

## 압출공정에서의 균일한 혼합체 제조를 위한 카오스 혼합 연구 (새로운 수치 사상법 개발)

김시조 · 김은현

안동대학교 기계공학과  
(1996년 6월 5일 접수)

### Study of Chaotic Mixing for Manufacturing Uniform Mixtures in Extrusion Processes (Development of New Numerical Mapping Methods)

S. J. Kim and E. H. Kim

Department of Mechanical Engineering, Andong National University, Andong 760-749, Korea  
(Received June 5, 1996)

#### 요 약

최근에 본 연구자에 의해서 단축 스크류 공정에서 카오스 스크류라고 명명되어진 카오스 혼합장치가 성공적으로 개발되었다. 기하학적 조건이나 공정조건에 대한 설계변수로 카오스 스크류를 설계하기 위하여 체류시간, 포인카레 단면 그리고 혼합패턴 등에 대한 계산과 해석이 이루어져야 하는데 이를 단지 Runge-Kutta방법에 의해 속도장을 적분한다면 상당한 계산시간이 소비된다. 이러한 수치문제를 극복하기 위하여 본 논문에서는 새로운 사상법을 제안한다. 이 방법을 사용하면 벽면 근처의 특이점 영역에서도 수치문제가 해결된다. 본 논문에서 제안하는 수치사상법은 Runge-Kutta방법에 비하여 수치계산의 효율성과 정확도 면에서, 특히 유한요소법으로 얻은 속도장에 대하여 우수함이 밝혀졌다. 이러한 사상법은 공간주기 유동장뿐만 아니라 시간주기 유동장에서도 적용할 수 있다.

**Abstract**—Recently, we have successfully developed the chaotic mixing device termed “Chaos Screw” in single-screw extrusion processes. In order to design “Chaos Screw” with several design variables such as geometry conditions, operating conditions, etc., one has to evaluate and analyze the details of residence times, Poincaré sections and mixing patterns, etc., which require a tremendous computation time if one simply integrates the velocity fields using the Runge-Kutta method. The present paper introduces a new mapping method to overcome such a numerical trouble. With this new mapping method, the numerical trouble can also be overcome near singular points on the wall surfaces. For computational efficiency and accuracy, the proposed method was found to be powerful compared with the Runge-Kutta method especially for the velocity field obtained by FEM (Finite Element Method). This mapping method can also be applied to the time periodic flow as well as the spatially-periodic flow.

**Keywords:** Mapping method, Runge-Kutta method, Single-Screw Extruder, Chaos Screw, Mixing, Chaos, Chaotic Flow, Spatially-Periodic Flow, Poincaré section.

#### 1. 서 론

단축 압출기와 이축 압출기는 여러 산업 분야에서 고분자 재료, 복합 재료, 분말 재료 등 신소재의 개발과 더

불어서 각종 재료의 혼합 장치로서 널리 사용되고 있다. 단축 압출기는 이축 압출기에 비하여 가격이 저렴한 장점이 있는 반면에 혼합 성능이 뒤떨어지는 단점이 있다. 실제 산업체들은 경제적 측면 때문에 가격이 저렴한 단

축 압출기를 이축 압출기보다 훨씬 많이 사용하고 있는 실정이다. 최근 본 연구자에 의하여 단축압출기 내에서의 변형정도를 예측하는 척도로써 변형특성 즉 DC (deformation characteristics)를 정의하고 이로부터 기존의 단축압출기 내에서의 DC의 증가, 즉 혼합 정도의 증가는 시간 또는 압출기의 길이에 대하여 선형적임을 밝혀내었다[1~4]. 또한 최근에 공간주기 카오스 유동의 개념에 근거하여 단축압출기의 성능이 증진되는 새로운 스크류 형상을 제안하고, 이를 기존 스크류 형상과 구별하여 카오스 스크류라 명명하였다. 이러한 카오스 스크류를 사용하여 혼합성능이 월등하게 증대됨을 관찰하였다[5]. 기존의 스크류와 비교하면 카오스 스크류는 스크류의 유통로 방향을 따라가면서 기존 스크류 공간상에 배리어(barrier)를 공간 주기적으로 삽입하는 것을 특징으로 하며 설계 개념에 대한 자세한 내용은 관련 논문[5]을 참조하면 좋을 것이다. 또한 카오스 스크류상에 일어나는 카오스 유동에 의한 혼합 현상을 이해하기 위하여 수치 해석적 방법으로 입자 궤적(particle trajectories), 포인카레 단면(Poincaré sections), 불안정다양군(unstable manifold) 등을 구하고 이를 해석하였다[6].

카오스 스크류의 우수성이 실험과 수치 해석적으로 증명되었으나 궁극적으로는 카오스 혼합의 국소적, 국부적 현상과 원리를 이해하고 이로부터 카오스 스크류 형상을 최적 설계할 수 있어야 한다. 그러나 수치 해석적인 방법으로 카오스 혼합을 해석하는데 있어서 가장 큰 문제점으로 수치계산 시간과 초기치에 따른 수치해의 오차를 들 수 있다.

본 논문에서는 이러한 두 가지 문제점을 해결하기 위하여 새로운 수치 사상법(numerical mapping method)을 제안하고 제안된 수치 사상법을 통하여 수치해석의 우수성을 Runge-Kutta방법과 비교하고, 수치 계산적 면에서 탁월성을 확인하고자 한다.

## 2. 새로운 수치 사상법

### 2.1. 카오스 스크류의 개념 및 수치적 문제

3차원 공간주기 유동을 생성시키기 위하여 Fig. 1에 나타난 것처럼 스크류의 유통로 방향을 따라가면서 기존 스크류 공간상에 배리어(barrier)를 공간 주기적으로 삽입하는 것이 새로운 스크류 설계의 기본적인 착상이다

(카오스 스크류라 명명함). 카오스 스크류상에서는 배리어가 존재하는 공간과 배리어가 존재하지 않는 공간, 즉 Fig. 1에서 (a, b)가 공간상에서 연속적으로 배열되며 그 최소단위가 하나의 공간 주기 단위가 된다[5].

Fig. 2는 이러한 공간 주기 단위에서 생성될 수 있는 유동장의 이해를 높이기 위하여 도식적으로 나타낸 그림들이다. 만약 유통로 방향으로 배리어가 없다면 기존 스크류의 유통로와 동일하게 된다. 이때에는 Fig. 2(a)와 같이 하나의 elliptic 포인트 주위로 유선이 감싸게 된다. 만약 기존 스크류 형상에 배리어를 유통로 상에 위치시키면 Fig. 2(b)와 같이 두개의 elliptic 포인트와 하나의 hyperbolic 포인트로 이루어진 유동장을 생각하여 볼 수 있다. 두 경우 모두 셀(두 유선으로 이루어진 영역)이라는 공간상을 벗어나지 못하고 있다. 그러나 카오스 스크류에서는 Fig. 1에서 알 수 있듯이 배리어를 공간 주기적으로 설치하였으므로 유동장은 Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)를 합친 복잡한 유동형태, 즉 Fig. 2(c)가 얻어진다. 이러한 복잡한 유동형태를 해석하기 위해서는 Fig. 2(c)단면에서의 Poincaré section을 구하여야 하며 그곳에서 고정점(fixed point) 즉 elliptic 포인트와 hyperbolic point 및 KAM(Kolmogoriv-Arnold-Moser)의 존재 유무를 계산할 수 있어야 한다.

수치 해석적 면에서 가장 큰 문제점의 하나는 수치계산 시간이다. 예를 들어 포인카레 단면과 불변체군을 수치적으로 얻기 위하여는 수많은 점들의 입자궤적을 구하여야한다. 입자궤적은 유한 요소 해석으로부터 얻은 속도장을 수치 적분하여야 하며 이때 필요한 일반적인 방

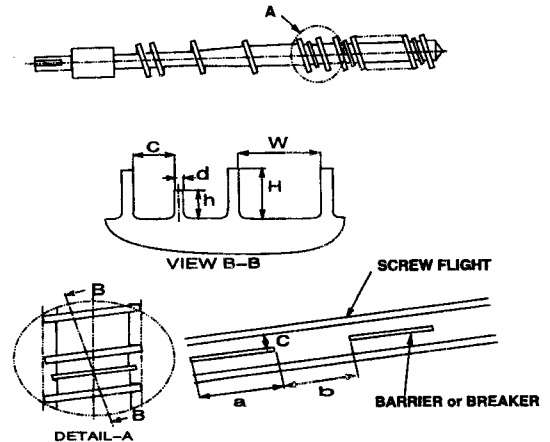


Fig. 1. The geometry of the "Chaos Screw".

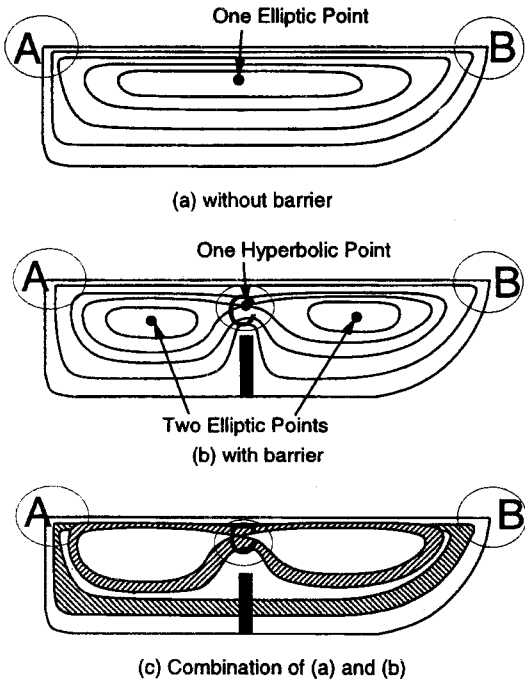


Fig. 2. Representation of the spatially-periodic flows for the "Chaos Screw": (a) without barrier, (b) with barrier and (c) combination of (a) and (b).

법은 4계 Runge-Kutta방법[4~6]이다. 카오스 스크류의 경우 배리어가 위치하지 않는 공간상에서 출발한 유체 입자는 속도장을 4계 Runge-Kutta방법으로 적분하여 나가면 도중에 배리어가 위치하는 공간을 만난다. 이 순간에 유체입자는 새로운 속도장, 즉 배리어가 위치하는 공간에 존재하는 속도장을 따라 4계 Runge-Kutta방법으로 또다시 적분하면서 계속적으로 전진하게 되면 카오스 스크류상에 일어나는 입자 궤적을 구할 수 있다[4~6]. 카오스 스크류는 공간 주기적으로 단면이 변화하므로 입자궤적을 정확하게 구하기 위하여는 Runge-Kutta 적분중의 시간 간격이 해의 정확성을 유지할 수 있도록 보장되어야 하나 일반적으로 시간간격을 줄이면 계산시간은 지수 함수적으로 증가한다. 따라서 해의 정확성을 유지하면서 계산 시간이 최소가 되는 시간 간격을 결정하는 것은 쉬운 일이 아니다. 한편, 4계 Runge-Kutta 적분시 4군데 위치에서의 속도를 평균으로 취하게 되는데 4군데 위치를 찾기 위해서는 Newton-Raphson 방법이 사용되는데 이 과정에서 수치 계산시간이 다시 한 번 증폭된다.

수치해석의 또다른 문제점의 하나는 해의 정확도이다. 압출 유동장에서는 배럴 면과 스크류 면이 만나는 점에서는 특이점이 존재하고 수치해석으로 얻은 속도장 또한 정확하지 않으므로 수치적분에 에러가 누적된다. 이러한 문제점은 카오스 유동 해석에서 더욱 심각하다[7]. 즉 입자의 위치에서 출발한 유체입자가 특이점 근처로 접근하면 그 이후 유동해의 정확도는 현격하게 떨어지면서 카오스 혼합의 수치결과가 수치해의 오차에 의해 잘못 해석될 수 있다.

이러한 오차 때문에 유한요소 해석으로 얻어진 속도장으로부터 수치 적분할 경우 고정점들은 정확하게 구하여지지 않는다. 즉, 배럴과 스크류 면이 만나는 영역(A와 B)과 hyperbolic 영역(C) 근처에서는 입자궤적의 정확성을 수치적으로 보장받기 어렵다. 따라서 카오스 스크류상에 일어나는 정규 혼합 영역과 카오스 혼합영역을 수치적으로 해결하는데 커다란 문제가 발생된다. 일반적으로 적분시간 간격이 큰 경우에는 수치해석 오차에 의하여 포인카레 단면에 존재하는 periodic orbit이 sink나 source처럼 나타나게 된다. 이것을 구조적 불안정(structurally unstable)이라 한다. 따라서 KAM은 elliptic point 주위에 존재하기 때문에 수치 오차에 매우 민감하게 되며 수치오차가 커질 때는 KAM의 위치 및 그 형상과 크기를 정확하게 얻을 수 없게 된다. 또한 앞에서도 언급하였듯이 4계 Runge-Kutta 방법은 적분시 시간 간격에 매우 민감하기 때문에 엄밀한 유동해를 얻기 위하여 적분시간 간격을 줄이게 되면 포인카레 단면, 불안정 다양군, 체류시간(residence time) 등을 계산하고자 할 경우 엄청난 수치계산이 필요하게 된다. 또한 4계 Runge-Kutta 방법은 4군데의 위치를 평균하여야 하는데 Newton-Raphson 방법과 같은 수치 방법으로 4개의 위치를 구하는 것도 엄청난 수치 계산이 요구된다.

본 논문은 포인카레 단면, 불안정 다양군, 체류시간 등을 수치해석 할 경우 엄청난 수치 계산시간과 수치해의 정확도를 보장하는 새로운 수치 사상 기법을 제안하고 그 결과를 논의하고자 한다.

## 2.2. 수치사상법

앞절에서 설명하였듯이 카오스 스크류상에서 발생하는 유동장은 공간주기 유동이므로 Fig. 2(a)와 2(b)의 조합이다. 여기서 Fig. 2(a)와 2(b)는 하나의 독립된 정

규유동(regular flow)로 볼 수 있고 이들의 유동장은 모두 이웃하는 두 유선에 의해 닫혀져 있으며 이웃하는 두 유선으로 이루어진 영역을 셸이라 명명할 경우[1] 임의의 한 셸을 생각하여 볼 수 있다. Fig. 3은 이러한 임의의 한 셸을 도식적으로 나타낸 것이다.

이와 같은 유동장내에서 변형전의  $\vec{X}$ 인 재료벡터(material vector)가 일정한 시간이 지난 후 변형된 벡터  $\vec{x}$ 로 될 때 그들 사이의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}(\vec{x}) \quad \text{with} \quad \vec{x}(0) = \vec{X} \quad (1)$$

여기서  $\vec{X}$ 는 입자의 초기 출발점을 나타낸다. 위와 같은 유동장  $\vec{X}$ 에서 출발한 입자가 t초후에 가질 수 있는 유동해(solution of motion)를  $\phi_i(\vec{X})$ 라고 한다면 3차원 유동장의 해는 각각 다음 식을 만족하여야 한다[8].

$$\vec{x}(t) = \phi_i(\vec{X}), \quad \text{with} \quad \vec{X} = \phi_0(\vec{X}) \quad (2)$$

본 논문에서 도입하려고 하는 새로운 사상법을 설명하기 위해 Fig. 3(a)와 같이 임의의 한 셸을 생각하여 보기로 하자. 이때 셸 안쪽에 있는 유선과 바깥쪽에 있는 유선을 4계 Runge-Kutta방법으로 엄밀한 수치 적분해를 얻을 수 있다고 가정하였을 때 Fig. 3에서처럼 안쪽 유선의 초기 출발점을  $\vec{A} = (A_1, A_2, A_3)$ 라하고 바깥쪽 유선의 출발점을  $\vec{B} = (B_1, B_2, B_3)$ 라 하면 이들 유체입자들은 x-y평면상에서 회전하면서 z-축 방향으로 전진

하게 된다. 각 입자들이 한바퀴 돌면 Fig. 3(a)에서처럼 x-y 단면상에서는 초기 출발점으로 되돌아오게 되는데 이를 유동해  $\phi_0$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_{T_x(A)}(\vec{A}) &= \phi_{T_x(A)}(\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3) \\ &= (\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3 + \Delta L_{axial}(\vec{A})) \end{aligned} \quad (3-1)$$

$$\begin{aligned} \phi_{T_x(B)}(\vec{B}) &= \phi_{T_x(B)}(\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3) \\ &= (\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3 + \Delta L_{axial}(\vec{B})) \end{aligned} \quad (3-2)$$

여기서  $T_x$ 는 유체입자가 한바퀴 도는데 걸리는 시간이며  $\Delta L_{axial}$ 은 x-y 단면에 수직한 방향으로 즉 유동로 방향(z-축)으로 전진한 거리를 나타내며 이들은 모두 초기 위치의 함수이다[3].

Fig. 3(b)는 Fig. 3(a)를 펼쳐놓은 그림이다. 유동해 (3-1)과 (3-2)를 각각 M등분하면 Fig. 3(b)와 같이  $\vec{a}_i$ 와  $\vec{b}_i$ ( $i = 0, 1, 2, \dots, M$ )가 얻어지며 그들의 개수는 각각 (M+1)개가 된다. 이들의 위치를 유동해  $\phi_i(\vec{A})$ 와  $\phi_i(\vec{B})$ 로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{a}_0 &= \phi_0(\vec{A}), \vec{a}_1 = \phi_{p_1}(\vec{a}_0), \vec{a}_2 = \phi_{p_1}(\vec{a}_1), \dots, \\ \vec{a}_M &= \phi_{p_M}(\vec{a}_{M-1}) = \phi_{T_x}(\vec{A}) \end{aligned} \quad (4-1)$$

$$\begin{aligned} \vec{b}_0 &= \phi_0(\vec{B}), \vec{b}_1 = \phi_{q_1}(\vec{b}_0), \vec{b}_2 = \phi_{q_1}(\vec{b}_1), \dots, \\ \vec{b}_M &= \phi_{q_M}(\vec{b}_{M-1}) = \phi_{T_x}(\vec{B}) \end{aligned} \quad (4-2)$$

또한 유체입자가  $\vec{a}_{i-1}$ 와  $\vec{b}_{i-1}$ 에서 출발하여 각각  $\vec{a}_i$ 와  $\vec{b}_i$  위치로 이동하게 될 때 위치의 증분과 시간의 증분을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{a}_{i+1} &= (a_x^{i+1}, a_y^{i+1}, a_z^{i+1}) = \vec{a}_i + \Delta \vec{a}_i \\ \vec{b}_{i+1} &= (b_x^{i+1}, b_y^{i+1}, b_z^{i+1}) = \vec{b}_i + \Delta \vec{b}_i \end{aligned}$$

where  $\Delta \vec{a}_i = (\Delta a_x^i, \Delta a_y^i, \Delta a_z^i) = (a_x^{i+1} - a_x^i, a_y^{i+1} - a_y^i, a_z^{i+1} - a_z^i)$

where  $\Delta \vec{b}_i = (\Delta b_x^i, \Delta b_y^i, \Delta b_z^i) = (b_x^{i+1} - b_x^i, b_y^{i+1} - b_y^i, b_z^{i+1} - b_z^i)$  (5)

위와 같이 얻어진 위치증분을 이용하면 Fig. 3(b)에 나타낸 것과 같이 임의의 사각형 요소를 만들 수 있으며 그때를 요소 (i)라 명명하면 모두 M개의 요소 번호가

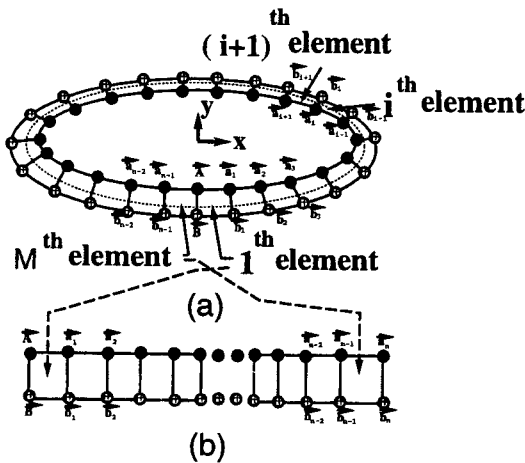


Fig. 3. Solution of motion and mapping elements in a shell on the x-y plane.

부여되며 이것은 한 셀을 M등분하였을 때 이루어진 4각형 요소들을 초기 위치에서 순차적으로 부여한 경우에 요소번호는 Fig. 3(b)처럼  $e = 1, 2, \dots, M$ 으로 된다.

지금부터 초기출발 입자가 Fig. 4에서처럼 요소(I) 속에 있는 임의의 위치(Fig. 4의  $\vec{x}_0 = (x_0, y_0, 0)$ )에서 출발한다고 가정하자.

Fig. 4에서 알 수 있듯이 유체의 초기 위치  $\vec{x}_0 = (x_0, y_0, 0)$ 는 요소(I)의 4개의 절점의 위치  $X_m^{(I)}, Y_m^{(I)}$  ( $m = 1, 2, 3, 4$ )와 이에 대한 4절점 4각형 형상함수 N을 도입하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_0 &= \sum_{m=1}^4 N_m(x, y) X_m^{(I)} = \sum_{m=1}^4 N_m(\bar{\xi}, \bar{\eta}) X_m^{(I)} \\ y_0 &= \sum_{m=1}^4 N_m(x, y) Y_m^{(I)} = \sum_{m=1}^4 N_m(\bar{\xi}, \bar{\eta}) Y_m^{(I)} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $X_m^{(I)}, Y_m^{(I)}$  ( $m = 1, 2, 3, 4$ )의 상첨자는 (I) 요소를 나타내며 하첨자 m은 Fig. 4에 나타낸 것과 같이 (I)요소에서의 각 절점을 의미한다. 식(6)에서  $x_0$ 와  $y_0$ 가 입자의 초기 위치로 주어져 있으므로 Fig. 4에 나타낸 정규좌표계에서  $\xi = \bar{\xi}, \eta = \bar{\eta}$ 를 Newton-Raph-

son 방법으로 수치 계산하여 얻을 수 있다. 또한  $X_m^{(I)}, Y_m^{(I)}$  ( $m = 1, 2, 3, 4$ )를 식 (4-1)과 식 (4-2)의 유동해 즉,  $\vec{a}_1 = (a_x^1, a_y^1, a_z^1)$ 와  $\vec{b}_1 = (b_x^1, b_y^1, b_z^1)$ 로 다시 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_0 &= N_1(\bar{\xi}, \bar{\eta}) a_x^{1-1} + N_2(\bar{\xi}, \bar{\eta}) b_x^{1-1} + N_3(\bar{\xi}, \bar{\eta}) b_x^1 \\ &\quad + N_4(\bar{\xi}, \bar{\eta}) a_x^1 \\ y_0 &= N_1(\bar{\xi}, \bar{\eta}) a_y^{1-1} + N_2(\bar{\xi}, \bar{\eta}) b_y^{1-1} + N_3(\bar{\xi}, \bar{\eta}) b_y^1 \\ &\quad + N_4(\bar{\xi}, \bar{\eta}) a_y^1 \end{aligned} \quad (7-1)$$

where  $N_1(\xi, \eta) = (1 - \eta)(1 - \xi), N_2(\xi, \eta) = (1 - \eta)\xi,$   
 $N_3(\xi, \eta) = \eta\xi, N_4(\xi, \eta) = (1 - \xi)\eta$  (7-2)

이러한 입자가 유동해를 만족하면서 Fig. 4에 표시된 것처럼 유통로 방향으로  $\vec{x}_1 = (x_1, y_1, z_1), \vec{x}_2 = (x_2, y_2, z_2), \vec{x}_3 = (x_3, y_3, z_3), \dots, \vec{x}_k = (x_k, y_k, z_k), \dots$  등으로 사상(mapping)된다고 할 때 식 (8-1)을 만족하는  $x_k$ 와  $y_k$ 는 이점을 포함하는 요소  $e(k)$ 에서 절점 3과 4로 선형 보간하면 다음과 같이 표현될 수 있다. 이때 입자 운동 방향으로 요소번호가 Fig. 4에 나타난 것과 같이 주기 M으로 반복되므로 요소번호  $e(k)$ 는 식 (8-4)와 같이 표현될 수 있음을 쉽게 알 수 있다.

$$\vec{x}_k = \Phi_k(\vec{x}_0) \quad (8-1)$$

$$\begin{aligned} x_k &= N_3(\bar{\xi}, 1) X_3^{e(k)} + N_4(\bar{\xi}, 1) X_4^{e(k)} = a_x^{e(k)} \\ &\quad + \bar{\xi}(b_x^{e(k)} - a_x^{e(k)}) \end{aligned} \quad (8-2)$$

$$\begin{aligned} y_k &= N_3(\bar{\xi}, 1) Y_3^{e(k)} + N_4(\bar{\xi}, 1) Y_4^{e(k)} = a_y^{e(k)} \\ &\quad + \bar{\xi}(b_y^{e(k)} - a_y^{e(k)}) \end{aligned} \quad (8-3)$$

$$e(k) = \text{MOD}(I - 1 + k, M), \quad (8-4)$$

where  $\text{MOD}(a, b) = \text{Remainder of "a" divided by "b"}$

식 (8-1)과 (9-1)을 만족하는  $z_k$ 를 구하기 위하여  $k = 0$ 인 경우와  $k \geq 1$ 인 경우로 나누어 생각하여야 한다. 우선  $k = 0$ 인 경우에는 z-축 방향의 증분은 (I)요소에서의 4절점에 해당되는 값을 모두 이용하여야 한다. 이때 식(5)에서 저장된 z방향 증분을 이용하여  $\eta$ 축으로 보간하고 다시  $\xi$ 축으로 보간하면  $\Delta z_0$ 가 식 (9-2)처럼 쉽게 정리된다.  $k \geq 1$ 인 경우에는 식 (9-2)에서  $\bar{\eta} = 0$ 이므로 식 (9-3)과 같이 정리된다. 따라서  $z_k$ 의 계산은 다음과 같이 간단하게 정리될 수 있다.

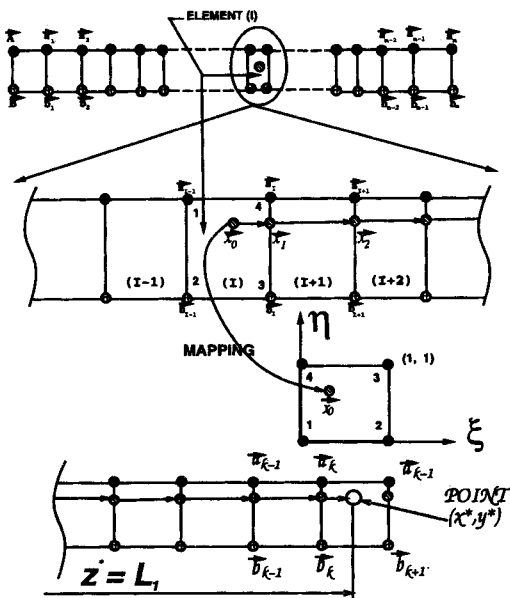


Fig. 4. Representation of a set of motion transforming  $\vec{x}_0$  into  $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots$  etc., with an initial point  $\vec{x}_0 = (x_0, y_0, 0)$ .

$$z_{k+1} = z_k + \Delta z_k, \tag{9-1}$$

for k=0

$$\begin{aligned} \Delta z_0 &= z_1 - z_0 \\ &= \{ \Delta a_z^{e(0)} + (\Delta b_z^{e(0)} - \Delta a_z^{e(0)})\bar{\xi} \} - \{ \bar{\eta} \Delta a_z^{e(0)} \\ &\quad + (\bar{\eta} \Delta b_z^{e(0)} - \bar{\eta} \Delta a_z^{e(0)})\bar{\xi} \} = \Delta a_z^{e(0)} (1 - \bar{\xi} - \bar{\eta} \\ &\quad + \bar{\xi} \bar{\eta}) + \Delta b_z^{e(0)} (\bar{\xi} - \bar{\xi} \bar{\eta}) \end{aligned} \tag{9-2}$$

for k ≥ 1

$$\begin{aligned} \Delta z_k &= z_{k+1} - z_k \\ &= \{ \Delta a_z^{e(k)} + (\Delta b_z^{e(k)} - \Delta a_z^{e(k)})\bar{\xi} \} - \{ 0 \times \Delta a_z^{e(k)} \\ &\quad + (0 \times \Delta b_z^{e(k)} - 0 \times \Delta a_z^{e(k)})\bar{\xi} \} \\ &= \Delta a_z^{e(k)} (1 - \bar{\xi}) + \bar{\xi} \Delta b_z^{e(k)} \end{aligned} \tag{9-3}$$

마찬가지로 식 (8-1)을 만족하는 입자의 경과시간  $t_k$  는 요소(I)의 4절점이 각각  $p_i, q_i, q_{i+1}, p_{i+1}$  시간이 지나면 모두 (I+1)요소의 4개의 절점으로 사상됨을 식 (4-1)과 (4-2)로부터 쉽게 알 수 있으므로 이 관계를 이용하여 식 (9)에서 유도한 것과 같이 보간하면 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$t_{k+1} = t_k + \Delta t_k, \tag{10-1}$$

for k=0

$$\begin{aligned} \Delta t_0 &= t_1 - t_0 \\ &= p_{e(0)} (1 - \bar{\xi} - \bar{\eta} + \bar{\xi} \bar{\eta}) + q_{e(0)} (\bar{\xi} - \bar{\xi} \bar{\eta}) \end{aligned} \tag{10-2}$$

for k ≥ 1

$$\begin{aligned} \Delta t_k &= t_{k+1} - t_k \\ &= p_{e(k)} (1 - \bar{\xi}) + \bar{\xi} q_{e(k)} \end{aligned} \tag{10-3}$$

카오스 스크류나 PPM(partitioned-pipe mixer)[8] 은 공간주기 유동장을 형성하므로 최소 공간 단위 주기가 Fig. 1에서 처럼 (a, b)를 ( $L_1, L_2$ )라 하면 z-방향 전진거리가  $L_1$ 보다 커지면  $L_2$ 공간상에 있는 유동장에 의해서 사상이 되어야 하므로 초기의 유체입자가 식 (9)에 의해 계속 사상되어 나가다가 z방향 전진거리가  $z_{k+1} \geq L_1$ 이 되면 Fig. 4에 나타난 것처럼  $z^* = L_1$ 을 만족하는  $(x^*, y^*)$ 를 찾고 이 점을 초기점으로하여  $L_2$ 공간상에서 사상하여 나가면 한 주기 유동장이 얻어지며 이와 같은 방법을 매 주기마다 수행하여 나가면 포인카레 단면, 불안정 다양군, 체류시간 등을 쉽게 얻을 수 있게 된다. 여기서  $(x^*, y^*)$  및 경과시간  $t^*$ 는 식 (9)에서 유도한 바와 같이 보간하면 다음과 같은 식으로 정리된다.

If  $z_{k+1} \geq L_1$

$$\begin{aligned} \xi^* &= \bar{\xi}, \eta^* = \frac{L_1 - z_k}{\Delta a_z^{e(k)} (1 - \bar{\xi}) + \Delta b_z^{e(k)} \bar{\xi}} \\ x^* &= N_1(\xi^*, \eta^*) a_x^{e(k)} + N_2(\xi^*, \eta^*) b_x^{e(k)} \\ &\quad + N_3(\xi^*, \eta^*) b_x^{e(k)+1} + N_4(\xi^*, \eta^*) a_x^{e(k)+1} \\ y^* &= N_1(\xi^*, \eta^*) a_y^{e(k)} + N_2(\xi^*, \eta^*) b_y^{e(k)} + N_3(\xi^*, \eta^*) \\ &\quad b_y^{e(k)+1} + N_4(\xi^*, \eta^*) a_y^{e(k)+1} \tag{11} \\ t^* &= t_k + \Delta t_k^* = t_k + \eta^* (p_{e(k)} (1 - \bar{\xi}) + q_{e(k)} \bar{\xi}) \end{aligned}$$

한편 윗식에서  $(x^*, y^*), t^*$ 의 정보만 정확하게 구할 수 있으면 포인카레 단면, 불안정 다양군, 체류시간 등을 수치 해석할 수 있으므로 이러한 정보를 수치 계산적인 면에서 더욱더 효율적으로 얻기 위하여 아래와 같은 식을 제안한다. 즉  $\bar{x}_0$ 에서 출발한 유체입자가 x-y단면에서  $\alpha$ 회전하면 제자리에 돌아오므로 이 점을 초기점으로 식 (8)-식(10)에 의해서 사상하면 그 이후 유체입자는 한바퀴 회전하기 전에  $L_1$ 만큼 전진하게 되고 그때의  $(x^*, y^*), t^*$ 를 식 (11)에 의해 계산되므로, 계산시간도 매우 단축된다. 즉,  $\alpha$ 번 회전하였을 때의 위치를  $\vec{x}_m = (x_m, y_m, z_m)$ 이라 하고 이때 경과시간을  $t_m$ 이라 하면 이러한 일련의 과정을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{x}_m = \phi_{\omega}(\vec{x}_0) = \phi_{\alpha T_x}(\vec{x}_0) = \vec{x}_0 + (0, 0, \alpha \Delta L_{axial}(\vec{x}_0)) \tag{12-1}$$

$$L_1 = \Delta L_{axial}(\vec{x}_0) \alpha + \beta, \text{ where } \alpha = \text{integer} \tag{12-2}$$

$$\begin{aligned} \Delta L_{axial}(\vec{x}_0) &= \Delta L_{axial}(\vec{a}_0) + (\Delta L_{axial}(\vec{b}_0) \\ &\quad - \Delta L_{axial}(\vec{a}_0))\bar{\xi} \end{aligned} \tag{12-3}$$

$$T_{cir}(\vec{x}_0) = T_{cir}(\vec{a}_0) + (T_{cir}(\vec{b}_0) - T_{cir}(\vec{a}_0))\bar{\xi} \tag{12-4}$$

윗 식에서  $\Delta L_{axial}(\vec{x}_0)$ 와  $T_{cir}(\vec{x}_0)$ 는 식 (12-3)와 식 (12-4)로부터 구할 수 있으며 이 값들을 사용하면 식 (12-2)로부터  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 구할 수 있는데 이 값들은 식 (12-2)를 만족하는 몫과 나머지이다. 따라서  $\bar{x}_0$ 에서 출발한 유체입자가 x-y 단면상에서  $\alpha$ 회전후 제자리로 돌아오고 이때의 경과시간은  $\alpha T_{cir}(\vec{x}_0)$ 이고 z-방향 전진거리는  $\alpha \Delta L_{axial}(\vec{x}_0)$ 이다. 따라서 이 점을 초기점으로하여 사상을 계속하면  $\alpha$ 번 회전하는 과정이 생략되므로 수치 계산의 효율이 높아진다.

카오스 스크류의 경우 예를 들면, 배리어가 위치하지 않는 공간상( $L_1$  공간)에서 출발한 입자는 유통로 방향을

따라 흐르는 도중에 배리어가 위치하는 공간을 만난다. 이것을 과정 (1)이라 하자. 이 순간에 입자는 새로운 유동장 즉 배리어가 위치하는 공간(L<sub>2</sub> 공간)에 존재하는 속도장을 따라 전진하게 되는데, 이 경우를 과정 (2)라 하자. 우선 과정 (1)에서는 식 (7)에 의하여 L<sub>1</sub>공간에서의  $\xi, \eta$ 를 구하고 식 (12)에 의하여  $\alpha$ 를 구하고 이로부터 식 (8)~식 (10)에 의해서 사상을 하면 유체입자가 1회전하기 전에 새로운 유동장 즉 배리어가 위치하는 공간을 만난다. 이 점의 위치는 식 (11)에 의해서 계산하고 배리어 공간상에서 이 점이 속해있는 요소를 찾아 그때의  $(\xi, \eta)$ 를 구한다. 이때  $(\xi, \eta)$ 를 구하기 위해서는 식 (11)을 만족하는  $(x^*, y^*)$ 가 배리어 공간상에서 어느 셀 어느 요소에 해당하는지 즉 식(7)에서 유체입자의 초기 출발요소(I)를 수치적으로 찾아야 하는데 이 과정에서 수치계산 시간이 증가된다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위해 L<sub>1</sub>공간상의 임의의 요소가 L<sub>2</sub>공간의 요소와 겹쳐지는 요소들을 미리 저장하면 이곳에서 식(7)을 만족하는  $(\xi, \eta)$ 가 쉽게 구해진다. 이와 같은 방법으로 앞의 과정을 반복하면 공간주기 유동장의 각종 해, 즉 포인카레 단면, 불안정 다양군, 체류시간 등을 쉽게 구할 수 있다. 또한 수치사상법으로 수치 해석할 경우 해의 정확성은 미리 저장된 유동해  $\phi$ 에 의해 좌우되는데 이 해는 시간간격을 최소로 하여 Runge-Kutta방법으로 특히, 특이점이 존재하는 영역근처에서는 Inverse mapping method(4)를 사용하여 일단 식 (4)와 (5)를 만족하는 엄밀한 유동해  $\phi$ 를 구하여 저장하면, 수치계산 시간과 정확도가 보장된다. 또한 본 논문에서 제안한 수치사상법을 사용하면 단회전 유선상에서는 입자가 여러 바퀴 순환을 하여도 그 유선상을 빠져나가지 못하기 때문에 카오스 유동 해석의 경우 수치해석 오차 및 계산시간은 Runge-Kutta로 적분하는 방법에 비해 월등히 효율적임을 예측할 수 있다.

### 3. 수치사상법 검증과 수치해석 결과 고찰

#### 3.1. PPM에 관한 검증

공간 주기 유동장의 대표적인 예는 Partitioned-Pipe Mixer(PPM)(8)을 들 수 있는데 이것은 외부에서 교란이 없을 때 난류유동이 아닌 층류유동에서조차도 혼합이 잘 일어날 수 있는 즉, 카오스 유동을 발생시키는 혼합장치로 볼 수 있다.

PPM은 회전하는 pipe안에 회전하지 않는 평판이 서로 직각을 이루면서 공간 주기적으로 배열되어 있다. PPM은 일반적으로 Smale의 horseshoe map이 아닌 Baker의 transform에 기본을 둔 Kenics static mixer이다. Baker의 transform은 혼합되는 두 유체입자가 늘어져서 절단되고 다시 겹치는 과정을 반복하여 Smale의 horseshoe map보다 더 좋은 혼합 효과를 거둘 수가 있다. 관련 연구 논문(9)에서는 PPM의 속도장을 해석적으로 근사해를 사용하여 풀었으며, 근사적으로 얻은 속도장으로부터 대칭성(symmetry)을 이용하여 Poincaré section, 불안정 다양군, 체류시간, 늘림장 등을 구하고 정규영역과 카오스 영역에 혼합 현상을 해석하였다.

이러한 PPM에 대한 근사적인 속도장은 저자의 논문(9)에 의하여 다음과 같이 주어진다.

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \beta r(1-r^v) \sin 2\theta$$

$$\frac{v_\theta}{r} = \frac{d\theta}{dt} = -\beta\{2 - (2+v)r^v\} \sin^2 \theta$$

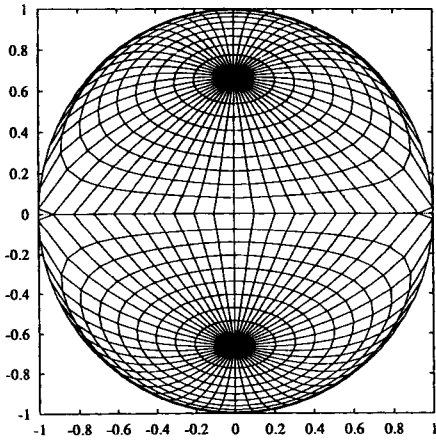
$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{16\pi}{\pi^2 - 8} \sum_{k=1}^3 \{r^{2k-1} - r^2\} \frac{\sin[(2k-1)\theta]}{(2k-1)\{4 - (2k-1)^2\}}$$

where  $\beta = \frac{4v_R L}{3v < v_z > R}$ ,  $v = (11/3)^{1/2} - 1$ 이다.

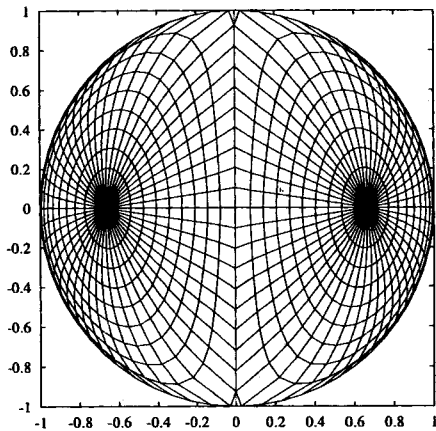
새로운 mapping 방법을 수행하기 위해서는 기존의 속도장을 이용하여 새롭게 mesh를 만들어야 한다. PPM은 한 단면에서 두개의 elliptic point를 가지고 있으며 각점에서 반경방향으로 10등분, 원주방향으로 50등분하였을 때 각 단면에서의 mapping mesh를 Fig. 5에 나타내었다.

공간주기 단위가 (L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>)인 경우에 Fig. 5(a)단면이 z방향으로 L<sub>1</sub>만큼 진행하게 되면 Fig. 5(b)단면을 만나게 되고 이후에 L<sub>2</sub>만큼 전진하게 되면 다시 Fig. 5(a)단면을 만난다. 이 그림에서 알 수 있듯이 PPM의 각 단면은 90°로 서로 직교하고 있으며 z방향으로 하나의 공간 주기를 만들고 있다. 즉 가운데 평판을 기준으로 상하와 좌우로 나누어져 있다.

먼저 새로운 mapping방법의 검증으로 4개의 초기 위치를 두었을 경우의 10회 주기 동안의 입자궤적을 조사하여 보았다. Fig. 5는  $\beta = 1.0$ 일 경우 초기위치가 반경 방향으로 r은 0.5이고 각각의 원주방향으로  $\theta$ 는 45°, 135°, 225°, 315°일 경우에 있어서 입자궤적을 Runge-Kutta방법과 새로운 mapping 방법을 통하여 수행한



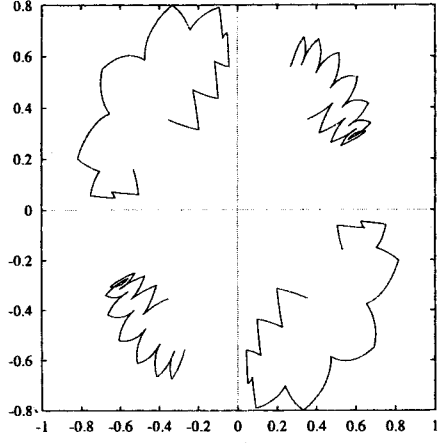
(a)



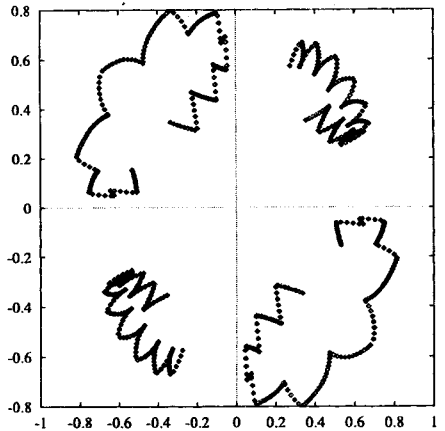
(b)

**Fig. 5.** Mapping elements for the PPM : (a) first cross-section, (b) second cross-section.

결과들이다. Fig. 6(a)는 유동해의 정확도를 유지할 수 있는 적분시간 간격을 사용한 결과로서 입자 궤적들로 이루어진 점이 모여서 하나의 선을 그리고 있고, 각각의 초기위치에서 크게 벗어나지 못하여 결국은 하나의 폐곡선 안으로 갇히게 됨을 알 수 있다. Fig. 6(b)는 새로운 mapping방법으로 구한 결과를 나타내고 있다. 여기서는 점들이 선을 이루지 못할 정도로 작지만 상대적으로 계산 시간이 많이 걸린 Runge-Kutta방법과 비교하였을 때 정확하게 일치하고 있다. 그러므로 새로운 mapping 방법은 계산시간이 엄청나게 적게 걸려 더 효율적임을 알 수가 있다. 본 예제에서의 속도장은 식으로 주어져 있고 그 속도장의 유동형태는 특이점이나 hyperbolic point가 존재하지 않기 때문에 Runge-Kutta방법으로 적분



(a)



(b)

**Fig. 6.** Particle trajectories in the PPM with several initial positions obtained by (a) the Runge-Kutta method and (b) the new mapping method.

할 경우 수치시간 문제를 제외하고는 유동해를 얻는데 커다란 어려움이 발생되지 않는다. 따라서 새로운 사상법으로 계산한 수치 결과는 Runge-Kutta방법으로 계산한 결과와 정확하게 일치하고 있으므로 본 사상법의 신뢰도가 검증되었다고 볼 수 있다. 초기 위치를 변경하여 여러 번의 수치 검증을 하여본 결과 Fig. 6(b)의 경우와 유사하게 나타났다.

카오스 유동장을 가진 혼합기에서 유동을 이해하는데 있어서 포인카레 단면을 사용하여 단면내부에서의 혼합 거동을 관찰하는 것은 매우 유용함이 이미 많은 논문에서 발표되어진 바있다[6~9]. 이러한 포인카레 단면으로부터 잘 혼합된 영역과 잘 혼합되지 않는 영역을 구분하여



전체적인 혼합을 효율적으로 예측할 수 있다. PPM의 경우 포인카레 단면을 수치계산한 결과가 Fig. 7에 나타나 있다. 여기서 주기간격  $(L_1, L_2) = (1, 1)$ 으로 두었을 때  $\beta = 1.0$ , 초기위치를 반경방향으로  $r$ 은 0.5, 0.6, 0.7 과 원주방향으로  $\theta$ 는  $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 로 두었을 경우 각 방법에 의해서 300번 반복계산 하였을 때의 포인카레 단면을 보여준다. Fig. 7(a)는 Runge-Kutta방법에 의해서 만들어진 포인카레 단면이며 여러 군데의 폐곡선, periodic orbit를 관찰할 수 있으며 이것이 하나의 KAM 튜브를 형성하게 된다. Fig. 7(b)는 새로운 mapping법에 의하여 구한 포인카레 단면이며 Runge-Kutta방법에 의해 구한 결과와 잘 일치하고 있음을 알

수 있다. 즉 fixed point와 KAM의 형상, 위치, 크기 등이 서로 잘 일치한다.

### 3.2. 카오스 스크류에 관한 검증

본 수치해석에서 사용한 기하학적 조건, 압출 공정조건, 플라스틱재료의 유변학적 조건 등은 관련 논문[5,6]과 동일하다. 이와 같은 조건을 사용하였을 때 배리어가 없는 영역과 배리어가 있는 영역에서의 유동해  $\phi$ 가 Fig. 8에 나타나 있다.

이 그림에서 알 수 있듯이 유동해  $\phi$ 는 매우 정확하다. 이것은 Inverse mapping method(4)와 정확한 Runge-Kutta method를 조합하여 얻은 결과이다. 이 유동해들을 각 셀별로 배리어가 없는 영역에서는 100등분, 배리어가 있는 영역에서는 왼쪽 elliptic 포인트가 있는 곳에서는 80등분, 오른쪽 elliptic 포인트가 있는 곳에서도 80등분, 그 외 부분에서는 100등분하여 얻어진 4각형 요소들을 Fig. 9에 나타내었다. 이 그림에서 나타난 각 셀에서의 사각요소들은 Fig. 8에서 얻은 유동해를 바탕으로 얻어지는데 이때 주의사항은 다음과 같다. 즉, 배리어가 없는 영역에서는 이들의 mapping element가 하나의 elliptic point를 포함하는 셀의 모임이므로 Fig. 9(a)처럼 하나의 영역으로 나타낼 수 있으나 배리어가 있는 영역은 두 개의 elliptic point가 하나의 hyperbolic point를 공유하는 셀로 이루어져 있으므로 Fig. 9(b), (c), (d)처럼 3개의 영역으로 분할하여 나

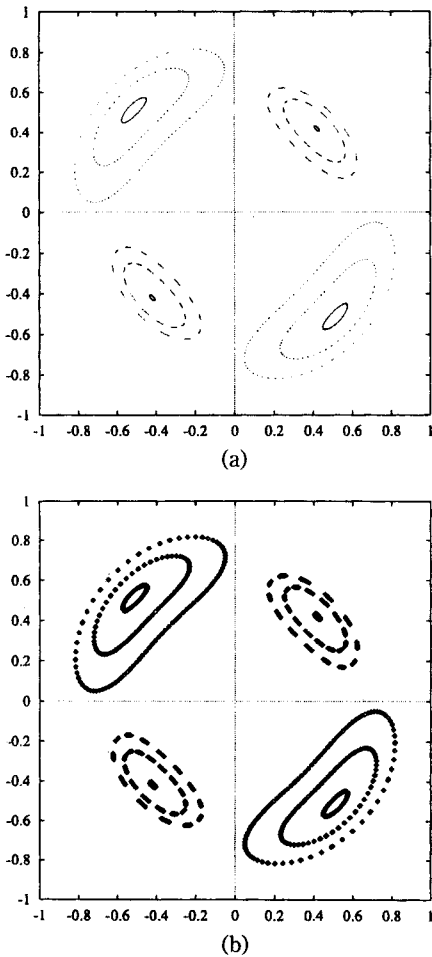


Fig. 7. Poincaré sections for the PPM obtained by (a) the Runge-Kutta method and (b) the new mapping method.

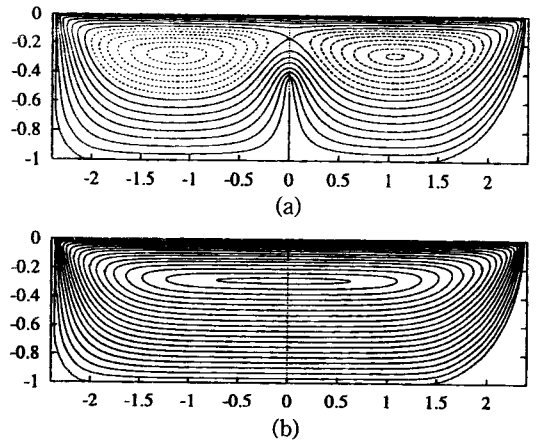


Fig. 8. Solutions,  $\phi$  of fluid particles for (a) the barrier region and (b) the no-barrier region obtained by the fourth-order Runge-Kutta method with inverse mapping method.

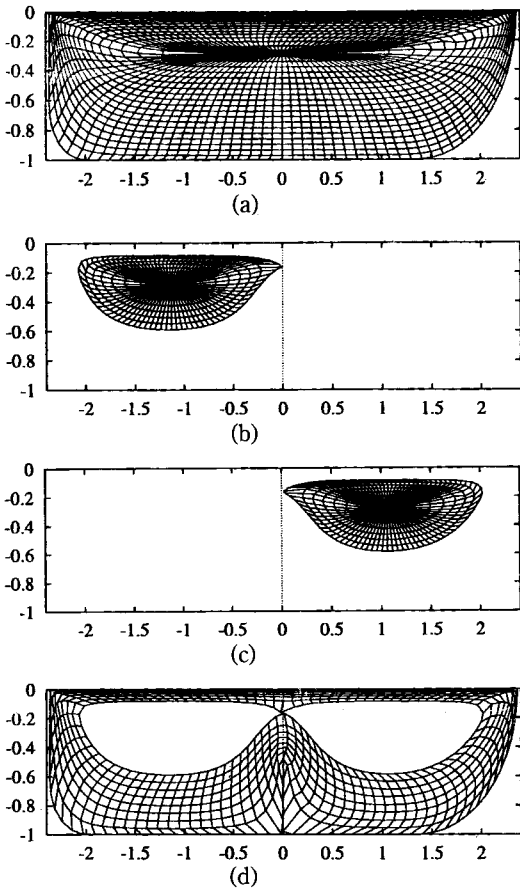


Fig. 9. Mapping elements for (a) the no-barrier region and (b-d) the barrier region.

타내었다.

우선 수치해석 검증을 위하여 배리어가 있는 영역과 없는 영역에서 입자궤적을 구한 결과가 Fig. 10에 나타나 있다. 이 그림에서 알 수 있듯이 새로 제안한 수치사상법과 유동장을 적분하는 기존 방법과의 결과들은 입자가 한바퀴 순환할 때까지는 정확하게 일치하였다. 그러나 그 이후부터는 기존의 방법의 결과는 오차가 누적되는 것을 알 수 있다.

또한 스크류 벽면 근처에서의 입자궤적을 얻어본 결과 수치사상법은 Fig. 10(a)에 나타난 결과처럼 그해가 정확하였으나, 기존의 방법은 특이점 부근에 수치해석 오차로 인하여 입자가 한바퀴 돌기 전부터 유동해는 점점 나빠짐을 확인할 수 있다. 이것은 카오스 유동해석의 수치오차 누적효과를 발생시킨다.

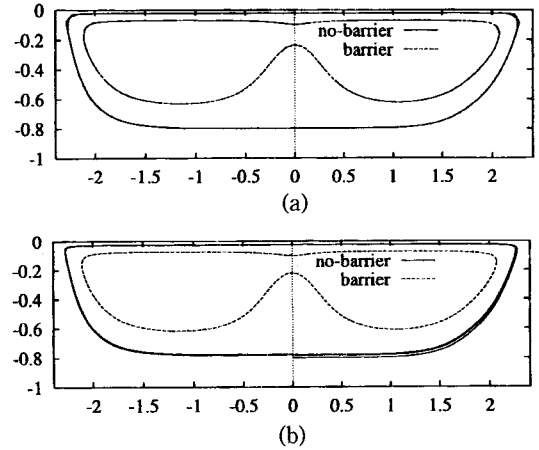


Fig. 10. Particle trajectories in the "Chaos Screw" with several initial position obtained by (a) the new mapping method and (b) the Runge-Kutta method.

다음은 카오스 스크류상에서 일어나는 포인카레 단면들을 공간주기 단위가  $a/H = 1$ 과  $4$ 에 대해서 두 방법으로 구한 결과를 Fig. 11에 나타내었다.

이 결과에서 알 수 있듯이 새로운 수치사상법의 결과가 더욱 정확함을 보여주고 있다. 즉, 포인카레 단면에 나타난 점들의 수가 mapping 방법의 경우보다 기존의 Runge-Kutta방법의 경우가 훨씬 적는데 그 이유는 입자가 특이점에 도달하면 그 이후 수치계산이 불가능해지므로 그 이후 데이터를 생략하였기 때문이다. 또한 Fig. 7(c)와 (d)를 비교하면 mapping 방법의 경우가 KAM의 형상 및 크기를 더 분명하게 보여주고 있다. 그러나 무엇보다도 여기서 기존의 방법을 사용하면 계산시간이 수치사상법에 비하여 엄청나게 많이 걸리며 Runge-Kutta method를 사용할 시 시간증분을 결정하는 것이 매우 어려우며 만약 정확한 수치결과를 얻기 위하여 시간증분을 줄이면 계산 시간이 지수함수적으로 증가한다. 또한 시간적인 문제를 제외하더라도 특이점으로 인하여 오차가 누적되어 수치해석 결과를 분석하기 어렵게 만든다. 이러한 수치해석 오차 누적은 포인카레 단면, 불안정 다양군, 체류시간에 대하여 수치오차를 발생시키고 이로 인해 잘못된 해석도 가능하게 만든다. 따라서 본 논문에서 제안한 새로운 수치사상법의 결과가 더욱 정확함을 결론지을 수 있다.

#### 4. 결 론

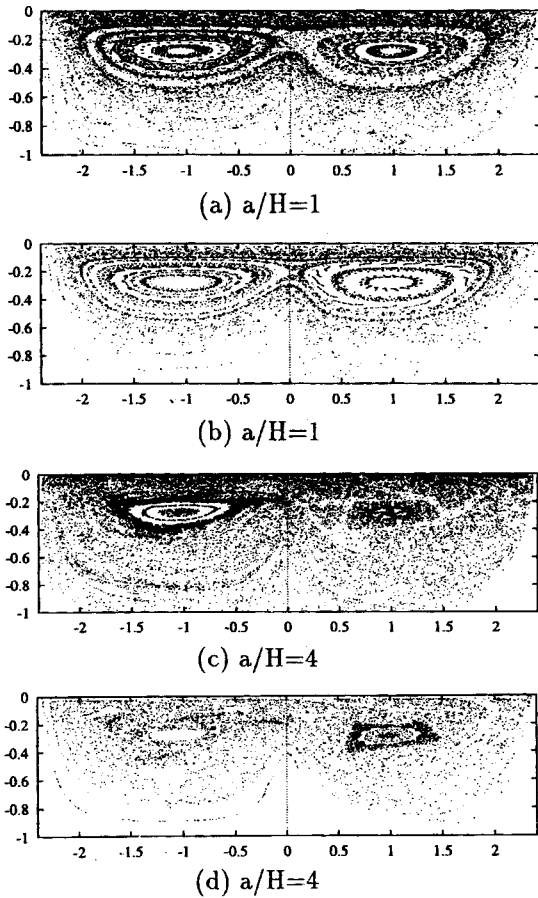


Fig. 11. Poincaré Section for the "Chaos Screw" obtained by ((a) and (c)) the new mapping method and ((b) and (d)) the Runge-Kutta method.

최근 연구에서 혼합 성능이 월등히 증가되는 혼합 장치로서 카오스 스크류를 개발하였고 이에 대한 설계개념과 그 원리를 설명하고 실험으로 그 성능을 확인한 바 있다(5). 또한 개발된 카오스 스크류에서 일어나는 카오스 유동을 실험과 비교하여 수치 해석하여 좋은 결과를 얻었다(6). 카오스 스크류의 우수성이 실험과 수치 해석으로 증명되었으나 궁극적으로는 카오스 혼합의 국소적, 국부적 현상과 원리를 이해하고 이로부터 카오스 스크류 형상을 최적 설계할 수 있어야 한다. 이는 입자궤적, 체류시간, 포인카레 단면, 늘림장 등을 공정인자와 기하학적 조건에 따라 수치 해석함으로써 이루어질 수 있다. 그러나 엄청난 계산 시간과 수치해의 부정확에 대한 문제는 유한 요소 해석으로부터 얻은 속도장을 수치 적분

할 때 발생하며, 압출 유동장의 경우 배럴 면과 스크류 면이 만나는 점, 즉 특이점 근처에서 수치적분의 에러가 누적된다. 이러한 문제점은 카오스 유동 해석에서 더욱 심각하다.

본 논문에서는 이를 해결하기 위하여 새로운 수치사상법(numerical mapping method)을 제안하였다. 먼저 새로운 mapping방법의 검증으로 속도장의 근사해가 주어졌던 PPM에 대하여 입자궤적을 조사하여 보았다. 우선 입자궤적을 새로운 mapping방법과 Runge-Kutta방법으로 구한 결과가 서로 잘 일치하였다. 따라서 새로운 mapping 방법은 엄밀한 유효해를 제공하면서 계산시간이 엄청나게 적게 걸려 더 효율적임을 알 수가 있었다. 또한 여러 군데의 초기점으로부터 얻은 포인카레 단면을 해석한 결과가 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있었다.

카오스 스크류에 대한 수치 해석 결과, 본 논문에서 제안한 새로운 수치 사상 방법으로 해석한 결과가 Runge-Kutta 방법의 결과보다 엄밀한 해를 구할 수 있었고 또한 벽면 근처에서는 기존의 방법보다 해의 정확성에서 더욱 탁월하였다. 일반적으로 속도장은 이론해가 주어지지 않으므로 본 논문에서 제안한 수치사상법의 신뢰도와 수치 계산적 효율성은 매우 높음을 확인 할 수 있었다. 그러나 무엇보다도 큰 장점으로 수치계산 시간을 들 수 있다. 이것은 공간주기 단위의 값이 큰 경우에 더욱 효율적이라 할 수 있다. 본 논문에서 제안한 새로운 사상법은 공간주기 카오스 유동장뿐만 아니라 시간주기 카오스 유동장에도 적용할 수 있으며 수치계산 시간, 해의 정확성을 보장하여 주므로 공정 조건, 기하학적 조건에 따른 최적 설계에 크나큰 기여를 할 수 있으리라 예측된다.

## 후 기

이 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

1. T. H. Kwon, J. W. Joo and S. J. Kim, "Kinematics and Deformation Characteristics as a Mixing Measure in the Screw Extrusion Process", *Polym. Eng. Sci.*, **34**, 174 (1994).
2. 김시조, 권태현, "3 차원 덕트 유동에서의 변형 척도", *유변학*, **6**, 60 (1994).

3. S. J. Kim and T. H. Kwon, "Measures of Mixing for Extrusion by Averaging Concepts", *Polym. Eng. Sci.*, **36**, 1466 (1996).
4. S. J. Kim and T. H. Kwon, "Accurate Determination of a Deformation Measure in the Screw Extrusion Process", *Polym. Eng. Sci.*, **36**, 1454 (1996).
5. S. J. Kim and T. H. Kwon, "Enhancement of Mixing Performance of Single-Screw Extrusion Processes via Chaotic Flows: Part I. Basic Concepts and Experimental Study", *Advances in Polymer Technology*, **15**, 41 (1996).
6. S. J. Kim and T. H. Kwon, "Enhancement of Mixing Performance of Single-Screw Extrusion Processes via Chaotic Flows: Part II. Numerical Study", *Advances in Polymer Technology*, **15**, 55 (1996).
7. 이태희, 권태현, "단축압출기에서의 카오스 혼합의 메카니즘과 혼합 성능 정량화", *유변학*, **8**(1), 1 (1996).
8. J. M. Ottino, "The Kinematics of mixing: stretching, chaos, and transport", Cambridge Univ. Press, New York, (1989).
9. D. V. Khakhar, J. G. Franjione and J. M. Ottino, "A case study of chaotic mixing in deterministic flows: the partitioned-pipe mixer", **42**, 2909 (1987).