate a function which can best represent the experimentation. An optimum solution of this function can be used to find an optimum design of a suspension system for a specific suspension design factor. Same method is again applied to other design factors iteratively until a good suspension system design is obtained.

주요기술용어 : Design Factor(설계요인), Sensitivity(민감도), Design of Experiments(실험계획법), Optimum Design(최적설계)

#### 1. 서 론

최근에 들어서 기구의 설계 및 해석에 컴퓨터를 이용하는 방법이 많이 이용되고 있으며, 특히 승용차 현가장치의 해석에 DADS<sup>1)</sup>와 같은 범용 기구동력학 해석 프로그램을 이용하면 실차 테스트

트와 거의 같은 결과를 얻을 수 있다.

현가장치(Suspension)는 도로로부터 차에 전달되는 진동과 충격을 감소시켜주며 동시에 승차감과 조안성을 유지시키는 것으로써 승차감을 향상시키면 조안성이 나빠지고, 조안성을 향상시키면 승차감이 나빠지는 상호 배타적인 관계를 가지고 있고 설계시 현가장치의 기구학적 성능은 현가장치의 종류에 따른 기준점의 선정에 의해 특성이 정해진다. 그러나 초기 설계단계에서 원

\* 아주대학교 대학원

\*\* 정희원, 아주대학교

하는 기구학적 성능을 얻기 위하여 변화시켜야 할 기준점의 선정이 어렵고, 또한 여러 가지의 기구학적 특성을 동시에 향상시키는 설계를 얻기 위해서는 무수히 많은 설계변수가 있을 수 있으므로 짧은 시간 내에 효과적인 설계를 하기위하여 각 현가장치의 종류에 따라서 기구학적 성능향상이나 설계자가 원하는 성능을 가지게 하는 최적 설계 프로그램의 개발을 필요로 하게 되었다.

이전의 현가장치의 설계는 설계자의 경험이나 그래픽적인 방법을 이용하거나 기구의 운동방정식을 세워 민감도 해석을 행한 후 이 식을 이용한 이론적인 최적설계<sup>2),3)</sup>가 대부분이었다. 그러나 현가장치와 같은 복잡한 기구에서는 운동방정식의 유도과 이론적인 식의 전개가 어렵고, 또한 많은 시간과 전문적인 지식을 필요로 하는 단점이 있다.

이 논문에서는 위의 단점들을 보완하기 위해 사용자의 입력값에 따라 시스템의 운동방정식을 자동적으로 생성시켜주는 기구해석 프로그램<sup>1)</sup>을 이용하여 기구의 시스템을 정의하고, 민감도 해석(Sensitivity Analysis)<sup>2),3),4),5)</sup>을 통하여 현가장치의 많은 설계변수들중에서 원하는 목적함수에 큰 영향을 미치는 설계변수를 쉽게 선정한다. 그리고 민감도 해석을 통해 선정된 설계변수를 입력값으로 하여 통계학에 기초한 실험계획법(Design of Experiments)<sup>6),7)</sup>을 이용하여 실험을 한 후, 입력과 출력의 상관관계인 회귀모형함수(Regression Model Function)<sup>8)</sup>를 추정하여 이를 최적화 알고리즘에 입력하여 최적설계를 이룬다.

실험계획법을 이용함에 있어서 반응표면 분석법<sup>9)</sup>을 이용하여 회귀모형함수를 추정해내는데, 이 때 입력과 출력의 비선형적인 함수관계를 최소의 실험으로 추정할 수 있는 중심합성계획법<sup>6)</sup>을 이용하여 실험계획을 하게 된다. 또한 회귀모형함수를 분산분석표(ANOVA Table)<sup>8)</sup>를 이용하여 검증한 후 최적화 알고리즘에 입력하여 실행시킨다. 이 과정에 의해 원하는 출력값을 만족시키는 입력값이 지정된다.

그리고 실험계획법에 의해 산출된 최적의 입력값을 기구해석 프로그램에서 검증실험을 행함으

로서 최적설계를 완성시키고, 위의 전 과정을 최소의 입력값 지정으로 자동적으로 최적설계값이 나오도록 하는 프로그램을 완성하여 실무설계자가 쉽게 이용할 수 있게 한다.

위의 전 과정을 재정리하여 흐름도(Flow Diagram)로 나타내면 Fig.1과 같다.

## 2. 실험계획법을 이용한 최적설계

### 2.1 실험계획법 사용배경 및 목적

복잡한 기계계를 설계하기 위해서는 성능에 영향을 미치는 수많은 요인들 때문에 해석적으로 접근하기란 거의 불가능한 경우가 대부분이며, 실제로 많은 부분을 설계자의 경험에 의존하고 있다.

따라서, 간단한 방법으로 계의 성능함수를 예측하여 설계범위 내에서 원하는 성능을 얻을 수 있도록하는 방법이 필요하다.

본 논문에서는 민감도해석(Sensitivity Analysis)을 통해 성능함수에 큰 영향을 미치는 설계변수를 선정하여 성능함수의 회귀모형(Regression Model)을 만든다. 그리고, 실험계획법을 이용하여 회귀모형의 계수를 최소한의 실험을 통하여 결정한다.

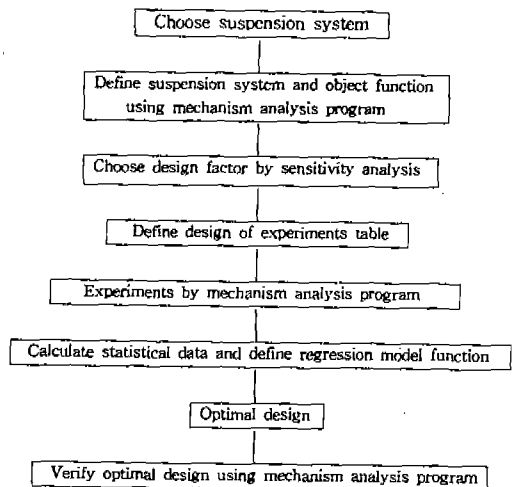


Fig.1 Flow diagram of suspension parameter design

이와같이 성능함수에 큰 영향을 미치는 설계변수의 2차함수로 근사화된 식을 설계구간내에서 최적화 하므로써 복잡한 계의 성능을 비교적 간단한 절차를 거쳐 예측하여 설계단계에 적용 가능하게 한다.

## 2.2 실험계획의 방법선택

많은 실험계획법 중 이 논문에 필요로 하는 설계변수와 목적함수와의 관계를 회귀모형함수로 나타내는 방법인 반응표면 분석법을 이용하고 이 중에서 상한경계와 하한경계를 입력하는 2수준계로서 회귀모형의 곡면적인 반응을 감지할 수 있는 2차 회귀모형의 추정이 가능하고, 또한 실험횟수의 감소와 계산의 용이성에 대해 장점을 가진 중심합성계획법을 이용하였다.

여기에서 반응표면분석(Response Surface Analysis)<sup>6)</sup>이란 여러 개의 설명변수  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k$ 가 복합적인 반응을 함으로써 어떤 반응변수  $\eta$ 에 영향을 주고 있을 때 이러한 반응의 변화가 이루는 반응표면에 대한 통계적인 분석방법을 말한다. 여기서 설명변수는 반응에 영향을 주는 독립변수 또는 인자를 말하고, 반응변수는 설명변수의 영향을 받아서 어떤 반응을 나타내는 종속변수를 말한다.

반응표면분석에서 다루는 내용은 반응표면분석법을 이용하여 통계적 모형을 만들고  $\eta$ 와  $\varepsilon_k$  간의 방정식을 표현해 주고자 하는 것인데 실제로 통계적인 접근방법은 인자들( $\varepsilon_k$ )에 대한 적절한 실험계획법을 통하여  $\eta$ 에 관한 측정치,  $y_1, y_2, y_3$ 등을 얻고 이들을 분석함으로써 독립변수에 대한 종속변수의 함수관계를 추정하게 되는데, 여기에서 이용되는 실험계획방법이 바로 중심합성계획법이다.

반응표면 모형의 설정에서 모형에 대한 함수의 관계를 독립변수  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k$ 와 종속변수  $\eta$ 간의 미지의 함수관계로 나타내면

$$\eta = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k) \quad (1)$$

가 된다. 이와 같은 반응함수(Response Function)로서 일반적으로 가정되는 간편하고 실용적

인 반응표면 모형은 설계 변수에 종속인 목적함수값의 변화를 설명하기 위하여  $k$ 개의 설계변수가 사용되어 각 설계변수의 주어진 범위 내에서 목적함수와의 관계를 표현하는 중회귀모형(Multiple Regression Model)<sup>6)</sup>을 구해내는 것인데 이는 2.3절에서 설명한다.

그리고 회귀모형함수는 1차, 2차, 3차의 회귀모형함수로 나타낼 수 있는데, 만약  $x_i$ 의 홍미영역에서  $\eta$ 와  $x_1, x_2, \dots, x_k$ 간의 어떤 함수관계

$$\eta = g(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (2)$$

가 있고 함수  $g$ 의 반응표면이 곡면으로 표현될 것이라고 믿어진다면, 다시 말해서 반응이 비선형적일때는 2차 회귀모형(Second Order Regression Model)을 사용하는 것이 바람직하며, 그 표면은

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j}^k \beta_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

으로 표현할 수 있으며, 이 2차의 회귀모형을 적은 횟수의 실험으로 변수의 변화에 따라 발생하는 반응량의 곡면적인 변화를 추정하기 위하여 중심점(Center points)과 축점(Axial points)을 2<sup>k</sup>요인실험에 추가시킨 실험계획인 중심합성계획법(Center composite design method)을 이용한다.

요인(설계변수)  $k$ 가 3일때의 실험표는 Table 1과 같다.

Table 1에서 처음 8번의 실험은 2<sup>k</sup>요인실험표를 그대로 사용하였고, 9번째 실험인(0,0,0)은 중심점이며 중심점의 수는 제한이 없이 1개 이상이면 되고, 나머지  $\alpha$ 가 들어간 실험은 축점을 뜻하여 축점의 수는  $2k$ 개가 되며 축점에서의  $\alpha$ 는 다음의 Table 2에 의해서 결정한다. 또한 1은 설계변수의 최대값,  $-1$ 은 최소값을 의미한다.

Table 2에서  $k$ 는 요인수를 뜻하고,  $n(n_0)$ 은 중심점의 수를 뜻한다. 또한 실험횟수는  $k > 2$ 인 경우에는 2차의 회귀모형을 나타내는 기초적인 방법인 3<sup>k</sup>요인배치법보다 훨씬 적은 양의 실험횟

수로 회귀모형을 구해낼 수 있다. 그 예로서 만약 요인이 4개인 경우 3<sup>k</sup>요인배치법으로 실험할 경우 총 3<sup>4</sup>, 즉 81회의 실험이 행해져야 하지만 중심합성계획법을 이용할 경우 식  $N=2^k+2k+n_0$ 에서 총 25회의 실험만 하면 된다.

2.3 회귀모형함수의 추정

설계 변수에 종속인 목적함수값의 변화를 설명하기 위하여 k개의 설계변수가 사용되어 각 설계변수의 주어진 범위 내에서 목적함수와의 관계를 표현하는 것을 중회귀모형(Multiple Regression Model)이라고 한다. 이 모형은 n개의 데이터에 대하여 아래와 같이 표현된다.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i \quad (4)$$

$i=1, 2, \dots, n$

식 (4)에서  $\beta$ 항은 미지수이고, 이는 다음과 같이 구해진다.

$$Y_i = (1, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}) \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \epsilon_i \quad (5)$$

식 (5)를 행렬식으로 표현하면 다음과식과 같다.

$$Y = X\beta + \epsilon \quad (6)$$

식 (6)에서 각각의 행렬을 정의하면 다음과 같다.

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & \dots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \dots & x_{kn} \end{bmatrix},$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기에서 Y는 실험 결과치,  $\beta$ 는 미지수,  $\epsilon$ 는 에러항이며 X의 일반적인 표현은 실험계획표에 의해 다음과 같이 정의된다.

Table 1 Experimental table for k=3

Experiment No.	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	1
3	-1	1	-1
4	-1	1	1
5	1	-1	-1
6	1	-1	1
7	1	1	-1
8	1	1	1
9	0	0	0
10	- $\alpha$	0	0
11	$\alpha$	0	0
12	0	- $\alpha$	0
13	0	$\alpha$	0
14	0	0	- $\alpha$
15	0	0	$\alpha$

Table 2  $\alpha$  value of orthogonal central composite design

k	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
2	1	1.078	1.147	1.21	1.267
3	1.216	1.287	1.353	1.414	1.471
4	1.414	1.482	1.547	1.607	1.664
5	1.596	1.662	1.724	1.784	1.841
6	1.761	1.824	1.885	1.943	2

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{31} & x_{11}^2 & x_{21}^2 & x_{31}^2 & x_{11}x_{21} & x_{11}x_{31} & x_{21}x_{31} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{32} & x_{12}^2 & x_{22}^2 & x_{32}^2 & x_{12}x_{22} & x_{12}x_{32} & x_{22}x_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & x_{3n} & x_{1n}^2 & x_{2n}^2 & x_{3n}^2 & x_{1n}x_{2n} & x_{1n}x_{3n} & x_{2n}x_{3n} \end{bmatrix} \quad (8)$$

최소제곱법에 의하여 최소화시키려는 오차제곱의 합을 행렬을 사용하여 표현하면

$$\begin{aligned} \varepsilon^T \varepsilon &= (Y - X\beta)^T (Y - X\beta) \\ &= Y^T Y - 2\beta^T X^T Y + \beta^T X^T X \beta \end{aligned} \quad (9)$$

가 되며 이를  $\beta$ 로 미분하여 영으로 놓으면 아래의 값을 얻을 수 있다.

$$X^T X \beta = X^T Y \quad (10)$$

식 (10)의 양변에  $(X^T X)^{-1}$ 을 곱하면

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (11)$$

위의 식 (11)을 계산하면 식 (4)에서의 중회귀모형함수를 구할 수 있다.

위의 과정을 이용하여 2차모형함수를 구해보도록 하자. 3개의 독립변수  $x_1, x_2, x_3$ 에 의한 데이터를 2차식으로 표현하면

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_1^2 + \beta_5 x_2^2 + \beta_6 x_3^2 \\ &\quad + \beta_7 x_1 x_2 + \beta_8 x_1 x_3 + \beta_9 x_2 x_3 \end{aligned} \quad (12)$$

이고, 각 변수를 계산하기 위한 행렬  $X$ 를 중심합성계획법에 의해 정의된 실험표를 식 (8)에 적용하여 나타내면 식 (13)과 같이 정의된다.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1.216 & 0 & 0 & 1.479 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기에서  $X$ 에 대해 좀 더 설명하면, 첫 번째 열은 모두 1이며 두 번째 열부터 네 번째 열까지는 2<sup>k</sup>요인 실험계획표에서 정의된 행렬을 대입하고 다섯 번째부터 열 번째까지는 식 (8)에서 정의된 행렬로 계산해서 대입하면 된다. 그리고  $Y$ 는 실험결과치를 대입해서 정의할 수 있고 미지의 계수인  $\beta$ 의 값을 식 (11)을 이용하여 구할 수 있으므로 2차의 회귀모형함수를 구할 수가 있다.

#### 2.4 ANOVA Table을 이용한 회귀모형함수의 신뢰성 및 정확성 검증

위에서 구한 회귀모형함수가 설계변수와 목적함수와의 관계를 어느 정도 잘 표현하였는가를 확인하는 과정이 필요한데, 그 이유는 식 (4)의 모형함수가 의미가 있는 경우에 한하여 올바른 최적설계를 할 수 있으므로 회귀모형함수의 올바른 판단을 위하여 분산분석표인 ANOVA (ANalysis Of VAriation) Table을 이용하여 회귀모형함수의 신뢰성 및 정확성을 검토한다.

분산분석표를 작성하기 위하여 아래의 사항을 고려해야 하는데 하나의 측정값  $y_i$ 와  $y_j$ 들의 평균  $\bar{y}$ 와의 차이를 총편차라고 하며, 이는 다음의 두 편차의 합으로 나타낼 수 있는데, 여기서  $\hat{y}_i$ 는 추정함수값이다.

$$(y_i - \bar{y}) = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y}) \quad (14)$$

식 (14)의 양변을 제곱하고 모든  $i$ 에 대하여 합하면

$$\sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (15)$$

식 (15)의 좌변항을 총변동이라 하고 SST (Total Sum of Squares)라고 표기하며,

$$SST = SSE + SSR \quad (16)$$

여기에서 SSE(Residual Sum of Squares)는 잔차제곱합이라 하고, 주어진 설계변수값에서 목적함수값의 변동을 나타내는 것으로 회귀모형함수에 의하여 설명 안되는 변동을 뜻하고, SSR

(Regression Sum of Squares)은 회귀제곱합이라고 하며 회귀모형함수에 의해 설명되는 변동을 나타낸다.

위에서 논의된 세 가지 변동의 간단한 계산방법은 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} SSE &= Y^T Y - n(\bar{Y})^2 = SST - SSR \\ SSR &= \beta^T X^T Y - n(\bar{Y})^2 \\ SSE &= Y^T Y - \beta^T X^T Y \end{aligned} \quad (17)$$

이제 분산분석표(ANOVA Table)를 작성하면 Table 3과 같다.

여기에서 회귀평균제곱 MSR(Regression Mean Square)과 잔차평균제곱 MSE(Residual Mean Square)는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} MSR &= \frac{SSR}{K} \\ MSE &= \frac{SSE}{n-k-1} \end{aligned} \quad (18)$$

Table 3에서 검정통계량인  $F_0$ 가  $F_0 > F(\sigma)$ 이면 유의수준  $\sigma$ 에서 귀무가설이 기각되며 이는 추정된 모형함수가 유의하다고 볼 수 있다. 또한  $F_0$ 의 값이 크면 클수록 회귀모형함수가 정확하다고 할 수 있다.

### 2.5 최적화 알고리즘을 이용한 설계변수값의 결정

지금까지의 과정에서 회귀모형함수가 정하여졌고, 그 모형함수에 대한 정확성과 신뢰성도 확인되었으므로 이를 이용하여 최적값을 나타내는 함수값과 그때의 각 설계변수를 선정하여야 한다. 이 최적설계변수를 구하기 위하여 최적설계

알고리즘<sup>9),10)</sup>을 사용하여 추정된 모형함수를 목적함수로 이용하며, 3개의 설계변수의 작동구간 내에서 최적화를 수행한다.

그리고 위의 과정을 통해 나온 결과를 다시 해석 프로그램에 입력하여 결과치를 확인한다.

### 3. 설계변수 선정을 위한 민감도 해석

최적설계를 하기에 앞서서 먼저 고려해야 할 것은 목적함수 및 설계변수의 지정이다. 최적설계를 하기 위한 시스템에는 많은 설계변수를 가지고 있는데, 이 변수들 중 목적함수에 큰 영향을 주는 변수를 지정하여 설계변수로 지정하는데, 이 때 사용되는 이론이 민감도 해석(Sensitivity Analysis) 이론이다.

식 (12)와 같이 목적함수를 표시하기 위하여 많은 설계변수들중 목적함수에 큰 영향을 미치는 설계변수 3개를 선정하기 위하여 민감도해석을 수행한다.

목적함수의 1차 미분을 민감도 해석을 위해 간략히 나타내면

$$\frac{\delta \psi}{\delta b} = \bar{j}^T \quad (19)$$

여기서,  $\psi$  : 성능함수  
 $b$  : 설계변수

로 나타낼 수 있으며 여기서  $\bar{j}^T$ 를 민감도 계수라고 하고, 이 계수에 의해 설계변수의 목적함수에 대한 기여도를 알 수 있다.

민감도 해석은 이론적인 방법과 섭동법(Perturbation Method)을 이용한 실험적인 방법으로 나눌 수 있다. 먼저 이론적인 방법<sup>2),3),4),5)</sup>은 주어진 기계계의 기구학적 구속을 만족하는 성능함

Table 3 ANOVA Table

Factor	S	$\phi$	V	$F_0$	$F(\sigma)$
Regression Variation	$SSR = \beta^T X^T Y - n(\bar{Y})^2$	k	MSR	MSR/MSE	F-Distribution
Residual Variation	$SSE = SST - SSR$	n-k-1	MSE		
Sum	$SST = Y^T Y - n(\bar{Y})^2$	n-1			

수를 설계변수의 함수로 유도하여 각각의 설계변수에 대해 직접미분(Direct Differentiation)을 수행한다.

직접미분법에 의한 민감도해석은 정확성 및 신뢰성이 높다는 장점을 가지고 있는 반면 서로 다른 시스템에 따라 각각의 운동방정식을 정해야 하므로 범용성을 가지기 힘들다. 또한 복잡한 계산과정을 거쳐야 하므로 어렵고 많은 시간을 요하며, 전문적인 지식을 가지고 있어야한다.

이에 반하여 실험적인 방법은 임의의 현가장치를 구성하는 운동방정식과 구속방정식등을 사용자의 입력값에 따라 자동적으로 생성하고 해석할 수 있는 기구해석 프로그램을 이용하여 시스템구성을 용이하게 하고, 또한 설계변수와 목적함수가 Pre-Post 기능에 의해 정의될 수 있는 범위 내에 있는 경우 원하는 설계변수의 변화와 목적함수의 결과를 쉽게 이용할 수 있다. 그리고 목적함수에 큰 영향을 미치는 주요 설계변수를 이론적인 식의 전개가 없어도 실험을 통해서 선정할 수 있다.

본 논문에서는 현가장치의 이론적인 민감도 해석의 결과와 실험적인 민감도 해석의 결과를 비교, 검토 함으로써 회귀모형함수의 근사를 위한 설계변수 선정시 신뢰성을 보였다.

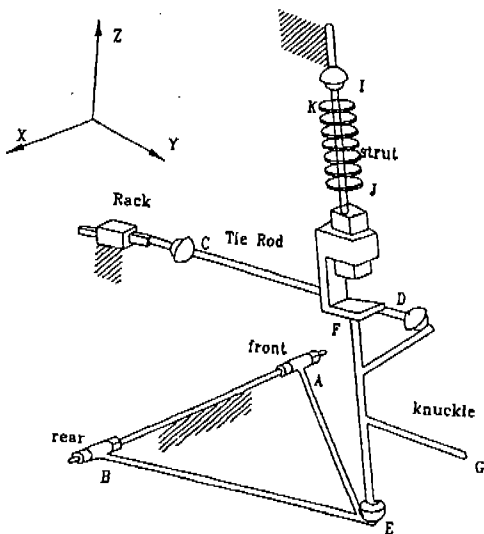


Fig.2 Macpherson strut

#### 4. 현가장치에 대한 응용

본 논문에서는 전륜구동을 위해 충분한 엔진장착공간을 확보할 수 있도록 설계되어 있으며, 또한 현재 승용차의 전륜에 가장 많이 장착되어 있는 맥퍼슨식(Macpherson Strut Type)<sup>11)</sup> 현가장치를 설계의 예로 사용하였다.

##### 4.1 현가장치의 모델링

맥퍼슨식 현가장치의 구조는 Fig.2에 보여진다.

이 현가장치의 기구학적 모델링은 범용 동역학 해석 프로그램인 DADS<sup>1)</sup>를 이용하였고 모델의 구성은 먼저 차체, 너클(Knuckle), LCA(Lower Control Arm), 스트러트(Strut), 랙(Rack)의 총 6개 강체로 이루어진다. 차체와 LCA는 회전 조인트로 연결되고, LCA과 너클은 구면 조인트(Ball Joint), 너클과 스트러트는 병진 조인트, 스트러트와 차체는 구면 조인트, 조향랙(Steering Rack)과 너클 사이에는 타이로드(Tie rod)가 거리구속(Distance Constraint)에 의해 연결되어 있다. 또한 너클의 바퀴중심(Wheel center)을 기준위치로부터 +90mm에서 -90mm까지 구동시킨다.

##### 4.2 목적함수의 정의와 민감도 해석에 의한 설계변수의 선정

현가장치에 관련된 기구학적 특성치들에는 캠버각, 토우각, 캐스터각, 그리고 롤 중심등이 있다. 이런 특성치들은 차량의 승차감(Ride)과 조종안정성(Handling)에 큰 영향을 미치므로 차량의 설계시 신중히 고려되어야 할 요소들이다. 그러므로 이 요소들을 목적함수로 정의하여 각각을 최적화 함으로써 차량의 성능향상을 도모한다.

위와 같은 기구학적 특성치들을 목적함수로 하여 각각의 목적함수에 대하여 3장에서 설명한 두 가지 방법으로 수행하여 그 결과를 비교, 검토하여 신뢰성을 높이고, 섭동법을 이용하여 전체의 민감도 해석결과를 나타내어 각각의 목적함수에 대한 설계변수들을 선정한다. 먼저 이론적

Table 4 Comparison of sensitivity analysis between analytic and experimental method

Obj. Func		Sensitivity	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
			Sensitive	Sensitive	Sensitive	Sensitive	Sensitive	Sensitive
Half Track Change	Analytic Method	A : z (2.327)	I : y (0.318)	A : y (0.126)	I : z (0.078)	I : x (0.009)	A : x (0.007)	
	Experimental Method	A : z (6.246)	I : y (1.716)	A : y (0.634)	I : z (0.366)	I : x (0.108)	A : x (0.056)	
Camber Angle	Analytic Method	I : y (2.181)	I : x (0.770)	A : z (0.395)	I : z (0.207)	A : y (0.194)	A : x (0.059)	
	Experimental Method	I : y (0.616)	I : x (0.411)	A : z (0.341)	I : z (0.162)	A : y (0.421)	A : x (0.004)	
Toe Angle	Analytic Method	A : z (1.238)	I : y (1.092)	I : z (0.934)	A : y (0.197)	I : x (0.167)	A : x (0.090)	
	Experimental Method	A : z (2.414)	I : y (1.389)	I : z (0.305)	A : y (0.249)	I : x (0.183)	A : x (0.022)	
Caster Angle	Analytic Method	I : x (1.572)	A : z (0.767)	I : z (0.271)	A : y (0.112)	A : x (0.097)	I : y (0.000)	
	Experimental Method	I : x (4.810)	A : z (0.776)	I : z (0.263)	A : y (0.073)	A : x (0.006)	I : y (0.004)	

( ) : Sensitivity coefficient

인 방법과 실험적인 방법을 이용하여 Fig.2에서의 I점(차체와 스트러트의 조인트점)과 A점(차체와 LCA의 조인트점)의 위치를 설계변수로 하여 민감도 해석을 했을 때의 결과를 Table 4에 나타내었다. 바퀴 중심점의 위치에 따른 목적함수값의 민감도계수를 전체 구동구간에 대해 고려하기 위하여 RMS(Root Mean Square)값을 취하였다.

Table 4를 비교, 검토해 보면 민감도 계수의 계산 방법에서의 차이 때문에 절대적인 값은 차이가 있으나 상대적인 값을 비교해 볼 때 경향이 비슷함을 알 수 있으며, 민감한 순서대로 정리해 보면 동일하다는 것을 확인할 수 있다. 여기서, 설계변수의 섭동량을 줄일수록 직접미분에 의한 해석결과와 비슷한 크기의 RMS 민감도계수값을 얻을 수 있을 것이다. 그러므로 이론적인 방법과 실험적인 방법을 이용한 민감도 해석이 목적함수에 상대적으로 민감한 변수의 선정에 위하여는 모두 신뢰성을 가진다고 볼 수 있다.

그리고 맥퍼슨 현가장치의 기구학적 설계변수

가 되는 총 8개의 설계점(Hard Point), 즉 Fig. 2에서의 A, B, C, D, E, F, G, I점을 각각 X축, Y축, Z축에 대해 섭동법(Perturbation Method)을 이용하여 실험적인 방법으로 민감도 해석을 했다. 이 때의 결과를 각각의 목적함수에 대해 민감한 순으로 6개씩을 정리하여 Table 5에 나타내었다.

### 4.3 모형함수의 추정

앞에서 계산해 낸 각 목적함수에 대한 설계변수들의 민감도 계수를 사용하여 결정된 3개의 설계변수를 기초로 통계학적 실험계획법에 적용하여 회귀모형함수를 추정해 보자.

먼저 회귀모형함수를 추정하기 위해서는 목적함수와 설계변수를 선정해야 하는데 4.2절에서 소개한 여러 특성치들과 설계변수들 중에서 토우각을 목적함수의 대상으로 정하고, Table 5를 기초로 3개의 설계변수를 지정한다.

회귀모형함수의 목적함수는 설계자가 원하는 성능의 토우각과 실험계획표에 의한 실험결과에



Table 5 Sensitivity analysis using xperimental method

Obj. Func \ Sensitivity	1st Sensitive	2nd Sensitive	3rd Sensitive	4th Sensitive	5th Sensitive	6th Sensitive
Half Track Change	A : z (6.246)	E : z (5.352)	F : y (1.733)	I : y (1.716)	G : z (0.629)	A : y (0.634)
Wheel Base Change	A : z (9.499)	B : z (5.828)	C : z (3.924)	E : z (3.577)	D : z (3.534)	I : x (1.791)
Toe Angle	C : z (3.142)	D : z (2.827)	A : z (2.414)	E : z (2.287)	I : y (1.389)	F : y (1.382)
Camber Angle	F : y (0.794)	E : z (0.624)	I : y (0.616)	F : x (0.417)	I : x (0.411)	A : z (0.341)
Caster Angle	E : x (4.812)	I : x (4.810)	A : z (0.776)	B : z (0.701)	E : z (0.271)	I : z (0.263)
Roll Center Height	A : z (92.43)	E : z (82.12)	G : y (44.52)	I : y (38.65)	F : y (38.61)	C : z (12.14)
Roll Center Lateral	A : z (87756)	E : z (69551)	F : y (23880)	I : y (23480)	G : z (20193)	A : y (18467)
Roll Angle	A : y (0.565)	E : y (0.440)	G : z (0.280)	G : x (0.215)	E : x (0.210)	E : z (0.140)

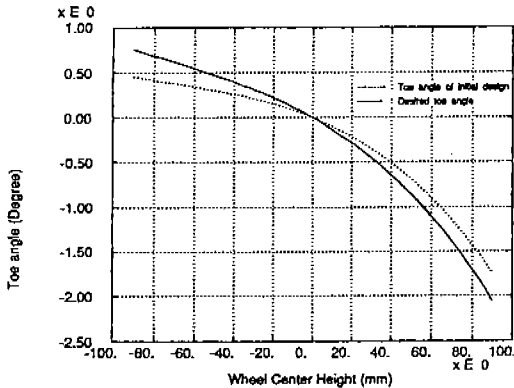


Fig.3 Toe angle of initial design and desired toe angle

서의 토우각의 절대적인 차이값의 면적으로 지정하는데, 이 목적함수값을 최소화시킴으로서 원하는 성능에 가장 근접한 결과를 가지게 하는 최적치와 최적설계변수를 선정할 수 있다. Fig.3에서 초기설계 Data에 의한 토우각을 점선으로 나타내었고 설계자가 원하는 성능을 갖는 토우각의

곡선을 실선으로 나타내었는데, 이 때의 목적함수 값을 계산해 보면 7.9658의 수치가 나왔다.

토우각에 직접적인 영향을 미치는 타이로드의 위치와 관련된 설계변수를 제외하여 토우각의 최적화를 행할 때, 설계변수를 앞의 민감도 해석의 결과를 기초로 3개의 설계변수, 즉 A점의 Z축 방향의 위치변화, E점의 Z축 방향의 위치변화, I점의 Y축 방향의 위치변화를 설계변수로 지정하여 최적화를 위한 회귀모형함수를 계산해 낸다. 여기에서 Fig.2에서 보는 것과 같이 A점은 LCA(Lower Control Arm)과 차체를 연결하는 부싱중 앞쪽 부싱의 위치이고, E점은 너클과 LCA를 연결하는 구면조인트의 위치이며, I점은 스트러트와 차체를 연결하는 구면조인트의 위치를 말한다.

설계변수를 3개로 정의했으므로 3요인 실험이며 설계변수의 변화 가능한 범위(Boundary)는 최소값, 최대값으로 정의하므로 2수준 실험이다. 각각의 설계변수의 설계가능한 범위는 식 (20)과 같이 하였다.

$$\begin{aligned}
 -8 &\leq A \leq -2 \\
 -19.9 &\leq B \leq -11.9 \\
 534.7 &\leq C \leq 544.7
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

그리고, 3요인 2수준의 실험을 중심합성계획법을 이용하여 실험계획표를 작성하고 이 실험계획표에 의해 목적함수의 결과값들을 계산해서 정리하면 실험계획표는 Table 1과 같고, Table 1을 이용하여 실험한 목적함수값은 Table 6과 같다.

위의 2장 3절에서 행렬  $X$ 의 구성요소인  $x_1, x_2, x_3$ 를 행렬계산의 편의를 위해 식 (21)과 같이 정의하여 최소값을  $-1$ , 최대값을  $1$ 로 지정할 수 있도록 한다.

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{A+5}{3} \\
 x_2 &= \frac{B+15.9}{4} \\
 x_3 &= \frac{C-539.7}{5}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

실험계획표를 이용하여 각 설계변수와 목적함수간의 함수관계인 2차 회귀모형함수의 일반적인 형태는 식 (12)과 같은데 여기에서 미지수인  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_9$ 는 식 (11)에 의해 구할 수가 있는데 먼저 행렬  $X$ 를 식 (13)을 이용하여 정의하고 행렬  $Y$ 는 Table 6을 취해주면 된다. 그리고 이때 미지의 행렬  $\beta$ 는 다음과 같다.

Table 6 Object function value by design of experiments table

Experiment No.	Object Function value
1	12.990
2	1.125
3	31.161
4	46.636
5	1.899
6	15.413
7	16.674
8	3.013
9	7.966
10	16.720
11	0.774
12	3.074
13	19.174
14	16.280
15	1.120

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y = \begin{bmatrix} 5.527209 \\ -6.781308 \\ 7.815369 \\ 0.676502 \\ 2.719461 \\ 4.327102 \\ 3.243994 \\ -7.663250 \\ -0.469639 \\ 0.020742 \end{bmatrix}
 \tag{22}$$

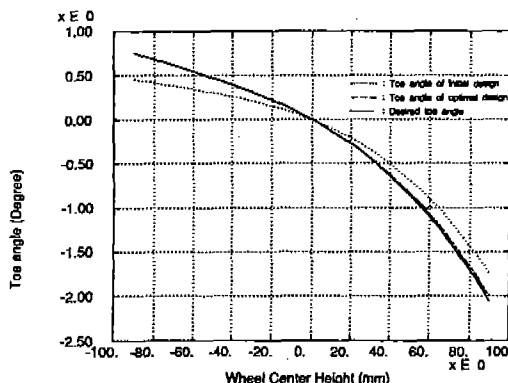


Fig.4 Toe angle after optimal design

Table 7 ANOVA Table of Equation(23)

Factor	S	$\phi$	V	$F_0$	F(0.01)
Regression Variation	1818.284	3	606.945	13.2444	6.22
Residual Variation	503.386	11	45.7623		
Sum	2321.669	14			

위의 결과에 의해 회귀모형함수를 정의하면 식 (23)과 같다.

$$\begin{aligned}
 Y = & 5.527209 - 6.781308x_1 + 7.815369x_2 \\
 & + 0.676502x_3 + 2.719461x_1^2 + 4.327102x_2^2 \\
 & + 3.243994x_3^2 - 7.663250x_1x_2 \\
 & - 0.469639x_1x_3 + 0.020742x_2x_3 \quad (23)
 \end{aligned}$$

다음 4.4절에서 위의 회귀모형함수가 정확한지를 확인한 후 최적값을 구해낸다.

#### 4.4 ANOVA Table을 이용한 모형함수의 신뢰성 및 정확성 검증

4.3절에서 구한 2차 모형함수가 실제 시스템과 얼마나 정확한가를 확인하기 위하여 통계학적인 관점에서 방정식의 정밀도를 측정하는 여러 방법 중에서 분산분석표를 이용하여 정확성을 확인한다. 먼저 Table 3에 표현한 ANOVA Table의 일반적인 식을 위의 식 (23)의 모형함수에 적용하여 만들어 보면 Table 7과 같다.

Table 7에서  $F_0$  값이  $F(0.01)$  값보다 크면 유의수준 1%의 한도 내에서 회귀모형함수가 유의하다고 볼 수 있으므로 식 (23)의 회귀모형함수는 유의하다고 볼 수 있다.

#### 4.5 설계변수의 최적값 선정 및 검증실험

지금까지의 과정에서 회귀모형함수가 정하여졌고, 그 회귀모형함수에 대한 정확성과 신뢰성도 확인되었으므로 이 회귀모형함수를 이용하여 목적함수가 최소값을 가지게 하는 독립변수들을 선정하여야 한다. 이 최적설계변수를 구하기 위해 최적설계 프로그램인 ADS Version 1.1<sup>9)</sup>을 이용하는데, 추정된 회귀모형함수를 직접 목적함수로 이용하고, 구속조건이 없고, 상한 경계치를 1, 하한 경계치를 -1로 입력하여 최적값을 가지게 하는 설계변수를 구한다.

이 때 구한 변수의 값은  $x_1=1$ ,  $x_2=-0.01747$ ,  $x_3=-0.03209$ 이므로 이 값을 식 (21)에 적용하여 설계변수값을 정하면  $A=-2$ ,  $B=15.9698$ ,  $C=539.5396$ 이다.

그리고 위의 결과를 다시 기구해석 프로그램에 입력하여 결과치를 계산해 보면 목적 함수값이 0.84131이 나오고 이 때의 결과를 Fig.4에 나타내었다.

이와 같이 초기 설계 Data에 의한 토우각에서 원하는 성능의 토우각에 근접한 결과가 나오도록 하는 설계변수를 실험계획법을 이용하여 선정하였고 이 때의 결과를 Fig.4에 나타내었는데, 최적설계의 결과를 굵은 점선으로 나타내었다. Fig.4에서 보는 바와 같이 만족스러운 성능향상의 결과를 얻을 수 있다.

## 5. 결 론

위에서 최적화 설계를 하는 방법을 제시하였다. 이런 방법으로 최적화를 하였을 때 장점들을 표현해 보면 다음과 같다.

- 1) 이미 널리 보급되어 있는 기구해석 프로그램을 이용하여 현가장치와 같은 복잡한 시스템을 쉽게 정의할 수 있다.
- 2) 기구해석 프로그램을 이용하여 섭동법(Perturbation method)을 이용한 실험적인 민감도 해석을 함으로써 쉽고 빠르게 설계변수를 선정할 수 있다.
- 3) 통계학적 이론인 실험계획법을 이용함으로써 적은 수의 실험을 통해 목적함수를 예측할 수 있다.
- 4) 통계학적 이론을 이용하므로 다른 부분에서도 널리 적용 가능하다.
- 5) 기계계에 대한 전문적인 지식이 없이도 사용이 가능하다.
- 6) 위의 전 과정을 통해 쉽게 최적설계를 할 수 있으므로 설계시 많은 도움을 줄 수 있다.

위의 과정들을 이용하여 최적설계를 하였다. 그러나 현가장치는 복합적인 성능들이 조화를 이루어 전체적으로 좋은 성능을 가지는 차량이 완성되어야 한다.

위 논문에서는 토우각에 대해서만 최적화를 했으므로 다른 성능에 나쁜 영향을 미칠 수도 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 전체적인 성

능에 대한 최적화가 필요로 하게되는데 이는 차 후에 각각의 목적함수에 대한 설계변수의 선정시 Decoupling 되도록 하는 방법이나, 중요한 목적 함수에 성능지수를 높게 주어 최적화하는 방법 등, 현가장치의 최적설계에 맞는 방법을 연구하여 추후에 전체 차량의 최적화가 가능하도록 한다.

### 참 고 문 헌

1. "DADS User's manual", Computer Aided Design, Coralville, IA, U.S.A. 1993.
2. E. J. Haug, "Design Sensitivity Analysis of Dynamic Systems", Proceeding of NATO Advanced Study Institute, Portugal, July 1986.
3. R. A. Wehage, N. C. Barman, E. J. Haug, "Design Sensitivity Analysis of Planer Mechanism and Machine Dynamic.", Trans. ASME Vol.103, pp.560-570, 1981.
4. Paul. E. Ehle, Edward J. Haug, "Second-Order Design Sensitivity Analysis Of Mechanical System Dynamics", John Wiley & Sons, 1982.
5. 민현기, "다물체계의 기구학적 감도 해석 및 현가장치에 대한 응용", 박사학위논문, 서울대학교, 1994.
6. 박성현, 현대 실험계획법, 민영사, 1992.
7. Phillip J. Ross, "Taguchi Techniques for Quality Engineering", McGraw-Hill, 1988.
8. 김충용, "VTR-Deck 기구의 최적설계", 석사학위논문, 아주대학교, 1994.
9. G. N. VANDERPLAATS, "NUMERICAL OPTIMIZATION TECHNIQUES FOR ENGINEERING DESIGN", McGraw-Hill, 1984.
10. Jasbir S. Arora, "OPTIMUM DESIGN", McGraw-Hill, 1989.
11. Thomas D. Gillespie, "Fundamentals of Vehicle Dynamics", SAE, 1992.
12. E. J. Haug, "Intermediate Dynamics", Prentice-Hall, 1992.
13. E. J. Haug, Jasbir. S. Arora, "APPLIED OPTIMAL DESIGN", John Wiley & Sons, 1979.